

Matlab

para ciencias e ingeniería

Jairo E. Márquez D.



Matlab

para ciencias e ingeniería

Jairo E. Márquez D.



Tabla de contenido



Márquez Díaz, Jairo Eduardo

Matlab para ciencias e ingeniería [recurso electrónico] / Jairo E. Márquez D. -- 1a ed. -- Bogotá : Universidad Militar Nueva Granada, 2021.

Archivo en formato digital (pdf).

Incluye reseña del autor e índice analítico. -- Contiene referencias bibliográficas. -- Texto en español con resumen en inglés.

ISBN 978-958-5103-29-0

1. MATLAB (Programa para computador) 2. Análisis numérico - Procesamiento de datos 3. Cálculo con ayuda de computadores 4. Ingeniería con ayuda de computadores I. Título

CDD: 005.369 ed. 23

CO-BoBN- a1086227

Matlab® para ciencias e ingeniería

Ph. D. Jairo Eduardo Márquez Díaz

ISBN: 978-958-5103-29-0

DOI: <https://doi.org/10.18359/9789585103290>

1.ª edición.

Copyright © 2020

Jairo Eduardo Márquez Díaz

jemarquez@unimilitar.edu.co

Derechos reservados

Prohibida la reproducción total o parcial de este libro, sin permiso previo y por escrito del titular del *copyright*. Los conceptos aquí expresados son responsabilidad exclusiva del autor y no necesariamente representan la posición oficial de la Universidad Militar Nueva Granada.

No comercial: no se puede utilizar esta obra con fines comerciales de ningún tipo. Tampoco se puede vender esta obra bajo ningún concepto ni publicar estos contenidos en sitios web que incluyan publicidad de cualquier tipo.





Jairo E. Márquez D.

Ph. D. en Educación de la Universidad de Baja California, Ingeniero de Sistemas (UAN), Licenciado en Matemáticas y Física (UAN), Especialista en Bioética (Universidad El Bosque), Especialista en Docencia Universitaria (Universidad El Bosque), Especialista en Actuarial (UAN) y Especialista en Ciberdefensa (Universidad de Maryland). Máster en Bioética (Universidad El Bosque) y Máster en Seguridad de la Información Empresarial (Universidad de Barcelona). Docente investigador en la Universidad de Cundinamarca y director de los grupos de investigación Nanoingeniería y Scientific Academic Research Activity (SARA). Docente catedrático de la Universidad Militar Nueva Granada, Departamento de Tecnologías del Conocimiento.

Se especializa en áreas relacionadas con tecnologías emergentes, seguridad informática, ciberdefensa, física y matemáticas avanzadas, computación móvil, telemedicina, inteligencia artificial y visión artificial, sistemas complejos, ciencias de la computación, telecomunicaciones, neurociencias, nanociencias, nanotecnología y bioética, entre otros campos.



Matlab

para ciencias e ingeniería*

Jairo Eduardo Márquez Díaz^a

RESUMEN

El presente libro es el resultado del quehacer investigativo y docente enfocado en enseñar las potencialidades y bondades de la herramienta de programación Matlab® mediante ejemplos y conceptos específicos, dado que el estudiante de ingeniería y ciencias aplicadas, así como los docentes y profesionales, en general, requieren del uso de este software en su actuar académico, investigativo y laboral. Por esta razón, en el libro se hace especial énfasis en ejemplos prácticos y ejercicios que permiten al lector adquirir las habilidades, las destrezas y los conocimientos suficientes para abordar un problema particular de ingeniería o de ciencias, empezando desde la

*Este libro es producto del proyecto de investigación "Desarrollo de estrategias pedagógicas mediante tecnologías emergentes para la enseñanza de las matemáticas en la Universidad de Cundinamarca", código 014, Universidad de Cundinamarca.

*Ph. D. en Educación, Máster en Seguridad de la Información Empresarial, Máster en Bioética, Especialista en Docencia Universitaria, Especialista en Bioética, Especialista en Actuaría, Especialista en Ciberseguridad, Ingeniero de Sistemas, Lic. Física y Matemáticas. Docente catedrático de la Universidad Militar Nueva Granada, Cajicá, Colombia, docente investigador en la Universidad de Cundinamarca, Chía, Colombia. Correo electrónico: jairo.marquez@unimilitar.edu.co, jemarquez@ucundinamarca.edu.co. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6118-3865>



programación básica hasta una programación estructurada. En cuanto a las temáticas tratadas, se toman las más generales y usadas en el ámbito universitario, sin dejar de lado aplicaciones en el contexto profesional de la ingeniería y de las ciencias. También se enfatiza en los ejercicios propuestos la exploración conceptual y las habilidades del estudiante en el manejo algebraico, lo cual es fundamental en la comprensión de un problema de cualquier índole. En este sentido, el contenido del libro presenta una explicación clara y concisa acerca del modelamiento matemático y físico, en la que no solo repasa el despeje de ecuaciones, sino que también aplica los teoremas y las propiedades fundamentales de las matemáticas, además del correcto uso de las unidades físicas.

Palabras clave: Matlab; programación; funciones; matrices; vectores



Matlab

for sciences and engineering

Jairo Eduardo Márquez Díaz

ABSTRACT

This book is the result of research and teaching efforts focused on teaching the potentialities and benefits of the MATLAB® programming tool through specific examples and concepts, given that the engineering and applied science students, as well as teachers and professionals, in general, need to use this software in their academic, research and work activities. This is why, the book places special focus on practical examples and exercises that allow the reader to acquire the skills, abilities, and knowledge sufficient to tackle a particular engineering or science problem, starting from basic programming to structured programming. Regarding the topics covered, we have taken the ones that are more general and most used in the university environment, without neglecting applications used in the professional context of engineering and science. The proposed exercises also emphasize on the conceptual exploration and the student's skills in the command of algebra, which is essential in understanding a problem of any kind. In this sense, the content of the book presents a clear and concise explanation about mathematical and physical modeling, in which it not only reviews the solving of equations, but it also applies the theorems and the fundamental properties of mathematics, in addition to the correct use of physical units.

Keywords: MATLAB; programming; functions; matrixes; vectors



A la memoria de mi querida
hija, Angie Thalía Márquez
Reyes. Tú eres y serás siempre
mi inspiración...



Tabla de contenido



Tabla de contenido



Contenido

Tablas y figuras	44
Prólogo	97
RECOMENDACIÓN PARA EL PROFESOR	103
RECOMENDACIÓN PARA EL ESTUDIANTE	103
NOTA	104

1. Introducción a Matlab. Características generales **105**

Toolboxes de Matlab	109
Productos Simulink	111
Matlab C Math Library	115
Herramientas de desarrollo	116
Escritorio de Matlab	119
Command Window (ventana de comandos)	120
Command History (historial de comandos)	121
Workspace (espacio de trabajo)	121
Current Folder (directorio o carpeta actual)	122
Entorno de trabajo de Matlab	124
Pestañas contextuales	126
Minimizar pestañas	128



Aplicaciones de Matlab	129
Comandos de ayuda general	142
Help	142
Doc	143
Demos	143
Comando secuencia	144
Editor	144
Interfaz gráfica de usuario o GUI	145

2. Comandos especiales de Matlab 148

Ayuda	149
Versión	150
Computador	150
Mostrar información de la memoria	150
Licencia	153
Limpiar pantalla	153
Estructuras del lenguaje de Matlab	153
Práctica 1	154
Borrar toda la pantalla	156
Calendar	157
Weekday	158
Date	160



Now	161
Ver	162
Ruta de la carpeta de Matlab	162
Dir	162
Signo de admiración y <i>dir</i>	163
Crear o eliminar una carpeta	163
What	163
Who	164
Reloj	165
Etime	166
Camino o ruta	167
Salir	167
Exit	168
Escape	168
Comentarios	168
Símbolos especiales que usa Matlab	169
Coma	169
Punto y coma	169
Comillas simples	171
Tres puntos (...)	171
Corchetes []	172
Paréntesis ()	172



Atajos en la ventana de trabajo	173
La tecla Tab	175
Explorador de Windows	175
Lista de directorios	176
Funciones para análisis de datos	176
Scripts	176
Práctica 2	179
Tipos de datos	189
Mensajes de error	191

3. Operaciones básicas con Matlab 193

Operaciones aritméticas	194
Prefijos del Sistema Internacional (SI)	197
Unidades básicas del Sistema Internacional	199
Ejemplos	200
Práctica 1	201
Operadores relacionales	219
Práctica 2	222
Operadores lógicos	224
Ejemplos de operadores lógicos	225
Para la operación or	225
Para la operación or exclusiva (xor)	227



Ejemplos	227
Práctica 3	229
Conversión de números a diferentes sistemas	231
Binario a decimal o viceversa	231
Binario a hexadecimal o viceversa	232
Octal a binario o viceversa	234
Decimal a octal o viceversa	236
Código gris (<i>code gray</i>)–binario y decimal	237
Formatos de salida	242
Funciones de redondeo	248
Floor(x)	249
Ceil(x)	250
Ejemplos	251
Práctica 4	253

4. Operaciones escalares **268**

Variables y operaciones escalares	269
Variables	273
Práctica 1	278
Ejercicios resueltos	281
Variables predefinidas	286
Ejercicios resueltos	287



Práctica 2	299
Ecuaciones algebraicas	323
Ejercicios resueltos	324
Sistema de ecuaciones	326
Ejemplos	328
Práctica 3	337

5. Funciones matemáticas en Matlab **346**

Límites computacionales de Matlab	347
Funciones en Matlab	349
Funciones trigonométricas	349
Funciones algebraicas	351
Funciones trigonométricas	353
Funciones trigonométricas cuya variable de entrada está dada en grados	354
Inverso de la función trigonométrica cuyo resultado se da en grados	355
Funciones inversas trigonométricas	356
Ejercicios resueltos	357
Práctica 1	372
Funciones hiperbólicas y sus inversas	404
Funciones arco hiperbólicas	404



Funciones inversas hiperbólicas	405
Práctica 2	406
Elementos algebraicos	408
Instrucción signo, máximo y mínimo	408
factorial(n)	409
factor(n)	414
primes(n)	415
isprime(n)	415
dec2base(decimal,n_base)	415
base2dec('numero',B)	415
Módulo	416
Función compuesta	416
Ejemplos	417
Funciones exponenciales y logarítmicas	419
Ejercicios resueltos	419
Práctica 3	422

6. Cálculo vectorial en Matlab **444**

Vectores	445
Propiedades vectoriales	446
Operaciones de vectores	450
Ejercicios resueltos	451



Representación en el espacio de un vector	460
Máximo de las componentes de un vector	462
Ejemplos	463
Mínimo de las componentes de un vector	466
Ejemplos	467
Gráfica de vectores	471
Operaciones de conjuntos	473
Operadores lógicos vectoriales	479
Producto escalar de vectores	481
Ejemplos	482
Módulo de un vector	483
Ejemplos	484
Vector unitario	485
Ejemplos	486
Producto cruz entre dos vectores	486
Ejemplos	487
Ángulo entre vectores	491
Cosenos directores	492
Ejemplos	492
Fuerza resultante en un sistema físico	498
Función <i>fill</i>	499
Ejemplos	500



Función <i>patch</i>	502
Función <i>triplot</i>	507
Área de un polígono	508
Gráficos vectoriales de velocidad y dirección	511
Instrucción <i>compass</i>	512
Ejemplo	512
Instrucción <i>feather</i>	513
Ejemplos	513
Práctica 1	517
Campos vectoriales	538
Líneas de corriente	540
Ejemplos	540
Práctica 2	544
Instrucción <i>quiver</i>	545
Ejemplos	545
Instrucción <i>quiver3</i>	549
Ejemplos	551
Práctica 3	557
7. Funciones y <i>script</i> en Matlab	559
Sintaxis general a tener en cuenta en un <i>script</i>	560
Función <i>disp</i>	561



Ejemplos	561
Función <i>pause</i>	564
Caja de diálogo	564
Función de menú	565
Barras de estado	566
Función <i>fprintf</i>	566
Función <i>input</i>	567
Ejemplos	567
Práctica 1	577
Número de argumentos de entrada y salida	583
Mensaje de error	584
Ejemplo	584
Funciones con varios argumentos de entrada	585
Cadena de formato o caracteres de escape	587
Caracteres de escape	587
Ejemplos	588
Ejercicios resueltos	590
Práctica 2	619
Función anónima	641
Ejemplos	641
Práctica 3	651
Subfunciones o funciones anidadas	661



Ejemplos	662
Práctica 4	667
Funciones locales (<i>inline functions</i>)	669
Ejemplos	669
Instrucción <i>fminbnd</i>	671
Ejemplos	672
Instrucción <i>optimset</i>	675
Ejemplos	676
Práctica 5	678

8. Cálculo matricial en Matlab 679

Matrices	680
Traspuesta de una matriz	683
Ejemplo	683
Acceder a valores puntuales de Matlab (indexación)	684
Elementos de variables matriciales	689
Práctica 1	694
Funciones matriciales específicas	696
Instrucción <i>rand</i>	703
Ejercicios resueltos	705
Densidad de potencia espectral	712



Periodogram	713
Ejemplos	713
Pwelch	718
Ejemplos	718
Randi	721
Ejemplos	723
Ejemplo de randint	728
Práctica 2	730
Funciones que actúan sobre vectores y matrices	733
Ejemplos	734
Operaciones matriciales básicas	735
Ejemplos	736
Suma	736
Resta	736
Multiplicación	737
Inversa	738
División	739
Ejercicios resueltos	740
Potencia	744
Escalar elevado a la variable matricial	745
Identidad	745
Cuadrado de una matriz	746



Matriz lógica o verdadera	747
Matriz mágica	748
Raíz cuadrada de una matriz	748
Matriz aleatoria	749
Operación elemento a elemento	749
Matriz simbólica	751
Ejemplos	751
Práctica 3	758
Descomposición de valor singular (svd)	761
Concatenación de vectores y matrices	762
Función (<i>cat</i>)	765
Ejemplo	765
Gráfica de matrices en 3D	766
Matrices especiales	771
Ejercicios resueltos	772
Práctica 4	786
Importar datos desde un archivo de Excel a Matlab o viceversa	788
Ejercicios resueltos	793
Análisis de datos (funciones estadísticas)	816
Práctica 5	826
Instrucción Cell Arrays	840



Ejemplos	845
Ecuaciones simultáneas	850
Ejercicios resueltos	851
Práctica 6	874
Funciones de factorización y/o descomposición matricial	883
Práctica 7	884
Normas de matrices	885
Práctica 8	886
Rutinas de creación de matrices	887
<code>linspace(base,limit,n)</code>	887
<code>logspace(base,limit,n)</code>	887
<code>meshgrid(x,y)</code>	887
<code>Rand(x,n)</code>	888
Ejemplos	888
Matrices sparse	891
Determinantes	893
Práctica 9	895

9. Gráficas de funciones en 2D 900

Comandos de funciones en 2D	901
Instrucción <i>plot</i>	903



Ejercicios resueltos	903
Control de ejes coordenados	915
Ejemplo	917
Práctica 1	923
Gráficas en una misma ventana	924
Ejemplos	924
Ejemplo:	925
Práctica 2	927
Color en una gráfica	928
Creación de gráficos de forma interactiva	930
Copiar una gráfica	931
Cambio de presentación de una gráfica	933
Rejillas o grilla	935
Captura de coordenadas	936
Ejercicios resueltos	937
Gráfica interactiva	954
Práctica 3	956
Plot handles	975
Instrucción <i>linspace</i>	977
Ejercicios resueltos	978
Ejemplo	992
LaTeX	992



Ejemplo	993
Gráficas de funciones logarítmicas	995
Ejemplos	996
Instrucción <i>bar</i>	999
Ejemplos	999
Instrucción <i>Linewidth</i>	1004
Ejemplos	1004
Instrucción <i>inline</i>	1011
Instrucción <i>scatter</i>	1013
Ejemplos	1015
Práctica 4	1023

10. Gráficas especiales de funciones 1040

Instrucción <i>plotyy</i>	1041
Ejemplos	1042
Práctica 1	1044
Instrucción <i>step</i>	1046
Ejemplos	1046
Instrucción <i>impulse</i>	1049
Ejemplo	1049
Instrucción <i>rlocus</i>	1050
Ejemplo	1050



Instrucción <i>subplot</i>	1052
Ejercicios resueltos	1052
Práctica 2	1071
Subplotear	1071
Instrucción <i>figure</i>	1078
Ejemplos	1078
Práctica 3	1082
Instrucción <i>stem</i>	1086
Ejercicios resueltos	1086
Leer y escribir archivos de imagen	1106
Práctica 4	1108
Ejemplos	1111
Práctica 5	1116
Ajuste de ejes	1121
Ejemplos	1121
Práctica 6	1128
11. Gráficas y funciones simbólicas	1132
Funciones simbólicas	1133
Práctica 1	1145
Funciones implícitas y paramétricas	1147
Práctica 2	1151



Ecuación paramétrica	1154
Práctica 3	1159
Instrucción zeros	1165
Práctica 4	1171
Instrucción <i>fplot</i>	1175
Práctica 5	1183
Instrucción <i>comet</i>	1188
Ejemplos	1188
Práctica 6	1193

12. Gráficas polares y números complejos **1198**

Gráficas polares	1199
Ejemplos	1199
Práctica 1	1214
Diagramas de dispersión en coordenadas polares	1219
Ejemplos	1219
Histograma en polares	1220
Ejemplo	1220
Números complejos	1222
Ejemplos	1225



Teorema de las raíces n -ésimas	1232
Ejemplo	1233
Teorema De Moivre	1233
Ejercicios resueltos	1234
Práctica 2	1236
Gráfica de números complejos	1240
Ejemplos	1240
Función <i>compass</i>	1248
Función <i>rose</i>	1249
Ejemplos	1250
Transformación de coordenadas	1252
Coordenadas cilíndricas	1253
Coordenadas esféricas	1254
Coordenadas rectangulares	1254
Coordenadas polares a cartesianas	1255
Ejemplos	1256
Coordenadas cilíndricas a polares	1259
Coordenadas cartesianas a esféricas	1262
Ejemplos	1263
Práctica 3	1265
Fractales y números complejos	1268



Ejemplos	1269
Funciones especiales	1285

13. Introducción al cálculo multivariado **1287**

Límites de una función	1288
Ejemplos	1289
Límites de funciones de dos variables	1293
Ejemplos	1293
Práctica 1	1295
Funciones derivada y primitivas	1298
Ejemplos	1298
Derivada n -ésima	1318
Ejemplos	1319
Práctica 2	1330
Derivación implícita	1345
Ejemplos	1345
Práctica 3	1348
Gradiente de un campo escalar	1350
Ejercicios resueltos	1350
Práctica 4	1358
Divergencia y rotacional de un campo vectorial	1360
Ejemplos	1360



Práctica 5	1365
Rotacional o rotor	1366
Ejemplos	1366
Práctica 6	1370
Laplaciano de un campo escalar	1371
Ejemplos	1371
Ecuaciones diferenciales	1372
Ecuación diferencial ordinaria (EDO) lineal de primer orden	1374
EDO de segundo orden con condiciones iniciales	1377
EDO no lineal	1378
EDO de tercer orden	1378
Ejercicios resueltos	1379
Práctica 7	1392
Métodos para resolver ecuaciones diferenciales	1397
Ejemplos	1399
Práctica 8	1418
14. Cálculo integral	1419
Integrales	1420
Ejercicios resueltos	1420
Función <i>humps</i>	1424



Práctica 1	1428
Integración por partes	1430
Ejemplos	1430
Práctica 2	1434
Integral definida	1435
Ejercicios resueltos	1435
Longitudes de arcos de curvas	1442
Regla del trapecio	1443
Cuadratura adaptativa de Simpson (regla del Simpson)	1445
Práctica 3	1448
Ejercicios resueltos	1458
Integral impropia	1460
Ejercicios resueltos	1460
Práctica 4	1463
Integrales dobles y triples	1465
Ejercicios resueltos	1465
Teorema de Fubini	1472
Integrales triples	1477
Ejercicios resueltos	1478
Integral de Riemann en \mathbb{R}^4	1482
Práctica 5	1483



15. Ecuaciones algebraicas y polinomios	1489
Ecuación algebraica	1490
Ejemplos	1490
Práctica 1	1495
Ejemplos	1496
Práctica 2	1498
Polinomios	1499
Operaciones polinómicas	1501
Suma	1501
Resta	1502
Multiplicación	1502
Multiplicación por un escalar	1503
División	1503
Ajuste de curvas	1505
Gráficas de un polinomio en 3D	1507
Ejemplos	1507
Raíces polinómicas	1517
Construir un polinomio	1519
Evaluar un polinomio y un escalar	1520
Transformar un vector a polinomio o viceversa	1523
Ejemplos	1523



Relación entre un polinomio y una matriz	1525
Factorización de polinomios	1525
Polinomio con mínimo error cuadrático medio	1526
Ajuste de datos experimentales	1532
Ejemplo	1533
Ajuste polinomial de datos	1535
Ejemplo	1536
Interpolación y regresión. Ajuste polinomial de curvas	1536
Ejemplos	1538
Interpolación polinómica a trozos	1560
Ejemplo	1560
Regresión polinomial	1562
Derivada de un polinomio	1564
Integral de un polinomio	1565
Matriz polinomial	1566
Instrucción <i>residue</i>	1568
Ejemplos	1569
Práctica 3	1572
Polinomios de Legendre	1580
Relación de recurrencia	1580
Orgonalidad	1581



Ejemplos	1581
Práctica 4	1587

16. Series y transformadas **1588**

Series	1589
Ejemplos	1589
Polinomio de Taylor	1591
Ejercicios resueltos	1591
Estudio de la convergencia de la serie de Taylor	1600
Práctica 1	1605
Transformada de Laplace	1607
Ejemplo	1607
Transformada inversa	1609
Práctica 2	1614
Transformada Z	1615
Ejemplos	1616
Transformada Z inversa	1619
Ejemplos	1620
Transformada de Fourier	1623
Ejemplos	1624
Transformada inversa de Fourier	1630
Ejemplos	1630



Práctica 3	1633
Transformada rápida de Fourier (FFT)	1636
Ejemplos	1637
Práctica 4	1648

17. Gráficas de funciones en 3D **1650**

Gráficas en 3D	1651
<i>Comet3</i>	1657
Ejemplos	1658
Práctica 1	1661
<i>Ezplot3</i>	1662
Ejemplo	1662
Práctica 2	1664
Ezmesh	1665
Ejemplos	1665
Práctica 3	1668
Ezmesh	1669
Ejemplo	1669
Ezmesh(... , 'circ')	1670
Ejemplo	1670
Ezcontour	1671
Ejemplos	1671



Ezcontourf	1673
Ejemplos	1673
Ezmeshc	1674
Ejemplo	1674
Práctica 4	1676
Ezsurf(f)	1678
Ejemplo	1678
Uso de la función simbólica	1680
Práctica 5	1685
Ezsurfc	1687
Ejemplo	1687
Práctica 6	1689
Implementar color en las gráficas	1693
Subplot	1693
Ejemplos	1694
Práctica 7	1710
Función <i>shading</i>	1713
Colormap	1714
Práctica 8	1721
Plot3	1723
Ejemplos	1723
Transparencia de imágenes	1748



Práctica 9	1751
Fill3	1754
Ejemplos	1754
Práctica 10	1759
Meshgrid–meshc	1761
Ejemplos	1762
Práctica 11	1776
Gráficas en pseudocolor	1778
Contour3(x, y, z, v)	1779
Práctica 12	1788

18. Instrucciones complementarias 1791

Contour	1798
Ejemplos	1799
Objetos light	1809
Contourslice y Slice	1818
Práctica 1	1834
Otras técnicas de visualización	1835
Surf, surfc y surfl	1838
Práctica 2	1854
Scatter3	1856
Ejercicios resueltos	1857



Gráficas en el plano complejo	1864
Ejemplos	1864
Campos vectoriales en 3D	1866
Cylinder	1868
Toroide	1882
Sphere	1887
Elipsoide	1891
Suavizado de una superficie en 3D	1901
Práctica 3	1906

19. Animaciones en Matlab **1910**

Técnicas de animación	1911
Ejemplo	1911
Películas	1921
Ejemplos	1923
Práctica 1	1941
Videos	1942
Imágenes animadas	1943
Adquisición de imagen mediante una cámara	1946
Ejemplo	1948
Captura y almacenamiento de imágenes	1951



20. Interfaz gráfica de usuario (GUI) 1955

Estructura de una GUI	1956
Opciones de GUIDE	1962
Entorno de programación	1965
Intercambio de datos entre los elementos de la GUI y el código fuente	1968
Asignación y obtención de valores de los componentes	1969
Alinear componentes	1982
Etiquetado de los botones	1983
Lista de elementos del menú emergente	1985
Modificar el texto estático	1985
Guardar el diseño de la interfaz de usuario	1987
Codificación del comportamiento de la GUIDE	1989
Generar datos para graficar	1989
Código de los botones	1994
Tipos de uicontrol	1996
Botones (<i>pushbuttons</i>)	1996
Botones de selección (<i>check boxes</i>)	1997
Botones de opción (<i>radio buttons</i>)	1997
Barras de desplazamiento (<i>scrolling bars</i> o <i>sliders</i>)	1998



Cajas de selección desplegables (<i>pop-up menus</i>)	1998
Cajas de texto (<i>static textboxes</i>)	1998
Cajas de texto editables (<i>editable textboxes</i>)	1999
Marcos (<i>frames</i>)	1999
Ejemplos	2000
Crear menús	2004
Ejemplos	2004
Práctica 1	2008
Crear un ejecutable en Matlab	2017

21. Sentencias lógicas en Matlab **2025**

Comandos de control de flujo	2026
Estructura de condicional <i>if</i>	2028
Ejemplos	2029
Condicionales anidadas <i>if-else</i>	2031
Ejemplos	2033
Ejemplos	2037
Variante <i>elseif</i> en el condicional	2042
Ejemplos	2043
Bucles	2052
Sentencia <i>while-end</i>	2052



Ejemplos	2053
Bucle <i>for</i>	2065
Ejemplos	2066
Ejemplo	2080
Sentencia <i>Switch</i>	2081
Ejercicios resueltos	2082
Sentencias <i>break</i> y <i>continue</i>	2097
Ejemplo	2097
Bucles anidados	2098
Ejemplos	2099
Práctica 1	2110
Bucles y condicionales	2115
Bucles con incremento variable	2115
Sentencia <i>try</i>	2116
Ejemplo	2116
Sentencia <i>Break</i>	2117
Ejemplo	2117
Comando <i>echo</i>	2119

22. Introducción a los métodos numéricos **2121**

Manejo de errores	2124
Error verdadero	2125



Error relativo	2125
Error relativo porcentual	2125
Ejemplos	2125
Práctica 1	2128
Método de Newton–Raphson	2131
Práctica 2	2136
Método de bisección	2138
Ejemplos	2140
Práctica 3	2144
Método de la secante	2145
Ejemplos	2146
Práctica 4	2150
Método Regula Falsi	2151
Ejemplo	2153
Práctica 5	2154

23. Herramienta de simulación de Matlab **2155**

Simulink Onramp	2156
Simulink Library Brower (SLB)	2158
Librería de sistemas lineales en tiempo continuo (Continous)	2162
Transfer Fcn	2165



Librería Sinks	2167
Librería de funciones definidas por el usuario (User Defined Functions)	2173
Librería de fuentes (<i>sources</i>)	2174
Librería de operaciones matemáticas (<i>Math Operations</i>)	2185
Librería de ruta de señales (<i>Signal Routing</i>)	2190
Ejercicios resueltos	2193
24. Lista de referencias	2217
25. Índice analítico	2220





Tablas y figuras



Tabla de contenido



Tablas

Tabla 2.1 Atajos de teclado relacionados con la ventana de trabajo	173
Tabla 2.2 Diferentes tipos o clases de datos	189
Tabla 2.3 Funciones que se emplean en la conversión de datos	190
Tabla 3.1 Operaciones aritméticas	194
Tabla 3.2 Instrucciones relacionadas con las operaciones matemáticas	196
Tabla 3.3 Prefijos del Sistema Internacional	198
Tabla 3.4 Unidades básicas del Sistema Internacional	199
Tabla 3.5 Unidades del Sistema Internacional derivadas	200
Tabla 3.6 Datos ejercicio 44	211
Tabla 3.7 Datos ejercicio 56	217
Tabla 3.8 Cuadro de operadores relacionales	219



Tabla 3.9 Estados de falso verdadero	220
Tabla 3.10 Operador lógico AND, &	224
Tabla 3.11 Operador lógico OR	224
Tabla 3.12 Operador lógico NOT, ~	225
Tabla 3.13 Operación OR exclusiva (XOR)	227
Tabla 3.14 Ejercicios resueltos 1	227
Tabla 3.15 Ejercicio 2	228
Tabla 3.16 Funciones lógicas integradas	231
Tabla 3.17 Símbolos en el sistema de numeración hexadecimal	233
Tabla 3.18 Símbolos en el sistema octal y su conversión a equivalentes decimales o binarios	235
Tabla 3.19 Variantes de format	242
Tabla 3.20 Recapitulación de formatos	246
Tabla 3.21 Comandos de funciones de redondeo	250
Tabla 4.1 Variables de Matlab	274
Tabla 4.2 Variables predefinidas de Matlab	286
Tabla 5.1 Funciones matemáticas de Matlab	349
Tabla 5.2 Funciones algebraicas de Matlab	351



Tabla 5.3 Funciones trigonométricas de Matlab	353
Tabla 5.4 Funciones trigonométricas cuya variable de entrada está dada en grados	354
Tabla 5.5 Inverso de la función trigonométrica cuyo resultado se da en grados	355
Tabla 5.6 Funciones hiperbólicas y sus inversas	404
Tabla 5.7 Funciones inversas hiperbólicas	405
Tabla 5.8 Instrucciones para evaluar funciones exponenciales y logarítmicas	419
Tabla 6.1 Operadores lógicos vectoriales	480
Tabla 6.2 Funciones que muestran datos correspondientes a vectores que relacionan la velocidad y la dirección	512
Tabla 6.3 Instrucciones predefinidas para trabajar con vectores y matrices	515
Tabla 6.4 Niveles de presión acústica del ruido ambiente en octavas en dB	520
Tabla 6.5 Posición angular θ_0 de un cuerpo con respecto al momento inercial I_e y el cociente $\gamma_c = I_e^2 / (3 \cdot \cos \theta_0)$	525



Tabla 6.6 Vector de números complejos con comandos	539
Tabla 7.1 Cuadro de instrucciones de entrada y salida	560
Tabla 7.2 Instrucciones que permiten optimizar las funciones en un script	575
Tabla 7.3 Datos ejercicio 14	624
Tabla 7.4 Datos ejercicio 44	634
Tabla 7.5 Campos condicionantes instrucción fminbnd	671
Tabla 8.1. Instrucciones para conversión a diferentes espacios coordenados	689
Tabla 8.2. Funciones matriciales	696
Tabla 8.3. Cuadro de la instrucción rand	703
Tabla 8.4. Cuadro de instrucciones para el comando randi	721
Tabla 8.5. Instrucciones que permiten revisar las condiciones de un vector o una matriz	733
Tabla 8.6 Matrices especiales	771



Tabla 8.7 Condiciones para n	776
Tabla 8.8 Velocidades límites según Litschvan y Levediev para material granular	794
Tabla 8.9 Tabla sobre viscosidades dinámicas y cinemáticas absolutas del agua expresada en unidades del Sistema Internacional	828
Tabla 8.10 Cálculo hidráulico de la red ramificada	829
Tabla 8.11 Variantes de la función cell	840
Tabla 8.12 Datos ejercicio 7	877
Tabla 8.13 Datos ejercicio 15	880
Tabla 8.14 Datos ejercicio 18	882
Tabla 8.15. Instrucciones para calcular el rango de una matriz	883
Tabla 8.16. Funciones para calcular la norma de una matriz	885
Tabla 9.1 Instrucciones de texto	902
Tabla 9.2 Datos ejercicio 1	904
Tabla 9.3 Símbolos de color para personalizar la curva de una función	928



Tabla 9.4 Líneas o marcas para personalizar la gráfica de una función	933
Tabla 9.5 Símbolos para personalizar la gráfica de una función	934
Tabla 9.6. Datos de la presión de vapor saturado a varias temperaturas	949
Tabla 9.7. Datos ejercicio 27	961
Tabla 9.8. Datos ejercicio 33	964
Tabla 9.9. Datos ejercicio 36	964
Tabla 9.10. Densidad en función de la temperatura	966
Tabla 9.11. Parámetros climáticos promedio del Observatorio Meteorológico Nacional de Bogotá (1971–2000)	967
Tabla 9.12. Representación en formato Latex de las letras griegas	993
Tabla 10.1 Cuadro de energías de enlace	1083
Tabla 11.1 Funciones que simplifican la forma de las expresiones simbólicas	1167
Tabla 12.1 Funciones para trabajar números complejos	1223



Tabla 12.2 Instrucciones para conversión a diferentes espacios coordenados	1253
Tabla 13.1 Datos ejercicio 3	1411
Tabla 14.1 Funciones simbólicas predefinidas especiales	1457
Tabla 15.1 Instrucciones empleadas para las operaciones con polinomios	1500
Tabla 15.2 Datos ejercicio 3	1528
Tabla 17.1 Lista de instrucciones para gráficos tridimensionales	1652
Tabla 17.2 Colores que admite Matlab para personalizar gráficas	1715
Tabla 17.3 Comandos asociados a los mapas de colores	1715
Tabla 17.4	1749
Tabla 18.1 Instrucciones	1838
Tabla 21.1 Instrucciones	2026



Figuras

- Figura 1.1.** Interfaz gráfica de Matlab que, por defecto, se establece de la forma como aparece distribuida en la figura. Tenga en cuenta que esta interfaz se puede personalizar según conveniencia del usuario. **120**
- Figura 1.2.** Command History. **121**
- Figura 1.3.** Instrucción para crear una carpeta de trabajo de Matlab. **123**
- Figura 1.4.** Cinta de herramientas de la ventana principal de Matlab. Pestaña principal home. **124**
- Figura 1.5.** Toolstrip minimizado. **124**
- Figura 1.6.** Pestaña que relaciona las diversas opciones de gráficas en 2d y 3d. **125**
- Figura 1.7.** Apps relacionadas con las aplicaciones interactivas de Matlab. **126**
- Figura 1.8.** *Script* o editor de Matlab. **126**
- Figura 1.9.** Pestaña del editor que está relacionada con la creación y el diseño de un *script*. **127**



Figura 1.10. Ubicación del botón Breakpoint.	127
Figura 1.11. Pestaña Publish.	127
Figura 1.12. Pestaña View.	128
Figura 1.13. Minimizar pestañas.	128
Figura 1.14. Pestañas minimizadas.	128
Figura 1.15. Ejemplo con instrucción <i>help filter</i> . A modo de ejemplo, se digita la instrucción <i>help filter</i> , luego se pulsa la tecla Enter; en seguida se despliega información sobre la función, en la que se define y se expone su sintaxis general, al igual que otros comandos complementarios.	142
Figura 1.16. Ejemplo de búsqueda particular por tema en la ventana de trabajo. Al digitar un tema particular en la ventana de trabajo, Matlab brinda bastante información acerca del mismo.	143
Figura 1.17. Opciones de New.	145
Figura 1.18. Ruta para abrir el recurso de Simulink.	146
Figura 1.19. Ventana para el acceso de la plantilla de la interfaz gráfica de usuario.	147
Figura 2.1. Create Favorite.	154
Figura 2.2. Nombrar acceso.	155
Figura 2.3. Botón para borrar lo consignado en la Command Window.	155
Figura 2.4. Figura con el nombre del título dado.	171

Figura 2.5. Distribución de las teclas de flechas en un teclado estándar de computador.	174
Figura 2.6. Ejemplo de despliegue de una ventana de ayuda.	175
Figura 2.7. Opción para desplegar el editor de texto o <i>script</i> estándar o vivo (Live Script). Como se observa existen varias opciones para esto.	177
Figura 2.8. La zona de trabajo del <i>script</i> , conocida como Editor, permite al programador realizar sus programas y guardarlos, así como luego llamarlos, bien sea desde la Command Window digitando el nombre del archivo, o bien al abrirllos directamente desde el Current Folder haciendo clic sobre el archivo.	177
Figura 2.9. Diferentes opciones para la ejecución de un script.	178
Figura 2.10. Ayuda adicional de Matlab cuando aparece un error.	191
Figura 3.1. Divisor de voltaje.	207
Figura 3.2. Sistema de cuerpos ligados por una cuerda.	209
Figura 3.3. Puente de Wheatstone.	212
Figura 3.4. Cable colgante de un puente que emplea dos soportes como punto de apoyo.	216
Figura 3.5. Cimentaciones profundas.	223

Figura 3.6. Cimentación superficial.	223
Figura 3.7. Segmento de tubería en el que se diagrama el flujo laminar de un fluido.	266
Figura 4.1. Almacenamiento de variables en el Workspace. Si se van a emplear las variables en otros ejercicios es recomendable guardarlas.	284
Figura 4.2. Valor escalar guardado como vector en el Workspace.	285
Figura 4.3. Representación gráfica de un flujo laminar y un flujo turbulento.	291
Figura 5.1. Cuadro de ayuda que despliega Matlab.	352
Figura 5.2. Ilustración de la función $x = v^2 \cdot \sin(2\theta)/32$.	368
Figura 5.3. Distribución de tensiones sobre un cuerpo al que se le aplica una fuerza P .	393
Figura 5.4. Gráfica de la función $x_t = (1/k)\sin(2\pi kt)$.	413
Figura 6.1. Gráfica de vectores con dirección y sentido.	461
Figura 6.2. Gráfica de vectores personalizando su aspecto de presentación.	461
Figura 6.3. Gráfica de vectores.	472
Figura 6.4. Gráficas subploteadas.	473
Figura 6.5. Gráfica de la unión de dos vectores.	474
Figura 6.6. Gráfica de la intersección de dos vectores.	475

Figura 6.7. Distribución de los ángulos de un vector en 3D.	492
Figura 6.8. Representación gráfica en una sola ventana de los vectores a , b y c .	496
Figura 6.9. Fuerza resultante F .	498
Figura 6.10. Ajustar los ejes del plano cartesiano.	509
Figura 6.11. Gráfica que resulta al adicionar la instrucción <i>plot 'o'</i> .	510
Figura 6.12. Corrientes de viento.	513
Figura 6.13. Alambre de una torre anclado por medio de un perno.	529
Figura 6.14. Distribución de un campo vectorial gravitatorio en 3D.	556
Figura 7.1. Ventana generada una vez ejecutado el programa.	565
Figura 7.2. Ventana generada una vez ejecutado el programa.	565
Figura 7.3. Barra de estado una vez que se ejecuta el programa.	566
Figura 7.4. Distribución de variables en una placa con una grieta.	578
Figura 7.5. Gráficos de toroides.	604
Figura 7.6. Coordenadas posicionales de una caja en 3D.	614

Figura 7.7. Sección de un tubo que relaciona las variables de la ecuación de Bernoulli.	633
Figura 7.8. Prisma rectangular de lados a, b y c.	636
Figura 7.9. Gráfica de la función $y = x \sec(x)$.	648
Figura 7.10. Gráfica de la función $g = -2x^{2.15} + 53.12(x+1)^{-2}$.	649
Figura 7.11. Sección transversal de un canal de irrigación.	659
Figura 7.12. Interfaz gráfica de la instrucción <i>fminbnd</i> .	674
Figura 8.1. Creación de una variable matricial que se almacena de forma temporal en el Workspace.	682
Figura 8.2. Matriz cargada en el Workspace de Matlab.	682
Figura 8.3. Gráficos de datos aleatorios.	708
Figura 8.4. Histograma aleatorio.	709
Figura 8.5. Periodograma de una señal bajo una ventana de Hamming y longitud DTF.	714
Figura 8.6. Periodograma de una señal.	714
Figura 8.7. Periodograma en un determinado conjunto de frecuencias normalizadas.	715
Figura 8.8. Límites de confianza con un periodograma.	717
Figura 8.9. Periodograma de una señal.	718

Figura 8.10. Señal obtenida bajo la estimación de Welch.	719
Figura 8.11. Ejemplo de señal bajo el concepto de espectro de potencia centrado en DC.	720
Figura 8.12. Señal obtenida bajo la estimación de potencia espectral de densidad de Welch.	721
Figura 8.13. Gráfica con la instrucción <i>plot</i> y <i>mesh</i> .	727
Figura 8.14. Área de las curvas en color.	727
Figura 8.15. Gráfica en 3D de una matriz.	767
Figura 8.16. Gráfica en 3D de una matriz con la instrucción <i>mesh</i> .	767
Figura 8.17. Gráfica para animar.	768
Figura 8.18. Gráfica en 3D empleando la instrucción <i>fill3</i> .	769
Figura 8.19. Matriz cargada desde Excel.	789
Figura 8.20. Ejemplo de matriz de Hadamard.	799
Figura 8.21. Representación gráfica de cuatro funciones armónicas en una misma ventana.	801
Figura 8.22. Gráfica en 3D de la matriz usando la función <i>mesh</i> .	814
Figura 8.23. Gráfica de la función coseno en una misma ventana con diferentes desfases.	815
Figura 8.24. Gráfica de matrices con pares como argumentos.	816

Figura 8.25. Gráfica en 2D de una matriz.	818
Figura 8.26. Gráfica en 3D de una matriz.	818
Figura 8.27. Histograma.	821
Figura 8.28. Histograma con agrupación de barras para mejorar la presentación de los datos.	822
Figura 8.29. Representación de un histograma en 3D.	822
Figura 8.30. Histograma con barras en 3D agrupados.	823
Figura 8.31. Histograma con aplicación de barras.	823
Figura 8.32. Representación de un histograma en forma horizontal.	824
Figura 8.33. Empleo de la instrucción <i>bar3</i> a fin de expresar la curva de una función.	824
Figura 8.34. Diagrama estadístico tipo torta.	825
Figura 8.35. Diagrama estadístico tipo torta en 3D.	825
Figura 8.36. Ángulos de rumbo, elevación y balanceo que resultan al realizar rotaciones según los ejes ($Z-Y'-X''$).	839
Figura 8.37. Gráfica de onda cuadrada de Gibbs.	849
Figura 8.38. Gráfica de onda cuadrada de Gibbs en 3D.	849
Figura 8.39. Distribución de presiones sobre un sólido.	869

Figura 8.40. Circuito eléctrico tipo malla.	870
Figura 8.41. Distribución de presiones sobre un sólido.	881
Figura 9.1. Gráfica de los datos de la tabla 9.2	904
Figura 9.2. Gráfica de los vectores x e y .	905
Figura 9.3. Herramientas en la ventana gráfica que permiten explorar características puntuales de la curva de una función.	906
Figura 9.4. Personalización de una gráfica mediante el uso de la herramienta Property Inspector.	906
Figura 9.5. Gráfica de una función parabólica.	907
Figura 9.6. Personalización del color en una curva.	910
Figura 9.7. Personalización de una curva mediante la ayuda View.	911
Figura 9.8. Personalización de la curva de una función.	915
Figura 9.9. Función con grilla.	917
Figura 9.10. Función sin grilla.	918
Figura 9.11. <i>axis</i> .	918
Figura 9.12. <i>axis('ij')</i> .	919
Figura 9.13. <i>axis('xy')</i>	919
Figura 9.14. <i>axis('equal')</i>	920
Figura 9.15. <i>axis('square')</i>	920

Figura 9.16. <i>axis('image')</i>	921
Figura 9.17. <i>axis('off')</i>	921
Figura 9.18. Gráfica de arreglos en un plano de números reales.	922
Figura 9.20. Gráfica de las funciones y_1 y y_2 .	925
Figura 9.21. Opciones para graficar una función empleando la ayuda directa de Matlab.	930
Figura 9.22. Representación gráfica del área de una función.	931
Figura 9.23. Para copiar una figura directamente desde Matlab.	931
Figura 9.24. Ventana Preferences para realizar cambios personalizados en una gráfica.	932
Figura 9.25. Gráfica de la función $y = 5x^3 - 3x - 8$.	935
Figura 9.26. Ejemplo de captura de coordenadas.	936
Figura 9.27. Intersección de dos funciones, lineal y cuadrática.	938
Figura 9.28. Intersección de funciones.	938
Figura 9.29. Función cúbica.	939
Figura 9.30. Gráfica de múltiples funciones en una misma ventana.	941
Figura 9.31. Gráficas de funciones.	942
Figura 9.32. Gráficas de funciones con etiquetas internas y externas.	944

Figura 9.33. Centro de gravedad.	946
Figura 9.34. Función armónica.	948
Figura 9.35. Representación gráfica de los valores de la Tabla 9.6.	950
Figura 9.36. Declaración de funciones en un <i>script</i> que se almacenan temporalmente en el Workspace.	954
Figura 9.37. Representación gráfica del área de una función sombreada en color azul.	955
Figura 9.38. Representación gráfica de una función mediante barras.	955
Figura 9.39. Gráfica ejercicio 14.	990
Figura 9.40. Gráfica de cuadrículas.	991
Figura 9.41. Representación de datos bajo el formato <i>LaTeX</i> .	994
Figura 9.42. Representación de datos bajo el formato <i>LaTeX</i> .	995
Figura 9.43. Inserciones de figuras en una misma ventana.	1008
Figura 9.44. Figuras en tándem en una misma ventana con diferente tamaño.	1011
Figura 10.1. Funciones subploteadas.	1055
Figura 10.2. Gráfica de datos de un estudio epidemiológico.	1062

Figura 10.3. Gráficas del comportamiento dinámico de una señal.	1064
Figura 10.4. Gráficas en 3D.	1065
Figura 10.5. Representación gráfica estándar de una distribución de arreglos asimétricos.	1069
Figura 10.6. Fotos de la ciudad heroica de Cartagena.	1106
Figura 12.1. Representación grafica de la función $f(t)$	1200
Figura 12.2. Diagrama polar.	1200
Figura 12.3. Diagrama polar.	1201
Figura 12.4. Representación gráfica de un número complejo.	1222
Figura 12.5. Distribución de parejas ordenadas en un plano cartesiano complejo.	1240
Figura 12.6. Distribución de parejas ordenadas en un plano cartesiano complejo, al cual se le han colocado las etiquetas o nombres a los planos x e y , al igual que una grilla para facilitar la ubicación de las parejas.	1241
Figura 12.7. Representación de la función <i>compass I</i> .	1248
Figura 12.8. Representación de la función <i>compass II</i> .	1249



Figura 12.9. Relación magnitud con el ángulo y coordenadas cartesianas.	1256
Figura 12.10. Gráfica cartesiana de un número complejo.	1257
Figura 12.11. Representación gráfica del ángulo de elevación y azimutal.	1262
Figura 12.12. Fractales: triángulo y alfombra de Sierpinski y la curva de Koch.	1269
Figura 12.13. Representación gráfica de un atractor de Lorenz.	1272
Figura 12.14. Representación gráfica de un fractal de Julia.	1274
Figura 12.15. Representación gráfica de un modelo de Henon.	1279
Figura 13.1. Representación gráfica de la discontinuidad de la función $f(x)$.	1292
Figura 13.2. Gráfica de la función $y = \frac{1}{3} \cos\left(\frac{5\pi x - 1}{2}\right)$.	1300
Figura 13.3. Gráfica de la derivada de la función y .	1301
Figura 13.4. Gráfica de la función $f(x)$.	1303
Figura 13.5. Representación gráfica de la disminución del rendimiento financiero.	1304
Figura 13.6. Gráfica de la derivada de la función original $f(x)$	1307



Figura 13.7. Gráfica de la derivada de la función costo.	1309
Figura 13.8. Gráfica de la concentración y su derivada.	1310
Figura 13.9. Gráfica de la celda de un panel.	1311
Figura 13.10. Resultado gráfico de la derivada.	1312
Figura 13.11. Representación de $f(x)$, derivadas y el error relativo	1314
Figura 13.12. Curva de la función costo.	1316
Figura 13.13. Razón de cambio de la función costo.	1318
Figura 13.14. Función $f(x)$ con asíntotas.	1326
Figura 13.15. Función $f(x)$ con sus asíntotas, tangentes horizontales y verticales.	1327
Figura 13.16. Grafica el campo vectorial en el plano xy .	1351
Figura 13.17. Gráfica de un campo gradiente.	1352
Figura 13.18. Campo gradiente con líneas de contorno.	1352
Figura 13.19. Campo gradiente tridimensional.	1353
Figura 13.20. Función en 3D definida con líneas de contorno y vector gradiente respectivamente.	1354
Figura 13.21. Campo gradiente de la función z .	1355



Figura 13.22. Campo gradiente y curvas de nivel.	1356
Figura 13.23. Campo gradiente con las curvas de contorno.	1357
Figura 13.24. Gráfica de la divergencia y las componentes del campo.	1362
Figura 13.25. Gráfica de la función $y(t)$.	1376
Figura 13.26. Gráfica de la solución de la ecuación diferencial.	1380
Figura 13.27. Gráfica que describe el comportamiento de un medicamento durante un periodo de 24 horas.	1385
Figura 13.28. Gráfica solución de la ecuación diferencial.	1391
Figura 13.29. Representación gráfica de la carga de un condensador en un tiempo t .	1400
Figura 13.30. Gráfica de ecuaciones diferenciales bajo la instrucción <i>ode23</i> .	1401
Figura 13.31. Gráfica de ecuaciones diferenciales bajo la instrucción <i>ode45</i> .	1406
Figura 13.32. Gráfica de ecuaciones diferenciales bajo la instrucción <i>ode45</i> .	1410
Figura 13.34. Otra manera de representar los datos del ejercicio anterior.	1410
Figura 13.35. Gráfica de función forzante.	1412



Figura 13.36. Función forzante ajustando ejes.	1413
Figura 13.37. Funciones de reforzamiento estándar y de respuesta rezagada.	1413
Figura 13.38. Funciones de forzado es sinusoidal.	1415
Figura 13.39. Representación de las fases según datos de la gráfica 13.38.	1415
Figura 13.40. Funciones de forzado es sinusoidal bajo una nueva solución.	1416
Figura 13.41. Ajuste de las amplitudes mediante la función coseno.	1417
Figura 14.1. Función <i>humps</i> .	1425
Figura 14.2. Resultado de la integral acumulada.	1427
Figura 14.3. Gráfica de la función $y=5x^2-3x+2$.	1438
Figura 14.4. Gráfica de la función $\sqrt{2x}$.	1439
Figura 14.5. Gráfica de la función $-\sqrt{2x}$.	1440
Figura 14.6. Representación gráfica de las tres funciones y_1, y_2, y .	1440
Figura 14.7. Varilla de masa M y longitud L .	1442
Figura 14.8. Volumen que encierra la intersección del paraboloides y el cilindro.	1471
Figura 14.9. Volumen de la intersección de los cilindros.	1472
Figura 14.10. Gráfica de circunferencia de radio 1.	1475



Figura 14.11. Representación de las parábolas según dominios evaluados.	1476
Figura 15.1. Representación gráfica de ajuste de curvas.	1506
Figura 15.2. Gráfica de polinomio en 3D.	1508
Figura 15.3. Gráfica tridimensional y de superficie.	1508
Figura 15.4. Gráficas tridimensionales con las instrucciones <i>mesh</i> , <i>meshc</i> y <i>meshz</i> .	1510
Figura 15.5. Gráfica de curvas de nivel de la función polinómica $z=x^2 y+xy^2+1$	1511
Figura 15.6. Curvas de nivel en el espacio tridimensional.	1511
Figura 15.7. Etiquetas de curvas de nivel.	1512
Figura 15.8. Gráficos de densidad de colores.	1512
Figura 15.9. Selección de un punto en un gráfico de densidad de colores	1513
Figura 15.10. Resultado al emplear la función <i>pcolor</i> .	1514
Figura 15.11. Resultado al emplear la instrucción <i>shading interp</i> .	1514
Figura 15.12. Resultado al emplear la instrucción <i>peaks</i> .	1515

Figura 15.13. Curvas de nivel bidimensional y tridimensional de diferentes funciones.	1516
Figura 15.14. Gráfica del polinomio $[-7, 9, -25, 12, -6, 17]$.	1519
Figura 15.15. Gráfica del polinomio $f(x)$.	1521
Figura 15.16. Gráfica del polinomio $P(x)$.	1526
Figura 15.17. Gráfica del polinomio con ajuste de error.	1528
Figura 15.18. Gráfica de los datos de la Tabla 15.2.	1529
Figura 15.19. Resultado de aplicar la recta óptima que minimiza la suma de los errores cuadráticos.	1530
Figura 15.20. Gráfica de puntos y polinomio de orden 2.	1531
Figura 15.21. Gráfica de puntos y polinomio de orden 10.	1532
Figura 15.22. Ajuste por mínimos cuadrados.	1535
Figura 15.23. Interpolación de la función $y = x \tan\left(\frac{\pi x}{30}\right)$	1539
Figura 15.24. Interpolación de la función $v = 2\text{sen}(3x - 1)\text{cos}(x)$	1542
Figura 15.25. Interpolación de la función empleando la instrucción <i>spline</i> .	1542

Figura 15.26. Interpolación de la función $v=x\cos(2x)$	1543
Figura 15.27. Interpolación de la función v con <i>spline</i> .	1544
Figura 15.28. Interpolación de la función v con el método de Nearest.	1544
Figura 15.29. Interpolación del vector v .	1546
Figura 15.30. Interpolación de una curva cosenoidal.	1547
Figura 15.31. Resultado gráfico al emplear los métodos <i>spline</i> y <i>Hermite</i> .	1548
Figura 15.32. Gráfica de vector de temperaturas con respecto al tiempo.	1550
Figura 15.33. Gráfica de vector de temperaturas con respecto al tiempo, ajustado con la instrucción <i>spline</i> .	1551
Figura 15.34. Interpolación de datos en una dimensión.	1552
Figura 15.35. Interpolación de datos en una dimensión por distintos métodos.	1554
Figura 15.36. Interpolación en dos dimensiones.	1555
Figura 15.37. Interpolación en dos dimensiones empleando la instrucción <i>spline</i> .	1556

Figura 15.38. Interpolación de datos en dos dimensiones por distintos métodos.	1558
Figura 15.39. Interpolación de datos en tres dimensiones.	1559
Figura 15.40. Interpolación de datos en tres dimensiones.	1560
Figura 15.41. Interpolación polinómica a trozos.	1561
Figura 15.42. Gráfica de Regresión polinomial.	1564
Figura 15.43. Gráfica de los polinomios $P_1(x)$ a $P_5(x)$.	1586
Figura 16.1. Polinomio de Taylor de la función $f(x) = \frac{\cos(x)}{x}$	1594
Figura 16.2. Representación gráfica de las series de expansión de Taylor.	1596
Figura 16.3. Interfaz gráfica de Matlab para calcular las series de Taylor por el método de aproximación.	1599
Figura 16.4. Series de Taylor por el método de aproximación.	1600
Figura 16.5. Representación gráfica del desarrollo de las series de Taylor.	1603
Figura 16.6. Representación gráfica del error de aproximación de las series de Taylor.	1603



Figura 16.7. Representación gráfica de la convergencia de aproximación de las series de Taylor.	1604
Figura 16.8. Gráfica de la transformada inversa de $F(s)$.	1612
Figura 16.9. Gráfica de la transformada inversa de $F(s)$ en el intervalo $[0,5]$	1612
Figura 16.10. Gráfica de la transformada inversa de $F(s)$ en el intervalo $[0,1]$.	1613
Figura 16.11. Gráfica de $f(x)$.	1625
Figura 16.12. Gráfica de la TF de $f(x)$.	1626
Figura 16.13. Gráfica de la TF de $F(x)$.	1631
Figura 16.14. Gráfica de la TF de $F(x)$.	1631
Figura 16.15. Mosaico obtenido mediante el uso de la transformada rápida de Fourier.	1637
Figura 16.16. Gráfica de la TF de $f(x)$.	1638
Figura 16.17. Gráfica de las funciones $f(x)$ y $g(x)$ en tres dimensiones.	1639
Figura 16.18. Gráfica de la señal $x(t)$.	1640
Figura 16.19. Gráfica de la señal $x(t)$ con ruido.	1641
Figura 16.20. Señal con ruido aleatorio de media cero.	1642
Figura 16.21. Representación gráfica del espectro de amplitud de una función.	1643

Figura 16.22. Función original.	1645
Figura 16.23. Espectrograma.	1645
Figura 16.24. Armónicos de una señal cuadrada.	1646
Figura 16.25. Armónicos de una señal triangular.	1647
Figura 17.1. Paleta de colores base.	1654
Figura 17.2. Paletas de colores predefinidas.	1655
Figura 17.3. Procesar imágenes modificando la paleta de colores.	1656
Figura 17.4. Paleta de colores para un espectro particular de longitudes de onda.	1657
Figura 17.5. Gráfica de las funciones $x=(t^2-t)\text{sen}(2t)$ y $y=t\text{cos}(2t)^2$	1658
Figura 17.6. Gráfica de las funciones $x=(t^2-1)e^{-\text{cos}(2t)}$ y $y= t\text{cos}(2t) $	1659
Figura 17.7. Gráfica de las funciones $x=\text{sen}(t)$, $y=\text{cos}(t)$, $z=t$	1659
Figura 17.8. Gráfica de las funciones $x=(2t^2-2t+1)$, $y=2\text{cos}(2t)$ y $z=\log \text{sen}(t) $	1660
Figura 17.9. Gráfica de las funciones $2\text{cos}(t)$, $3t\text{sin}(t^2)$ y \sqrt{t} .	1662
Figura 17.10. Gráfica de las funciones $2\text{cos}(t)$, $3t\text{sin}(t^2)$ y \sqrt{t} en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$	1663

Figura 17.11. Gráfico de contorno de la función $f(x,y)=6xe^{-x^2-y^2}$	1673
Figura 17.12. Curvas de nivel de la funci.	1674
Figura 17.13. Gráfica de la función $f(u,v)$ con la proyección de las líneas de contorno en el plano xy .	1675
Figura 17.14. Gráfica de la función $f(x,y)$ con la proyección de las líneas de contorno en el plano xy .	1675
Figura 17.15. Gráfica de la función $f(x,y)$ sin restricciones.	1678
Figura 17.16. Gráfica de la función $f(x,y)$ con restricciones.	1678
Figura 17.17. Fracción de una esfera de radio 5 de la función z .	1680
Figura 17.18. Fracción de una esfera con variaciones en el número de puntos a graficar.	1681
Figura 17.19. Gráfica de intersección de dos planos.	1682
Figura 17.20. Gráfica de una función parametrizada de un cilindro.	1682
Figura 17.21. Resultado gráfico con el uso de la función simbólica $syms$.	1683
Figura 17.22. Simbolo Rotate 3D que permite girar la figura en la posición que se desee.	1687



Figura 17.23. Punto de observación en el espacio tridimensional.	1692
Figura 17.24. Disposición gráfica de una función proyectada como un sólido en dos y tres dimensiones.	1695
Figura 17.25. Disposición gráfica de una función proyectada como un sólido en dos y tres dimensiones con vistas.	1696
Figura 17.26. Proyección gráfica en dos y tres dimensiones de las funciones $f(x,y)$ y $g(u,v)$.	1697
Figura 17.27. Gráfica en tres dimensiones de la función $z(x,y)$ con sus respectivas líneas de contorno.	1698
Figura 17.28. Gráfica en tres dimensiones de la función $z(x,y)$ con sus respectivas líneas de contorno.	1699
Figura 17.29. Representación gráfica de diferentes funciones.	1700
Figura 17.30. Gráfica de la función z sin rotación.	1701
Figura 17.31. Gráfica de la función z con rotación, mediante el uso de la instrucción <i>view</i> .	1701
Figura 17.32. Gráfica de la función z con rotación, con mejora en su intensidad de color.	1702
Figura 17.33. Gráfica de la función $z(x,y)$ con las variantes de la instrucción <i>surf</i> .	1703
Figura 17.34. Gráfica de la función $z(x,y)$ con las instrucciones <i>mesh</i> y <i>surf</i> .	1704

Figura 17.35. Gráfica tridimensional de dos funciones bajo coordenadas paramétricas.	1705
Figura 17.36. Gráfica en 3D en la que se emplea la instrucción <i>surf</i> .	1706
Figura 17.37. Gráfica en 3D en la que se emplea la instrucción <i>mesh</i> .	1706
Figura 17.38. Gráfica de la convolución bidimensional de una matriz.	1707
Figura 17.39. Simulación de un sistema montañoso.	1707
Figura 17.40. Superposición de una imagen en un plano tridimensional.	1709
Figura 17.41. Gráfica tridimensional de la función $z(x,y)$ en la que se emplean los comandos <i>shading interp</i> .	1714
Figura 17.42. Gráfica de un vórtice.	1726
Figura 17.43. Rotación en diferentes planos de la gráfica de un vórtice.	1728
Figura 17.44. Proyecciones gráficas de una función helicoidal en diferentes planos.	1733
Figura 17.45. Gráfica en la que se emplean las instrucciones de malla, superficie, líneas de contorno, superficie y líneas de contorno.	1737

Figura 17.46. Volumen del sólido con la proyección de la curva de intersección al plano XY.	1738
Figura 17.47. Simulación de un camino aleatorio en 3D.	1739
Figura 17.48. Gráfica de un atractor de Lorentz.	1741
Figura 17.49. Gráfica de un atractor de Lorentz.	1742
Figura 17.50. Representación de la divergencia de las trayectorias de los espacios de estado de un atractor de Lorentz.	1743
Figura 17.51. Resultado de la animación de un atractor de Lorentz.	1745
Figura 17.52. Representación gráfica de la trayectoria de un proyectil.	1746
Figura 17.53. Resultado de la simulación del movimiento de un proyectil en un espacio tridimensional.	1748
Figura 17.54. Gráfica de un sólido mediante la instrucción <i>fill3</i> .	1755
Figura 17.55. Colores en cada cara de un paralelepípedo.	1756
Figura 17.56. Gráfica de una función $f(x,y)$ relacionándola con la función de Bessel.	1765
Figura 17.57. Gráfica de la función $z(x,y)$ en la que se emplea la instrucción <i>surf</i> .	1767



Figura 17.58. Supresión de la grilla tridimensional.	1767
Figura 17.59. Variantes de color de una función tridimensional proyectada sobre un plano bidimensional.	1770
Figura 17.60. Representación gráfica de la instrucción <i>colorbar</i> .	1771
Figura 17.61. Líneas de contorno en color con su respectiva barra de color.	1771
Figura 17.162. Líneas de contorno.	1772
Figura 17.63. Curvas de nivel con los respectivos valores.	1772
Figura 17.64. Curvas de nivel con los respectivos valores en un plano tridimensional.	1773
Figura 17.65. Gráficas de la función $f(x,y)$ con las instrucciones <i>mesh</i> , <i>meshc</i> y <i>meshz</i> .	1775
Figura 17.66. Representación gráfica de pseudocolores en un plano bidimensional.	1778
Figura 17.67. Representación gráfica usando la instrucción <i>contour3</i> .	1779
Figura 17.68. Representación gráfica usando la instrucción <i>contourf</i> .	1780
Figura 17.69. Representación gráfica de diferentes funciones usando los comandos <i>meshgrid</i> y <i>contour</i> .	1785
Figura 17.70. Gráfica unicornio.	1786

Figura 18.1. Gráfica volcán, con diferentes niveles de mallado.	1793
Figura 18.2. Gráfica sin grilla.	1794
Figura 18.3. Gráfica de la función enmarcada en una caja tridimensional.	1794
Figura 18.4. Líneas de contorno marcadas según su nivel.	1799
Figura 18.5. Líneas de contorno y espaciados uniformemente.	1800
Figura 18.6. Proyección de contornos de una imagen en 3D sobre un plano.	1813
Figura 18.7. Gráfica de la función $y=\text{sen}(x^2)+\text{cos}(y^2)$.	1817
Figura 18.8. Líneas de contorno de la función $y=\text{sen}(x^2)+\text{cos}(y^2)$	1818
Figura 18.9. Simulación del comportamiento de un flujo físico.	1820
Figura 18.10. Gráfica de una isosuperficie.	1826
Figura 18.11. Gráfica de una isosuperficie precargado en la base de datos de Matlab.	1827
Figura 18.12. Gráfico de cintas.	1833
Figura 18.13. Gráfico de tubos.	1833
Figura 18.14. Gráfico trompeta de Gabriel.	1839
Figura 18.15. Gráfica de intersección de planos.	1848



Figura 18.16. Gráfica intersección de dos cilindros.	1848
Figura 18.17. Intersección de un cilindro y una esfera.	1850
Figura 18.18. Diagrama de dispersión en 3D.	1861
Figura 18.19. Diagrama de dispersión tridimensional	1862
Figura 18.20. Diagrama de dispersión en 3D.	1863
Figura 18.21. Diagrama de dispersión con círculos y diamantes.	1864
Figura 18.22. Gráfica de campos vectoriales en 3D.	1867
Figura 18.23. Flujo de viento en un túnel preinstalado en Matlab.	1868
Figura 18.24. Gráfica de una superficie de revolución.	1871
Figura 18.25. Gráfica de una superficie de revolución.	1872
Figura 18.26. Gráfica de una superficie de revolución.	1872
Figura 18.27. Plano del toroide.	1882
Figura 18.28. Gráfica de toroide en dos y tres dimensiones.	1885
Figura 18.29. Gráfica de tobogán.	1886
Figura 18.30. Reflectancia de una esfera.	1891

Figura 18.31. Gráfica elipsoide.	1892
Figura 18.32. Gráfica de hemisferios.	1894
Figura 18.33. Hiperboloide elíptico de una hoja.	1895
Figura 18.34. Hiperboloide elíptico de dos hojas.	1896
Figura 18.35. Cono y cono invertido.	1897
Figura 18.36. Paraboloides elíptico.	1898
Figura 18.37. Paraboloides hiperbólico en 3D y curvas de nivel.	1900
Figura 18.38. Curvas de nivel del paraboloides hiperbólico en 3D.	1900
Figura 19.1. Representación de un segmento de animación de la función $y=e^{\text{sen}(t)}$	1912
Figura 19.2. Representación de un segmento de animación de la función $y = \frac{te^{\text{sen}(x)}}{\cos(x)}$.	1913
Figura 19.3. Representación de un segmento de animación de la función $y=ke^{-x\text{sen}(x)}+\cos(2x-1)$.	1915
Figura 19.4. Representación final de la animación de un sólido esférico.	1916
Figura 19.5. Representación final de la animación de un sólido esférico con cierta rotación en el espacio.	1917
Figura 19.6. Representación final de la animación de un paraboloides.	1918
Figura 19.7. Representación final de la animación de un paraboloides con cierta rotación en el espacio.	1919



Figura 19.8. Representación final de la animación de la función Z .	1920
Figura 19.9. Representación final de la animación de la función Z con cierta rotación en el espacio.	1921
Figura 19.10. Representación final de la animación de la función y .	1924
Figura 19.11. Representación final de la animación de la función y y una vez se corra el <i>script</i> .	1925
Figura 19.12. Representación final de una función armónica.	1926
Figura 19.13. Animación de círculos de colores.	1928
Figura 19.14. Simulación del movimiento de una partícula.	1929
Figura 19.15. Simulación del movimiento de una partícula marcado para seguir mejor la posición.	1930
Figura 19.16. Simulación del movimiento de una partícula.	1931
Figura 19.17. Animación sobre cambios que ocurren en una superficie.	1932
Figura 19.18. Animación de una función armónica.	1934
Figura 19.19. Animación de una función armónica.	1935

- Figura 19.20.** Animación de partículas microscópicas emulando el movimiento browniano. **1936**
- Figura 19.21.** Simulación de la transformada rápida de Fourier. **1937**
- Figura 19.22.** Simulación de la transformada rápida de Fourier **1938**
- Figura 19.23.** Simulación de la función

$$f = e^{-\frac{t}{4}} \text{sen}(x^2 + y^2)$$
 1939
- Figura 19.24.** Simulación de la función z. **1940**
- Figura 19.25.** Simulación movimiento browniano. **1943**
- Figura 19.26.** Animación de una imagen clínica que pertenece al toolkit de Matlab. **1944**
- Figura 19.27.** Animación de una imagen clínica que pertenece al *toolkit* de Matlab. **1944**
- Figura 19.28.** Animación de una imagen clínica que pertenece al *toolkit* de Matlab. **1945**
- Figura 19.29.** Imagen de video cargada en Matlab. **1951**
- Figura 20.1.** Ventana para crear una interfaz gráfica. **1956**
- Figura 20.2.** Elementos que componen la ventana de diseño de una GUI. **1957**
- Figura 20.3.** Permite ejecutar una actividad. Codifica como *función callback*. **1957**
- Figura 20.4.** Permite establecer texto que sí puede ser modificado por el usuario. **1957**

- Figura 20.5.** Permite establecer texto que no debe ser modificado por el usuario, pero sí por la aplicación. **1958**
- Figura 20.6.** Es un contenedor de componentes que permite personalizar el fondo de la interfaz gráfica. **1958**
- Figura 20.7.** Ubicación de la pestaña Preferences. **1959**
- Figura 20.8.** Desmarcado de la opción Add comments for newlygenerated callback functions. **1959**
- Figura 20.9.** Redimensión de los botones que se crean en la GUI. **1960**
- Figura 20.10.** Ubicación del Property Inspector. **1961**
- Figura 20.11.** Personalización de color de los objetos creados en la GUI. **1961**
- Figura 20.12.** Opción GUI with Uicontrols. **1962**
- Figura 20.13.** Opción GUI with Axes and Menu. **1963**
- Figura 20.14.** Ventana para diseño de una GUI que permita el trazado de una gráfica. **1963**
- Figura 20.15.** Opción Modal Question Dialog. **1964**
- Figura 20.16.** Personalización Callback String. **1964**
- Figura 20.17.** Resultado de la GUI, una vez realizadas las modificaciones del caso. **1965**
- Figura 20.18.** Ruta para ubicar el Callback. **1966**
- Figura 20.19.** Código que se genera una vez se ejecuta la GUI. **1966**

Figura 20.20. Ventana que se despliega una vez se ejecuta la GUI de diseño.	1967
Figura 20.21. Interfaz gráfica en la que se selecciona el botón panel y se ajusta al tamaño.	1970
Figura 20.22. Creación del botón suma.	1970
Figura 20.23. Creación de los tres Edit Text.	1971
Figura 20.24. Organización de los objetos de la interfaz final.	1972
Figura 20.25. En la gráfica se muestra que a cada elemento creado en la interfaz gráfica le corresponde una función.	1973
Figura 20.26. Run figure.	1974
Figura 20.27. Interfaz gráfica de usuario terminada y funcional.	1975
Figura 20.28. Ejemplo en el que la interfaz gráfica de usuario muestra la operación, previo ingreso de los números.	1975
Figura 20.29. Diseño interfaz gráfica para realizar operaciones derivada e integral de una función.	1976
Figura 20.30. Personalización en cuanto a cambio de colores en la GUI.	1977
Figura 20.31. Interfaz gráfica terminada.	1979
Figura 20.32. Property Inspector.	1979

Figura 20.33. Ruta para cargar la instrucción Preferensas.	1980
Figura 20.34. Ruta para activar Show names in component palette.	1980
Figura 20.35. Crear botones en la GUIDE.	1981
Figura 20.36. Localización de los botones Static Text y Pop-up Menu. Con el Pop-up. Menú se puede seleccionar de una lista de ítems. Uno de los más importantes es String, pues permite digitar múltiples líneas de información, comandos o funciones.	1982
Figura 20.37. Alineación de componentes.	1983
Figura 20.38. Ruta para ubicar la instrucción String y Push Button.	1984
Figura 20.39. Interfaz con los nombres personalizados de los botones.	1984
Figura 20.40. Ruta para cambiar el nombre de una variable.	1985
Figura 20.41. Ruta para cambiar el nombre de una variable.	1986
Figura 20.42. Cambios de nombre de las variables en la interfaz.	1986
Figura 20.43. GUI lista para que se carguen los datos y mostrar la gráfica.	1988
Figura 20.44. Ruta para activar el editor.	1990



Figura 20.45. GUI 100 % operativa.	1992
Figura 20.46. Ruta para ubicar la instrucción Callback.	1993
Figura 20.47. Ruta para activar el Callback.	1995
Figura 20.48. Push button.	1997
Figura 20.49. Botones on/off.	1997
Figura 20.50. Botones in/out.	1997
Figura 20.51. Barra de desplazamiento.	1998
Figura 20.52. Ejemplo de caja de selección desplegable.	1998
Figura 20.53. Ejemplo de caja de texto.	1999
Figura 20.54. Ejemplo de caja de texto editable.	1999
Figura 20.55. Ejemplo de marco con dos botones.	2001
Figura 20.56. Ajuste de apariencia de una gráfica en 3D.	2003
Figura 20.57. Ejemplo de menú de opciones.	2005
Figura 20.58. Ejemplo de barra de menús.	2006
Figura 20.59. Caja con menú contextual.	2007
Figura 20.60. Distribución asimétrica subploteada.	2012
Figura 20.61. Distribución asimétrica subploteada.	2014
Figura 20.62. Ruta inicial para crear un ejecutable.	2017
Figura 20.63. Partes que conforman el compilador de Matlab.	2018



- Figura 20.64.** Resultado de la carga de archivos y ejecutable. **2019**
- Figura 20.65.** Adición del archivo con extensión *.m*. **2020**
- Figura 20.66.** Habilitar los espacios señalados con el óvalo para que el programa se ejecute en cualquier sistema operativo. **2020**
- Figura 20.67.** Proceso de carga de archivos mediante la instrucción Package. **2021**
- Figura 20.68.** Ejemplo de carga de archivos como proceso final para crear el paquete ejecutable del programa creado. **2021**
- Figura 20.69.** Archivos empaquetados. **2022**
- Figura 20.70.** Verificación de los archivos creados. **2022**
- Figura 20.71.** Ventana ejecutable del programa creado. **2022**
- Figura 20.72.** Ventana que indica la ruta de instalación del programa. **2023**
- Figura 20.73.** Subventana que solicita si desea crear la carpeta en la ruta dada por defecto. **2023**
- Figura 21.1.** Instrucción gráfica para el acceso al Smart Indent. **2027**
- Figura 21.2.** Gráficas de las raíces de una ecuación cuadrática. **2047**

Figura 21.3. Comparación de señales.	2052
Figura 21.4. Gráfica de la función $f(t) = 2\text{sen}(t)e^{\frac{ t }{100}}$.	2056
Figura 21.5. Trazado de un polígono en un plano cartesiano.	2063
Figura 21.6. Gráfica de la función.	2071
Figura 21.7. Gráficas de la función $y = \frac{ x }{1+x^3}$	2075
Figura 21.8. Patrón repetitivo de circunferencias.	2078
Figura 21.9. Gráfica dinámica del movimiento browniano de una partícula.	2080
Figura 21.10. Ejemplo de ventana de menú.	2088
Figura 21.11. Gráfica de una esfera de radio a y un elipsoide en una misma ventana.	2096
Figura 21.12. Mosaico bidimensional.	2102
Figura 21.13. Grafique la matriz A .	2104
Figura 21.14. Variación del patrón original.	2104
Figura 21.15. Variación del patrón original.	2105
Figura 21.16. Imagen original y con cambio de color.	2108
Figura 23.1. Interfaz gráfica de Simulink.	2157
Figura 23.2. Botón Simulink Library Brower.	2158
Figura 23.3. Biblioteca de bloques de uso común Simulink.	2159



Figura 23.4. Biblioteca Discrete.	2160
Figura 23.5. Biblioteca Sources.	2160
Figura 23.6. Biblioteca Math Operations.	2161
Figura 23.7. Biblioteca Sinks.	2161
Figura 23.8. Function Block Paramaters Derivative.	2162
Figura 23.9. Configuración de parámetros del bloque integrador.	2163
Figura 23.10. Configuración de parámetros.	2164
Figura 23.11. Configuración de parámetros del bloque Zero Pole.	2165
Figura 23.12. Configuración de parámetros del bloque Fcn.	2166
Figura 23.13. Configuración de parámetros del bloque Transport Delay.	2167
Figura 23.14. Configuración de parámetros del bloque Display.	2168
Figura 23.15. Ejemplo de simulación de una señal.	2169
Figura 23.16. Ventana de configuración de una señal.	2170
Figura 23.17. Configuración de parámetros de la señal de salida.	2170
Figura 23.18. Selección del número de ejes que se desea representar en una gráfica.	2171



Figura 23.19. Configuración de parámetros del bloque To Workspace.	2172
Figura 23.20. Configuración de parámetros del bloque Fcn.	2173
Figura 23.21. Ejemplo de script que llama la función <i>fcn</i> .	2174
Figura 23.22. Configuración de parámetros del bloque Constant.	2176
Figura 23.23. Configuración de parámetros de salida del bloque Constant.	2176
Figura 23.24. Configuración de parámetros del bloque From Workspace.	2177
Figura 23.25. Configuración de parámetros del bloque Ramp.	2179
Figura 23.26. Configuración de parámetros del bloque Repeating Sequence Stair.	2180
Figura 23.27. Configuración de parámetros del bloque de salida Repeating Sequence Stair.	2180
Figura 23.28. Configuración de parámetros del bloque Signal builder.	2181
Figura 23.29. Configuración de parámetros del bloque Signal Generator.	2182
Figura 23.30. Configuración de parámetros del bloque Sine Wave.	2183

Figura 23.31. Configuración de parámetros del bloque Step.	2184
Figura 23.32. Configuración de parámetros del bloque Sum.	2186
Figura 23.33. Configuración de parámetros de salida del bloque Sum.	2186
Figura 23.34. Configuración de parámetros del bloque Product.	2187
Figura 23.35. Configuración de parámetros de salida del bloque Product.	2187
Figura 23.36. Configuración de parámetros del bloque Signal Attributes.	2188
Figura 23.37. Configuración de parámetros del bloque Trigonometric Function.	2189
Figura 23.37. Configuración de parámetros del bloque Math Function.	2190
Figura 23.38. Configuración de parámetros del bloque Mux.	2191
Figura 23.39. Configuración de parámetros del bloque Mux sobre el número de salidas.	2192
Figura 23.40. Ruta para abrir un nuevo modelo.	2192
Figura 23.41. Ventana de diseño de Simulink.	2192
Figura 23.42. Proceso para simulación de la función seno en Simulink.	2193



Figura 23.43. Conexión de bloques en Simulink.	2194
Figura 23.44. Señal resultante.	2195
Figura 23.45. Configuración del bloque Sine wave.	2195
Figura 23.46. Configuración del bloque Integrator.	2196
Figura 23.47. Señal resultante.	2196
Figura 23.48. Ubicación del Commonly Uded Blocks.	2197
Figura 23.49. Configuración de datos del bloque Sine Wave.	2197
Figura 23.50. Unión de bloques para simular una señal.	2198
Figura 23.51. Señal resultante.	2198
Figura 23.52. Modelo de bloques para simular una función de transferencia.	2198
Figura 23.53. Configuración de parámetros de operación.	2199
Figura 23.54. Señal resultante.	2199
Figura 23.55. Señal resultante.	2200
Figura 23.56. Opciones disponibles del Simulink Library Browser.	2200

Figura 23.57. En el numerador y denominador se ingresan los datos según la función de transferencia dada. Tenga en cuenta que si el polinomio está incompleto, se llena con ceros.	2201
Figura 23.58. Señal resultante.	2201
Figura 23.59. Modelo de bloques para simular una función de transferencia.	2202
Figura 23.60. Configuración de variables de la función de transferencia.	2202
Figura 23.61. Señal resultante.	2203
Figura 23.62. Señales separadas.	2203
Figura 23.63. Señales resultantes.	2203
Figura 23.64. Señales combinadas.	2204
Figura 23.65. Señal resultante.	2204
Figura 23.66. Estructura de los bloques de Simulink.	2204
Figura 23.67. Señal resultante.	2205
Figura 23.68. Modelo de bloques para simular una función de transferencia en tiempo discreto.	2205
Figura 23.69. Señal resultante.	2206
Figura 23.70. Modelo de bloques para simular la ecuación diferencial.	2206
Figura 23.71. Señal resultante.	2207



Figura 23.72. Configuración de los parámetros de la señal.	2208
Figura 23.73. Modelo de bloques para simular una función, empleando un generador de señal y un multiplexor.	2209
Figura 23.74. Señal resultante.	2209
Figura 23.75. Señal resultante.	2209
Figura 23.76. Configuración de bloques para el ejercicio planteado.	2210
Figura 23.77. Creación de un <i>script</i> .	2210
Figura 23.77. Conexión lógica de los bloques.	2211
Figura 23.78. Configuración de las dos salidas de la señal en ventana independiente.	2211
Figura 23.79. Señal resultante.	2212
Figura 23.80. Modelo de bloques para simular una señal en la que se integra el bloque Workspace.	2212
Figura 23.81. Configuración del generador de señal.	2213
Figura 23.82. Señal resultante.	2213
Figura 23.83. Tiempos y datos registrados conforme se corre Simulink.	2214
Figura 23.84. Configuración de bloques generadores de señal.	2214



Figura 23.85. Señal resultante.	2215
Figura 23.86. Configuración de bloques para simular la función de transferencia $G(s)$.	2215
Figura 23.87. Señal resultante.	2216
Figura 23.88. Configuración de bloques para generar señales aleatorias acopladas a un osciloscopio y display.	2216
Figura 23.89. Señal resultante.	2216





Prólogo



[Tabla de contenido](#)



El presente libro es el resultado del quehacer investigativo y docente del autor en diversas instituciones de educación superior. Está enfocado al estudiante de ingeniería y ciencias aplicadas, así como a los docentes y los profesionales, en general, que requieren del uso de este programa en su actuar académico, investigativo y laboral. A través de sus páginas, se enseñan las potencialidades y las bondades de la herramienta Matlab® mediante ejemplos y conceptos específicos, pues interactuar con una herramienta tan robusta como esta puede resultar en muchos casos intimidante y abrumador para el estudiante, máxime cuando las explicaciones y los ejercicios que se encuentran en diversos textos del medio, incluso en la ayuda que brinda Matlab, bien sea en el *software* o en bien en su página web, no resultan suficientes para su comprensión o para el desarrollo de las habilidades necesarias en el manejo de este programa. Por estas razones, el libro hace especial énfasis en ejemplos prácticos y ejercicios que permiten al lector, en general, adquirir las habilidades, las destrezas y los conocimientos



suficientes a la hora de abordar un problema particular de ingeniería o de ciencias, empezando desde la programación básica hasta lograr una programación estructurada.

Cabe mencionar que las temáticas tratadas son las más generales y usadas en el ámbito universitario, sin dejar de lado aplicaciones en el contexto profesional de la ingeniería y de las ciencias. En los ejercicios propuestos, también se enfatiza la exploración por parte del estudiante de los procesos algebraicos, los cuales son clave para entender un problema de cualquier índole. Es decir, no solo se examina la solución a la ecuación en su forma original, sino también se le pide al estudiante despejar o manipular de forma correcta las unidades físicas, un aspecto fundamental que muchas veces se deja de lado en los textos y en el que se incurre en errores de cálculo imperdonables. Por consiguiente, es fundamental el énfasis que se hace en el libro en el modelamiento matemático y físico, en el que el estudiante no solo repasa el despeje de ecuaciones, sino también aplica los teoremas y las propiedades fundamentales de las matemáticas, lo que se suma al correcto uso de las unidades físicas.

Conocer los fundamentos de Matlab abre paso a la comprensión de temas específicos que esta herramienta dispone para otros campos de las ciencias y de la ingeniería. Es por esto que el libro se ha dividido en capítulos específicos, de modo que inicia con la explicación de la interfaz gráfica de Matlab, sus componentes y su estructura, así como de las diversas librerías relacionadas con campos tales como ciencias aeroespaciales, inteligencia artificial, visión artificial, estadística y probabilidad, bioingeniería, telecomunicaciones, ciencias económicas, *big data*, simulación a través de su



herramienta Simulink y realidad virtual, entre otros. Ahora bien, es importante precisar que no es obligatorio llevar la secuencialidad de los primeros capítulos, ya que la temática tratada brinda cierta flexibilidad al docente y al estudiante en lo que se refiere a la consulta y la práctica de ejercicios.

Posteriormente, en el segundo capítulo se describen los fundamentos de las instrucciones, las funciones o los comandos de Matlab (en este libro se les da la misma connotación), y se relacionan con las operaciones básicas algebraicas y lógicas de las matemáticas (capítulo tercero), al igual que el manejo apropiado de operaciones escalares y funciones matemáticas (capítulos cuarto y quinto), mediante el uso de las matemáticas simbólicas. Con estos temas tratados se da paso al sexto capítulo, cuyos contenidos se enfocan en el cálculo vectorial en R_n , en la que se trabaja con las propiedades más relevantes del algebra lineal y se da así paso al proceso de graficar funciones en espacios de R^2 y R^3 .

El séptimo capítulo introduce temas más estructurados, tales como la creación de funciones locales y globales empleando los *scripts*, lo que permite al estudiante crear sus primeros programas y adquirir con esto las bases conceptuales y las habilidades suficientes para comprender la organización de funciones estructuradas que derivan en el diseño de una interfaz gráfica de usuario.

El octavo capítulo introduce el cálculo matricial que, en conjunto con el tema de los vectores, se convierte en la piedra angular del tratamiento de información, en general, en el programa de Matlab, ya que su base de trabajo en la representación de variables o funciones se expresa mediante



matrices. En este sentido, se abordan diferentes propiedades matriciales en espacios de R^n , al igual que gráficas en 2D y 3D.

En los capítulos noveno, décimo y undécimo se examinan diferentes técnicas para graficar funciones en 2D y 3D, en las que el análisis de los parámetros de entrada y salida de una función deben tomarse en cuenta a fin de graficar de manera acertada.

El duodécimo capítulo describe el manejo de los números complejos y las gráficas polares que los acompañan, en los que las transformaciones de coordenadas son fundamentales, ya que son un parámetro a tener en cuenta en ingeniería. De igual manera, se realiza una introducción al tema de los fractales que, aparte de ser una representación matemática de los números complejos, son de suma importancia en el tratamiento de sistemas dinámicos.

En los capítulos decimotercero y decimocuarto se describen los temas más relevantes del cálculo multivariado e integral, respectivamente, modelando los teoremas fundamentales que los caracterizan mediante definiciones y ejemplos, con énfasis en modelos algebraicos que relacionan la teoría con la práctica. En este sentido, el repaso de estos temas por parte del estudiante es fundamental en el propósito de entender la estructura de programación y la comprensión de los datos.

Uno de los temas más complicados para un estudiante es el de las ecuaciones algebraicas y polinómicas (interpolación y series), al igual que las series y transformadas, las cuales se tratan en los capítulos decimoquinto y decimosexto, res-



pectivamente, en los que se trabaja con las principales funciones matemáticas que caracterizan tanto a los polinomios como a las transformadas que se emplean normalmente en operaciones físicas y de ingeniería.

Los capítulos decimoséptimo y decimoctavo describen los diferentes métodos para graficar funciones en 3D, en los que se examinan los parámetros de funciones estáticas como dinámicas según los requerimientos matemáticos.

En el decimonoveno capítulo se abordan temas relacionados con la creación de animaciones con funciones matemáticas que están relacionados con capítulos previos en cuanto al diseño y la estructura de un programa.

El vigésimo capítulo describe la estructura general de Matlab, la cual permite la creación de una interfaz gráfica de usuario hasta el diseño de un ejecutable de esta.

Por su parte, el capítulo vigesimoprimer describe los comandos de control de flujo y las estructuras de programación (*if*, *while*, *for*, *echo*) que permiten al estudiante y al maestro profundizar en las ventajas que brinda Matlab al trabajar con funciones que se representan a escala matricial.

El vigesimosegundo capítulo presenta una breve introducción sobre el tema de los métodos numéricos, con especial énfasis en aquellos métodos más empleados en la ingeniería.

El capítulo vigesimotercero introduce la simulación de sistemas dinámicos mediante el uso del *toolbox* Simulink, con lo cual brinda un primer acercamiento al uso de esta herramienta y de su importancia en las ciencias y en la ingeniería en general.



Para finalizar, en el vigesimocuarto capítulo se describe la herramienta Mupad, cuya potencialidad se evidencia en álgebra de funciones y cálculo, por lo que es una opción a trabajar de forma paralela a lo que brinda Matlab, la cual –cabe señalar– solo se encuentra disponible para versiones 2019 hacia atrás.

RECOMENDACIÓN PARA EL PROFESOR

Es importante que desde el comienzo del libro el profesor familiarice al estudiante con el manejo del *script* estándar y el *Live script* en Matlab, así como que relacione parte de los ejercicios propuestos con los temas de la representación vectorial de los datos de entrada y salida, con especial énfasis en el uso del punto como indicador de operaciones vectoriales y matriciales de producto, potencia y división de funciones. Una vez consolidado este tema, debe relacionar la representación vectorial con el tema de las gráficas en 2D, lo que le ayudará al estudiante a comprender la razón del uso del vector como representación de una función en términos gráficos y operaciones algebraicas que involucran n términos de entrada–salida.

RECOMENDACIÓN PARA EL ESTUDIANTE

Es importante aclarar que el análisis y el desarrollo computacional que brinda Matlab es una cosa y otra muy diferente es que el estudiante debe comprender las bases algebraicas y propiedades del cálculo multivariado; es decir, Matlab brinda las respuestas a un problema determinado, pero



el análisis, la conceptualización y la contextualización corre por parte del estudiante. Esto significa que Matlab no excluye repasar las bases matemáticas y física a fin de comprender lo que se realiza en este programa.

NOTA

Las figuras que aparecen en el libro las genera de forma directa el *software* de Matlab. En cuanto a las figuras que aparecen en algunos ejemplos y ejercicios del libro, fueron elaboradas por el autor.





Introducción a Matlab. Características generales



Matlab® es un acrónimo de *matrix laboratory* (laboratorio de matrices). Fue creado en California por Jack Little y Cleve Moler en 1984, con el propósito inicial de realizar cálculos matriciales en ordenadores sin la necesidad de conocimientos previos de programación. No obstante, cabe mencionar que las versiones actuales requieren de un buen manejo algebraico en el momento de enfrentar un formulismo matemático y cierto conocimiento básico en programación.

Matlab®, en la actualidad, es una de las herramientas de trabajo de programación y simulación con más aplicaciones en el entorno de las ciencias, la ingeniería, la salud y las tecnologías emergentes, con un alto impacto en la industria, los laboratorios, los centros de investigación y de educación, ámbitos y disciplinas que requieren de un análisis pormenorizado de datos e información crítica.

Así, Matlab® es una aplicación computacional de carácter técnico diseñada para la solución de problemas matemáticos,



cuya interacción se realiza por medio de instrucciones o comandos, al igual que funciones y programas estructurados. Todas estas herramientas se trabajan en forma de matrices, incluso las variables de tipo escalar. Dado que es un programa multipropósito, de manera permanente se actualiza e incorpora nuevas herramientas de trabajo en sus diversas y extensas bibliotecas de funciones estándar y especializadas, denominadas *toolboxes*. Todo esto permite, en el momento de programar, sacar el mejor provecho al lenguaje de alto nivel del que dispone Matlab, ya que este es de carácter estructurado y está orientado a objetos.

Las características en relación con el manejo simbólico son amplias, por lo que Matlab integra en su biblioteca funciones para análisis numérico, estadística, análisis financiero, probabilidad, optimización, bases de datos, cálculo multivariado, álgebra lineal, procesamiento de señales, ecuaciones diferenciales, inteligencia artificial, visión artificial y bioinformática, entre otros. Permite, además, la adquisición de datos, mostrar gráficos en 2D y 3D, desarrollo de algoritmos, modelamiento, simulación y prototipado, desarrollo de aplicaciones con interfaces gráficas, desarrollo para aplicaciones móviles y robóticas, así como un análisis de diversos procesos de señales multiespectrales, propias de la electrónica y de las telecomunicaciones. Con todas estas características en mente, este programa permite desarrollar aplicaciones específicas para gestionar dispositivos sensoricos o actuadores, incluso robots, tarjetas de adquisición y dispositivos móviles, entre otros.

Matlab permite el desarrollo de algoritmos y crear aplicaciones interactivas, bien sean planas o bien con interfaces de usuario personalizadas. Esto gracias a su lenguaje nativo que es c y c++,



el cual dispone de librerías desarrolladas en lapack y blas. Con estos lenguajes permite al usuario, mediante el Matlab Coder, el desarrollo de programas de una manera fácil y casi intuitiva en diversas áreas científicas y de ingeniería.

En cuanto a los aspectos destacados de la versión de Matlab 2020, se encuentra el desarrollo de WebApp sobre esta plataforma, la cual facilita el desarrollo de programas estándar, como, por ejemplo, simulaciones, así como estructurarlas a fin de trabajar desde cualquier navegador. En relación con Simulink, se cuenta con Simulink Compiler, una herramienta que permite crear ejecutables independientes, webApp y unidades a escala funcional (fmu). También se han mejorado las librerías relacionadas con el paquete de inteligencia artificial, en específico con el aprendizaje profundo o deep learning que permite el desarrollo de experimentos mediante la definición de parámetros de entrenamiento empleando la aplicación Experiment Manager.

Otra innovación incorporada en esta versión de Matlab es el paquete para diseño, simulación, prueba y verificación de sistemas de comunicaciones inalámbricas, en particular de tecnologías 5g y lte, así como de estándares de conectividad y redes wlan. Finalmente, se ha incorporado la herramienta de diseño de sistemas de percepción, la cual permite la modelación de sensores compatibles con Unreal Engine®, lo que facilita la integración de Simulink con cámaras o sensores de radar o Lidar, entre otras opciones que propenden al estudio de automoción automática.

Matlab en la actualidad goza de una alta popularidad en el contexto académico, científico e industrial. Esto a tal punto que grandes empresas tanto civiles como militares emplean este programa en su área de creación, diseño, prueba y producción de software o

hardware específico, de modo que convierten esta herramienta en un programa multipropósito y multiescalar que se ajusta a las necesidades y los requerimientos propios de la industria en todos sus espectros. El programa comercial lo distribuye The Mathworks Inc (Natick, ma)¹, un software que es compatible con los sistemas operativos Linux, Windows y Mac.

Toolboxes de Matlab

Matlab cuenta con paquetes de aplicación de funciones especializadas llamados toolboxes. Estas proporcionan acceso a múltiples rutinas, importantes para diversas aplicaciones científicas, como, por ejemplo:

- Symbolic Math Toolbox
- Extended Symbolic Math
- Data Base Toolbox
- Data Acquisition Toolbox
- Instrument Control Toolbox
- Curve Fitting Toolbox
- Excel Link Toolbox
- Control System Toolbox
- Robust Control Toolbox
- Frequency Domain System Identification Toolbox

¹. Véase <http://www.mathworks.com>.

- Fuzzy Logic Toolbox
- Higher Order Spectral Analysis Toolbox
- Image Processing Toolbox
- Mapping Toolbox
- Model Predictive Control Toolbox
- μ —Analysis and Synthesis Toolbox
- Lmi (inecuaciones matriciales lineales) Control Toolbox
- Model Predictive Control Toolbox
- Model Based Calibration Toolbox
- nag Foundation Toolbox
- Neural Network Toolbox
- Nonlinear Control Design Toolbox
- Optimization Toolbox
- Quantitative Feedback Theory Toolbox
- Signal Processing Toolbox
- Filter Design Toolbox
- Wavelet Toolbox
- System Identification Toolbox
- Spline Toolbox
- Statistics Toolbox
- System Identification Toolbox

- Partial Differential Equation Toolbox
- Financial Toolbox
- Financial Time Series Toolbox
- Financial Derivatives Toolbox
- Garch Toolbox
- Datafeed Toolbox
- Wireless System Design: trabaja con tecnologías contemporáneas tales como LTE, 5g y WLAN, al igual que con esquemas de modulación FBMC, UFMC o GFDM, entre otros.

Productos Simulink

Otra de las herramientas fundamentales que forma parte de Matlab y es útil para el área de ingeniería es Simulink. Esta provee los medios de diseño y simulación de sistemas dinámicos tanto lineales como no lineales en tiempo real, a partir de entornos gráficos interactivos de modelado basados en eventos que se realizan por medio del uso de diagramas de bloques, al igual que la incorporación de código en c en estos. También permite el modelado físico, el análisis de sistemas, el procesamiento de señales y de comunicación, los gráficos de simulación y la presentación de informes.

Los productos de Simulink se dividen según su aplicación de la siguiente manera.

- Modelamiento basado en eventos:
 - *StateFlow*. Diseño y simulación de máquinas de estado.

- *SimEvents*. Modelación y simulación de sistemas discretos.
- Modelamiento físico:
 - *Simscape*. Modela y simula sistemas físicos multidominio.
 - *SimMechanics*. Modela y simula sistemas mecánicos multicuerpo.
 - *SimDriveline*. Modela y simula sistemas mecánicos unidimensionales.
 - *SimHydraulics*. Modela y simula sistemas hidráulicos.
 - *Simrf*. Diseña y simula sistemas de radiofrecuencia.
 - *SimElectronics*. Modela y simula sistemas electrónicos y mecatrónicos.
 - *SimPowerSystems*. Modela y simula sistemas eléctricos de potencia.
- Prototipado y simulación rápida: *targets*. Los *targets* (o tarjetas de adquisición de datos) se relacionan con Matlab mediante módulos que permiten la gestión de señales de sistemas de monitoreo, así:
 - *Developer's kit for Texas Instruments DSP (digital signal processor)*. Permite el diseño y el desarrollo de aplicaciones específicas para tarjetas dsp de la empresa Texas Instruments.
 - *Motorola DSP Developer's Kit*. Permite el diseño y el desarrollo de aplicaciones específicas para tarjetas dsp de la empresa Motorola.
 - *Xilinx's FPGA (field programmable gate array) System Generator for Simulink*. Permite el diseño y el desarrollo de aplicaciones específicas para tarjetas dsp de la empresa Xilinx.

- *Real Time Windows Target*. Está enfocado en el prototipaje, es decir, en la ejecución de modelos de Simulink y Stateflow. Permite el control y la gestión de sensores y actuadores inmersos en un sistema.
- *xPC Target*. Se enfoca en el prototipaje añadiendo o suprimiendo bloques de entrada/salida a Simulink, así como en generar código y modificarlo según necesidades.
- *xPC Target Embedded Option*. Está enfocado en el prototipaje en el que el modelo desarrollado se entrega listo para su funcionamiento y producción.
- Verificación, validación y prueba:
 - *Simulink Verification and Validation*. Comprueba modelos y códigos generados al realizar la simulación.
 - *Simulink Design Verifier*. Identifica los errores de diseño, genera vectores de prueba, verificación de diseños y requisitos de un sistema previamente diseñado.
 - *SystemTest*. Administra pruebas y analiza los resultados para sistemas de verificación y validación.
 - *HDL Verifier*. Verifica sistemas vhdl y Verilog utilizando simuladores de hdl y bancos de pruebas tipo fpga—in—the—loop.
 - *Simulink Code Inspector*. Automatiza las revisiones de código fuente para los estándares de seguridad.
 - *Polyspace Client for c/c++*. Muestra la ausencia de errores en tiempo de ejecución en el código fuente.
 - *Polyspace Server for c/c++*. Realiza códigos de verificación de clústeres de computadores y muestra sus respectivas métricas.

- *Polyspace Client for Ada*. Prueba la ausencia de errores en tiempo de ejecución en el código fuente.
- *Polyspace Server for Ada*. Realiza código de verificación en clústeres de computadores y publica sus métricas.
- *Polyspace Model Link SL*. Traza resultados poliespaciados en modelos de Simulink.
- *Polyspace Model Link TL*. Traza resultados poliespaciados mediante sistemas DSpace TargetLink blocks.
- *Polyspace UML Link RH*. Realiza el seguimiento de los resultados poliespaciados para sistemas tipo ibm Rational Rhapsody Models.
- *DO Qualification Kit*. Calificador de herramientas de Simulink y verificación poliespaciada bajo la norma do—178 y do—278.
- *IEC Certification Kit*. Califica la generación de código y las herramientas de verificación bajo la norma iso 26262 y la iec 61508 certification.

En cuanto a la generación de código en Matlab, Simulink provee los medios para ello valiéndose de las siguientes herramientas:

- Real Time Workshop
- Real Time Workshop Embedded Coder
- Stateflow Coder
- Gráficas y desarrollo de reportes de simulación:
 - *Simulink 3D Animation*. Animación y visualización de modelos en 3D.
 - *Gauges Blockset*. Señales para monitoreo con instrumentación gráfica.

- *Simulink Report Generator*. Generación de documentación para Simulink y modelos Stateflow.
- Otras herramientas implementadas en las últimas versiones:
 - Simulink Performance Tool
 - Requirements Management Interface
 - Virtual Reality
 - Simulink for Arduino
- Otras toolbox adicionales de Simulink, denominadas blocksets, son:
 - DSP Blockset
 - Communications Blockset
 - CDMA Reference Blockset
 - Fixed—Point Blockset
 - Dials & Gauges Blockset
 - Nonlinear Control Design Blockset
 - Power System Blockset
 - Sym Mechanics Blockset

Matlab C Math Library

Esta librería de Matlab está constituida por las siguientes categorías de funciones y archivos *.m* compilados:

- funciones matemáticas básicas y especializadas,



- matrices y vectores,
- estadística básica y análisis de datos,
- gestión de cadenas de caracteres,
- operadores lógicos y aritméticos,
- gestión de memoria y errores,
- polinomios e interpolación,
- entradas y salidas y
- álgebra lineal.

Herramientas de desarrollo

Matlab posee herramientas de desarrollo para implementar los algoritmos de manera eficiente, entre las que se destacan:

- *Matlab Editor*. La componen las funciones de edición y de depuración estándar.
- *m—Lint Code Checker*. Se encarga del análisis del código y emite recomendaciones en relación con mejoras o modificaciones de este a fin de optimizar el rendimiento y el mantenimiento.
- *Matlab Profiler*. Se encarga de registrar el tiempo de ejecución de las líneas de código que forman parte del programa.
- *Directory Reports*. Realiza una exploración de los archivos de código de un directorio para establecer las diferencias y las dependencias entre archivos, luego crea informes de estos en cuanto a eficiencia de códigos, cobertura, etc.

Nota 1. Matlab ha incursionado en los sistemas móviles mediante la creación de herramientas de desarrollo relacionadas con el sistema operativo Android, las cuales se pueden encontrar en Google Play Store.

Existen tres grupos principales de aplicaciones móviles:

- guías de referencia sobre Matlab,
- control remoto de Matlab y
- emuladores de Matlab para Android.

En el primer caso, son programas que muestran información sobre Matlab clasificados por categorías, en las que aparecen las funciones explicadas de manera breve. En el segundo, existen aplicaciones que permiten controlar de forma remota Matlab, el cual se ejecuta en un PC. Un par de aplicaciones muy sencillas permiten ejecutar operaciones potentes:

- *Matlab Commander*. Esta aplicación permite ejecutar diversos comandos de Matlab de manera remota. La comunicación entre la aplicación y el computador no está encriptada.
- *Matlab Connect Free Edition*. Esta aplicación es similar a la anterior, con la diferencia de que, a nivel gráfico, es menos agradable para el usuario.

Ambas aplicaciones requieren instalar un programa en el computador, además de Matlab. Matlab Commander se ejecuta con

un archivo con extensión *.jar* en el computador y Matlab Connect con un *.m* dentro de Matlab.

Existe otra aplicación bastante interesante llamada Matlab Mobile. Esta permite conectar el *smartphone* o la tableta a Matlab. También crea y edita archivos, y permite observar los resultados de los datos adquiridos de un grupo de sensores.

Para el tercer caso existen diversos emuladores que permiten realizar autocompletado de funciones, lo cual es muy útil en un dispositivo móvil.

En Google Play Store se pueden encontrar diversas aplicaciones relacionadas con Matlab, unas gratis y otras pagas, por lo que es bueno indagar al respecto.

Las herramientas para Android se dividen en tres grupos principales:

- *Matlab Quick Reference Guide (Guías de Referencia de Matlab)*. Estas guías aparecen clasificadas por categorías y explican las funciones disponibles que posee Matlab.
- *Matlab Remote Control (Control Remoto de Matlab)*. Es un conjunto de aplicaciones (Matlab Commander, Matlab Connect Free Edition) que permite controlar de forma remota Matlab; se ejecuta desde un computador que asume el papel de servidor, permitiendo con esto gestionar los comandos enviados desde Android a fin de devolver el resultado, bien sea numérico o bien gráfico.

Estas aplicaciones requieren, de manera adicional, instalar un programa que ejecute un archivo *.jar* en el computador. Lo anterior en el caso de Matlab Commander; para Matlab Connect se requiere un *.m* dentro de Matlab.

- *Android Emulators Matlab (Emuladores de Matlab para Android)*. En realidad, son varios emuladores. El primero de ellos es Mathmatiz, que se caracteriza por tener la función de autocompletado de funciones y es útil en un dispositivo móvil. Esta aplicación presenta un teclado integrado que permite digitar las expresiones matemáticas o *scripts* tipo *.m*.

El segundo emulador es Addi, un proyecto de *software* libre que busca ser implementado con la aplicación matemática Octave² sobre Matlab, complementando de esta manera su potencial computacional en materia de cálculos matemáticos más complejos.

Addi es más completo que el de Mathmatiz en cuanto a funcionalidad y las herramientas matemáticas que puede gestionar; sumado a que cuenta con ayuda en línea, es más estable y se le realizan mejoras de forma constante. Este es un aspecto a tener en cuenta en el momento de emplear este tipo de herramienta: aparte de tener soporte, deber estar actualizado. Estas dos herramientas son lo suficientemente funcionales para que corran sobre Android emulando a la perfección Matlab en términos generales.

Escritorio de Matlab

Cuando se inicia Matlab, el escritorio (*desktop*) aparecerá con sus paneles en la disposición (*layout*) por defecto (*default*). A continuación, se presentan con mayor detenimiento estas partes.

². Octave o GNU Octave es la contraparte de Matlab, con la diferencia de que es *software* libre. Entre las características que comparte con Matlab es cargar archivos *.m*, soportar parte de las funciones matemáticas que forman parte de la biblioteca estándar de C de Matlab.

Command Window (ventana de comandos)

Es la región principal en la que se ejecutan las operaciones directas en Matlab, tales como cálculos o programas *script*, y en la que se registran los resultados de estas.

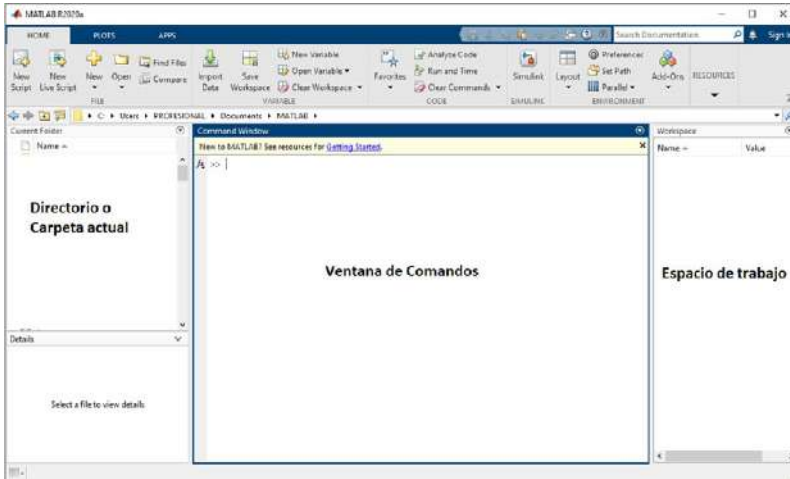


Figura 1.1. Interfaz gráfica de Matlab que, por defecto, se establece de la forma como aparece distribuida en la figura. Tenga en cuenta que esta interfaz se puede personalizar según conveniencia del usuario.

Es importante recordar que se pueden reorganizar las ventanas a conveniencia, solo es necesario hacer clic en alguna de ellas y arrastrarla, o en su defecto personalizar. Si desea volver a dejar las ventanas por defecto o personalizar, diríjase a la pestaña HOME, ubique el botón Layout y seleccione Default. Esta misma ventana brinda la opción de personalizar la interfaz de Matlab.

En la Command Window aparecen por defecto dos signos de “mayor”, lo cual se denomina *prompt* (>>) y representa un símbolo matemático que expresa que Matlab está activo y permite el ingreso y la salida de información. También este símbolo tiene como objetivo indicar el inicio y el final de una operación.

Command History (historial de comandos)

Guarda todos los comandos que se han digitado en la Command Window. Esta ventana es importante porque permite revisar las tareas o los ejercicios realizados en sesiones previas, revisando el historial de comandos. También permite reejecutar los comandos que han sido ingresados antes a través de la línea de comandos.

Si no aparece directamente activo en la nueva versión, se puede localizar en la parte superior derecha de Matlab, tal como se muestra en la Figura 1.2. El Command History por defecto está oculto, pero puede dejarse fijo en la interfaz gráfica al seleccionar el botón Layout y, luego, Command History y Docket.

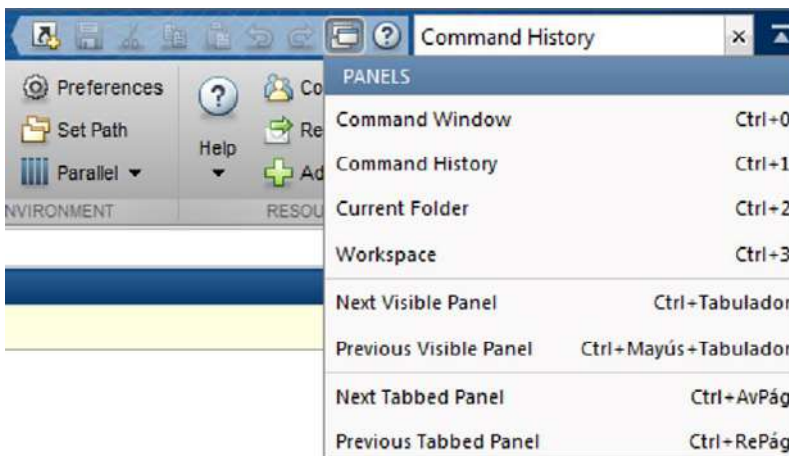


Figura 1.2. Command History.

Workspace (espacio de trabajo)

Este espacio proporciona información acerca de las variables que se están utilizando en la Command Window.

Matlab ofrece la posibilidad de cargar o guardar las variables que desee el usuario. Los comandos relacionados para esta tarea que gestiona el Workspace son:

- *Load*. Carga el Workspace desde un archivo y tiene varias funciones, por lo que se recomienda consultar la ayuda que ofrece Matlab.
- *Save*. Guarda el Workspace las variables solicitadas en el archivo de nombre dado con el formato pedido con el argumento *options*. Para conocer los formatos disponibles y sus posibles incompatibilidades se recomienda consultar la ayuda que ofrece Matlab.
- *Diary*. Esta función permite guardar todos los comandos y resultados en un archivo cuyo nombre se asignó previamente. Se recomienda consultar la ayuda que ofrece Matlab. Por ejemplo:
 - *diary('nombrearchivo')*
 - *diary on*
 - *texto='graba todo lo que se coloque aquí';*
 - *diary off*
 - *texto2='ya culminado la grabación';*

De lo anterior se infiere que, por medio del Workspace es posible explorar datos que se vayan creando o importando a partir de archivos.

Current Folder (directorio o carpeta actual)

Muestra los ficheros creados y guardados en el subdirectorio de Matlab.

Como ejercicio se va a crear una carpeta que vamos a denominar “Prueba”, en la cual se van a guardar los *scripts* que se desarrollen como ejercicios. Para esto se requiere hacer clic derecho sobre la

pestaña Current Folder, allí se despliega una serie de opciones, entre ellas New Folder, tal como señala la flecha en la Figura 1.3.

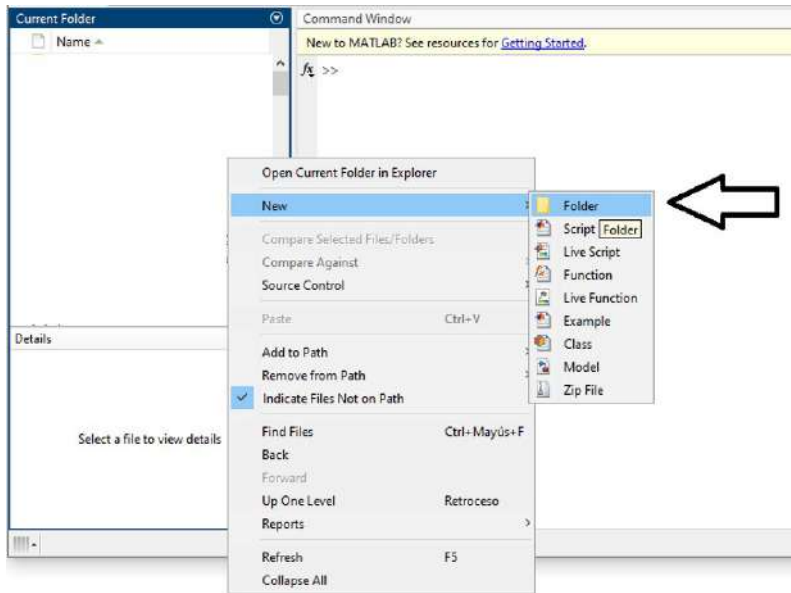


Figura 1.3. Instrucción para crear una carpeta de trabajo de Matlab.

Se cambia el nombre de New Folder a Prueba (véase la flecha de la Figura 1.3). Luego, la carpeta de trabajo que se establece es Prueba, tal como se comprobará en la ventana Current Folder.

El siguiente paso es establecer como carpeta principal la carpeta Prueba, con el fin de que todos los *scripts* o demás archivos se guarden en la carpeta mencionada. Para esto solo se debe hacer doble clic en la carpeta y se completa la operación.

Si desea verificar la existencia de la carpeta de otra manera, diríjase al lugar donde quedó la carpeta de trabajo de Matlab, que para este caso en particular en el sistema operativo Windows se crea en Mis documentos por defecto. Cabe agregar que un fichero tipo *script* se puede seleccionar con el cursor a fin de eliminarlo y cambiar de nombre en la ventana Current Folder.

Entorno de trabajo de Matlab

La última versión de Matlab es la R2020a (para el momento en que se editó este libro), en la que se destaca en su interfaz gráfica la introducción de la Cinta de Herramientas o Toolstrip. En esta aparecen organizadas las funciones del escritorio que, en versiones anteriores, se encuentra en los menús y en la barra de herramientas, tal como se muestra en la Figura 1.4.



Figura 1.4. Cinta de herramientas de la ventana principal de Matlab. Pestaña principal home.

Como se aprecia en la cinta, aparece un conjunto de pestañas globales divididas en secciones (HOME, PLOTS Y APPS), en la que cada una gestiona controles, tales como botones y menús desplegables.

Es importante anotar que si se desea maximizar el espacio ocupado por la cinta a fin de visualizar otros botones de Matlab, se puede hacer clic derecho sobre cualquier parte de esta y luego seleccionar *Minimize Toolstrip*. También se puede hacer doble clic en cualquiera de las pestañas y automáticamente estas se minimizan, tal como se observa en la Figura 1.5.



Figura 1.5. Toolstrip minimizado.

A fin de restaurar temporalmente solo se debe hacer clic en una pestaña. Si se desea restaurar definitivamente, se debe hacer clic derecho sobre la cinta y seleccionar *Restore Toolstrip* o, en su defecto, hacer doble clic en cualquiera de las pestañas.

Para la gestión de las pestañas globales se brinda a continuación una explicación general de estas.

La pestaña HOME gestiona operaciones de propósito general sobre archivos tales como crear *scripts* (New Script, New Live Script), abrir (Open), crear, comparar y buscar archivos, importar datos, salvar información en el Workspace y, sobre esta, crear, abrir o borrar variables. También desde esta cinta se puede acceder a las librerías de Simulink, administrar el espacio de trabajo o Workspace y configurar la distribución del escritorio (Layout).

La pestaña PLOTS se utiliza con el fin de crear gráficas y para esto se vale de una galería de la que dispone Matlab, al igual que las *toolbox* que se instalen eventualmente. En el uso de esta galería se deben seleccionar las variables a graficar en la ventana Workspace y luego se escoge el tipo de visualización. La galería, según los datos de entrada, muestra las opciones de graficación más apropiadas, tal como se muestra parcialmente en la Figura 1.6.



Figura 1.6. Pestaña que relaciona las diversas opciones de gráficas en 2d y 3d.

La pestaña APPS está destinada a la ejecución de aplicaciones interactivas que se obtienen automáticamente con las *toolboxes* que estén instaladas. El ícono que apunta hacia abajo despliega la galería con más opciones, tal como se observa en la Figura 1.7.



Figura 1.7. Apps relacionadas con las aplicaciones interactivas de Matlab.

Los tres botones a la izquierda de la pestaña son más aplicaciones que dan espacio para instalar otras o empaquetar dado el caso.

Pestañas contextuales

Las pestañas contextuales aparecen solo cuando se realizan tareas específicas. Por ejemplo, si se utiliza el editor de Matlab, este va a desplegar tres nuevas pestañas: Editor, Publish y View. Normalmente, el editor no está acoplado al escritorio, y de estarlo las pestañas citadas aparecen cerca de las pestañas globales, tal como se observa en la Figura 1.8.

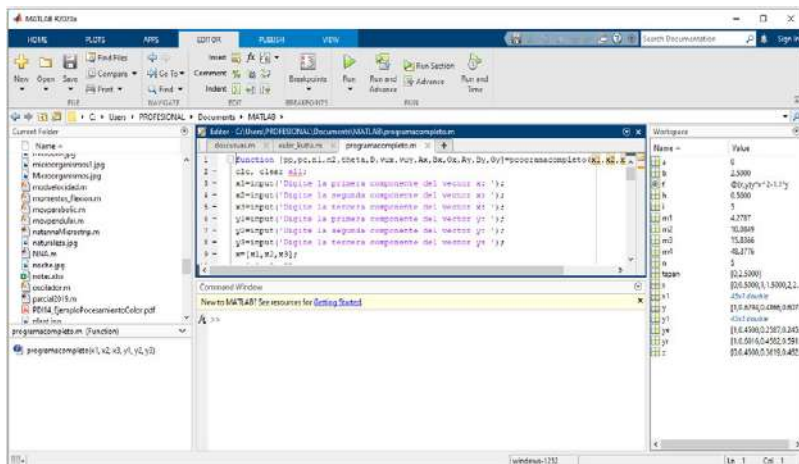


Figura 1.8. Script o editor de Matlab.

La pestaña contextual Editor está compuesta por una serie de funciones que permiten la edición de un archivo, en la que también se dispone de una sección Debug para el depurado del código, tal como se muestra en la Figura 1.9.



Figura 1.9. Pestaña del editor que está relacionada con la creación y el diseño de un *script*.

Si se coloca un *breakpoint* en el archivo y se hace clic en RUN, la pestaña Editor toma el aspecto de la imagen de la Figura 1.10.

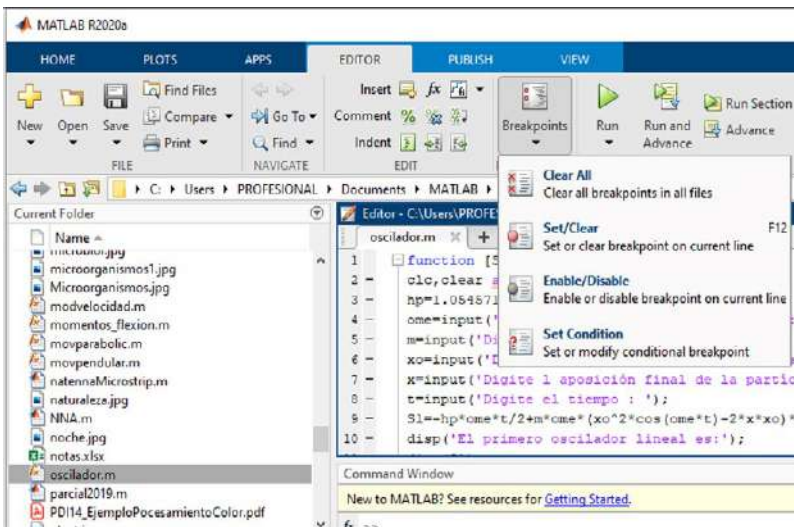


Figura 1.10. Ubicación del botón Breakpoint.

La pestaña Publish es la que permite dar formato y almacenamiento a los textos o archivos creados en Matlab, tal como se observa en la Figura 1.11.



Figura 1.11. Pestaña Publish.

La pestaña View permite controlar la apariencia y el *layout* de los archivos, tal como se observa en la Figura 1.12.



Figura 1.12. Pestaña View.

Existen otras pestañas contextuales ubicadas en el Editor de Variables (Variable Editor), lo cual se deja al lector para explorar.

Minimizar pestañas

A fin de aprovechar el espacio vertical de trabajo de Matlab es posible minimizar las pestañas al hacer clic derecho en cualquier parte del Toolstrip y seleccionar Minimize Toolstrip, tal como lo indica la flecha en la Figura 1.13.

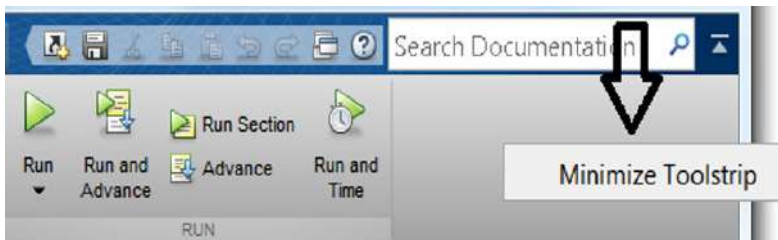


Figura 1.13. Minimizar pestañas.

Luego, se debe hacer clic en este ícono y, de esta manera, las pestañas se minimizan, tal como se muestra en la Figura 1.14.



Figura 1.14. Pestañas minimizadas.

Para restablecer las pestañas se procede a ubicar el cursor en cualquier lugar del Toolstrip, se hace clic derecho y aparece la leyenda “Restore Toolstrip”, se hace clic de nuevo y queda completo el proceso.

Aplicaciones de Matlab

Las herramientas que forman parte de las aplicaciones de Matlab poseen diversas funcionalidades útiles en diversos campos científicos y en la ingeniería en general. Las aplicaciones a nivel general son:

- *Ajuste de Curvas (Curve Fitting)*. Permite ajustar los datos mediante curvas y superficies de curvas (regresiones), y así luego aplicar diversos métodos posprocesamiento para el trazado de gráficas e interpolación y extrapolación. También permite realizar la estimación de intervalos de confianza, cálculo de integrales y derivadas, según sea el caso.
- *Distribuciones de Probabilidad y Ajuste de Datos (Distribution Fitting)*. Mediante la biblioteca Statistics Toolbox, Matlab permite realizar análisis y modelado estadístico. Puede utilizar la regresión o la clasificación en el modelado predictivo, generar números aleatorios para simulaciones de Monte Carlo, utilizar gráficos estadísticos en el análisis exploratorio de datos (incluyendo datos multidimensionales) y realizar pruebas de hipótesis. La *toolbox* también proporciona algoritmos de aprendizaje automático supervisados y no supervisados, incluidas las máquinas de soporte vectorial (SVMs), árboles de decisión, *k*—means y agrupación jerárquica, búsqueda del vecino *k*—más cercano, mezclas gaussianas y modelos ocultos de Markov.
- *Modelo de Montaje (MBC Model Fitting)*. Crea diseños experimentales y modelos estadísticos para la calibración de sistemas de propulsión con base en modelos estadísticos y optimización numérica. Puede definir planes de pruebas,

desarrollo de modelos estadísticos, generar calibraciones y tablas de búsqueda para motores. Mediante el uso de la caja de herramientas de Matlab y Simulink se puede identificar de forma sistemática el equilibrio óptimo de rendimiento de un motor, medir las emisiones y el consumo de combustible, así como la reutilización de modelos estadísticos para el diseño de control, pruebas de *hardware—in—the—loop*, o la simulación de un sistema de propulsión.

- *Optimización MBC*. Permite generar tablas de búsqueda óptimas para la calibración de modelos estadísticos en el estudio de motores.
- *Neural Net Clustering*. Permite resolver problemas de agrupamiento usando mapas de redes autoorganizadas (SOM). Posee funciones para el modelado de sistemas complejos no lineales. Dispone de la biblioteca Neural Network Toolbox que soporta aprendizaje supervisado con alimentación directa, base radial y redes dinámicas. También es compatible con redes neuronales de aprendizaje no supervisado con mapas autoorganizativos y capas competitivas. Con la caja de herramientas es posible diseñar, visualizar y simular redes neuronales para análisis de datos, reconocimiento de patrones, agrupación, predicción de series de tiempo, modelado de sistemas dinámicos y control. A fin de acelerar la información y manejar grandes conjuntos de datos, es posible distribuir los cálculos y los datos por medio de los procesadores multinúcleo, las unidades de procesamiento gráfico (GPU) y los clústeres de los ordenadores utilizando la librería Parallel Computing Toolbox.



- *Montaje de redes neuronales (Neural Net Fitting)*. Permite resolver el problema de ajuste utilizando las redes neuronales de alimentación directa de dos capas.
- *Reconocimiento de patrones por redes neuronales (Neural Net Pattern Recognition)*. Se emplea con el propósito de resolver problemas de reconocimiento de patrones utilizando redes neuronales de alimentación directa de dos capas.
- *Redes neuronales de series de tiempo (Neural Net Time Series)*. Se emplea en la solución de problema de series de tiempo no lineal utilizando redes neuronales dinámicas.
- *Optimization*. Por medio de su *toolbox* proporciona funciones que permiten hallar parámetros que minimizan o maximizan una función. La caja de herramientas incluye solucionadores de programación lineal, programación lineal entera mixta, programación cuadrática, optimización no lineal y mínimos cuadrados no lineales. Permite realizar análisis de equilibrio e incorporar métodos de optimización en algoritmos y aplicaciones.
- *Sistema de Control de Sintonía (Control System Tuning)*. Proporciona los algoritmos estándar de la industria y las aplicaciones de análisis, diseño y sistemas de control lineal. Puede especificar el sistema como una función de transferencia, espacio de estado, ganancia de tipo cero—polos o modelo de respuesta en frecuencia. Dispone de aplicaciones y funciones de tipo escalón y Bode, diseño LQR/LQG y otras técnicas interactivas y automatizadas. Permiten visualizar el comportamiento de sistemas en el dominio de tiempo y de frecuencia.

- *Diseño Lógico Difuso (Fuzzy Logic Design)*. Facilita crear, entrenar y poner a prueba los sistemas de inferencia difusos. Ofrece, a través de Simulink, funciones, aplicaciones y bloques de inferencia difusos para el análisis y el diseño de sistemas, tales como *clustering fuzzy* y aprendizaje neurobo- rroso adaptativo, entre otros.
- *Análisis de Sistemas Lineales (Linear System Analysis)*. Proporciona algoritmos estándar industriales y aplicaciones para el diseño de sistemas de control de ajuste lineal. Puede especificar sistemas como una función de transferencia, de espacio de estado, ganancia cero—polos o modelo de res- puesta en frecuencia, en la que permite visualizar el com- portamiento de un sistema en el dominio de tiempo y fre- cuencia de sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI). Dispone de aplicaciones y funciones de tipo escalón y Bode.
- *MPC Diseño (MPC Design)*. Posee herramientas para el dise- ño y la simulación de modelos de controladores predictivos, control y predicción de horizontes, definición de parámetros de restricción de entrada y salida, al igual que los pesos. La *toolbox* permite realizar diagnósticos sobre problemas de fallos y proporcionar asesoría sobre los cambios de peso y las limitaciones para mejorar el rendimiento y la robustez de un sistema. Mediante la ejecución de las simulaciones lineales y no lineales evalúa el rendimiento de un controlador. En el caso de prototipado rápido y el diseño de sistemas embe- bidos, la caja de herramientas genera código c para análisis o complementación de un proceso.
- *Diseño Neuro—Difuso (Neuro—Fuzzy Design)*. Crea, en- treña y pone a prueba los sistemas de inferencia difusos

de tipo Takagi Sugeno. Ofrece funciones y aplicaciones en Simulink para el análisis y el diseño de sistemas basados en lógica difusa, incluyendo *clustering fuzzy* y aprendizaje neuroborroso adaptativo. La caja de herramientas permite modelar el comportamiento de sistemas complejos utilizando reglas lógicas simples y luego migrarlo a un sistema de inferencia difusa. De forma alternativa se pueden utilizar los bloques de inferencia difusos en Simulink con el propósito de simular los sistemas difusos dinámicos dentro de un modelo integral.

- *Sintonización PID (PID Tuning)*. Proporciona algoritmos estándar industriales y aplicaciones para el diseño de sistemas de control lineal. Permite especificar el sistema como una función de transferencia, de espacio de estado, ganancia cero—polos o modelo de respuesta en frecuencia. Dispone de aplicaciones y funciones de tipo escalón y de Bode, permite visualizar el comportamiento de un sistema en el dominio de tiempo y de frecuencia, al igual que validar su diseño mediante la verificación de tiempo de subida, tiempo de establecimiento, ganancia y margen de fase, entre otros.
- *Sistema de Identificación (System Identification)*. Facilita identificar modelos de sistemas dinámicos a partir de la medición de datos. Esto se logra a partir de la construcción de modelos matemáticos de entrada—salida de los datos medidos que pueden estar en función de dominio de tiempo y de frecuencia, a fin de identificar las funciones de transferencia de tiempo discreto o de tiempo continuo, así como modelos de procesos y de espacio de estado.

- La caja de herramientas también proporciona algoritmos para la estimación de parámetros en línea incorporada. Con el propósito de representar sistemas no lineales, se emplean modelos de estimación Hammerstein—Wiener y modelos no lineales ARX con la red wavelet o árboles de partición, entre otros. La caja de herramientas también es compatible con las series temporales de modelado de datos y predicción de series temporales.
- *Análisis de la tasa de error de Bit (Bit Error Rate Analysis)*. Dispone de herramientas para el análisis, el diseño y la simulación de sistemas de comunicaciones. La *toolbox* permite la codificación y el modelado de canales, así como el entrelazado, la modulación, la ecualización y la sincronización. También puede analizar las tasas de error de *bit*, generar diagramas de constelaciones y visualizar las características de un canal de comunicación. Se trabaja con algoritmos adaptativos, modelamiento de sistemas de comunicación dinámicas que utilizan modulaciones de tipo OFDM, OFDMA y técnicas MIMO, entre otros. Asimismo, soportan algoritmos aritméticos de coma fija de datos y generación de código C o HDL.
- *Eye Diagram Scope*. Visualización de diagramas relacionados con sistemas de comunicación.
- *Constructor de Filtros (Filter Builder)*. Dispone de herramientas relacionadas con sistema DSP, el cual ofrece algoritmos para el diseño y la simulación de sistemas de procesamiento de señales. La *toolbox* incluye métodos de diseño para FIR especializado y filtros IIR, FFT, procesamiento de múltiples técnicas de DSP para el procesamiento de datos de transmi-

sión y la creación de prototipos en tiempo real. También es posible diseñar filtros adaptativos y multifrecuencia, aplicar filtros empleando arquitecturas computacionalmente eficientes y simulación de filtros digitales en coma flotante. Para el prototipado rápido y el diseño de sistemas embebidos, la caja de herramientas de Matlab soporta aritmética de punto fijo, código C y HDL.

- *Diseño y Análisis de Filtros (Filter Design & Analysis)*. Proporciona algoritmos estándar de la industria con aplicaciones para el procesamiento analógico y digital de señales (DSP). Con el *toolbox* se puede visualizar las señales en los dominios de tiempo y frecuencia, FFT, análisis espectral, diseño FIR y filtros IIR, convoluciones, modulación, muestreos y técnicas de procesamiento de señales.
- *Radar Equation Calculator*. Proporciona algoritmos y herramientas para el diseño, la simulación y el análisis de sistemas de procesamiento de señales de elementos en fase. El *toolbox* incluye algoritmos para la generación de formas de onda, procesamiento adaptativo espacio temporal, crear arquitecturas monoestáticas, biestáticas y multiestáticas para una variedad de geometrías matriciales.
- *Radar Waveform Analyzer*. Dispone de algoritmos y herramientas para el diseño, la simulación y el análisis en el procesamiento de señales. Permite analizar las características de pulsos de frecuencia modulada, sistemas matriciales de fase, codificación de ondas y procesamiento adaptativo del espacio—tiempo, entre otros.
- *Análisis y Diseño de Sistemas RF (RF Design & Analysis)*. Dispone de funciones para el diseño, el modelado, el análisis y

la visualización de las componentes de las redes de radiofrecuencia (RF). Se puede utilizar el *software* de RF Toolbox para trabajar en comunicaciones inalámbricas, radares y proyectos que manejen integridad de señales.

- *Analizador de Matriz de Sensores (Sensor Array Analyzer)*. Proporciona algoritmos y herramientas para el diseño, la simulación y el análisis de sistemas de procesamiento de señales, relacionados con matrices de sensores que permiten evaluar el rendimiento espacial, espectral y temporal de estos.
- *Análisis de Señales (Signal Analysis)*. Se enfoca en el diseño de filtros, análisis de señales y análisis espectral para el procesamiento analógico y digital (DSP). Con el *toolbox* permite visualizar señales en los dominios de tiempo y frecuencia, FFT, análisis espectral, diseño de filtros FIR e IIR, convoluciones, modulación, muestreo y otras técnicas de procesamiento de señales. Dispone de algoritmos para el desarrollo de aplicaciones personalizadas de audio y habla, así como instrumentación y comunicaciones inalámbricas banda base.
- *Diseño y Análisis Wavelet (Wavelet Design & Analysis)*. Ofrece funciones para el desarrollo de algoritmos basados en wavelets, análisis, síntesis, eliminación de ruido y compresión de señales e imágenes. Con la *toolbox* permite explorar propiedades de las funciones wavelet tales como habla y procesamiento de audio, imagen y procesamiento de video, imágenes biomédicas y aplicaciones 2D en comunicaciones y geofísica 1D.
- *Ventana de Análisis y Diseño (Window Design & Analysis)*. Dispone de algoritmos estándar para la industria relacionados con el procesamiento analógico y digital de señales (DSP).

Emplea algoritmos de otras *toolboxes* relacionadas con el procesamiento de señales.

- *Calibrador de Cámara (Camera Calibrator)*. En sus librerías dispone de algoritmos, funciones y aplicaciones para el diseño y la simulación de la visión por ordenador y sistemas de procesamiento de video. Con estas funciones permite la detección de objetos y de movimiento, rastreo, detección de accidentes, extracción, adaptación, visión estereoscópica y calibración de cámara.
- *Adquisición de Imágenes (Image Acquisition)*. Permite adquirir imágenes y video desde cámaras y capturadores de pantalla directamente en Matlab y Simulink. Detecta el *hardware* de forma automática y configura sus propiedades.
- *Visor de Imágenes (Image Viewer)*. Dispone de herramientas para el procesamiento de imágenes, tales como algoritmos propios, funciones y aplicaciones para el procesamiento, el análisis, la visualización y el desarrollo de algoritmos. Permite el análisis de imágenes y video, segmentación, mejora, reducción de ruido, contraste, crear contornos e histogramas, manipular las regiones de interés, transformaciones geométricas y registro de imágenes. Esta *toolbox* puede trabajar con procesadores multinúcleo y GPU, al igual que generar código c.
- *Visor de Mapas (Map Viewer)*. Matlab dispone de herramientas de mapeo que ofrecen algoritmos, funciones y aplicaciones para el análisis de datos geográficos y creación de mapas. Puede importar y exportar datos vectoriales y *raster* en diferentes formatos de archivo (shape, GeOTIFF y KML), así como servidores de mapas web. Su *toolbox* permite personalizar datos mediante el recorte, la interpolación, el remuestreo y la transformación de coordenadas, entre otras técnicas.

- *Visor de Video (Video Viewer)*. Dispone de un conjunto de algoritmos, funciones y aplicaciones para el procesamiento de imágenes, el análisis, la visualización y el desarrollo de algoritmos. Puede llevar a cabo análisis de segmentación, mejora, reducción de ruido, transformaciones geométricas y registro de imágenes. Es un complemento a la herramienta Image Viewer.
- *Control de Instrumentos (Instruments Control)*. Permite el control de osciloscopios, es generador de funciones, analizador de señales, de fuentes de alimentación, de instrumentos de análisis, etc. Facilita la comunicación a distancia con otros equipos y dispositivos de Matlab, de manera que la caja de herramientas proporciona soporte integrado para protocolos de red tipo TCP/IP, UDP, I2C, SPI, Bluetooth, etc.
- *OPC Client*. Permite realizar un análisis e intercambio de datos con servidores OPC—DA y OPC HDA, en la que se puede leer, escribir y registrar datos OPC de dispositivos tales como sistemas de control distribuido, control de supervisión y adquisición de datos y controladores lógicos programables que cumplen con el estándar OPC Fundación Data Access (DA).
- *Vehículos CAN Bus Monitor*. Permite monitorear, filtrar y analizar los datos en tiempo real, al igual que grabar información para su posterior análisis y reproducción. También puede simular el tráfico de mensajes en un bus de datos CAN virtual o conectar los modelos de Simulink a una red. Admite la interconexión a dispositivos de control de diversas marcas, tales como Vector, Kvaser, PICO—System y National Instruments.
- *Finanza Computacional (Computational Finance)*. Permite crear y administrar series de tiempo de carácter financiero.

- *Visor de Moléculas (Molecule Viewer)*. Está formado por un conjunto de herramientas bioinformáticas que proporciona algoritmos y aplicaciones para la infraestructura Next Generation Sequencing (NGS), realiza análisis de *microarrays*, espectrometría de masas, clasificación de perfiles de proteínas y ontología de genes, entre otros. También puede leer datos genómicos y proteómicos que se encuentran en formatos de archivo estándar, tales como SAM, FASTA, CEL y CDF, así como bases de datos en línea (Omnibus y NCBI GenBank).
- *Navegador Next Generation Sequencing (NGS Browser)*. Esta herramienta proporciona los algoritmos y las aplicaciones para Next Generation Sequencing, análisis de *microarrays*, espectrometría de masas y ontología de genes. Es complemento de la herramienta Molecule Viewer.
- *Árbol Filogenético (Phylogenetic Tree)*. Esta herramienta es complemento de las anteriores.
- *Sequence Alignment y Sequence Viewer*. Estas herramientas son complemento de las anteriores.
- *SimBiology*. Dispone de herramientas para la modelación, la simulación y el análisis de sistemas dinámicos, centrándose en la farmacocinética y en la farmacodinámica. Para esto, SimBiology emplea modelos de ecuaciones diferenciales ordinarias y solucionadores estocásticos a fin de simular el perfil de evolución de exposición en el tiempo de un fármaco, su eficacia y los niveles de enzimas y metabolitos.
- *Matlab Coder*. Permite generar código c y funciones MEX propias de Matlab que verifican el comportamiento de un código generado.

- *HDL Coder*. Este código se emplea para la programación de FPGA o el diseño y la creación de prototipos (ASIC). Además, permite automatizar la programación de Xilinx y Altera FPGA. Se puede controlar la arquitectura e implementación de HDL, con el fin que este resalte caminos críticos y genere estimaciones de uso de recursos de *hardware*. Todo esto gracias a la trazabilidad generada entre el modelo de Simulink y Verilog que se crea a través del código VHDL.
- *Polyspace Bug Finder*. Identifica errores de tiempo de ejecución de programas, problemas de flujo de datos y otros defectos en código embebido del lenguaje C y C++. Permite realizar análisis de flujo de datos y el comportamiento entre procedimientos, al igual que controla el cumplimiento de las normas de codificación MISRA—C, MISRA—C ++, JSF++ y convenciones de nombres personalizados. Polyspace Bug Finder se puede utilizar con plataformas Eclipse IDE y lenguaje ADA.
- *Polyspace Code Prover*. Esta herramienta permite monitorear errores en tiempo de ejecución de programas de C y C++. Produce resultados sin necesidad de la ejecución del programa más otros procesos de verificación de código. Cada operación se indica por medio de un código de colores en la que se registran los errores en tiempo de ejecución, pruebas de fallo, etc.
- *Library Compiler*. Permite compartir programas en Matlab con aplicaciones independientes o bibliotecas para la integración con lenguajes de programación comunes. Puede empaquetar el compilador en tiempo de ejecución o cuando los usuarios descargan durante la instalación.
- *Standalone App Compiler*. Es una herramienta complementaria a Library Compiler.

- *Explorador de Bases de Datos (Database Explorer)*. Permite el intercambio de información entre las bases de datos relacionales y Matlab. Se puede usar comandos SQL para leer y escribir información o utilizar los que dispone Database Explorer. La *toolbox* es compatible con ODBC y JDBC, incluyendo Oracle, Informix, MySQL, Sybase y Microsoft SQL Server. También permite la importación segmentada de grandes conjuntos de datos.
- *Generador de Reportes (Report Generator)*. Permite el análisis y la visualización de datos, al igual que el desarrollo de algoritmos, con la posterior ejecución de código en Matlab y la captura de gráficos y datos a medida que se producen.
- *3D Animation Player*. Bajo la arquitectura de Simulink 3D Animation, Matlab dispone de aplicaciones para vincular los modelos de Simulink con algoritmos de objetos gráficos en 3D. Permite visualizar y verificar el comportamiento de un sistema dinámico en un entorno de realidad virtual. Los objetos se representan con la herramienta Virtual Reality Modeling Language (VRML), que es un lenguaje de modelado 3D estándar. También se puede enviar señales a sensores virtuales y datos de animación en 3D que tienen acceso a Simulink para el posprocesamiento.
- *3D World Editor*. Es una herramienta complementaria a 3D Animation Player.

Existen otras aplicaciones adicionadas a las últimas versiones (R2018b en adelante) que incorporan análisis de señales de comunicación bajo el protocolo LTE y análisis de bases de datos, entre otros.

Comandos de ayuda general

Help

El comando *help* proporciona ayuda general sobre las herramientas de las que dispone Matlab en cuanto a sus funciones disponibles. Al digitar esta instrucción en la Command Window se despliega información relacionada con las funciones que dispone Matlab para diversas aplicaciones. Si se desea profundizar en alguna función en particular, solo se debe hacer clic en alguna de ellas y esta de forma automática despliega más información complementaria.

Para pedir ayuda sobre un comando específico o cualquier tema relacionado con Matlab se puede digitar las instrucciones *help comando* o *help tema*. Observe los respectivos ejemplos en las figuras 1.15 y 1.16.

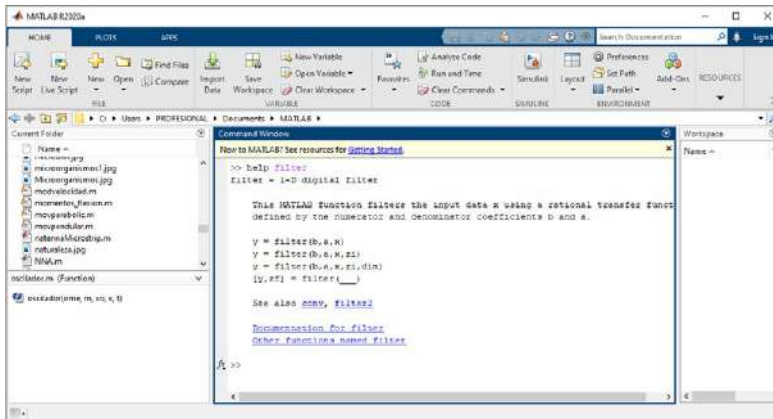


Figura 1.15. Ejemplo con instrucción *help filter*. A modo de ejemplo, se digita la instrucción *help filter*, luego se pulsa la tecla Enter; en seguida se despliega información sobre la función, en la que se define y se expone su sintaxis general, al igual que otros comandos complementarios.

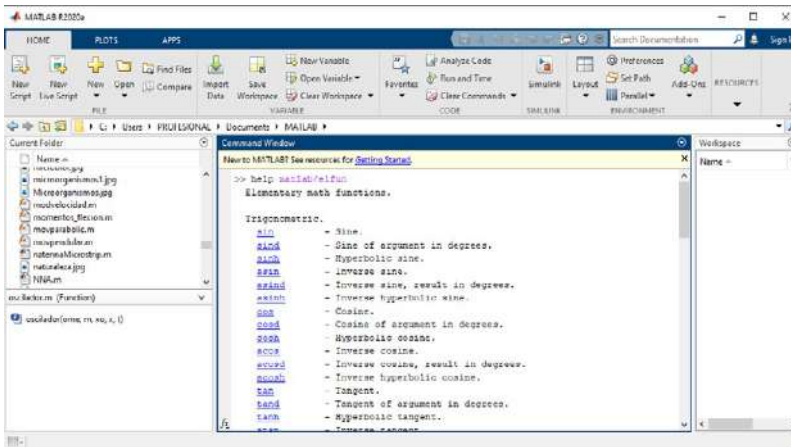


Figura 1.16. Ejemplo de búsqueda particular por tema en la ventana de trabajo. Al digitar un tema particular en la ventana de trabajo, Matlab brinda bastante información acerca del mismo.

Existe otra opción de ayuda que es dirigirse de forma directa a la pestaña HOME y pulsar el botón Help; en esta se despliegan varias opciones de búsqueda según las necesidades específicas. Si, dado el caso, desea saber sobre alguna función en particular, puede digitarse en el espacio Search Documentation, ubicado en la parte superior.

Doc

Es un comando similar a `help`, con la diferencia de que el resultado de las consultas se visualiza en formato HTML en el Help Browser, en el que exige iniciar sesión en una cuenta previamente creada en MathWorks:

```
>> doc
```

Demos

Es un comando de ayuda que permite obtener información adicional a la de las funciones de Matlab por medio de un listado de

demostraciones. Al ejecutarse, se despliega una ventana equivalente al comando *doc* que exige iniciar sesión:

```
>> demos
```

Comando secuencia

Este comando *lookfor* permite encontrar funciones o comandos que se refieren a una secuencia en específico. Por ejemplo, al buscar ayuda para todos los comandos que contienen la secuencia *inv*, se puede usar el comando *lookfor inv*.

```
>> lookfor inv
```

Editor

El editor tiene como objetivo crear y depurar los ficheros *script*, las funciones y la programación en general. Para su apertura se presentan tres formas:

1. Seleccionar directamente en el botón New Script: en este caso, se abre el editor estándar, cuya extensión una vez que se guarde es *.m*.
2. Seleccionar directamente en el botón New Live Script: en este caso, se abre el editor especial, cuya extensión una vez que se guarde es *.mlx*. La diferencia de este *script* con respecto al primero es que, para su ejecución, empleando la instrucción RUN, no requiere que previamente se guarde el programa. Además, su interfaz de presentación de los datos es más estilizada.
3. Dirigirse al botón New, el cual despliega una serie de opciones, tal como se observa en la Figura 1.17 (Script, Live Script, Function, Live Function, Class, System Object, etc.).

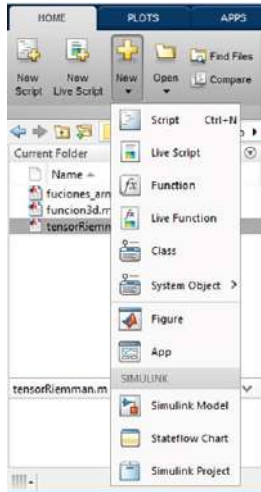


Figura 1.17. Opciones de New.

Otra forma es teclear en la línea de comandos del espacio de trabajo de Matlab la palabra *edit*, seguida del nombre que se le quiere asignar al programa. Por ejemplo:

```
>> edit programa1
```

Interfaz gráfica de usuario o GUI

La Interfaz Gráfica de Usuario o **GUI** (Graphical User Interface) es un programa que permite la interacción entre el usuario y la aplicación con base en interacción visual por medio de íconos, menús o punteros. En el caso de Matlab, la **GUI** la compone un conjunto de herramientas que permite el diseño y la edición de la interfaz de usuario. Entre los elementos más relevantes para crear la **GUI** se encuentran los paneles, los botones de pulsación, menús desplegables, cuadros de texto y barras de desplazamiento, entre otros.

Una vez creada la interfaz, se generan de forma automática dos ficheros: uno con extensión *.fig* que contiene toda la información sobre la parte visual de la interface, y otro con la extensión *.m* en la que aparece codificada la respuesta a las acciones del usuario sobre los controles.

A fin de estar en capacidad de acceder de manera rápida al GUIDE se digita en la ventana de trabajo esta palabra, o en su defecto se dirige a la parte superior a la pestaña New y se selecciona la opción señalada en la Figura 1.18, y se hace clic en ella.

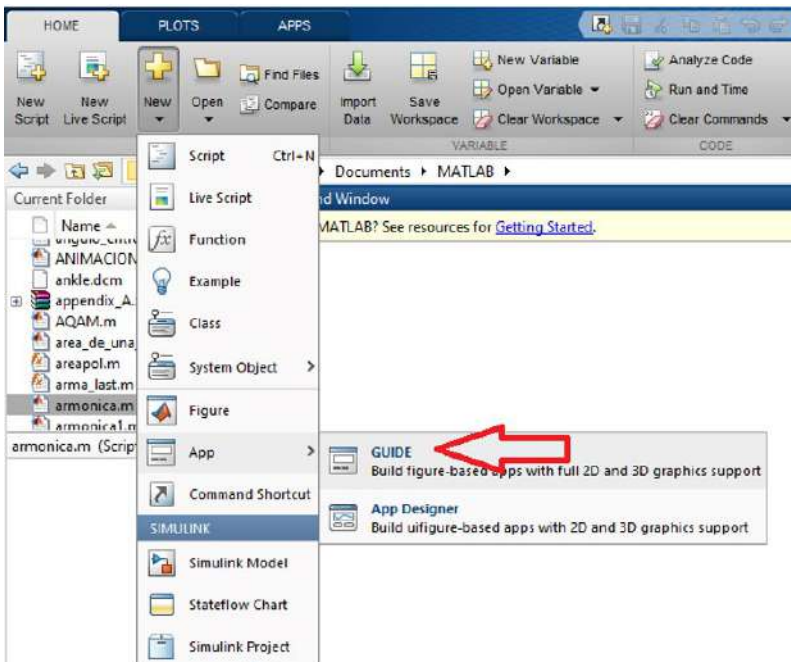


Figura 1.18. Ruta para abrir el recurso de Simulink.

Luego, aparece la ventana de la Figura 1.19.

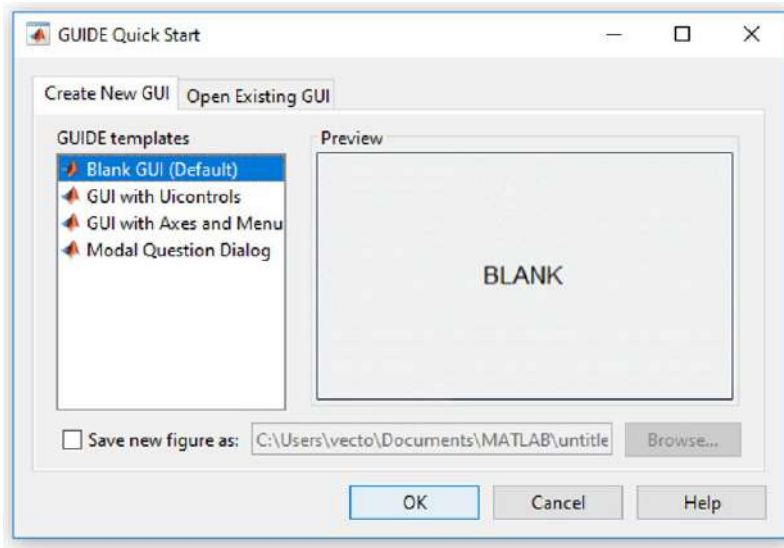


Figura 1.19. Ventana para el acceso de la plantilla de la interfaz gráfica de usuario.

Se elige la opción por defecto, **Blank GUI**. Las otras opciones ofrecen una plantilla en la que ya existen algunos controles (Uicontrols), o se encuentra incorporado un gráfico y un menú activo. Cuando se selecciona **Blank GUI** se despliega un conjunto de iconos que permite crear la interfaz (más adelante se profundizará sobre este tema).

2. Comandos especiales de Matlab



Matlab dispone de algunos comandos que son de gran ayuda para consultar aspectos puntuales sobre alguna instrucción en particular, o bien conocer acerca del propio programa, sus funcionalidades, la gestión de recursos, etc. A continuación, se describen algunos de ellos.

Ayuda

Se utiliza cuando no se entiende la sintaxis de un comando o de una función. Para esto se digita *help* y el nombre del comando o de la función en cuestión. Así, por ejemplo, proporciona ayuda sobre la instrucción *sqrt* (raíz cuadrada):

```
>> help sqrt
```

Al digitar solo *help* se despliegan todas las funciones de las que dispone Matlab en sus librerías, tal como se expuso en el capítulo anterior.



Versión

Es importante saber en ciertas ocasiones con qué versión de Matlab se está trabajando. Para esto se digita la instrucción *version*.

Computador

A fin de conocer el tipo de equipo de cómputo y el sistema operativo sobre el que está instalado Matlab se emplea la instrucción:

```
>> computer
```

```
ans =
```

```
PCWIN64
```

Mostrar información de la memoria

Matlab puede mostrar información acerca de cuánta memoria está disponible y cuánto está utilizando el *software* actualmente. La información mostrada en la pantalla del computador incluye los siguientes elementos:

- *Matriz máxima posible*. Muestra el tamaño del bloque de memoria libre contiguo más grande. Como tal, es un límite superior de la matriz más grande que Matlab puede crear en este momento.
- *Memoria disponible para todas las matrices*. Matlab muestra la cantidad total de memoria disponible para almacenar datos, los cuales se pueden gestionar a través de dos acciones:

el espacio de direcciones virtual disponible para Matlab y la memoria disponible total del sistema.

- *Memoria utilizada por Matlab.* Muestra la cantidad total de memoria del sistema reservada para los procesos de Matlab. Es la suma de la memoria física y el uso potencial de archivos de intercambio.
- *Memoria física (RAM).* Muestra la cantidad disponible y total de memoria física en el equipo que ejecuta Matlab. La memoria física disponible es la misma que tiene el Administrador de tareas de Windows: rendimiento/memoria física y la memoria física total es la misma.

La sintaxis para estos elementos es la siguiente:

```
memory
```

```
userview = memory
```

```
[userview systemview] = memory
```

```
>> memory
```

```
Maximum possible array:      7893 MB (8.276e+09 bytes) *
```

```
Memory available for all arrays: 7893 MB (8.276e+09 bytes) *
```

```
Memory used by MATLAB:      1439 MB (1.508e+09 bytes)
```

```
Physical Memory (RAM):      8174 MB (8.571e+09 bytes)
```

* Limited by System Memory (physical + swap file) available.

La función de memoria solo está disponible en los sistemas Microsoft Windows. Los resultados dependen del *hardware* del computador y de la carga a la que este está expuesto.

```
>> userview = memory
```

```
userview =
```

```
struct with fields:
```

```
MaxPossibleArrayBytes: 4.0630e+09
```

```
MemAvailableAllArrays: 4.0630e+09
```

```
MemUsedMATLAB: 2.8242e+09
```

Para la tercera sintaxis:

```
>> [userview systemview] = memory
```

```
userview =
```

```
struct with fields:
```

```
MaxPossibleArrayBytes: 4.0500e+09
```

```
MemAvailableAllArrays: 4.0500e+09
```

```
MemUsedMATLAB: 2.8221e+09
```

```
systemview =
```

```
struct with fields:
```

```
VirtualAddressSpace: [1×1 struct]
```

```
SystemMemory: [1×1 struct]
```

```
PhysicalMemory: [1×1 struct]
```

El espacio de direcciones virtuales (VirtualAddressSpace) es la cantidad de memoria virtual disponible y total para los procesos de Matlab, el cual devuelve la información en dos campos: Disponible y Total.

La memoria del sistema (SystemMemory) es la cantidad de memoria disponible en el sistema informático. Este número incluye la cantidad de memoria física disponible y la cantidad de espacio de archivos de intercambio disponibles en el equipo que ejecuta, el cual devuelve la información en el campo SystemMemory de la estructura de devolución.

Licencia

A fin de conocer la licencia de Matlab se emplea la instrucción *license*. Es importante saber este detalle porque, de no ser licenciado, este programa posee restricciones que imposibilitan la ejecución de ciertas librerías clave, sumado a las vulneraciones de derechos de autor a la que se está sujeto.

```
>> license
```

Limpiar pantalla

Se emplea el comando *clc*, el cual borra o limpia toda la ventana de comandos, pero no borra internamente el valor de las variables de la memoria; para esto se emplea otro tipo de instrucciones.

Estructuras del lenguaje de Matlab

A fin de observar la descripción completa de las estructuras del lenguaje de Matlab que son claves en la programación, digite:

```
>> help lang
```

Para imprimir el directorio raíz de Matlab:

```
>> matlabroot
```

Práctica 1

Cree un acceso directo con el propósito de borrar la zona de trabajo de la Command Window.

1. Se digita en el Command Window *clc*.
2. Luego se va a Command History, se busca *clc*, se hace clic derecho y se selecciona Create Favorite, tal como se indica en la Figura 2.1.

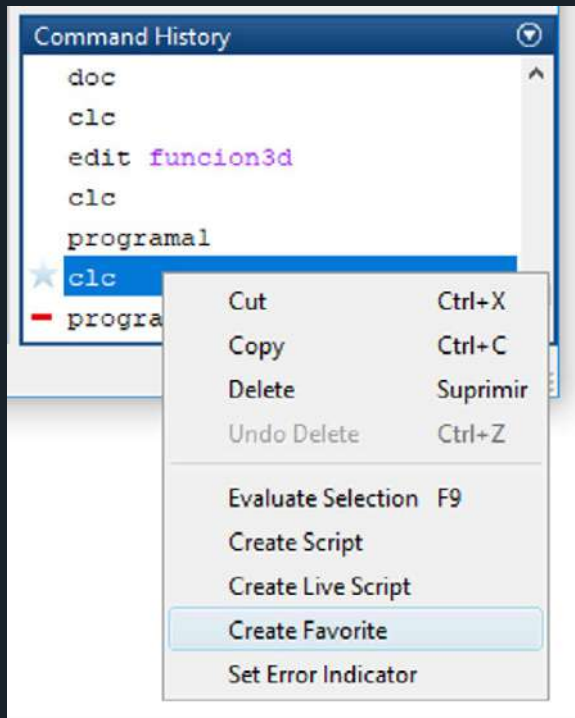


Figura 2.1. Create Favorite.

3. Se le da el nombre al acceso en el espacio Label (“etiqueta”), tal como indica la flecha en la Figura 2.2, en este caso, Limpiar ventana.

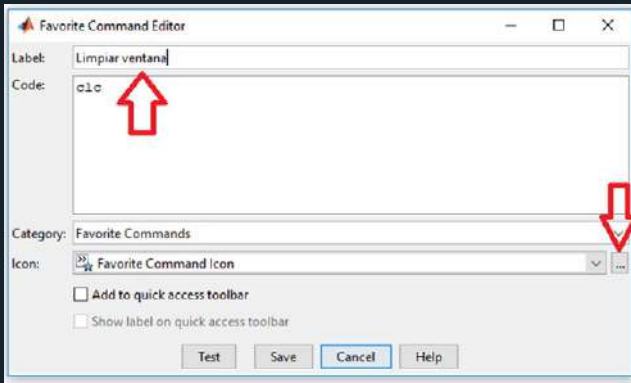


Figura 2.2. Nombrar acceso.

4. Para personalizar el ícono se va a Icon en el botón señalado con la flecha hacia abajo y se busca la imagen que se desee. Luego guardar.

5. A fin de verificar el proceso anterior, diríjase a la pestaña HOME, luego, ubique el botón Favorites y haga clic en él. Tal como se observa en la Figura 2.3, aparece un pequeño botón que al oprimirse podrá borrar lo consignado en la Command Window.

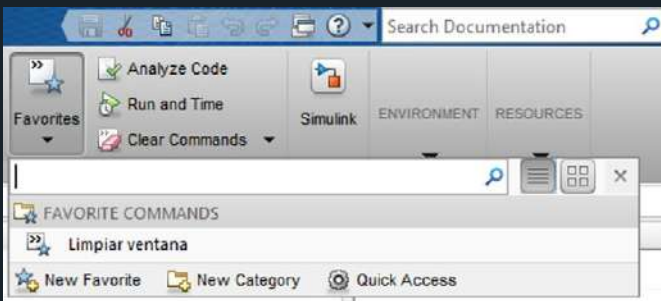


Figura 2.3. Botón para borrar lo consignado en la Command Window.

Con esta misma operación se puede personalizar cualquier comando para los requerimientos o necesidades del usuario.

Borrar toda la pantalla

Se emplea el comando *clear* a fin de borrar el contenido digitado (variables locales, funciones o variables globales) tanto en el espacio de trabajo como lo que se encuentra almacenado en el Workspace.

El uso de *clear* debe ser generalizado en las operaciones que se realicen. Lo anterior porque, a medida que se inician variables sin declararlas, esto hace que se acumule memoria en uso, lo que da como resultado una pérdida de rendimiento de esta (*memory leak*). Matlab no libera memoria una vez terminada una ejecución de una función que emplee variables internas, por lo que es recomendable evitar la pérdida de memoria liberando la utilizada.

Cabe recordar que Matlab emplea bastantes recursos computacionales, de modo que es una buena práctica mantener óptimo el programa a fin de evitar problemas en los procesos por falta de memoria, lo cual deriva en que el sistema se torne lento o se bloquee.

```
>> clear var_1
```

Observe el Workspace y notará que la variable ha sido borrada. Si no se añade ninguna razón de variable al comando *clear*, este borrará todas las variables en el Workspace.

```
>> clear
```

```
>> whos
```

```
>> who
```

Como se aprecia, no aparece ningún registro.

Con el comando *clear all* limpia todo, incluyendo lo que se encuentra en el Workspace.

Para hacer limpieza de elementos específicos de Matlab existen otras opciones:

- *Clear variables*. Equivale al comando *clear*.
- *Clear global*. Elimina las variables globales.
- *Clear functions*. Elimina todas las funciones compiladas.

Aunque no es obligatorio, lo habitual es colocar en el inicio de un *script* un conjunto de instrucciones “de limpieza” del tipo *hold off*, *axis*, *subplot*, *clear all*, *close all*, *close all hidden*, *clc*, etc.

Calendar

Permite que Matlab muestre el calendario asociado a la fecha actual en la que se está abriendo el programa. Para esto solo digite *calendar*:

```
>> calendar
```

También se puede especificar otro mes y año como argumento. La sintaxis general es:

```
c = calendar
```

```
c = calendar(d)
```

```
c = calendar(y, m)
```

```
>> calendar(1995,8)
```

Aug 1995

Weekday

Esta instrucción devuelve el día de la semana para un dato serial numérico. La sintaxis general es la siguiente:

- $DayNumber = weekday(D)$. Devuelve un número que representa el día de la semana para cada elemento en D .
- $[DayNumber, DayName] = weekday(D)$. Devuelve abreviado los nombres en inglés para el día de la semana en $DayName$.
- $[DayNumber, DayName] = weekday(D, DayFor.)$ Devuelve el nombre del día de la semana en el formato especificado por $DayForm$ en inglés de los Estados Unidos (EE. UU.).
- $[DayNumber, DayName] = weekday(D, language)$. Devuelve el nombre abreviado del día de la semana en el idioma especificado local.
- $[DayNumber, DayName] = weekday(D, DayForm, language)$. Devuelve el nombre del día de la semana en el formato especificado y en el idioma de la localidad especificada.

Algunos ejemplos son:

1. Si $D = 7$, el número del día es:

```
>> Ndia=weekday(7)
```

```
Ndia =
```

```
6
```

2. Qué día fue el 24 de diciembre del 2018:

```
>>D = '24—Dec—2018';
```

```
>>[DayNumber,DayName] = weekday(D)
```

```
DayNumber =
```

```
2
```

```
DayName =
```

```
Mon
```

3. Devolver el nombre completo del día de la semana para un vector de números de fecha en serie:

```
>>D = [750498;735236];
```

```
>>DayForm = 'long';
```

```
>>[DayNumber,DayName] = weekday(D,DayForm)
```

```
DayNumber =
```

```
6
```

```
4
```

```
DayName =
```

```
Friday
```

```
Wednesday
```

4. Qué día será el 3 de agosto del 2035:

```
>>D = '03—ago—2035';
```

```
>>spanish='local';
```

```
>>[DayNumber,DayName] = weekday(D,spanish)
```

```
spanish =
```

local

DayNumber =

2

DayName =

Lun.

5. Regrese los nombres de los días en español usando el argumento de entrada de idioma:

```
>>D = 828647;
```

```
>>DayForm = 'long';
```

```
>>language = 'local';
```

```
>>[DayNumber, DayName] = weekday(D,DayForm,language)
```

DayNumber =

6

DayName =

'Vie.'

Date

Se emplea el comando *date* (“fecha”) que muestra la fecha actual.

```
>> date
```

ans =

'06—Apr—2021'

La palabra *ans* que aparece después de ejecutar una operación es la abreviatura de respuesta (*answer*) o valor calculado de una expresión.

Now

Devuelve un número (*serial date number*) que contiene toda la información de la fecha y hora actual. Se utiliza como argumento de otras funciones.

```
>> now
```

```
ans =
```

```
7.3789e+05
```

El comando *floor(now)* devuelve la fecha actual como un número de fecha en serie, y el comando *rem(now,1)* devuelve la hora actual como un número de fecha en serie.

El comando *datestr(now)* devuelve la fecha y la hora actuales como una cadena.

```
>> floor(now)
```

```
ans =
```

```
737887
```

```
>> rem(now,1)
```

```
ans =
```

```
0.7665
```

```
>> datestr(now)
```

```
ans =
'06—Apr—2021 18:24:02'
```

Ver

Este comando muestra la versión y el año de Matlab, al igual que las versiones de sus librerías.

```
>> ver
```

Si desea saber sobre una librería en particular, se digita así:

```
>> ver Stateflow
```

Ruta de la carpeta de Matlab

A fin de conocer la ruta en la que se encuentra la carpeta de Matlab se emplea la instrucción *pwd*. Recuerde que en esta carpeta residen todos los archivos creados o agregados por el usuario que se guardan por defecto en esta.

```
pwd
ans =
C:\Users\USER\Documents\MATLAB
```

Dir

Lista el directorio actual de la carpeta de Matlab, el cual se crea en el momento de instalar el programa.

```
>> dir
```

Una variante a `dir` es la instrucción `ls`, así:

```
>> ls
```

Signo de admiración y *dir*

El comando `!dir` se emplea para ejecutar un comando en la consola MicroSoft Disk Operating System (MS—DOS) del sistema operativo de Windows.

```
>> !dir
```

Crear o eliminar una carpeta

A fin de crear una carpeta en Matlab existen dos formas: la primera es ir directamente al Current Folder, hacer *clic derecho* → *Nuevo* → *Carpeta* → *Asignar Nombre*.

La otra forma es de manera directa desde la Command Window, empleando la instrucción `mkdir` (*'Nombre del archivo'*).

```
>> mkdir('prueba')
```

Para eliminar una carpeta se digita `rmdir` (*'Nombre del archivo'*).

```
>> rmdir('prueba')
```

What

El comando `what`, al digitarse, muestra una lista de archivos con la extensión `.m`, `.mat` y `.MEX`, que se encuentran presentes en el Current Directory.

Cabe aclarar que un archivo *.m* es todo aquel que se genera cuando se crea un *script* en el editor de Matlab. Por ejemplo, *Nombre_archivo.m*.

Esto significa que la extensión *.m* es la que identifica por defecto cualquier archivo de Matlab. Por su parte, el archivo *MAT* contiene datos de tipo binario, por lo que su forma de registro es bajo la extensión *.mat*. Por ejemplo, *Nombre_archivo.mat*.

El archivo *MEX* representa un ejecutable compilado a partir del lenguaje de programación Fortran o C, y su extensión es *.mex*. Por ejemplo, *Nombre_archivo.mex*.

M—files in the current directory C:\Users\Jairo\Documents\MATLAB

Who

Se emplea el comando *who*, el cual muestra la lista de variables que se están utilizando en el espacio de trabajo actual, es decir, las variables que están en memoria:

```
>> who
```

En este caso en particular, al no haber ningún tipo de variable no se mostrará nada.

Existe una variante del comando anterior, denominado *whos*, que muestra información adicional acerca de la o las variables ingresadas en el espacio de trabajo, como, por ejemplo, el tamaño de memoria:

```
>> whos
```

<i>Name</i>	<i>Size</i>	<i>Bytes</i>	<i>Class</i>	<i>Attributes</i>
<i>ans</i>	<i>1x19</i>	<i>38</i>	<i>char</i>	

Para este caso se muestra una variable de nombre *ans*, de tamaño matricial 1x19, compuesta por 38 bytes y su clase es de tipo char.

Pruebe los comandos *who global* y *whos global*. Es importante comprender el concepto de variable local y global a fin de comunicar funciones o *scripts* de una manera eficiente.

Reloj

El comando *clock* muestra la hora, incluyendo la fecha y el año.

```
>> clock
```

```
ans =
```

```
2021.00 4.00 6.00 18.00 24.00 59.52
```

Estos datos se interpretan como año, mes, día, hora, minutos y segundos. La presentación de esta información puede cambiar según como se tenga configurado el formato de presentación de los números reales.

Para que devuelva una cadena de caracteres con día, mes, año, hora, minutos y segundos se emplea la instrucción *datestr(now)*.

```
>> datestr(now)
```

```
ans =
```

```
'24—Aug—2021 18:17:23'
```

Si queremos que devuelva el número del día de la semana (el primer día es el domingo, el segundo el lunes, etc.) se emplea la instrucción *weekday(now)*.

```
>> weekday(now)
```

```
ans =
```

```
7
```

Etime

Esta instrucción muestra el tiempo transcurrido entre los vectores de fecha. La sintaxis es:

```
E = etime(t2, t1)
```

Devuelve el número de segundos entre dos vectores de fecha o matrices de vectores de fecha *t1* y *t2*.

Calcula el tiempo transcurrido entre una hora específica y la hora actual, con una precisión de 0,01 segundos.

Define la fecha y hora inicial, y convierte a la forma de vector fecha.

```
format shortg
```

```
tr = 'March 28, 2016 11:55:00';
```

```
t1 = datevec(tr,'mmm dd, yyyy HH:MM:SS')
```

```
t1 =
```

```
2016 3 28 11 55 0
```

Determina la fecha y la hora actual:

```
t2 = clock
```

```
t2 =
```

```
2020    4    1    11    22    18.863
```

La función de reloj devuelve la fecha y la hora actual como un vector fecha.

Empleando *etime* para calcular el número de segundos entre *t1* y *t2* es:

```
e = etime(t2,t1)
```

```
e =
```

```
1.2657e+08
```

Camino o ruta

El comando *path* cumple la función de imprimir en el espacio de trabajo la ruta de búsqueda vigente de Matlab que, para nuestro caso, deberá mostrar la carpeta Practicas con su correspondiente contenido.

```
>> path
```

Se puede emplear el comando *p=path*, el cual devuelve una cadena de nombre *p* que contiene la ruta de la carpeta.

Salir

Al digitar el comando *quit* en la Command Window automáticamente se sale del programa de Matlab. Antes de usar este comando verifique haber guardado toda la información del trabajo rea-

lizado. Otros comandos complementarios a *quit* son *quit cancel* y *quit forcé*.

Exit

Este comando cierra Matlab. Antes de usarlo verifique haber guardado sus trabajos.

```
>> exit
```

Escape

Este comando se simboliza con el signo de admiración *!*, el cual sirve para salir de manera temporal de Matlab y consultar el directorio fuera del programa. Cabe anotar que el sistema antivirus (en Microsoft) puede activarse al usar este comando, así que antes de usarlo cerciórese de haber guardado el trabajo.

Comentarios

Para realizar comentarios en la consola de Matlab se utiliza el símbolo *%* (porcentaje) al comienzo de la línea, así:

```
>> % Esto es un comentario
```

Al emplearse de forma correcta este símbolo debe aparecer en color verde, e implica que todo lo que esté por delante de él será ignorado por el intérprete.

Símbolos especiales que usa Matlab

Coma

Se emplea con el fin de separar elementos de un vector, de constantes o variables.

```
>> a=4, b=-8, c=9
```

```
a =
```

```
4
```

```
b =
```

```
-8
```

```
c =
```

```
9
```

Punto y coma

Se interpreta como símbolo de retorno de carro. Se emplea para la concatenación de una sentencia en la misma línea y suprimir la salida por pantalla de algún resultado. Algunos ejemplos se muestran a continuación.

Sin punto y coma:

```
>> 5
```

```
ans
```

```
5
```

Con punto y coma:

```
>>5;
```

```
>>
```

Para que la información aparezca o no en la ventana de trabajo solo se precisa suprimir o colocar, respectivamente, en la parte final de la instrucción punto y coma (;):

```
>> magic(4)
```

```
ans =
```

```
16  2  3 13
```

```
5 11 10  8
```

```
9  7  6 12
```

```
4 14 15  1
```

```
>> magic(4);
```

Tal como se observa en el segundo caso, no se muestra por pantalla la operación como tal, suprimiendo la salida, de modo que queda en espera de una instrucción o de instrucciones adicionales.

Es recomendable usar el punto y coma cuando se requiere de otras operaciones adicionales y solo se desea observar el resultado final. No obstante, si no se está seguro de lo que se hace es recomendable probar sin el punto y coma y verificar las operaciones, luego colocar de nuevo y continuar con el proceso. Así, por ejemplo:

```
>> x=5; y=9;
```

```
>> z=x+y
```

$z =$

14

Comillas simples

Se emplean para introducir texto literal, por lo cual todo lo que se encuentre entre estas comillas se toma como texto y no como una variable. Cabe agregar que a fin de estar seguro de que se usan bien las comillas simples estas deben tomar color violeta, al igual que el texto, sumado a que debe aparecer la figura con el nombre del título dado, tal como se muestra en el ejemplo de la Figura 2.4:

```
>> title('Esto es una prueba')
```

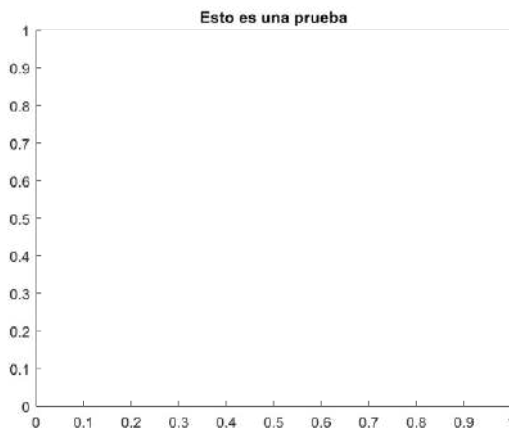


Figura 2.4. Figura con el nombre del título dado.

Tres puntos (...)

Se emplean al final de una línea de código extenso, lo que se interpreta que toma la siguiente línea como continuación. Por ejemplo:

```
>> Empleado1={'Juan Carlos Zapata';'Bogotá';  
... {'DNI',801289216,81005897,801254787};  
... 'C Buenaventura 45 8,5';
```

Corchetes []

Se emplean para definir vectores y matrices:

```
v = [0 1 2 3 4 5];
```

```
v = [0 1 2; 3 4 5];
```

Paréntesis ()

Se emplean con el propósito de definir la precedencia de expresiones algebraicas y para subíndices en general:

```
x=—pi:0.1:2*pi;
```

```
f=16*sin(x).^3;
```

```
g=13*cos(x)—6*cos(2*x)—2*cos(3*x)—cos(4*x);
```

```
plot(x,f,x,g)
```

Nota 2. Cuando se comete un error, este aparecerá en Matlab resaltado en color rojo. También puede aparecer cuando una instrucción se ha digitado mal en cuanto a su gramática, o cuando no cumple ciertos requisitos o condiciones matemáticas.

Nota 3. En el caso en que aparezca información o líneas en color naranja, se interpreta como una alerta o *warning*. Esto significa que puede haber un potencial conflicto entre comandos o instrucciones, o que existe una instrucción mejor de la que se está empleando, lo cual no implica que la operación no pueda realizarse o esté mal.

Atajos en la ventana de trabajo

Editar información de forma directa en la ventana de trabajo es una de las facilidades de Matlab. Para esto se dispone de una serie de atajos de teclado bastante útiles. La lista de teclas y flechas combinadas que se pueden utilizar en la ventana de trabajo se presentan en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Atajos de teclado relacionados con la ventana de trabajo

Tecla	Tecla de control	Operación
↑	Flecha arriba	Recupera lo que se digité con anterioridad en la ventana de trabajo, por lo que permite recuperar comandos.
↓	Flecha abajo	Recupera lo que se digité con anterioridad en la ventana de trabajo, por lo que permite recuperar comandos.

←	Flecha izquierda	Desplaza el cursor un carácter a la izquierda.
→	Flecha derecha	Desplaza el cursor un carácter a la derecha.
Ctrl-Enter		Ejecutar sección.
Ctrl + Shift + Enter		Ejecutar sección y avanzar.
F5		Ejecutar todas las secciones.
Ecuación LaTeX	Ctrl + Alt + G	Permite llamar ecuaciones bajo el formato LaTeX.

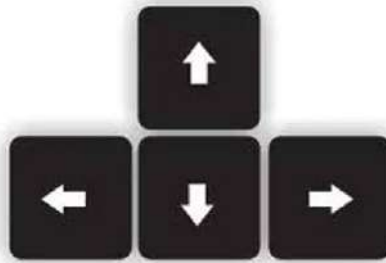


Figura 2.5. Distribución de las teclas de flechas en un teclado estándar de computador.

Con el teclado realice las pruebas respectivas según las indicaciones de la Tabla 2.1. Conocer y practicar estos comandos va a ser de gran ayuda a la hora de adquirir habilidades en el manejo y la gestión de comandos e instrucciones en el espacio de trabajo.

La tecla Tab

Matlab despliega por medio de la tecla Tab un menú contextual de la sentencia que se busca digitar. Para esto se requiere digitar una o más letras, acción que permita al identificador de Matlab brindar las opciones del comando o instrucción que se busca y desplegar así una ventana, tal como se muestra en la Figura 2.6.

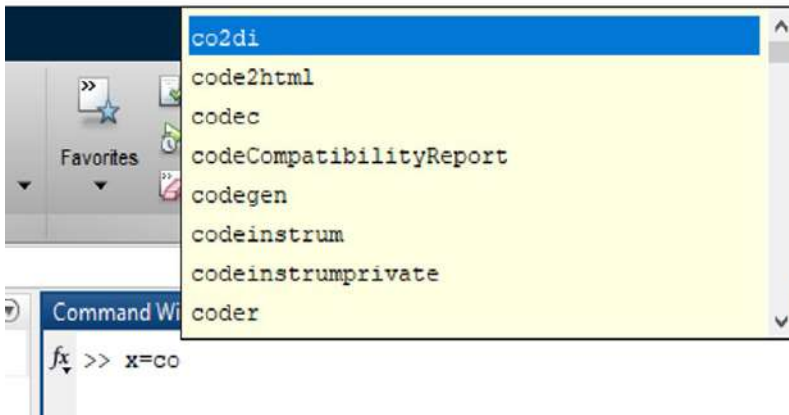


Figura 2.6. Ejemplo de despliegue de una ventana de ayuda.

Explorador de Windows

Desde Matlab se puede abrir el explorador de Windows mediante la instrucción:

```
>> !explorer
```

Esta instrucción es muy útil cuando se desea consultar información que se encuentra directamente en el equipo de cómputo sin necesidad de cerrar Matlab o salir del programa.

Lista de directorios

Esta lista contiene las funciones internas provistas por Matlab. Para esto se digitan las siguientes instrucciones:

```
X = [matlabroot '\toolbox\matlab'];
```

```
dir(X)
```

Funciones para análisis de datos

A fin de listar las funciones provistas por Matlab para el análisis de datos se emplea la instrucción *help datafun*.

```
>> help datafun
```

Scripts

A lo largo del desarrollo del libro se han mencionado los *scripts*, pero aún no se ha creado alguno. Los *scripts* son un conjunto de comandos o instrucciones de Matlab que se almacenan en archivos de texto plano. Para esto se procede a ir a la pestaña HOME y, en el ícono New Script o New Live Script (buscar el subícono Script, tal como se indica en la Figura 2.7) se hace clic, como lo indican las flechas, de modo que se despliega el editor, tal como se muestra también en la Figura 2.7.

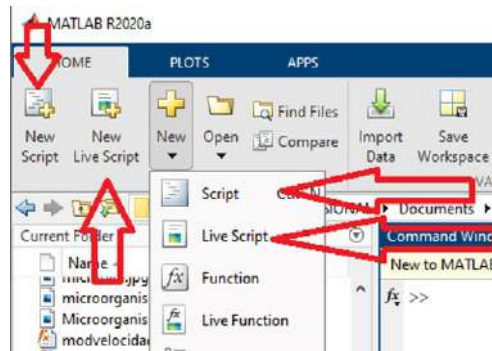


Figura 2.7. Opción para desplegar el editor de texto o *script* estándar o vivo (Live Script). Como se observa existen varias opciones para esto.

Una vez se despliega el editor, este aparece en la zona de trabajo, tal como se muestra en la Figura 2.8. En la zona de trabajo, normalmente, se divide la Command Window en dos partes. Sin embargo, también puede ocurrir que se abra el editor en una nueva ventana. Recuerde que se puede personalizar la disposición de cada ventana de la interfaz gráfica.

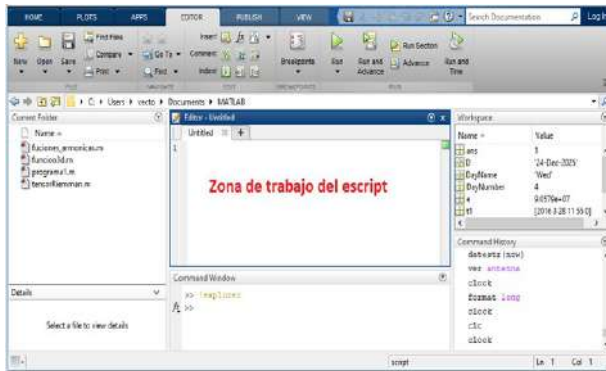


Figura 2.8. La zona de trabajo del *script*, conocida como Editor, permite al programador realizar sus programas y guardarlos, así como luego llamarlos, bien sea desde la Command Window digitando el nombre del archivo, o bien al abrirlos directamente desde el Current Folder haciendo clic sobre el archivo.

Una vez abierto el editor es posible digitar operaciones, programas y funciones en general, con la particularidad de que se podrá guardar con cualquier nombre, al que se agrega automáticamente al final la extensión *.m* (por ejemplo, *miscript.m*). Por esta razón, muchas veces estos archivos se conocen como archivos—*m*.

Cabe agregar que el archivo se guarda en la carpeta de Matlab, lo cual podrá verificarse al observar directamente el Current Folder. En caso contrario, lo recomendable es guardar los *scripts* creados en la mencionada carpeta. Esto por una cuestión de orden y direccionamiento de archivos y ejecución.

A fin de ejecutar el *script*, es posible hacer clic de forma directa desde el Current Folder, o digitando el nombre del archivo en la Command Window.

`>> nombre_archivo`

Para ejecutar el *script* se presentan varias opciones, tal como se observa en la Figura 2.9, las cuales se indican con las flechas.



Figura 2.9. Diferentes opciones para la ejecución de un script.

El ícono Run solo se ejecuta siempre y cuando se haya creado y guardado previamente el *script*. Run and Advance permite ejecutar un programa por secciones o bloques de forma secuencial hasta terminar (no requiere que el *script* se haya guardado). Run Section, por el contrario, solo ejecuta un bloque o una sección del *script*. Por su parte, el ícono de Run and Time se emplea cuando se desea saber cuál es el tiempo de ejecución de cada instrucción.

Práctica 2

Dada la información, digite y ejecute desde un *script*, teniendo en cuenta el uso de las instrucciones citadas. Analice tanto las operaciones como las instrucciones y cree comentarios dentro del mismo *script*:

1. Calcule la velocidad en m/s de un cuerpo que recorre 300 m en un tiempo de:

a. 10,17 segundos

b. 3,47 minutos

c. 0,42 horas

2. Si la fuerza aplicada sobre un cuerpo es de 20 N, determine la aceleración cuando la masa es de:

a. 500 kg

b. 1300 g

El volumen de una caja está dado por la función: $V(x)=x(30-2x)(40-2x)$. Determine $V(1)$, $V(2)$ y $V(2,5)$.

3. Dadas las variables A , B , C y D , desarrolle las operaciones indicadas.

$A=26$; $B=55$; $C=-39$; $D=21$;

%% Operación 1

$$E = AB - \frac{C}{D}(5 + A)$$

%% Operación 2

$$F = \frac{2A - D}{5C} + 3B^2$$

%% Operación 3

$$G = DC \frac{A-15}{6-B} + 18F$$

%% Operación 4

$$H = 5^A - 3G + \frac{D+5C}{2B+F}$$

%% Operación 5

$$I = E^2 + F^{-\frac{1}{2}} + \frac{8G}{H}$$

%% Operación 6

$$J = \frac{(E^3 - I)^2 + 5}{AG - H(8F^3 - 50)}$$

4. El rendimiento de combustible R (en millas) de un vehículo está determinado por la ecuación:

$$R = -\frac{1}{30}v^2 + \frac{5}{2}v$$

Donde v es la velocidad medida en mi/h, determine R para velocidades de 45, 60 y 70 mi/h.

5. La conductividad térmica se define como la capacidad de una sustancia o de un cuerpo de transferir la energía cinética de sus moléculas a otras adyacentes. La fórmula general es:

$$\dot{Q} = kA \frac{T_1 - T_2}{L}$$

Donde \dot{Q} es la conductividad térmica medida en $W/K \cdot m = J/(m \cdot s \cdot K)$; k es la constante de conductividad térmica ($W/m \cdot ^\circ C$); A la superficie del sistema (m^2); T_2 y T_1 son las temperaturas de las superficies interior y exterior, respectivamente (en $^\circ C$); y L el espesor de la superficie (m). El techo de un inmueble en la noche se calienta eléctricamente, cuyas dimensiones son de 7 m de largo por 9 m de ancho, con un espesor de 26 cm, en la que se

presenta una variación de temperaturas de las superficies interior y exterior de 17 °C y 5 °C, respectivamente, durante 10 horas. Determine:

- Conductividad térmica, cuando $k = 0,8142 \text{ W/m}^\circ\text{C}$.
- Cantidad de pérdida de calor del techo (en Wh). La ecuación a emplear es la siguiente: $Q=Q'\Delta t$.
- Costo por pérdida de calor para el propietario del inmueble, donde el valor estimado de electricidad es de 0,085 dólar/kWh. La fórmula a emplear es:

*Costo = Cantidad de pérdida de calor *Costo unitario de la energía*

- La disminución diaria de producción de un producto vegetal D_d está expresada por la siguiente ecuación:

$$D_d = \frac{S^3 + W^3 - (S + W)^2}{(S + W)^3}$$

Donde S indica el índice solar y W la cantidad de agua que recibe el cultivo, si $S = 9$ y $W = 5$, ¿cuál es el índice de disminución diaria de producción?

- Cuál es el valor de Z , si $x = 10$ y $y = -5$.

$$Z = \frac{20x^2y^3 - 12x^3y^2 - 11xy - 5}{-5xy^4 + 4}$$

- Sea el polinomio $P(x)=9x^6+5x^5-7x^4+2x^3-3x^2+x-10$, halle $P(2)$ y $P(-2)$.

- Si $t = 5$, determine el valor total de la ecuación:

$$\frac{2t^3 + 4t^2 - 5t}{3t^2 - 5t - 4} + \frac{9t^2 - 5t}{2t^3 + t - 7}$$

10. La National Football League (NFL) clasifica a los pasadores bajo unos criterios (R): número de pases completos C , intentos A , yardas Y , touchdowns T e intercepciones I (Swokowski y Cole, 2009, p. 337). En una situación normal, se puede emplear la siguiente ecuación que permite calificar al pasador:

$$R = \frac{25(A + 40C + 2Y + 160T - 200I)}{12A}$$

a. Si a un jugador se le contabilizan en una temporada 320 pases completos y 80 intentos en 3989 yardas, con 35 pases para *touchdowns* y 10 intercepciones, ¿cuál es su clasificación récord?

c. La clasificación récord es de 640 para 325 pases completos en 3990 yardas, ¿cuántos intentos se realizaron si se contabilizaron 36 pases para *touchdowns* y 12 intercepciones?

11. Si $x = 7$, $y = 10$, $a = -4$ y $b = 3$, halle el valor de W .

$$W = \frac{(2x^2 + 15xy + y^2)(3a + 7b)}{(x + y)(2xy + 3bx + y^2 + by)}$$

12. *Ley del cuadrado—cubo*. Cuando se incrementa el tamaño de un objeto manteniendo la forma y las proporciones, su superficie aumenta con *el cuadrado de una longitud característica de este, de modo que el volumen aumenta con el cubo de la misma longitud*. Matemáticamente se expresa como:

$$v_n = v_o \left(\frac{l_n}{l_o} \right)^2$$

Donde v_o representa el volumen original, v_n es el nuevo volumen, l_o es la longitud original y l_n es la nueva longitud.

En cuanto al área, la fórmula es: $A_n = A_o \left(\frac{l_n}{l_o} \right)^2$.

Donde A_o es el área original, y A_n es la nueva área, determine:

a. Dado un cubo de volumen $13,824 \text{ m}^3$ con una arista de $2,4$ metros, si la arista se triplica, ¿cuál es su volumen final?

b. El área de una esfera es de 38 cm^2 , con diámetro final de 3 cm . Si el área inicial es de $0,65$ veces la final, ¿cuál es su diámetro?

c. Se tiene un cubo cuya superficie es de $11,5 \text{ m}^2$ y un volumen de $22,1 \text{ m}^3$. Si las dimensiones se duplican, ¿cuál es su superficie final y cuál el volumen final?

13. Calcule la velocidad v_1 de un fluido que circula por un tubo de áreas transversales de $0,5 \text{ m}^2$ y $0,35 \text{ m}^2$ que se encuentra a una diferencia de presiones de 2500 Pa . Su fórmula es:

$$v_1 = \sqrt{\frac{\Delta P}{\frac{S_1^2}{S_2^2} - 1}} \quad \text{donde } S_1 > S_2$$

14. Si la velocidad del fluido del ejercicio anterior es de 35 km/h , ¿cuál es la diferencia de presiones cuando la relación de áreas es de $1,5$?

15. Los momentos de inercia de una circunferencia maciza y de una corona circular son, respectivamente:

$$I_o = \frac{\pi R^4}{2}; \quad I_o = \frac{\pi(R_{ext}^4 - R_{int}^4)}{2}$$

Determine los momentos para un radio externo de 10 cm y un radio interno $\frac{1}{4}$ del externo.

16. El volumen de un recipiente está definido por la ecuación:

$$V(r) = \pi r^2 \left(\frac{25}{(r + 0.6)^2} - 1 \right)$$

Halle $V(1,5)$, $V(2)$ y $V(2,5)$.

17. La velocidad de escape de un cuerpo se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$v_e = \sqrt{gR}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad y R el radio del astro:

- Determine la velocidad de escape que requiere un cohete para salir de la Tierra, si el radio de esta es de 6371 km.
- Si el radio solar es de 695 700 km, ¿cuál es la velocidad de escape si la aceleración de la gravedad es 274 m/s^2 ?
- La velocidad de escape de la Luna es de 2,38 km/s; determine su gravedad si el diámetro es de 3474 km.
- La gravedad de Marte es de $3,69 \text{ m/s}^2$; determine su diámetro si la velocidad de escape es de 5,03 km/s.

18. La transferencia de energía Q (en *joules*) a un sistema equivale al aumento de energía de este, así:

$$Q = \Delta U = mc(T_2 - T_1)$$

Donde m es la masa en kg, c el calor específico ($\text{J/kg } ^\circ\text{C}$), y T_2 y T_1 son las temperaturas final e inicial, respectivamente (en $^\circ\text{C}$).

Se debe tener en cuenta las siguientes condiciones:

- si $T_1 > T_2$ el cuerpo cede calor, lo que implica que $Q < 0$;
- si $T_1 < T_2$ el cuerpo recibe calor, lo que implica que $Q > 0$.

Si una esfera de cobre de diámetro de 9 cm se calienta de $110 \text{ } ^\circ\text{C}$ hasta $155 \text{ } ^\circ\text{C}$, determine:

a. Transferencia total de calor si la densidad de la esfera es 8950 kg/m³ y el calor específico 0,3951 k J/kg °C.

b. Razón promedio de transferencia del calor (en J/s = Watts) cuando han transcurrido 40 minutos. La fórmula a emplear es:

$$\dot{Q}_{prom} = \frac{Q}{\Delta t}$$

c. Flujo de calor. Este se define como la transferencia de calor por unidad de tiempo por unidad de área (en W/m²), es decir, la razón de transferencia del calor por unidad de área. Para este caso en particular el área es de la esfera (πD^2). La ecuación general es:

$$\dot{q}_{prom} = \frac{\dot{Q}_{prom}}{A}$$

d. Si la transferencia de energía de una lámina de plomo ($c = 480$ J/kg.K) de 20 x 20 cm es de -2500 J, determine la temperatura final si la lámina se encuentra a 200 °C. ¿Cuál es el flujo de calor al cabo de 30 min?

19. La carga crítica de Euler depende de la longitud de la pieza, del material, de su sección transversal y de las condiciones de unión, vinculación o sujeción en los extremos. Para el caso de una pieza de sujeción, en la que los extremos son diferentes, la carga crítica de Euler viene dada por la ecuación:

$$F_{crit} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(\alpha L)^2}$$

Donde F_{crit} es la fuerza crítica, E es el módulo de Young del material, I_{min} es el momento de inercia mínimo de la sección transversal de una barra, L la longitud de la barra y α la constante que depende de las siguientes condiciones:

- $\alpha = 0,5$ empotrado—empotrado;

- $\alpha \approx 0,7$ articulado—empotrado;
- $\alpha = 2$ libre—empotrado;

Calcule F_{crit} para los tres casos de α de una barra de titanio de longitud 0,5 m, cuyo módulo de Young es de $11,6 \times 10^{10}$ N/m² y un momento de inercia de 0,25 kg m².

20. *Ecuación de estado Redlich—Kwong*. Es una ecuación más precisa que la de Van der Waals y de los gases ideales a temperaturas superiores a la crítica. Esta ecuación relaciona la temperatura, la presión y el volumen de los gases, así:

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V(V + b)\sqrt{T}}$$

Donde R es la constante universal de los gases (0,518 kJ/(kgK)), T la temperatura absoluta (kelvin = K), P la presión absoluta (kPa), y V es el volumen de un kilogramo de gas (m³/kg). Los parámetros a y b equivalen a:

$$a = 0,427 \frac{R^2 T_c^{2,5}}{P_c} \quad b = 0,0866 \frac{RT_c}{P_c}$$

Donde $P_c = 4600$ kPa y $T_c = 191$ K, determine la presión de un gas que está confinado en un volumen de 2,5 m³ a temperaturas de 50, 45 y 40 °C.

21. *Velocidad de curvatura*. En la actualidad, es una teoría que propone un empuje por curvatura o *warp*, según la cual puede generarse una propulsión superlumínica. Esto significa que una nave espacial podría desplazarse en múltiplos de la velocidad de la luz, en la que la dilatación temporal relativista no tiene efecto alguno. Dicho esto, esta teoría ha sido aplicada a las películas de

Star Trek en la que se formulan dos ecuaciones de factores de curvatura $S(w)$ para sus naves, así:

$$S(w) = w^3 c; \quad S(w) = w^{\frac{10}{3}} c$$

Determine $S(2)$, $S(4)$, $S(7)$, $S(9,5)$, $S(9,75)$, donde $c = 300\,000$ km/s. Realice una tabla comparativa con los datos calculados.

22. *Velocidad relativista.* El cálculo de la velocidad relativista depende del marco de referencia. Para la velocidad calculada de un cuerpo en movimiento, en un marco de referencia móvil y con relación a un marco de referencia en reposo, se tiene:

$$v = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Velocidad calculada desde un marco de referencia móvil:

$$v' = \frac{v_2 - v_1}{1 - \frac{v_1 v_2}{c^2}}$$

Calcule v y v' , cuando $v_1 = 0,7c$ y $v_2 = 0,85c$, donde c es la velocidad de la luz.

23. En un proceso isotérmico, suponiendo que el aire se comporta como un gas ideal, la presión atmosférica se calcula como:

$$P_a = \frac{mg}{A} \frac{V_1}{V_1 - V_2}$$

Donde m es la masa del cuerpo, g la aceleración de la gravedad, A el área de un émbolo, y V_1 y V_2 los volúmenes ocupados por el mercurio en un sistema de émbolos.

Se coloca una pesa de 1,45 kg sobre un manómetro abierto en la que se deja que el émbolo ascienda hasta una altura que corresponde a un volumen de $75,2 \text{ cm}^3$. Al retirar la pesa, el émbolo regresa a la altura de equilibrio, que corresponde a un volumen de $65,2 \text{ cm}^3$.

a. Determine la presión atmosférica suponiendo que el émbolo es circular con un diámetro de 2 cm.

b. Si la presión atmosférica es de 100 730 Pa al colocar un cuerpo de 1 kg, ¿cuál es el valor del volumen V_1 , cuya área del émbolo es de $0,3019 \text{ m}^2$, donde el volumen de equilibrio es de $67,5 \text{ cm}^3$?

Tipos de datos

Matlab divide en categorías los diferentes tipos o clases de datos, que son numéricos, caracteres y lógicos. En la Tabla 2.2 se muestra cada uno de ellos, los cuales deben considerarse para los ejercicios que se van a trabajar en el libro.

Tabla 2.2 Diferentes tipos o clases de datos

Instrucción	Descripción
<i>double</i>	Números de precisión doble en el rango aproximado de -10^{308} a 10^{308} . Si es una imagen con valores escalados (lo habitual) el rango será $[0, 1]$ (8 bytes por elemento).
<i>uint8</i>	Enteros sin signo de 8-bits en el rango $[0, 255]$ (1 byte por elemento).
<i>uint16</i>	Enteros sin signo de 16-bits en el rango $[0, 65535]$ (2 bytes por elemento).
<i>uint32</i>	Enteros sin signo de 32-bits en el rango $[0, 4294967295]$ (4 bytes por elemento).
<i>int8</i>	Enteros con signo de 8-bits en el rango $[-128, 127]$ (1 byte por elemento).
<i>int16</i>	Enteros con signo de 16-bits en el rango $[-32768, 32767]$ (2 bytes por elemento).
<i>int32</i>	Enteros con signo de 32-bits en el rango $[-2147483648, 2147483647]$ (4 bytes por elemento).

<i>single</i>	Números de precisión simple en el rango aproximado de -10^{38} a 10^{38} (4 bytes por elemento).
<i>char</i>	Caracteres (2 bytes por elemento).
<i>logical</i>	Valores 0 o 1 (1 byte por elemento).

Fuente: elaboración propia.

Para la conversión de datos se emplean las funciones que se exponen en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3 Funciones que se emplean en la conversión de datos

<i>Función</i>	<i>Convierte a clase</i>	<i>Clase de entrada</i>
<i>im2uint8</i>	<i>uint8</i>	<i>logical, uint8, uint16, double</i>
<i>im2uint16</i>	<i>uint16</i>	<i>logical, uint8, uint16, double</i>
<i>mat2gray</i>	<i>double</i> escalada (rango [0, 1])	<i>double</i>
<i>im2double</i>	<i>double</i>	<i>im2double</i> <i>double</i> <i>logical, int8</i>
<i>im2bw</i>	<i>logical</i>	<i>uint8, uint16, double</i>

Fuente: elaboración propia.

Mensajes de error

Matlab tiene la propiedad de indicar al usuario o al programador los posibles errores que se están cometiendo en el momento de ejecutar una operación. Esto es importante cuando se desarrolla algún ejercicio en la Command Window de forma directa o en un *script*. Los errores siempre van a aparecer resaltados, bien sea con una línea en rojo debajo de la variable u operación, o bien como una línea roja en la parte derecha del *script*. Cuando se ejecuta la operación con esta línea roja activa aparecerá una leyenda en la que se indica cuál es el tipo de error de sintaxis, e incluso, en ciertos casos, puede sugerir al usuario qué instrucción es la más apropiada.

Cabe mencionar que se puede ubicar el cursor donde está la línea en rojo y aparecerá una leyenda que indica el error. Si, dado el caso, desea profundizar más en el tema, se oprime el botón Details que se encuentra a la derecha del mensaje, tal como se muestra en la Figura 2.10, de modo que se despliega una pequeña ventana en la que se explica un poco más acerca del error y las acciones a seguir.



Figura 2.10. Ayuda adicional de Matlab cuando aparece un error.

También puede aparecer una línea o leyenda en color naranja, la cual indica una alerta (*warning*). Esta puede indicar que encontró una operación que puede mejorarse en cuanto a su estructura de sintaxis, pero no implica que exista un error real. No obstante, no debe subestimarse esta alerta, porque al manejar un progra-

ma que implica diversas instrucciones concatenadas puede que, al ejecutarse el programa u operación, exija más recursos computacionales de los esperados o genere, *a posteriori*, un error.

3.

Operaciones básicas con Matlab



Operaciones aritméticas

En cuanto a operaciones básicas se refiere, Matlab actúa de manera equivalente a cualquier calculadora, pues cuenta con una alta capacidad de procesamiento de información. Por tanto, la velocidad de cómputo depende de los procesadores del equipo en el que está instalado el programa.

Las operaciones aritméticas indicadas se evalúan por orden prioritario, es decir, primero las potencias, luego las multiplicaciones, le siguen las divisiones y, finalmente, las sumas y las restas.

Tabla 3.1 Operaciones aritméticas

Suma	+	$a + b$
Diferencia	-	$a - b$
Multiplicación	*	$a * b$
División	/	a / b
Elevado a una potencia	^	$a ^ n$

Fuente: elaboración propia.



Para el caso de operaciones algebraicas que tienen igual prioridad, Matlab evalúa las operaciones de izquierda a derecha, de manera equivalente a como se realizaría en papel. Por ejemplo, una suma:

```
>> 5+9 < enter >
```

El resultado es desplegado y se guarda en la variable *ans* (*answer*).

```
ans =
    14
```

Para las demás operaciones, se tiene el siguiente cuadro:

Resta	Multiplicación	División	Potencia
>> 45-28 ans = 17	>> 8*4 ans = 32	>> 89/5 ans = 17.8000	>> 12^2 ans = 144

Para operaciones combinadas, por ejemplo, si se quiere obtener el valor de la siguiente expresión:

$$\frac{3^{10} + \frac{1}{8} + 10000}{0,7258 - 2(1 - \sqrt{5})}$$

En Matlab se teclea:

```
>> (3^10+1/8+10000)/(0.7258-2*(1-sqrt(5)))
ans =
2.1592e+04
```

Tal como ocurre con las calculadoras científicas, la notación $2.1592e+04$ significa 21592.

En Matlab existe una vasta serie de instrucciones relacionadas con las operaciones matemáticas, las cuales van desde lo más básico hasta lo más complejo, tal como se resume en la Tabla 3.3.

Tabla 3.2 Instrucciones relacionadas con las operaciones matemáticas

Operación	Instrucción	Descripción
$a+b$	plus(a,b)	Suma
$a-b$	minus(a,b)	Resta
$-a$	uminus(a)	Menos unitario
$+a$	uplus(a)	Más unitario
$a.*b$	times(a,b)	Multiplicación por elemento
$a*b$	mtimes(a,b)	Multiplicación matricial
$a./b$	rdivide(a,b)	División derecha por elemento
$a.\backslash b$	ldivide(a,b)	División izquierda por elemento
a/b	mrdivide(a,b)	División matricial derecha
$a\backslash b$	mldivide(a,b)	División matricial izquierda
$a.^b$	power(a,b)	Potencia por elemento
a^b	mpower(a,b)	Potencia matricial
$a < b$	lt(a,b)	Menor que
$a > b$	gt(a,b)	Mayor que
$a \leq b$	le(a,b)	Menor o igual a
$a \geq b$	ge(a,b)	Mayor o igual a
$a \sim b$	ne(a,b)	Distinto de

$a == b$	eq(a,b)	Igual a
$a \& b$	and(a,b)	Y lógico
$a b$	or(a,b)	O lógico
$\sim a$	not(a)	No lógico
$a:d:b$ $a:b$	colon(a,d,b) colon(a,b)	Operador dos puntos
a'	ctranspose(a)	Traspuesta conjugada compleja
$a.'$	transpose(a)	Matriz traspuesta
	display(a)	Visualización pantalla
$[a \ b]$	horzcat(a,b,...)	Concatenación horizontal
$[a; b]$	vertcat(a,b,...)	Concatenación vertical
$a(s1,s2,...,sn)$	subsref(a,s)	Referencia por subíndices
$a(s1,...,sn)=b$	subsasgn(a,s,b)	Asignación por subíndices
(a)	subsindex(a)	Conversión al ser índice

Fuente: elaboración propia.

Prefijos del Sistema Internacional (SI)

Los prefijos pertenecientes al SI los fija la Oficina Internacional de Pesas y Medidas (Bureau International des Poids et Mesures), de acuerdo con los valores que se presentan en la Tabla 3.3.



Tabla 3.3 Prefijos del Sistema Internacional

10ⁿ	Prefijo	Símbolo	Escala larga
10 ²⁴	Yotta	Y	Cuatrillón
10 ²¹	Zetta	Z	Mil trillones
10 ¹⁸	Exa	E	Trillón
10 ¹⁵	Peta	P	Mil billones
10 ¹²	Tera	T	Billón
10 ⁹	Giga	G	Mil millones
10 ⁶	Mega	M	Millón
10 ³	Kilo	K	Mil/millar
10 ²	Hecto	H	Cien/centena
10 ¹	Deca	Da	Diez/decena
1	<i>ninguno</i>		Uno/unidad
10 ⁻¹	deci	d	Décimo
10 ⁻²	centi	c	Centésimo
10 ⁻³	mili	m	Milésimo
10 ⁻⁶	micro	μ	Millonésimo
10 ⁻⁹	nano	n	Milmillonésimo
10 ⁻¹²	pico	p	Billonésimo
10 ⁻¹⁵	femto	f	Milbillonésimo
10 ⁻¹⁸	atto	a	Trillonésimo
10 ⁻²¹	zepto	z	Miltrillonésimo
10 ⁻²⁴	yocto	y	Cuatrillonésimo

Fuente: elaboración propia.

Es importante conocer y usar de manera correcta los prefijos del sistema internacional, ya que en ciencias e ingeniería se emplean

de forma regular y, si el uso es erróneo, puede conllevar a obtener datos inconsistentes. Para el caso de Matlab la notación en base 10 se simboliza por la letra e. Es importante que se familiarice con este símbolo a fin de no incurrir en errores, como, por ejemplo, confundir esta letra con la función exponencial.

Unidades básicas del Sistema Internacional

Es importante recordar las unidades básicas del SI para el desarrollo de los ejercicios planteados en cada capítulo, las cuales se exponen en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4 *Unidades básicas del Sistema Internacional*

Magnitud	Nombre	Símbolo
Longitud	Metro	m
Masa	Kilogramo	kg
Tiempo	Segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	Ampere	A
Temperatura termodinámica	Kelvin	K
Cantidad de sustancia	Mol	mol
Intensidad luminosa	Candela	cd

Fuente: elaboración propia.

Las unidades del SI derivadas se expresan a partir de unidades básicas y suplementarias, tal como se observa en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5 Unidades del Sistema Internacional derivadas

Magnitud	Nombre	Símbolo
Superficie	Metro cuadrado	m ²
Volumen	Metro cúbico	m ³
Velocidad	Metro por segundo	m/s
Aceleración	Metro por segundo cuadrado	m/s ²
Número de ondas	Metro a la potencia menos uno	m ⁻¹
Densidad	Kilogramo por metro cúbico	kg/m ³
Velocidad angular	Radián por segundo	rad/s
Aceleración angular	Radián por segundo cuadrado	rad/s ²

Fuente: elaboración propia.

Ejemplos

- $2,5 \times 10^5$ en Matlab es `2.5e5` o `2.5*10^5`;
- $4,68 \times 10^{-8}$ en Matlab es `4.68e-8` o `4.68*10^-8`;
- 7 mm en Matlab se digita `7e6 m`;
- $9,85 \mu\text{s}$ en Matlab se digita `9.85e-6 s`.

Para operaciones como $4,7 \times 10^6 * 1,25 \times 10^2$ en Matlab se digita:

```
>> 4.7e6*1.25e2
```

```
ans =
```

```
587500000
```



Práctica 1

Resuelva los ejercicios en la Command Window y los problemas en un *script*:

1. $6 - 17 + (25 + 8)9 - 5/6 + 6 - 8^2$

2. $7 + 15(5 + 19) + (9 - 4)(6 + 3)/8$

3. $(4,225 + 5,14578)^2 - (51,3e2)(6,45e3)$

4. $(5,7854 \text{ ns} + 0,085 \text{ } \mu\text{s})/42,135\text{fs}$

5. $12,2658/45863^3 - 3,9875^2/2,3587 + 4^6 - 5^4 + 6^7 - 4,35^8,5452$

6. $(6 + 20) - 5(8 - 7/6) + (7/9 - 3/5)6 + 12(5^3 - 2^4)$

7. $4,5e - 5 * 5,471e8 + 3,12e3 - 2,4578e2$

8. $(4,575 + 2,508)^3/5^4 + 3,256 (8,58^{1256})^5$

9. $4,7\text{M} * 3,881\text{T}/7,5\text{n}$

10.
$$\frac{1}{1 + \frac{2}{\frac{1}{2} + 1}} + 1$$

11. $2,254 \times 10^{-9} * 0,89775 \times 10^{-8} * (4 \times 10^{20})^6$

12. $(0,45682658 + 2,2568)^6 / (3,65877 + 5,325684)^2$

13.
$$\frac{1 + \frac{2}{3}}{1 + \frac{5}{7} + 2} + \frac{\frac{9}{2} + 1}{1 - \frac{5}{3}}$$

$$1 - \frac{4}{8}$$

14. $(5,32e3 * 8,256e - 2 + 1,214e - 4 * (-2,2455))^5$

15. $6^5 + \frac{4^8}{6 + 15} - \frac{45 - 19}{38} + \frac{25}{13 + 17}$

16. $6 \text{ Mm} + 0,025 \text{ Gm} + 2,5 \text{ Km}$

17. $(270,5 \text{ fm} + 0,08397 \text{ } \mu\text{m}) 8,45 \text{ Em}$

18. $50,7854 \text{ nm} + 0,085 \text{ } \mu\text{m} - 0,0045 \text{ mm}$

19. $10^{24} / 10^{18} + 10^6 - 10^{-18} * 10^{-15}$

20. La cantidad de bienes y servicios BS disponibles en una economía nacional puede ser calculado mediante la siguiente ecuación:

$$BS = C + I + X$$

Donde C es el consumo total (privado y público), I la inversión pública y privada, X el valor de todas las exportaciones y M el valor de todas las importaciones.

Si en un país el consumo total es de 40,5217 T€, la inversión total es de 31,259 G€, el valor de exportaciones 0,8945 T€ y el valor de importaciones 987,578 M€:

a. Determine la cantidad de bienes y servicios.

b. Diferencia entre exportaciones e importaciones.

21. Un cuerpo describe un movimiento uniforme acelerado, el cual está representado por la ecuación cinemática,

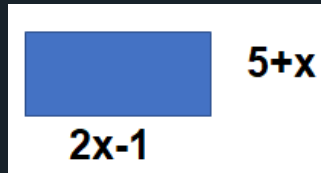
$$V_f = V_i + at$$

Donde V_f y V_i son la velocidad final e inicial respectivamente en m/s, a es la aceleración en m/s^2 , y t el tiempo en segundos.

a. Si la velocidad final e inicial es de 15 m/s y 8 m/s, respectivamente, determine los valores de la aceleración para tiempos de 2, 3, 4 y 5 s.

b. ¿Cuál es el valor de la aceleración para una diferencia de velocidades de 60 km/h en un tiempo de 0,12 min?

22. Determine el perímetro del terreno rectangular, según los datos de la figura, cuando x equivale a 10,1253 m.



Representación ejercicio 22.

23. La pérdida de potencia P (Watts) en un circuito está representado por la siguiente ecuación:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

Donde V es el voltaje (volts) y R la resistencia eléctrica (ohmios = Ω).

a. Si $R = 1,51 \text{ K}\Omega$ y $P = 5,82 \text{ W}$, ¿cuál es el valor de V ?

b. Si $P = 0,5678 \text{ MW}$ y $V = 0,253 \text{ KV}$, ¿cuál es el valor de la resistencia R ?

24. Calcule la densidad crítica ρ_c (en kg/m^3) estimada del universo mediante la fórmula:

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

Donde $H_0 = 67,8 \pm 0,7 \text{ km}/\text{sMpc}$ y G la constante de gravitación universal.

25. La humedad específica (H_e) es la relación entre la masa de vapor de agua y la masa de aire húmedo, la cual se calcula por la fórmula:

$$H_e = \frac{0,622P_v}{P - 0,378P_v}$$

Donde P es la presión atmosférica medida en hectopascales (Hpa); P_v es la presión de vapor en Hpa; y H_e se mide en un valor porcentual. Determine la humedad específica cuando $P = 2\text{HPa}$ y P_v toma valores de 0,9, 1,2 y 1,5 HPa.

26. La densidad de la Tierra $D(h)$ (en g/cm^3) a una altitud de h metros bajo la superficie terrestre se puede aproximar con la fórmula (Swokowski y Cole, p. 308):

$$D(h) = 2,84 + ah + bh^2 - ch^3$$

Donde $a = 1,4 \times 10^{-3}$; $b = 2,49 \times 10^{-6}$; $c = 2,19 \times 10^{-9}$ y $0 \leq h \leq 1000$, determine $D(150)$, $D(400)$, $D(800)$, $D(1000)$.

27. La longitud l de cada lado de cualquier pirámide cuadrangular se determina por medio de la ecuación:

$$l = \sqrt{\frac{3V}{h}}$$

Donde V representa el volumen (en pies cúbicos) de la pirámide y h la altura en pies.

Si el volumen de una pirámide es de 49 750 987,54477 pies³, ¿cuál es la altura si la longitud de uno de sus lados es de 643,87891 pies?

28. En un movimiento uniforme y rectilíneo la distancia expresada en forma escalar es:

$$x(t) = x_0 + v_0 t$$

a. Determine la posición final de un objeto que ha recorrido inicialmente 0,6 km en 2 min con una velocidad inicial de 15 km/h.

b. La diferencia de posición de un objeto es 120 m, determine la velocidad de partida si el tiempo de medición es de 1,35 min.

29. La altura que alcanza un cuerpo que describe un movimiento parabólico está descrita por la ecuación:

$$h(t) = -17t^2 + 522t + 74$$

Determine la altura al cabo de 0, 1,247 y 3,712 s.

30. Para calcular la potencia eléctrica (Watt) mínima de un aerogenerador se emplea la fórmula:

$$P_e = \frac{1}{2} C_p \rho \pi R^2 V^3$$

Donde $C_p = 0,351$, ρ es la densidad del aire ($1,25 \text{ kg/m}^3$), R el radio del aerogenerador (m) y V la velocidad de rotación (m/s).

a. Determine la potencia cuando $R = 1,4$ y la velocidad es de 15,2 m/s.

b. Si la potencia de un aerogenerador es de 2386,2 W, determine la velocidad de rotación cuando el radio es de 1,5 m.

31. Las fórmulas de la densidad ρ y peso específico γ están representados por las siguientes fórmulas:

$$\rho = \frac{\gamma}{g} \quad \gamma = \frac{P}{TR}$$

Donde g es la gravedad $9,81 \text{ m/s}^2$, P la presión dada en kg/m^2 , T la temperatura en grados Kelvin y R la constante de los gases, $29,3 \text{ m}^\circ\text{K}$.

Determine la densidad del aire a 30°C , donde la presión es de 10336 kg/m^2 .

32. El rendimiento térmico viene dado por la ecuación:

$$R = \frac{T_1 - T_2}{T_1} * 100\%, \quad T_1 > T_2$$

a. Halle el rendimiento ideal de una máquina térmica que funcione entre 230,45 °C y 70,51 °C. Recuerde que debe pasar grados centígrados a kelvin.

b. ¿Cuál debe ser la temperatura del foco caliente para que el rendimiento sea del 50,5 %? Tome el valor de T_2 del ejercicio anterior.

33. Los paquetes de luz se denominan fotones y, a todos los efectos, se comportan como si fueran una partícula. La energía de cada uno de los fotones se representa por la ecuación:

$$E = hf$$

Donde E es la energía (Joules = J), f es la frecuencia de la radiación electromagnética considerada (Hz) y h es la constante de Planck, que equivale a $6\,6261,10^{-34}$ Js (Joule.segundo).

Determine los valores de E , cuando la frecuencia toma valores de 500 KHz, 1 MHz, 7,5 GHz, 12,8 THz, 25,78 PHz, y 6,458 EHz.

34. El principio de Arquímedes afirma que un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido en reposo recibe un empuje de abajo hacia arriba igual al peso del volumen del fluido que desaloja.

Si el empuje E que experimenta un cuerpo es de 12,5 KN, que se encuentra en agua de mar (densidad $\rho = 1027$ kg/m³), ¿cuál es el volumen desplazado?

$$E = \rho g V$$

Donde g es la aceleración de la gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$).

35. Para levantar una plataforma de 10,12 ton se utiliza un gato hidráulico. Si en el pistón actúa una presión de $14,52 \text{ kg/cm}^2$, ¿cuál es el área del pistón?

$$P_{\text{pistón}} = \frac{\text{Peso}}{\text{Área}}$$

Si la masa de un pistón es de 850 g, distribuida sobre una superficie de 5 cm por 6 cm, ¿qué presión ejerce en unidades de pascales, atmósferas y bares?

36. Un divisor de voltaje es una configuración de circuito eléctrico que reparte el voltaje de una fuente (V_{in}) entre una o más resistencias (R_1, R_2) conectadas en serie (una a continuación de otra), tal como se muestra en la Figura 3.1.

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_{in}$$

a. Determine el voltaje de salida cuando las resistencias son de $4 \text{ K}\Omega$ y $5,5 \text{ K}\Omega$ (R_2), y el voltaje de entrada es de 70,5231 voltios.

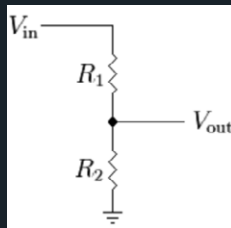


Figura 3.1. Divisor de voltaje.

b. Determine la resistencia R_1 si el voltaje de salida es $1/3$ del voltaje de entrada y la resistencia R_2 es $3,58 \text{ K}\Omega$.

37. El área de superficie corporal S de una persona (en pies cuadrados) se puede aproximar con:

$$S = 0,1091 w^{0,425} h^{0,725}$$

Donde h es la estatura medida en pulgadas y w el peso en libras, halle S para una persona que mide 6,4 pies de alto y pesa 165,78 libras.

38. La máxima elevación de las mareas es el doble en valor absoluto de la mínima elevación. De modo que la diferencia entre altura máxima de la bajamar y la pleamar es:

$$\Delta h_{\text{máx}} = \frac{M}{2M_T} \left(\frac{R}{r} \right)^3 R$$

Donde M es la masa del cuerpo perturbador, que en este caso es el Sol ($1,98 \times 10^{30}$ kg) y la Luna ($7,35 \times 10^{22}$ kg), $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg es la masa de la Tierra, y el radio de la Tierra $R = 6,37 \times 10^6$ m.

La distancia media entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna es $384,4 \times 10^6$ m.

La distancia media entre el centro de la Tierra y el centro del Sol es $149,6 \times 10^9$ m.

Determine los valores máximos para:

- Las mareas producidas por la Luna.
- Las mareas producidas por el Sol.

39. Calcule el valor máximo de las fuerzas de marea debida a la Luna F_L y al Sol F_S , según las siguientes ecuaciones:

$$F_L = \frac{2GM_L R}{r^2} \frac{R}{r} \quad F_S = \frac{2GM_S R}{r^2} \frac{R}{r}$$

Donde G es la constante de gravitación universal que equivale a $6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, halle el cociente entre estas dos fuerzas F_t/F_g , el cual indica que las fuerzas de marea son muy pequeñas comparadas con la fuerza de atracción terrestre sobre un objeto de masa m situado en su superficie, aunque no se desestiman sus efectos tanto en el clima como en la vida misma.

40. La fuerza de Casimir por unidad de área F_c/A para placas ideales y perfectamente conductoras con vacío entre ambas es:

$$\frac{F_c}{A} = -\frac{\hbar c \pi^2}{240 a^4}$$

Donde \hbar es la constante reducida de Planck, c es la velocidad de la luz y a es la distancia entre dos placas. La fuerza es negativa, lo que indica su carácter atractivo: al disminuir la distancia entre placas, la energía se reduce.

Determine la fuerza de Casimir por unidad de área cuando la distancia entre las placas es de $1 \mu\text{m}$, $10 \mu\text{m}$, 1 nm y 10 nm .

41. Dado el sistema de cuerpos m_1 y m_2 ligados por una cuerda, tal como se muestra en la Figura 3.2, cuya tensión es transmitida a lo largo de todos los puntos y es igual en los dos extremos, el sistema se mueve por la acción del peso del cuerpo 2, por lo cual la aceleración total del sistema y la tensión son, respectivamente:

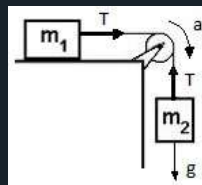


Figura 3.2. Sistema de cuerpos ligados por una cuerda.

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}; \quad T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

a. Si las masas $m_1 = 2,3$ kg y $m_2 = 6,89$ kg, determine la aceleración y la tensión del sistema ($g = 9,81$ m/s²).

b. Si la aceleración de los cuerpos es de 4 m/s², ¿cuál es la tensión de la cuerda si $m_2 = 7$ kg?

c. Si la tensión de la cuerda es de 25 N, con qué aceleración se mueve el sistema, en la que se sabe que $m_1 = 2,85$ kg.

42. Tomando como referencia el punto anterior, la aceleración y la tensión cuando el sistema de cuerpos está sujeto a fricción μ , se tiene:

$$a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2} g; \quad T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 + \mu) g$$

a. Calcule la aceleración y la tensión cuando el coeficiente de rozamiento es 0,456. Tome los valores de las masas del punto anterior y compare los resultados.

b. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento del sistema de masas, cuya tensión es de 37,8512 N y las masas son de 4,2 kg y 8,3 kg?

c. ¿Cuál es la aceleración según los datos del punto b?

43. *Caracterización espectroscópica de núcleos de puntos cuánticos.* El tamaño del núcleo en nm (nanómetros) se puede calcular aplicando el valor de la longitud de onda λ (en nm) para el primer pico de absorción excitónica de la muestra, utilizando la función de ajuste experimental obtenida para el nanocrystal de CdSe, así:

$$D_{CdSe} = (1,6122 \times 10^{-9}) \lambda^4 - (2,6575 \times 10^{-6}) \lambda^3 + (1,6242 \times 10^{-3}) \lambda^2 - 0,4277 \lambda + 41,57$$

Determine el D_{cdse} cuando λ toma valores de 500 nm y 780 nm.

44. Área o sección resistente efectiva. La sección resistente para los tornillos métricos se puede determinar por:

$$A_s = \frac{\pi}{4} (d - 0,938194P)^2$$

Donde d es el diámetro nominal de la rosca del tornillo y P el paso de la rosca.

Complete la Tabla 3.6 según los datos suministrados.

Tabla 3.6 Datos ejercicio 44

Referencias DIN ISO 13-1	Paso P (mm)	Diámetro nominal (mm)	A_s (mm²)
M1	0,25	0,693	
M1,2	0,25	0,893	
M1,6	0,35	1,170	
M2	0,4	1,509	
M2,3	0,45	1,948	
M3	0,5	2,387	
M4	0,7	3,242	
M5	0,8	4,134	

Fuente: Rosca Métrica ISO DIN 13 (M).

45. El número de carga de rodamiento hidrodinámico está dado por la ecuación:

$$N_H = \frac{\pi \varepsilon \sqrt{\pi^2 (1 - \varepsilon^2) + 16 \varepsilon^2}}{(1 - \varepsilon^2)^2}$$

Donde ε representa el coeficiente de excentricidad. Calcule N_H cuando $\varepsilon = 0,81$ y $\varepsilon = 0,75$.

46. La diferencia de voltaje V_{ab} entre dos puntos a y b en un circuito de puente de Wheatstone, tal como se ilustra en la Figura 3.3, es:

$$V_{ab} = V \left(\frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \right)$$

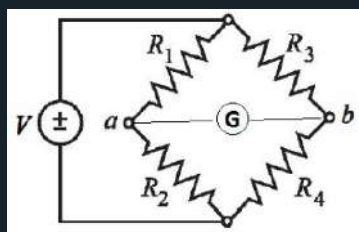


Figura 3.3. Puente de Wheatstone.

a. Calcule la diferencia de voltaje, cuando $V = 14$ voltios, $R_1 = 125,7 \Omega$, $R_2 = 114,3 \Omega$, $R_3 = 122,3 \Omega$, y $R_4 = 115,2 \Omega$.

b. La diferencia de voltaje Wheatstone es de $-3,12$ V, con un voltaje de entrada de $12,3$. Determine el valor de la resistencia R_1 , cuando el resto de resistencia es $R_2 = 220,25 \Omega$, $R_3 = 180,51 \Omega$, y $R_4 = 300,12 \Omega$.

47. La densidad atmosférica terrestre $D(h)$ (en kg/m^3) a una altitud de h metros se puede aproximar con la fórmula (Swokowski y Cole, p. 308):

$$D(h) = 1,2 - ah + bh^2 - ch^3$$

Donde $a = 1,096 \times 10^{-4}$, $b = 3,42 \times 10^{-9}$, $c = 3,6 \times 10^{-14}$, y $0 \leq h \leq 30000$, determine $D(10000)$, $D(19000)$, $D(23000)$ y $D(30000)$.

48. El periodo de oscilación de una estructura está definido como el tiempo necesario para que un edificio realice un ciclo completo en vibración libre:

$$T = CZ^\alpha$$

Donde Z es la altura total del edificio, y C y α son valores empíricos que dependen del tipo de estructura. Así, $C = 0,047$, $\alpha = 0,9$ para edificios de pórticos de concreto, $C = 0,072$, $\alpha = 0,8$ para edificios aporticados de acero, y $C = 0,073$, $\alpha = 0,75$ para edificios de acero con pórticos arriostrados, determine y compare el periodo de oscilación para edificios cuya altura es de 20 m, de acuerdo con los datos suministrados de C y α .

49. A fin de calcular el diámetro aproximado de un agujero negro se tiene en cuenta la masa original de la estrella en colapso. La fórmula es:

$$D = \frac{4GM}{c^2}$$

Donde G es la constante gravitacional ($6,67408 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$), M es la masa de la estrella original (medida en kg), y c es la velocidad de la luz ($3 \times 10^8 \text{ m/s}$).

a. Determine el diámetro aproximado de un agujero negro para una estrella cuya masa es de $2,58 \times 10^{34} \text{ kg}$.

b. Si el diámetro de un agujero negro es de 35 km, ¿qué masa tiene la estrella?

50. *Ecuación de Drake*. Permite realizar un estimado potencial sobre la cantidad de civilizaciones avanzadas que podrían existir en nuestra galaxia (la Vía Láctea), susceptibles de poseer emisiones de radio detectables. La ecuación se basa en los siguientes parámetros:

$$N = R^* \cdot f_p \cdot n_e \cdot f_l \cdot f_i \cdot f_c \cdot L$$

Donde N representa el número de civilizaciones que podrían comunicarse en nuestra galaxia:

- R^* es el ritmo anual de formación de estrellas “adecuadas” en la galaxia;
- f_p es la fracción de estrellas que tienen planetas en su órbita;
- n_e es el número de planetas orbitando dentro de la ecosfera de la estrella (las órbitas cuya distancia a la estrella no sea tan próxima como para ser demasiado calientes, ni tan lejana como para ser demasiado frías, de modo que les permita albergar vida);
- f_i es la fracción de esos planetas dentro de la ecosfera en los que la vida se ha desarrollado;
- f_i es la fracción de esos planetas en los que la vida inteligente se ha desarrollado;
- f_c es la fracción de esos planetas donde la vida inteligente ha desarrollado una tecnología e intenta comunicarse;
- L es el lapso, medido en años, durante el que una civilización inteligente y comunicativa puede existir.

Con los recientes descubrimientos de planetas potencialmente habitables y, por ende, con vida, la ecuación puede ajustarse. Así, pruebe la ecuación con los siguientes valores de entrada:

- $R^* = 10/\text{año}$ (diez estrellas se forman cada año);
- $f_p = 0,5$ (cerca de la mitad de esas estrellas cuentan con planetas);
- $n_e = 2$ (cada una de esas estrellas contiene dos planetas);
- $f_i = 1$ (el 100 % de esos planetas podría desarrollar vida);
- $f_i = 0,09$ (solo el 9 % albergaría vida inteligente);

- $f_c = 0,03$ (solo el 3 % de tal vida inteligente se puede comunicar);
- $L = 10^4$ años (cada civilización duraría diez mil años transmitiendo señales).

Determine las posibles civilizaciones detectables.

51. El área total de un cilindro circular recto es: $A=2\pi r(h+r)$.

Donde r es el radio de la circunferencia de la base del cilindro y h la altura. Si el área de un depósito cilíndrico es de $100,81 \text{ m}^2$, determine el diámetro óptimo para una altura de $6,1251 \text{ m}$.

52. Calcule la velocidad de propagación de una onda electromagnética en el vacío, empleando la ecuación:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Donde μ_0 y ϵ_0 representan las constantes de permeabilidad magnética y permitividad eléctrica, respectivamente, que equivalen a $1,3 \times 10^{-6} \text{ N/A}^2$ y $8,9 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$.

Use las constantes dadas y calcule la resistencia eléctrica del vacío empleando la siguiente ecuación:

$$R = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

53. El cambio de energía cinética ΔE de un sistema se expresa mediante la ecuación:

$$\Delta E = \frac{1}{2}m[v_2^2 - v_1^2]$$

Donde m es la masa en kg, v_2 es la velocidad final y v_1 la velocidad inicial.

a. Determine el cambio de energía cinética para un cuerpo de masa (m) 0,2 g que inicialmente se desplazaba a 50 km/h y luego la triplicó.

b. Si el cambio de energía cinética es de 13,75 J para un cuerpo de masa de 100 g con una velocidad final de 30 m/s, ¿cuál era su velocidad inicial?

c. El cambio de energía cinética de un cuerpo es de 1293,6 J y sus velocidades son de 60 y 38 m/s. ¿Cuál es la masa del cuerpo?

54. Un cable de un puente colgante tiene sus soportes en el mismo nivel, separados a una distancia de L pies. Los soportes están a a pies por encima del punto mínimo del cable, tal como se observa en la Figura 3.4.

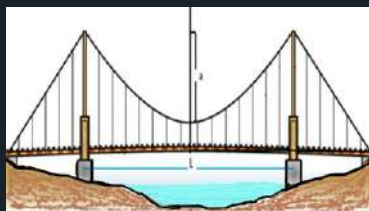


Figura 3.4. Cable colgante de un puente que emplea dos soportes como punto de apoyo.

Si el peso del cable es despreciable, pero el puente tiene un peso uniforme de w libras por pies, se deducen las siguientes fórmulas:

a. La tensión en libras para un cable en el punto más bajo es:

$$T_c = \frac{WL^2}{8a}$$

b. La tensión en libras de los soportes es:

$$T_s = \frac{WL}{8a} \sqrt{L^2 + 16a^2}$$

Determine las tensiones del cable y soporte, cuando los soportes equidistan a 350,8912 pies, donde la distancia de estos está por encima del punto mínimo del cable a 48,5812 pies. El peso del puente es de $5,12 \times 10^6$ libras, aproximadamente.

55. *Efecto invernadero*. El promedio de aumento de temperatura de la superficie del planeta Tierra debido al efecto invernadero se calcula con la siguiente ecuación:

$$T(t) = \frac{21,1}{5,10^6} t^3 - \frac{127,01}{1,10^6} t^2 + \frac{1293}{5,10^4} t$$

Donde $0 \leq t \leq 60$, y $t=0$ corresponde a 1980. Calcule la temperatura en grados Celsius para los años 1995, 2000, 2011, 2016, 2018, 2020 y 2035.

56. Con el fin de calcular la gravedad de una estrella o de un planeta se emplea la siguiente ecuación:

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

Donde G es la constante de gravitación universal ($6,67408 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2), M es la masa del planeta (en kg) y R es radio (en metros). Complete la Tabla 3.7 según los datos suministrados.

Tabla 3.7 Datos ejercicio 56

Nombre	Masa (kg)	Radio (km)	Gravedad (m/s)
Sol	$1,989 \times 10^{30}$	695 000	
Mercurio	$3,302 \times 10^{23}$	2439,7	
Venus	$4,869 \times 10^{24}$	6051,8	

Nombre	Masa (kg)	Radio (km)	Gravedad (m/s)
Tierra	$5,9742 \times 10^{24}$	6378,14	
Marte	$6,4191 \times 10^{23}$	3389,5	
Júpiter	$1,8987 \times 10^{27}$	69 911	
Saturno	$5,6851 \times 10^{26}$	58 232	
Urano	$8,6849 \times 10^{25}$	25 362	
Neptuno	$1,0244 \times 10^{26}$	24 622	
Plutón	$1,27 \times 10^{22}$	1185	
Luna	$7,3477 \times 10^{22}$	1737,1	

Fuente: elaboración propia.

Operadores relacionales

Los operadores relacionales se emplean con el propósito de realizar comparaciones entre dos valores numéricos. Por consiguiente, si la comparación es correcta, la expresión se considera como verdadera y da como resultado 1; en caso contrario, es falsa y el resultado es 0.

<code>>> true</code>	<code>>> false</code>
<code>ans =</code>	<code>ans =</code>
<code>1</code>	<code>0</code>

Tabla 3.8 Cuadro de operadores relacionales

Opera- dor	Nombre	Representación matemática	significado
<code><</code>	Menor que	$a < b$	a menor que b
<code>></code>	Mayor que	$a > b$	a mayor que b
<code>==</code>	Igual a	$a == b$	a igual a b
<code>~=</code>	No igual a	$a ~= b$	a no es igual a b
<code><=</code>	Menor o igual a	$a <= b$	a menor o igual a b
<code>>=</code>	Mayor o igual a	$a >= b$	a mayor o igual a b

Fuente: elaboración propia.

Un ejemplo del uso de los operadores es el siguiente:

```
>> 2>3
ans =
0
```

El resultado (0) indica que la desigualdad es falsa porque 2 no es mayor a 3.

```
>> 2<3
```

ans =

1

El resultado (1) indica que la desigualdad es verdadera porque 2 es menor a 3.

Para los demás ejemplos puede deducir los estados de falso o verdadero según el caso, tal como se muestra en la tabla 3.9.

Tabla 3.9 Estados de falso verdadero

>> 2>=3 ans = 0 Devuelve falso	>> 2>=2 ans = 1 Devuelve verdadero	>> 2<=3 ans = 1 Devuelve verdadero	>> 2==2 ans = 1 Devuelve verdadero
---	---	---	---

Fuente: elaboración propia.

Cuando es diferente se tiene:

```
>> 2~=2
```

ans =

0

Devuelve Falso

Nota 4. El carácter ~ se obtiene al oprimir las teclas Alt + 126.

Nota 5. No se debe confundir el operador asignación =, con el operador relacional igual a ==.

Un ejemplo de operación de asignación es el siguiente:

```
>> x=5;
```

```
>> whos x
```

<i>Name</i>	<i>Size</i>	<i>Bytes</i>	<i>Class</i>	<i>Attributes</i>
<i>x</i>	<i>1x1</i>	<i>8</i>	<i>double</i>	

Se asigna una variable *x* de valor cinco, cuyo atributo es real de tamaño 1 x 1, compuesto por 8 bytes.

Práctica 2

1. Desarrolle las siguientes operaciones relacionales:

$$5 < 9 \quad -5 > -10 \quad -5 > 8 \quad 8 > = 9$$

$$9 > -5 \quad -3 < -2 \quad 9 = = 8 \quad 10 \sim = 12$$

$$9 < = 12 \quad 7 > 9 \quad 19 < 21 \quad 8 \sim = 8$$

$$2 > = 1 \quad 3 < = 4 \quad -1 > -2 \quad 6 < -4$$

$$9 > = -5 \quad -11 < = -13 \quad 6 \sim = -9 \quad -9 = = 9$$

$$5 \sim = -5 \quad 6^3 > 5^3$$

$$(6-5) > (6+2) \quad (18+25) < (36+28)$$

$$(-4)^3 \sim = -(4)^3 \quad 5^3 > = 6^2$$

$$(5*9) < = (1589/12) \quad (15-6.32)^4 > = (25.4587/10)$$

$$(25+15)^2 < = (1589*12) \quad 5(4-3/2) \geq (17/5+1/3)7$$

$$7 > 5 - 2x \geq 3 \quad \text{con } x = 1 \quad \sqrt{x+2} > \sqrt{2x+3}, \text{ con } x = 2$$

$$\frac{3x+5}{x^2+7} \geq \frac{4x^2-1}{5x+1}, \text{ con } x = 3 \quad 5 \geq \frac{6x+7}{2} > 2 \text{ con } x = 2$$

$$-10 < \frac{x+2}{3} < 10 \text{ con } x = 1, x = 4$$

$$(2x-5)(4x+7) \leq (8x+2)(x-5) \text{ con } x = -1$$

$$\frac{y+1}{4} - \frac{y}{3} > 1 + \frac{2y-1}{6} \text{ con } y = 2$$

2. En vigas continuas o apoyadas de ancho b y canto d , la distancia libre entre los elementos rigidizadores laterales, l , debe cumplir la doble condición:

$$1 < 60b ; \quad 1 < 250 \frac{b^2}{d}$$

En voladizos se debe cumplir:

$$1 < 25b ; \quad 1 < 100 \frac{b^2}{d}$$

Calcule las condiciones cuando $b = 0,5$ m, y $d = 1,2$ m.

3. Las cimentaciones se clasifican en dos clases, profundas y superficial, tal como se muestra en la Figura 3.5 y en la Figura 3.6, respectivamente.

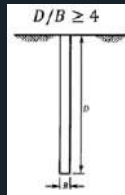


Figura 3.5. Cimentaciones profundas.

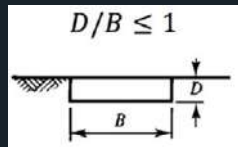


Figura 3.6. Cimentación superficial.

Determine:

- El tipo de cimentación cuya profundidad D es de 10 m y ancho B de 50 cm.
- El tipo de cimentación cuya profundidad es de 50 cm y ancho de 2,5 m.

4. La desigualdad de Schwarz se expresa como:

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 \leq \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \sqrt{y_1^2 + y_2^2}$$

Verifique la desigualdad para $x_1 = 5$, $x_2 = -2$ y $y_1 = 3$, $y_2 = 4$.

Operadores lógicos

Los operadores lógicos son:

- **& (AND)**: si dos expresiones x e y son verdaderas, entonces el resultado es verdadero, por ende, su/s salida/s van a ser 1 y, en caso contrario, será cero, es decir, falso.
- **(OR)**: si alguna de las dos expresiones x e y es verdadera, entonces el resultado es verdadero, por ende, su/s salida/s van a ser 1.
- **~(NOT)**: dada una expresión x , el operador cambia el estado de verdadero a falso o viceversa.

A continuación, se exponen las tablas de verdad de los operadores lógicos (véanse las tablas 3.10, 3.11 y 3.12).

Tabla 3.10 Operador lógico AND, &

x	y	x&y
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Tabla 3.11 Operador lógico OR|

x	y	x y
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Tabla 3.12 Operador lógico NOT, ~

x	~x
1	0
0	1

Nota 6. Otras funciones equivalentes a los operadores lógicos que tiene Matlab a disposición son:

- $and(x,y)$ equivale a $x\&y$
- $or(x,y)$ equivale a $x|y$
- $not(x)$ equivale a $\sim x$

Ejemplos de operadores lógicos

$(1 < 2) \& (2 < 3)$	$(1 < 2) \& (2 < 1)$
ans =	ans =
1	0
Verdadero	Falso

Para la operación OR

```
>> (1 < 2) | (2 < 1)
```

```
ans =
```

```
1
```

```
Verdadero
```

Para la operación NOT:

```
>> ~(2 < 1)
```

```
ans =
```

```
1
```

Verdadero

```
>> and(1==1,2==3)
```

```
ans =
```

```
0
```

Falso

```
>> 1==1 & 2==2
```

```
ans =
```

```
1
```

Verdadero

```
>> 1==1 | 2==1
```

```
ans =
```

```
1
```

Verdadero

```
>> or(1==1, 2==1)
```

```
ans =
```

```
1
```

Verdadero

Para la operación OR exclusiva (XOR)

La puerta XOR es una puerta lógica digital que implementa el o exclusivo; es decir, una salida verdadera (1) resulta si una y solo una de las entradas a la puerta es verdadera. Si ambas entradas son falsas (0), o ambas son verdaderas, resulta en una salida falsa. La operación XOR representa la función de la desigualdad, es decir, la salida es verdadera si las entradas no son iguales, de otro modo el resultado es falso. Una manera de recordar XOR es “uno o el otro, pero no ambos”.

Tabla 3.13 Operación OR exclusiva (XOR)

Input		Output
A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Fuente: elaboración propia.

Ejemplos

1. Revise con detenimiento los ejercicios resueltos de la Tabla 3.14.

Tabla 3.14 Ejercicios resueltos 1

<code>xor(1==1,2==2)</code>	<code>xor(1==1,2==2)</code>	<code>xor(18<=17,1==2)</code>	<code>xor(18<=17,2==2)</code>
<code>ans =</code>	<code>ans =</code>	<code>ans =</code>	<code>ans</code>
<code>0</code>	<code>0</code>	<code>0</code>	<code>1</code>
<code>Falso</code>	<code>Falso</code>	<code>Falso</code>	<code>Verdadero</code>

Fuente: elaboración propia.

2. Dados los vectores $x = [5\ 0\ 8\ 3\ 9]$ $y = [2\ 8\ 7\ 0\ 1]$, realice las operaciones indicadas en la columna de la izquierda de la Tabla 3.15.

Tabla 3.15 Ejercicio 2

$n = x \& y$	$n = 1\ 0\ 1\ 0\ 1$
$m = \sim(y x)$	$m = 0\ 0\ 0\ 0\ 0$
$p = xor(x,y)$	$p = 0\ 1\ 0\ 1\ 0$
$x < y$	$ans = 0\ 1\ 0\ 0\ 0$
$x > y$	$ans = 1\ 0\ 1\ 1\ 1$
$x < 5$	$ans = 0\ 1\ 0\ 1\ 0$
$q = x((x < y) \& (x < 3))$	$q = 0$

Fuente: elaboración propia.

Práctica 3

1. Desarrolle las operaciones lógicas.

`and(2==3,4==3)`

`and(5==5,3==3)`

`and(6>7,3>2)`

`~3<~5`

`and(6>7,3<2)`

`and(5<8,8<10)`

`or(2==3,4==3)`

`or(5==5,3==3)`

`or(6>7,3>2)`

`or(5<8,8<10)`

`xor(2==3,4==3)`

`xor(5==5,3==3)`

`xor(6>7,3>2)`

`xor(5<8,8<10)`

`~(6<5)`

`~(9>7)`

`~(8<=10)`

`~(15>=11)`

`8>5&6>9`

`1<=2&2>6`

`3>=8 | 1>=1`

`(20==8) | (6<=14)`

`~5`

`~(-6)`

`(9>=5 | 3>=1)&(5>=1 | 4>=2)`

`(~1<4 & 5>=4) | (7>=10 & (4<=7)`

`~(4<=7 & 5>=2)`

`(~4>=15 | 13>=5)&(~5>=4 | 7>=9)`

`(11<~7 & ~5>=-5) | (-10<=19 & -8<=7) &(8>~5)`

`(9>7 & 3>=1) | (17<=19 & 6<=5) &(2>4)`

`(-1<~2 & 10<-2) | (1>3 & ~6>7)`

`t=sen(2) < 0.8 & log(2) > 0.5`

`x=cos(pi)> 3.11 | sqrt(10) > 3`

`M=[true,false,true,true, true, false]`

$x=1:6; y=[1,0,2,5,9,4]; z = x > y$

$x=1:6; y=[0,2,-3,7,1,-5];$ emplear la instrucción `find(x>y)`

2. Se tienen los vectores $x = [-6,-4,0,3,7]$ e $y = [-15,12,8,5,9]$, calcule las siguientes operaciones:

$z = (x < y)$

$z = (x > y)$

$z = (x \sim y)$

$z = (x == y)$

$z = (x > 3)$

$z = \sim y > x$

$z = x \& y$

$z = x | y$

$z = \text{xor}(x,y)$

$z = \sim(y < x)$

$z = (2x > -3y)$

$z = -2x \& y$

$z = 5(x | y)$

$z = (x^2 > y^2)$

Además de los operadores booleanos citados, existen varias funciones lógicas integradas útiles, tales como las que se muestran en la Tabla 3.16.

Tabla 3.16 *Funciones lógicas integradas*

Instrucción	Descripción
<i>any</i>	Verdadero si cualquier elemento de un vector es verdadero.
<i>all</i>	Verdadero si todos los elementos de un vector son verdaderos.
<i>exist</i>	Verdadero si el argumento existe.
<i>isempty</i>	Verdadero <i>true</i> para una matriz vacía.
<i>isinf</i>	Verdadero para todos los elementos infinitos de una matriz.
<i>isnan</i>	Devuelve una matriz A del mismo tamaño que contiene 1 lógico (<i>true</i>) donde los elementos de A son NaNs y 0 lógico (<i>false</i>) donde no lo son.
<i>find</i>	Encuentra índices de elementos no nulos de una matriz.

Fuente: elaboración propia.

Conversión de números a diferentes sistemas

Binario a decimal o viceversa

El sistema numérico binario (base dos) tiene dos valores posibles (1 y 0) por cada valor posicional. En contraste con el sistema numérico decimal (base 10) tiene diez valores posibles (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) por cada valor posicional.

Cada número en el sistema decimal tiene su equivalente en el sistema binario y viceversa.

La función incorporada en Matlab *bin2dec* convierte una cadena numérica binaria en un número decimal. Así:

```
bin= '11100010';
dec = bin2dec(bin)
dec =
    226
```

Para el caso de convertir un número de decimal a una cadena binaria, se emplea la función *dec2bin*:

```
de = 226;
bin = dec2bin(dec)
bin =
    11100010
```

Binario a hexadecimal o viceversa

Un sistema de numeración hexadecimal (base 16) es usado comúnmente en sistemas digitales. En este sistema, los números se cuentan de 0 a 9 y, dado que la base es 16, implica que se necesitan 16 símbolos diferentes; los números decimales 10 a 15 están representados por letras de la A a la F, respectivamente.

La Tabla 3.17 muestra el significado de todos los símbolos en el sistema de numeración hexadecimal.

Tabla 3.17 Símbolos en el sistema de numeración hexadecimal

Decimal	Hexadecimal	Binario
0	0	0
1	1	1
2	2	10
3	3	11
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

Fuente: elaboración propia.

A fin de convertir un valor binario a hexadecimal, simplemente se traduce cada grupo binario de 4 bits a su equivalente hexadecimal. Así, por ejemplo, el número binario 0011 1111 0111 1010 se traduce en el hex 3F7A.

En Matlab se puede pasar de binario a decimal, y luego de decimal a hexadecimal. Podemos integrar una instrucción en la otra mediante la siguiente sintaxis:

Hex = dec2hex (bin2dec (bin))



Es importante recordar que tanto los números binarios como los hexadecimales se tratan como cadenas en Matlab. Por tanto, se puede utilizar este concepto de la siguiente manera:

```
bin = '111001011110101';
hex = dec2hex(bin2dec(bin))
hex =
    72F5
```

Para el caso contrario se emplea la estructura `bin= dec2bin(hex2dec(hex))`:

```
hex = '72F5'
bin = dec2bin(hex2dec(hex))
bin =
    111001011110101
```

Octal a binario o viceversa

Un sistema numérico octal (base 8) se emplea en electrónica digital. En este sistema de números, los símbolos se cuentan solo de '0' a '7'. En la base 8 se usan solo ocho símbolos diferentes.

La Tabla 3.18 muestra el significado de todos los símbolos en el sistema octal y su conversión a equivalentes decimales o binarios.

Tabla 3.18 Símbolos en el sistema octal y su conversión a equivalentes decimales o binarios

Decimal	Octal	Binario
0	0	0
1	1	1
2	2	10
3	3	11
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111

Fuente: elaboración propia.

A fin de convertir un valor de octal a binario se traduce cada símbolo octal al grupo binario equivalente de 3 bits. Por ejemplo, el número octal 537 se traduce en el equivalente binario 101_011_111.

En Matlab se puede ir de octal a decimal, y luego de decimal a binario. Para esto se emplean las instrucciones *base2dec* y *dec2bin*. La función *base2dec* convierte la cadena de números de base N en un número decimal. La sintaxis general es:

$$d = \text{base2dec}('oct', base)$$

Por ejemplo, *base2dec('10',8)* produce un 8.

La función *dec2bin* convierte un número decimal en una cadena binaria. Su sintaxis es:

$$b = \text{dec2bin}(d)$$

Por ejemplo: *dec2bin(5)* produce la cadena 101.

Se puede integrar una instrucción en la otra de la siguiente manera:

```
oct = '537';
bin = dec2bin(base2dec(oct, 8))
bin =
    101011111
```

Decimal a octal o viceversa

El sistema octal es un sistema numérico utilizado en la electrónica digital. En este sistema de números los símbolos se cuentan solo de 0 a 7. En la base 8 solo se tienen ocho símbolos diferentes (no hay símbolos como 8 o 9). Se puede obtener la conversión decimal a octal mediante el comando de Matlab *dec2base*, que convierte un entero decimal a una cadena B base.

Así, *dec2base(D, B)* devuelve la representación de *D* como una cadena en la base *B*. *D* debe ser un arreglo de números enteros no negativos más pequeño que 252 y *B* debe ser un número entero entre 2 y 36.

```
dec = 167;
oct = dec2base(dec,8)
oct =
    247
```

Para el caso de pasar de octal a decimal, se emplea la función *base2dec*, que convierte una cadena de números de base—*N* en número decimal. Su sintaxis es:

```
base2dec ('cadena', base)
```

La base de parámetros puede ser cualquier cosa, no solo 8.

```
base2dec('100',8)
```

```
ans =
```

```
64
```

```
base2dec('1352',8)
```

```
ans =
```

```
746
```

Código gris (*code gray*)—binario y decimal

El código gris, conocido también como código binario reflejado, es un sistema binario numérico en el que dos valores consecutivos difieren en un solo bit. Este tipo de código fue diseñado originalmente con el propósito de prevenir estados transitorios no deseados o salidas de interruptores electromecánicos.

En la actualidad, este código se emplea para facilitar la corrección de errores en las comunicaciones digitales y en los convertidores digital—analógicos. Su funcionamiento, en términos generales, consiste en tomar el bit más significativo de un conjunto de números binarios. El resto de los bits grises proviene de una operación *xor* entre el bit binario precedente ($b(i-1)$) y el bit binario actual ($b(i)$), así:

$$g(1) = b(1)$$

$$g(2) = b(1) \text{ xor } b(2)$$

$$g(3) = b(2) \text{ xor } b(3)$$

$$g(4) = b(3) \text{ xor } b(4)$$

$$g(5) = b(4) \text{ xor } b(5)$$

La operación *xor* produce un 1 si los bits son diferentes y produce un 0 si los bits son iguales. Así, un binario 110101 se convierte en 1001111 en gris.

El código en Matlab para desarrollar el código en gris es:

```
function g = bin2gray(b)
g(1) = b(1);
for i = 2 : length(b);
    x = xor(str2num(b(i-1)), str2num(b(i)));
    g(i) = num2str(x);
end
```

La salida por la Command Window es:

```
>> g = bin2gray('110101')
g =
    101111
```

Pruebe para diferentes valores.

El parámetro de entrada a esta función es un número binario (expresado en una cadena), y la salida es el número gris equivalente (también expresado como una cadena).

También se puede probar una secuencia completa. Para esto se pasa de decimal a binario (usando la función *dec2bin*) y luego a *gray* (usando la función desarrollada). Por ejemplo:

```

for d = 0:10      % Decimal
    b = dec2bin(d); % Binario
    g = bin2gray(b); % Gris
    disp({d b g})
end

```

Los resultados son (decimal, binario, gris):

```

[0] '0' '0'
[1] '1' '1'
[2] '10' '11'
[3] '11' '10'
[4] '100' '110'
[5] '101' '111'
[6] '110' '101'
[7] '111' '100'
[8] '1000' '1100'
[9] '1001' '1101'
[10] '1010' '1111'
[11] '1011' '1110'
[12] '1100' '1010'

```

En el caso de convertir un número gris a un número binario se procede a tomar el bit gris más significativo en binario. El resto de los bits binarios proviene de una operación *xor* entre el bit

binario precedente ($b(i-1)$) y el bit gris actual ($g(i)$). Por tanto, se tiene la siguiente secuencia de operaciones:

$$b(1) = g(1)$$

$$b(2) = b(1) \text{ xor } g(2)$$

$$b(3) = b(2) \text{ xor } g(3)$$

$$b(4) = b(3) \text{ xor } g(4)$$

$$b(5) = b(4) \text{ xor } g(5)$$

El código en Matlab es el siguiente:

```
function b = gray2bin(g)
b(1) = g(1);
for i = 2 : length(g);
    x = xor(str2num(b(i-1)), str2num(g(i)));
    b(i) = num2str(x);
end
```

Al ejecutar se tiene:

```
>> b = gray2bin('1001011')
```

```
b =
```

```
1110010
```

Pruebe para diferentes valores.

A fin de probar una secuencia completa, pasando de decimal a binario, binario a gris y gris a binario:


```

for d = 0 : 12
    g = bin2gray(dec2bin(d));
    b = gray2bin(g);
    disp({d g b})
end

```

Los resultados son (decimal, gris, binario):

```

[0] '0' '0'
[1] '1' '1'
[2] '11' '10'
[3] '10' '11'
[4] '110' '100'
[5] '111' '101'
[6] '101' '110'
[7] '100' '111'
[8] '1100' '1000'
[9] '1101' '1001'
[10] '1111' '1010'
[11] '1110' '1011'
[12] '1010' '1100'

```

Formatos de salida

La función *format* se encarga de cambiar la precisión numérica de los datos de salida y se emplea con el propósito de realizar cambios de visualización de salida de cálculos numéricos según el grado de precisión deseado. Sus variantes se muestran en la Tabla 3.19.

Tabla 3.19 Variantes de *format*

Instrucción	Descripción
<i>format</i>	Por defecto. Lo mismo que <i>short</i> .
<i>format short</i>	Formato de punto fijo con cuatro dígitos decimales. El formato de visualización numérica oscila entre 0,001 y 1000.
<i>format long</i>	Formato de punto fijo con 15 dígitos decimales.
<i>format short e</i>	Formato de punto flotante con cuatro dígitos decimales expresados en notación científica.
<i>format long e</i>	Formato de punto flotante con 15 dígitos decimales expresados en notación científica.
<i>format short g</i>	Formato para los mejores cinco dígitos fijos o punto flotante.
<i>format long g</i>	Formato para los mejores 15 dígitos fijos o punto flotante.
<i>format hex</i>	Formato hexadecimal.
<i>format bank</i>	Formato fijo para dólares y céntimos en la que se toman dos dígitos decimales.

<i>format rat</i>	Formato que transforma una operación a fraccionario. Se emplea cuando se operan racionales o reales, en general, y se desea que la respuesta sea fraccionaria.
<i>format compact</i>	Elimina las líneas vacías para permitir mostrar mayor información en la pantalla.
<i>format loose</i>	Es lo opuesto a compact; añade líneas vacías.
<i>format + o -</i>	Los símbolos +, - y espacio en blanco se emiten para elementos positivos, negativos y de valor cero. No se tienen en cuenta las partes imaginarias.

Fuente: elaboración propia.

Con esta información el usuario puede controlar el número de decimales que desea aparezcan en pantalla. Para emplear un determinado número de decimales Matlab establece por defecto cuatros dígitos.

Por ejemplo, sea el valor de la constante π . La salida estándar es la siguiente:

```
>> pi
```

```
ans =
```

```
3.1416
```

Forma extensa:

```
>> format long; pi
```

```
ans =
```

```
3.141592653589793
```

Forma extensa representada con exponente:

```
>> format long e;pi
```

```
ans =
```

```
3.141592653589793e+000
```

Forma corta, con potencia:

```
>> format short e;pi
```

```
ans =
```

```
3.1416e+000
```

```
>> format long g;pi
```

```
ans =
```

```
3.14159265358979
```

```
>> format short g;pi
```

```
ans =
```

```
3.1416
```

La forma corta, en la que se representa mediante una relación comando número, es la siguiente:

```
>> format rat; pi
```

```
ans =
```

```
355/113
```

```
>> format rat;  
>> 2/7+1/3-3/11  
  
ans =  
  
80/231
```

Para representar números racionales en diversos formatos:

```
>> format bank; pi  
  
ans =  
  
3.14
```

```
>> format compact; pi  
  
ans =  
  
3.14
```

```
>> format hex; pi  
  
ans =  
  
400921fb54442d18
```

```
>> format loose; pi  
  
ans =  
  
400921fb54442d18
```

En la Tabla 3.20 se recapitulan los formatos.

Tabla 3.20 *Recapitulación de formatos*

<pre>>> format long >> x=1/13 x = 0.076923076923077</pre>	<pre>>> format short e >> x=1/13 x = 7.6923e-02</pre>	<pre>>> format long e >> x=1/13 x = 7.692307692307693e-02</pre>
<pre>>> format hex >> x=1/13 x = 3fb3b13b13b13b14</pre>	<pre>>> format bank >> x=1/13 x = 0.08</pre>	<pre>>> format rat >> x=1/13 x = 1/13</pre>

Fuente: elaboración propia.

Cabe señalar que, una vez establecido el formato a trabajar, de ahí en adelante todas las salidas de las operaciones que se realicen se expresarán de esta manera. Por tanto, a fin de volver a dejar el formato estándar de Matlab, simplemente digite *format*.

Para establecer cifras decimales con la precisión deseada sin modificar el formato estándar se emplea el comando *vpa*; la sintaxis general es:

$$R = vpa(A)$$

$$R = vpa(A, d)$$

Por ejemplo, con el fin de calcular la relación de $1/3$ con cinco dígitos significativos:

```
>> vpa(1/3, 5)
```

```
ans =
```

```
0.33333
```

Sin restricción alguna:

```
>> vpa(1/3)
```

```
ans =
```

```
0.33333333333333333333333333333333
```

Sin embargo, existen variantes. Para este caso por defecto muestran 31 cifras:

```
>> vpa pi
```

```
ans =
```

```
3.1415926535897932384626433832795
```

A fin de establecer la precisión se tiene:

<pre>>> vpa 'pi' 5</pre> <pre>ans =</pre> <pre>3.1416</pre>	<pre>>> vpa 'pi' 7</pre> <pre>ans =</pre> <pre>3.141593</pre>
---	---

Otra forma de mostrar resultados exactos es con *digits(n)*:

```
>> digits(25)
```

```
>> vpa(pi)
```

```
ans =
```

```
3.141592653589793238462643
```

```
>> digits(15); vpa (pi)
```

```
ans =
```

```
3.14159265358979
```

Para el caso de números enteros se tiene:

```
>> digits(24); vpa (5^35)
```

```
ans =
```

```
2910383045673370270040066.0
```

```
>> digits(30); vpa (5^35)
```

```
ans =
```

```
2910383045673370270040064.0
```

Sea la suma y resta de números racionales $\frac{2}{3} + \frac{7}{11} - \frac{5}{9}$. Se puede evaluar empleando la forma simbólica (*sym*) y luego situar la respuesta con una precisión de 18 dígitos:

```
>>sym(2/3+7/11+5/9)
```

```
ans =
```

```
184/99
```

```
>>digits(18)
```

```
vpa('2/3+7/11+5/9')
```

```
ans =
```

```
1.85858585858585859
```

Funciones de redondeo

Redondear un número significa reducir la cantidad de cifras manteniendo un resultado más o menos exacto. Matlab posee varias funciones que permiten el redondeo de un número. Estas funciones se describen a continuación.

Round(x)

Redondea el valor de la variable x al entero más próximo:

```
>> round(-7.236587401215489301254789)
```

```
ans =
```

```
    -7
```

```
>> round(8.25489)
```

```
ans =
```

```
     8
```

Fix(x)

Redondea el valor de x al entero más cercano por defecto:

```
>> fix(6.23510135479555130218738)
```

```
ans =
```

```
     6
```

Cuando se declara una variable, esta se coloca en la función, así:

```
>> x=6.23510135479555130218738;
```

```
>> fix(x)
```

```
ans =
```

```
     6
```

Floor(x)

Redondea el valor de x al entero más cercano por defecto si es positivo, y por exceso si es negativo:

```
>> floor (3.6589710124789654135)
```

ans =

3

```
>> floor (-3.6589710124789654135)
```

ans =

-4

Ceil(x)

Redondea el valor de x al entero más próximo por exceso si es positivo, si es negativo se aproxima por defecto.

```
>> ceil (9.3254987512568475555)
```

ans =

10

```
>> ceil (-9.3254987512568475555)
```

ans =

-9

En resumen, los comandos anteriores se muestran en la Tabla 3.21.

Tabla 3.21 Comandos de funciones de redondeo

Round(u)	fix(u)	floor(u)	ceil(u)
>> round(u)	>> fix(u)	>> floor(u)	>> ceil(u)
ans =	ans =	ans =	ans =
3	2	2	3

Fuente: elaboración propia.

Ejemplos

La distancia recorrida en línea recta por un vehículo es de 17,5879 m, en un tiempo de 12 s. Determine la rapidez empleando las diferentes funciones de redondeo básicas y luego ajústelas a cinco dígitos.

La fórmula de rapidez es $u = \frac{x}{t}$; al digitarse en Matlab, se tiene:

```
>> x=17.5879;
```

```
>> t=12;
```

```
>> u=x/t;
```

```
>>vpa (u) % muestra el cálculo sin redondear
```

```
ans =
```

```
1.4656583333333335073
```

% luego use las demás funciones de redondeo, recuerde use vpa (u) para restablecer la respuesta.

```
>> round(u)
```

```
ans =
```

```
1
```

```
>> vpa(u)
```

```
ans =
```

```
1.4656583333333335073
```

```
>> fix(u)
```

```
ans =
```

```
1  
>> vpa(u)  
  
ans =  
  
1.46565833333333335073
```

```
>> floor(u)  
  
ans =  
  
1
```

```
>> vpa(u)  
  
ans =  
  
1.46565833333333335073
```

```
>> ceil(u)  
  
ans =  
  
2
```

Para su ajuste a cinco dígitos:

<pre>>> round(5);u u = 1.4657</pre>	<pre>>> fix(5);u u = 1.4657</pre>	<pre>>> floor(5);u u = 1.4657</pre>	<pre>>> ceil(5);u u = 1.4657</pre>
---	---	---	--

Práctica 4

1. Aproxime el número áureo empleando los diferentes formatos de los que dispone Matlab y ordénelos en una tabla. Indague qué es este número que se encuentra en la naturaleza y para qué se emplea.

2. Responda a las siguientes preguntas:

a. ¿Es *fix* (4.71) igual que *floor* (4.71)?

b. ¿Es *fix* (5.4) igual que *fix* (−5.4)?

c. ¿Es *fix* (9.2) igual que *floor* (9.2)?

d. ¿Es *fix* (−7.2) igual que *floor* (−7.2)?

e. ¿Es *fix* (−2.15) igual que *ceil* (−2.15)?

f. ¿Es *ceil* (3.75) igual que *floor* (3.75)?

En los siguientes ejercicios aproxime a por lo menos cuatro cifras significativas.

3. Para un sistema de recolección de aguas lluvias se plantea la siguiente ecuación:

$$A = \frac{V}{Pt}$$

Donde A es el área captación en m^2 , t es el tiempo de lluvia en horas, P es la precipitación en m/h , y V el volumen de almacenamiento de agua en un depósito. Expresé la respuesta con dos dígitos decimales.

a. Se cuenta con un área de captación de $45,25 m^2$. Si llovió durante $6,52 h$ y el almacén registró $95,7 m^3$ de agua, ¿cuál es el valor de la precipitación?

b. Se tiene un almacén de $30,58 \text{ m}^3$ y una precipitación de $0,091 \text{ m/h}$. ¿Cuál es el área de captación para que el depósito se llene en $3,52$ horas?

c. La superficie de captación es de $450,23 \text{ m}^2$ y una precipitación de $0,095 \text{ m/h}$, ¿cuál es el volumen de agua obtenido en $7,2$ horas?

4. Dada la función $f(x) = \frac{3x+5}{x^2+3x-5}$, calcule $f(2,514455)$ y $f(-1,1257)$, cuya respuesta sea de siete dígitos decimales.

5. La función polinomial $h(t)$ representa la altura (en pies) de un segmento de montaña rusa en un tiempo t :

$$h(t) = 0,00151t^3 - 0,12587t^2 + 3,698412t + 12,4587$$

a. Determine la altura para un tiempo $t = 1,2554$. Exprese la respuesta en forma fraccionaria.

b. Determine la altura para un tiempo $t = 5,012478$. Exprese la respuesta con nueve dígitos decimales.

c. Determine la altura en metros para un tiempo $t = 12,895471$. Exprese la respuesta en notación científica.

6. La relación entre lecturas de escalas Celsius y Fahrenheit de temperatura se representa mediante la siguiente ecuación:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

a. Determine el equivalente en grados Celsius cuando la temperatura es de $58,26$, $69,75$, $85,691$ y $125,01258$ grados Fahrenheit. Exprese la respuesta en formato compacto.

b. Determine el equivalente en grados Fahrenheit cuando la temperatura es de 15 , 30 , 67 , 89 , 98 y 110 grados centígrados. Exprese la respuesta en formato bancario.

7. La relación longitud—peso de una ballena se puede aproximar mediante la ecuación:

$$W=0,0016L^{2,43}$$

Donde W se mide en toneladas y L en pies. Exprese la respuesta empleando un formato que aproxime por exceso.

a. ¿Cuál es el peso de una ballena que mide 27,352 pies de longitud?

b. Si una ballena pesa 20 toneladas, ¿qué longitud tiene?

8. El momento de inercia de un cilindro homogéneo alrededor de un eje perpendicular a su eje de simetría que pasa por su centro de masas es:

$$I = \frac{1}{4} M \left(r^2 + \frac{h^2}{3} \right)$$

Donde M es la masa del cuerpo, r el radio y h la longitud. Exprese la respuesta empleando un formato que aproxime por defecto.

a. Si la masa de un cuerpo cilíndrico es de 40,0851 kg, determine su momento de inercia, si la longitud h es de 3,415 m y el diámetro es de 2,42 m.

b. Si el momento de inercia de un cuerpo cilíndrico es de 12,9103 kgm², determine la altura de este si su radio es de 50,7 cm y la masa de 60 kg.

9. La altura h (en pies) de la base de una nube se puede estimar usando la ecuación:

$$h=227 (T_s - T_{pr})$$

Donde T_s es la temperatura del suelo y T_{pr} es la temperatura del punto de rocío. Expresé la respuesta con máximo tres decimales.

a. Si la temperatura es 72,521 °F y el punto de rocío es 55,854 °F, encuentre la altura de la base de la nube.

b. Si el punto de rocío es 69,125 °F y la base de la nube está a 3500,213 pies, estime la temperatura del suelo.

10. La presión a una distancia r del centro de la Tierra es:

$$P_o - P = - \int_r^R \frac{3GM^2}{4\pi R^3} \frac{r}{R^3} dr = - \frac{3GM^2}{8\pi R^6} (R^2 - r^2)$$

Donde $p_o = 1,0131 \times 10^5$, Pa es la presión cuando $r = R$, es decir, la presión atmosférica. En el centro de la Tierra $r = 0$ m por lo que la presión P es igual a:

$$P = P_o + \frac{3GM^2}{8\pi R^4}$$

Obtenga el valor de P con $R = 6,37 \times 10^6$ m, $M = 5,98 \times 10^{24}$ kg y $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg². Aplique el o los métodos de aproximación que garantice el menor error en el cálculo final.

11. El radio de un satélite geoestacionario se obtiene al suponer un periodo de órbita de 24 horas. Calcule el radio y expresélo en m, km, cm y mm. Ayuda: tome la ecuación del punto anterior y despeje R , teniendo en cuenta las unidades y la conversión de estas.

12. Una forma exacta de calcular π en términos de tangentes inversas de fracciones unitarias es la fórmula de Machin, descubierta en 1706:

$$pi = 4 \left[4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239} \right]$$

- a. Aproximar a diez cifras decimales.
- b. Exprese la respuesta en forma fraccionaria
- c. Aproximar a cuatro cifras significativas.

13. El radio atómico R (en $\text{Ångstrom} = 1 \times 10^{-10} \text{ m} = 0,1 \text{ nm}$) puede calcularse de manera aproximada mediante la fórmula:

$$R \cong \frac{1}{2} \left(\frac{A}{\rho N} \right)^{1/3}$$

Donde A representa el número atómico, ρ la densidad del elemento, y N el número de Avogadro $6,022 \times 10^{23}$ moles.

Determine el radio de los elementos químicos que se mencionan a continuación (busque en una tabla periódica los datos de A y ρ , tal como se indica en el punto a):

- a. Carbono $A = 12, \rho = 2267 \text{ kg/m}^3$
- b. Magnesio
- c. Hierro
- d. Oro
- e. Neodimio
- f. Plutonio
- g. Sodio
- h. Torio

La respuesta debe tener un grado de exactitud de seis cifras decimales.

14. La ecuación del periodo de un cuerpo que describe un movimiento armónico simple (MAS) a nivel gravitacional está descrita por la ecuación:



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

Obtenga el valor de T con $R = 6,37 \times 10^6$ m, $M = 5,98 \times 10^{24}$ kg y $G = 6,67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg². Aplique el o los métodos de aproximación que garanticen el menor error en el cálculo final. Exprese la respuesta en horas, minutos y segundos con un grado de exactitud de cinco decimales.

15. La circunferencia de una elipse puede ser aproximada por medio de la siguiente ecuación:

$$C = \pi [3(a + b) - \sqrt{(3a + b)(a + 3b)}]$$

Calcule la circunferencia C , cuando $a = 12,125$ cm y $b = 15,784$ cm. Exprese la respuesta con cinco decimales de exactitud.

16. Un cuerpo esférico cayendo bajo su propio peso en un fluido tiene como velocidad límite:

$$v_L = \frac{2r^2(\rho - \rho_f)g}{9\eta}$$

Donde ρ es la densidad del cuerpo, ρ_f es la densidad del fluido, η es la viscosidad del fluido y r es el radio del cuerpo. Sea un glóbulo rojo, cuyo radio es de aproximadamente $2 \mu\text{m}$ y su densidad es de $1,312 \times 10^3$ kg/m³, y la densidad del plasma sanguíneo es de $1,06 \times 10^3$ kg/m³. Exprese la respuesta con tres decimales de exactitud.

a. Cuál es la velocidad límite de los glóbulos rojos, si la viscosidad del plasma es de $1,528 \times 10^{-3}$ Ns/m².

b. Qué radio tendría un glóbulo rojo si la velocidad límite es 0,91 veces la velocidad del punto anterior.

17. El momento de inercia de la Tierra respecto del eje Z es:

$$I = 0,345 \cdot MR^2$$

El momento de inercia de una distribución esférica y homogénea de masa M es:

$$I = 0,40MR^2$$

Siendo $M = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg la masa de la Tierra, y $R = 6,371 \cdot 10^6$ m el radio de esta, calcule los momentos aplicando el o los métodos de aproximación que garanticen el menor error en el cálculo final.

18. Debajo de la base de una nube, la temperatura del aire T (medida en °F) a una altura h (en pies) se expresa de manera aproximada con la ecuación:

$$T = T_o - h \left(\frac{5,51}{1000} \right)$$

Donde T_o es la temperatura al nivel del suelo, con dos decimales de exactitud.

a. Determine la temperatura del aire a una altura de 1,25 millas si la temperatura del suelo es de 72,2368 °F.

b. ¿A qué altura se alcanza la temperatura de congelación?

19. La salida de potencia mecánica P de un músculo en contracción está dada por la ecuación:

$$P = ku \frac{(1 - u)}{k + u}$$

Donde $u = v/v_{\max}$ es la relación de velocidades, siendo v y v_{\max} la velocidad de acortamiento muscular estándar y máxima, respectivamente. La constante k varía entre 0,15 y 0,25. Determine P cuando la relación de velocidades es de 0,75 y $k = 0,22, 0,67$ y 0,18. Expresé la respuesta con tres decimales de exactitud.

20. El costo en dólares $f(p)$ de eliminar la contaminación de un río se aproxima a la fórmula:

$$f(p) = \frac{185000p}{100-p} \quad 0 \leq p \leq 100$$

Evalúe el costo de eliminar los porcentajes de contaminación de 35,47 % y 72,0458 %. Exprese la respuesta con dos decimales de exactitud.

21. Área de superficie corporal. En fisiología y medicina el área de superficie corporal (ASC) es la medida o cálculo de la superficie del cuerpo humano.

Existen diversos tipos de cálculos para medir el ASC, donde S es el área en metros cuadrados (S), (p) el peso en kilogramos y (h) la altura en centímetros.

La fórmula más común es la de Mosteller:

$$S = \sqrt{\frac{ph}{3600}}$$

- Para niños, se emplea la fórmula de Haycock:

$$S = 0,024265p^{0,5378} h^{0,3964}$$

- Du Bois & Du Bois:

$$S = 0,007184p^{0,425} h^{0,725}$$

- Gehan EA, George SL:

$$S = 0,0235h^{0,42246} p^{0,51456}$$

- Fórmula de Boyd:

$$S = 0,0003207h^{0,3} p^{(0,7285 - 0,0188 \log_{10}(p))}$$

La altura se mide en cm y el peso en gramos para este caso.

Calcule cada fórmula para un grupo de personas que pesan 40,5, 80,25 y 120,845 kg, con alturas de 100,23, 140,51 y 182,02 cm. Exprese la respuesta con tres decimales de exactitud.

Como dato adicional, los valores normales para el ASC son:

- “normal” ASC es, por lo general: $1,7 \text{ m}^2$;
- media para hombre de ASC: $1,9 \text{ m}^2$;
- media para mujeres de ASC: $1,6 \text{ m}^2$;
- niños: $1,07 \text{ m}^2$ (nueve años), $1,14 \text{ m}^2$ *(diez años), y $1,33 \text{ m}^2$ (12—13 años);
- neonatos: $0,25 \text{ m}^2$;
- media para niños de dos años: $0,5 \text{ m}^2$.

22. Los momentos inerciales de un cilindro circular de radio r y longitud L están representados por las siguientes ecuaciones:

$$I_x = \frac{1}{2}mr^2; I_y = I_z = \frac{1}{12}m(3r^2 + L^2)$$

a. Calcule los momentos para un cilindro de masa $m = 850,12 \text{ g}$, con un diámetro de 4,2 cm y una longitud de 75,15 cm. Exprese la respuesta en forma fraccionaria.

b. El momento inercial en la dirección z es de $16,687 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$, determine el momento I_x cuando la masa de una varilla cilíndrica es de 0,8 kg y la longitud es de 80 cm. Exprese la respuesta con cuatro decimales de exactitud.

23. Cuando un astronauta se encuentra en estado de ingravidez su peso W disminuye, tal como se representa en la siguiente ecuación general:



$$W = w \left(\frac{6400}{6400 + h} \right)^2$$

Donde w es el peso en la Tierra del astronauta expresado en kg y h es la altitud en km sobre el nivel del mar.

a. Si el peso del astronauta es de 80 kg en la Tierra, ¿cuál es su peso en estado de ingravidez a una altitud de 200 km y 300 km? Exprese la respuesta con dos decimales de exactitud.

b. Si $W = 0,81w$, a qué altitud se encuentra el astronauta. Exprese la respuesta en notación científica.

24. Para estimar la vida de la secuencia principal de una estrella se emplea la siguiente ecuación:

$$t_{Estrella} = t_{Sol} \left(\frac{M_{Sol}}{M_{Estrella}} \right)^{2,5}$$

Donde t indica el tiempo en años y M las masas de las estrellas. Determine con un grado de exactitud de cinco cifras decimales.

a. Si la masa de una estrella es 2,314789 veces la masa del sol, ¿cuál es su tiempo de vida si se tiene en cuenta que el tiempo estimado para el Sol es de 10^{10} años.

b. Si $t_{Estrella} = 1\,721\,5789,10^9$ años, ¿cuál es su masa con respecto a la del Sol?

25. Para calcular la cuantización del momento angular L de un átomo que se relaciona con los niveles (n) de energía E_n (expresado en electrónvoltio eV), se emplean las ecuaciones:

$$L = n \frac{h}{2\pi} E_n = -\frac{13,6}{n^2}$$

Calcule L y E para los niveles $n = 1:6$ y $300:400$. Expresé la respuesta con un decimal de exactitud.

26. Se dispone de dos superficies que están dentro de una cavidad, cuyo comportamiento es la de un cuerpo negro. La ecuación del intercambio radiativo es:

$$q = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}}$$

Donde σ representa la constante de Stefan—Boltzmann, que equivale a $5,6704 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$; T_1 y T_2 son las temperaturas de las superficies medidas en Kelvin; A_1 y A_2 son las áreas de las superficies; ε_1 y ε_2 son los coeficientes de emisividad cuyos valores oscilan entre 0 y 1; F_{12} es el factor de forma que indica la fracción de energía total emitida por una superficie que se intercepta con otra.

Si dos esferas de radios 2 cm y 2,5 cm están a una temperatura de 350,5 K y 310,75 K, respectivamente, cuál es el intercambio radiativo si las emisividades son iguales a 0,5 y el factor de forma es de 0,42. Expresé la respuesta con tres decimales de exactitud.

27. Las componentes no nulas del tensor de Riemann están representadas por las siguientes ecuaciones:

$$R_{110}^0 = -\frac{2GM}{c^2 r^3} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1} \quad R_{010}^1 = \frac{2GM}{c^2 r^3} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)$$

$$R_{020}^2 = \frac{GM}{c^2 r^3} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) \quad R_{121}^2 = -\frac{GM}{c^2 r^3} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{-1}$$

Donde G representa la constante de gravitación universal; M , la masa del cuerpo celeste (kg); c , la velocidad de la luz; y r el radio del cuerpo (m). Expresé la respuesta aplicando el o los métodos

de aproximación que garanticen el menor error en el cálculo final para:

a. Determinar cada componente para el Sol, la Tierra, la Luna y Júpiter.

b. Determinar cada componente para una estrella 4,5 veces la masa del Sol, con un radio cinco veces mayor que el mismo.

28. La fuerza de marea efectiva en un instante inicial se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$F = \frac{GM}{r^3} \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right)^2$$

Determine la fuerza de marea efectiva del Sol, la Tierra y la Luna. Exprese la respuesta aplicando el o los métodos de aproximación que garanticen el menor error en el cálculo final.

29. La estimación del efecto del confinamiento de energía del espacio electrónico E_{gap} relacionado con los puntos cuánticos QD puede obtenerse utilizando la aproximación de masa efectiva:

$$E_{\text{gap}} = E_{\text{Si}} + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2} \left[\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right] \left[\frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_h^*} \right]$$

Donde E_{Si} representa la brecha de energía en el silicio, cuyo valor de referencia es de 1,12 eV (electronvoltios). L_x , L_y y L_z son las dimensiones de la nanopartícula, y m_e^* y m_h^* son las masas efectivas de los electrones y los huecos en el silicio.

En una primera aproximación, la masa de los huecos es esencialmente la mitad de la masa de electrones. La teoría predice que la banda de valencia debe desplazar dos veces el desplazamiento de la banda de conductancia.

Determine E_{gap} para un grupo de nanopartículas agrupadas en un espacio de dimensiones (0,3, 0,5, 0,7) nm, donde la masa efectiva de los electrones es de 2,61 y de los huecos 2,3. El valor de \hbar es de $1,05457 \times 10^{-34}$ Js. Exprese la respuesta con ocho decimales de exactitud.

30. La galaxia de Andrómeda o galaxia Espiral M31 (Messier 31 o NGC 224) se encuentra a una distancia de 2,5 millones de años luz de la Vía Láctea. Exprese la respuesta aplicando el o los métodos de aproximación que garanticen el menor error en el cálculo final.

a. Determine el tiempo que tarda la luz en recorrer la distancia entre Andrómeda y la Vía Láctea.

b. Cuál es el radio en km de la NGC 224, si esta tiene un diámetro de 220 000 años luz.

c. M31 se está acercando a la Vía Láctea a una velocidad de 300 km/s, aproximadamente. ¿En cuánto tiempo en segundos, minutos, días y años Andrómeda colisionará con la Vía Láctea?

d. ¿Cuál es la masa en kilogramos de M31 si se estima que esta tiene, aproximadamente, $1,3 \times 10^{12}$ masas solares?

Tenga en cuenta que una masa solar es igual a la masa del sol, es decir, a 332 950 veces la masa de la Tierra. Un año luz equivale aproximadamente a $9,461 \times 10^{12}$ km. Exprese la respuesta con cuatro decimales de exactitud.

31. *Flujo laminar en tuberías.* En la Figura 3.7 se muestra una sección de tubo de radio r y longitud L , coaxial con la tubería de radio R que lo contiene en la que se establece la condición de equilibrio del cilindro separado.

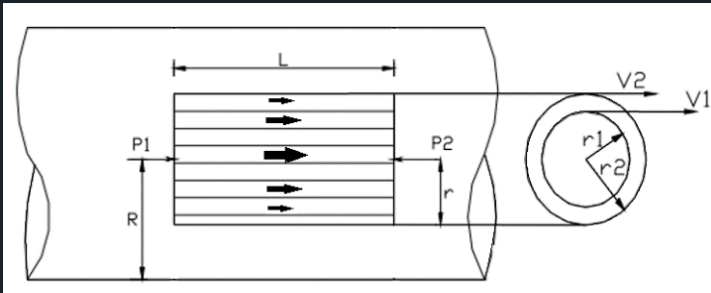


Figura 3.7. Segmento de tubería en el que se diagrama el flujo laminar de un fluido.

La diferencia de velocidades Δv en la tubería está representada como:

$$v_2 - v_1 = \frac{(P_2 - P_1)}{2\eta L} r(r_2 - r_1)$$

Donde P_2 y P_1 representan las presiones expresadas en pascales y η el coeficiente de viscosidad dinámica.

Para el caso del caudal, su fórmula es:

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{8\eta L} \pi R^4$$

Al sustituir $R = D/2$, el caudal queda expresado por:

$$Q = \frac{P_1 - P_2}{128\eta L} \pi D^4$$

La presión en los puntos 1 y 2 en una sección de tubería de longitud 2,4 m son de 1,45 y 2,35 atmosferas, respectivamente, donde los radios inferior y exterior son de 10,5 cm y 12,4 cm, y el radio constante de la tubería es de 14,5 cm. Determine los siguientes datos aplicando el o los métodos de aproximación que garanticen el menor error en el cálculo final:

a. Variación de la velocidad para un fluido cuya viscosidad es de 0,0012 N.s/m² ó Pa.s.

- b. Caudal en función del radio y del diámetro.
- c. Si la diferencia de presiones es de 2,851 Pa en una tubería de 2 m de longitud, con un radio total de 10 cm, ¿cuál es el caudal para un fluido cuya densidad es de 1,4 Poise?
- d. Si el caudal en una tubería es de $5848,10^4 \text{ m}^3/\text{s}$, con un diámetro de 30 cm y longitud de 50 cm, ¿cuál es la viscosidad dinámica del fluido que circula por la tubería que está a una diferencia de presiones de 2,71 atmosferas?

32. Una forma exacta de calcular π en términos de tangentes inversas de fracciones unitarias son las siguientes:

K. Takano (1982)

$$\pi = 4 \left[12 \arctan \frac{1}{49} + 32 \arctan \frac{1}{57} - 5 \arctan \frac{1}{239} + 12 \arctan \frac{1}{110443} \right]$$

K. Takano (1986)

$$\pi = 4 \left[44 \arctan \frac{1}{57} + 7 \arctan \frac{1}{239} - 12 \arctan \frac{1}{682} + 24 \arctan \frac{1}{12943} \right]$$

- a. Aproxime a 12 cifras decimales.
- b. Exprese la respuesta en forma fraccionaria.
- c. Aproxime a ocho cifras decimales.

Emplee el comando *atan* de Matlab para calcular la función inversa de la tangente.



4.

Operaciones escalares



Tabla de contenido



Variables y operaciones escalares

Matlab, en razón a su estructura de diseño, trabaja con memoria dinámica, es decir, no precisa que se declaren las variables que se van a usar. Aunque este proceso es flexible, lo más recomendable es trabajar siempre declarando las variables y con cuidado de que no se realice con nombres propios de funciones o instrucciones propias de Matlab, de tal manera que no se genere conflicto en el momento de ejecutar una operación.

Se sugiere reservar memoria para las variables (por ejemplo, en matrices muy grandes). En este propósito solo se debe asignar un valor cualquiera. De igual manera, si está usando mucha memoria del computador es conveniente liberarla borrando variables que no se vayan a emplear más. Por consiguiente, a la hora de desarrollar un *script* como primera línea coloque siempre la instrucción *clear* o *clc*.



Una variable representa un símbolo que permite identificar un valor numérico que pertenece a un conjunto determinado. Para el caso de Matlab, los datos se pueden almacenar mediante variables, teniendo en cuenta algunos aspectos como los siguientes:

1. Se deben declarar las variables en su inicio con una letra, la cual puede combinarse *a posteriori* con otras letras, números o con raya al piso (`_`).
2. Matlab diferencia las letras mayúsculas de las minúsculas.
3. Se sugiere que, en el desarrollo de programas extensos, se empleen nombres completos para las variables con el fin de estar en capacidad de identificarlos mejor.
4. No puede tomar palabras reservadas de Matlab como nombres de variables.
5. No se permiten espacios entre caracteres.
6. Las variables pueden contener hasta 19 caracteres.

Ahora bien, un escalar es todo aquel número real o complejo, constante, que describe una magnitud. Ejemplos de constantes digitadas en Matlab son:

pi:

ans

3.14

Velocidad de la luz: $c = 300\,000$ km/s aproximadamente.

$c = 3e8$ %velocidad de la luz, medida en metros/segundo

Constante de los gases ideales:

$R = 8.314472$ % Unidades Joule/mol*kelvin

Carga eléctrica del electrón — $1,602 \times 10^{-19}$ culombios (C):

$$q = -1,602e-19$$

Masa del electrón $9,10938188 \times 10^{-31}$ kg:

$$m_e = 9,10938188e-31$$

Masa del protón $1,67262158 \times 10^{-27}$ kg:

$$m_p = 1,67262158e-27$$

Masa del neutrón $1,67492716 \times 10^{-27}$ kg:

$$m_n = 1,67492716e-27$$

Longitud de Planck L_p $1,616252(81) \times 10^{-35}$ m:

$$L_p = \sqrt{\frac{hG}{2\pi c^3}}$$

Donde h es la constante de Planck = $6,62606896(33) \times 10^{-34}$; G la constante de gravitación universal = $6,67384(80) \times 10^{-11}$ Nm²/Kg²; y c la velocidad de la luz.

$$h = 6.62606896e-34;$$

$$G = 6.67384e-11;$$

$$c = 3e8;$$

$$L_p = \text{sqrt}(h * G / (2 * \pi * c^3))$$

$$L_p =$$

$$1.6145e-35$$

Nota 7. Es importante aclarar que los números escalares en Matlab son tratados como matrices de dimensión 1 x 1.

```
escalar=6;
```

```
whos escalar,
```

Lo que se busca es disminuir el número de bytes en memoria, para lo cual se digita int 8:

```
escalar=10
```

```
escalar =
```

```
    10
```

```
whos escalar
```

Name	Size	Bytes	Class	Attributes
escalar	1x1	8	double	

```
int8(escalar)
```

```
ans =
```

```
    10
```

```
escalar=int8(escalar)
```

```
escalar =
```

```
    10
```

```
whos escalar
```

Name	Size	Bytes	Class	Attributes
escalar	1x1	1	int8	

Al cambiar de formato *int8* la variable escalar solo ocupa un byte, o sea 8 bits. Este cambio se realiza cuando se trabaja con tratamiento de imágenes.

Ahora bien, *uint8* se emplea para variables que no tengan signo, ya que, de tenerlo, se trabaja con *double*, así:

```
escalar=-10
```

```
escalar =
```

```
    -10
```

```
whos escalar
```

```
  Name      Size  Bytes Class  Attributes
```

```
  escalar   1x1    8 double
```

Variables

Una variable es un símbolo que constituye un predicado, una fórmula, un algoritmo o una proposición de carácter matemático. En Matlab existen cinco tipos de variables que se resumen en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1 Variables de Matlab

Instrucción	Descripción	Ejemplo
Array	Datos ordenados por índices cuyos componentes son del mismo tipo, es decir, números.	$[1,2;3,4];$ $7-5i$
Char	Array de caracteres (cada carácter tiene 16 bits).	'Hola Mundo'
Celda	Dato ordenado por índices cuyos componentes son <i>arrays</i> de distinto tipo.	$\{17,'hola',eye(2)\}$
Struct	Dato para ser almacenados en campos (estructura). Cada campo es un <i>array</i> o celda.	$a.dia=1;$ $a.mes='julio'$
Objeto	Datos definidos por el usuario con base en una estructura y con funciones asociadas.	$tf(1,[1,1])$

Fuente: elaboración propia.

Con el fin de verificar si una variable declarada es una función propia de Matlab se pueden emplear los siguientes comandos *which*, *isvarname* e *iskeyword*. Para su uso se procede de la siguiente manera.

Con la instrucción *which* es posible conocer la ruta en la que se encuentra un *script* en Matlab. Solo debe adicionarse el nombre del archivo de la siguiente manera:

```
>> which arco
```

```
C:\Users\USER\Documents\MATLAB\arco.m
```

Se va a declarar la variable *cos*, asumiendo el riesgo que esta variable sea realmente una función propia de Matlab:

```
cos =5
```

```
cos =
```

```
5
```

```
>> Which cos
```

```
Undefined function 'Which' for input arguments of type 'char'.
```

Did you mean:

```
>> which cos
```

```
built—in (C:\Program Files\MATLAB\R2014a\toolbox\matlab\elfun\@double\cos)
```

```
% double method
```

El comando *which* indica que la función no está definida como un argumento de entrada de tipo char, por lo que valida de nuevo la petición en la que establece que *cos* es una función propia de Matlab e indica su ubicación interna. Por consiguiente, no se debe tomar este nombre como variable para no tener problemas.

```
>> invarname cos
```

```
Undefined function 'invarname' for input arguments of type 'char'.
```

Did you mean:



```
>> isvarname cos
```

```
ans =
```

```
1
```

El comando *isvarname* indica que la función no está definida como un argumento de entrada de tipo char, por lo que valida de nuevo la petición asignado un valor lógico verdadero a esta definición. Por consiguiente, no se debe tomar este nombre como variable para no tener problemas.

Con el comando *iskeyword* Matlab despliega una lista de nombres reservados:

```
>> iskeyword
```

```
ans =
```

```
⟨break⟩
```

```
⟨case⟩
```

```
⟨catch⟩
```

```
⟨classdef⟩
```

```
⟨continue⟩
```

```
⟨else⟩
```

```
⟨elseif⟩
```

```
⟨end⟩
```

```
⟨for⟩
```

```
⟨function⟩
```

```
⟨global⟩
```

```

<if>
<otherwise>
<parfor>
<persistent>
<return>
' spm '
<switch>
<try>
<while>

```

Por estética y orden, lo más recomendable es que declare las variables necesarias a fin de que sea entendible un problema u ejercicio. Tome en cuenta que las variables, sino se guardan, se sobrescriben. Así, por ejemplo:

```

>> x=2
x =
    2

```

A continuación, se puede sobrescribir la variable:

```

>> x=[1 5 6 4]
x =
    1 5 6 4

```

Práctica 1

De los nombres, las letras y los símbolos citados realice una predicción de cuáles pueden ser empleados como variables en Matlab.

A	a	Var	2x
ans	mi_dato	mi—dato	Minombre&
alfa	_xty	log	end
Shdetyefhh	ase&	Cos	function
{]a	45y_e	b_d	'%\$&
arctan	exp	y2z	Pi
whos	try	Mi_archivo1	As#k
1archivo	bs5sd	X1	X_2b
Aceleración	sin		
Fuerza_newton			
estenombrepuedeservircomovariante?			
velocidadenmetrosorsegundo			

Pruebe los ejercicios anteriores con los comandos *isvarname*, *is-keyword* y *which*.

En términos operativos, el uso de las variables en Matlab es muy útil, en particular en el momento de trabajar con fórmulas matemáticas, físicas o químicas.

Empecemos con ejemplos básicos.

Sea un valor numérico n cualesquiera que se desea guardar en un lugar de memoria de Matlab, para lo cual se le asigna una variable denominada x , así:

```
>> x=5
```

```
=
```

```
5
```

Si va a trabajar con más de una variable se puede organizar de manera vertical u horizontal en una misma línea, separadas por coma o por punto y coma, así:

```
>>x=5,y=6
```

```
=
```

```
5
```

```
6
```

Si se coloca punto y coma al final de cada instrucción, Matlab omite el desplegado de información en la Command Window. Por ejemplo:

```
>>x=5;y=6;
```

Como se aprecia al emplear el punto y coma, no aparecen en la ventana de trabajo los valores de x e y . Esto se debe a que se le está indicando a Matlab que ejecute el comando pero que suprima la salida, aunque está queda registrada en el Workspace. Recuerde que las variables de Matlab deben comenzar por una letra, así como tener especial cuidado con que el programa diferencia entre minúsculas y mayúsculas.

>> variable=10 variable = 10	>> x=10 x = 10	>> var_1=10 var_1 = 10	>> VAR=10 VAR = 10
------------------------------------	----------------------	------------------------------	--------------------------

```
>> z=5-9i
```

```
z =
```

```
- 9.0000i
```

En ciertos casos resulta útil reasignar el valor de una variable a partir del valor anterior, es decir:

```
>> x=1;
```

>> x=x+1 % esta instrucción indica que se le debe asignar a la variable x el valor de 1

```
x =
```

```
2
```

Si se ejecuta varias veces la instrucción anterior se va a ir sumando 1 a cada iteración:

```
>> x=x+1
```

```
x =
```

```
3
```

```
>> x=x+1
```

```
x =
```

```
4
```

```
>> x=x+1
```

```
x =
```

```
5
```


Ejercicios resueltos

Es importante analizar cada ejercicio y verificar en Matlab. De igual manera, al cambiar los datos les va a permitir adquirir la habilidad de interacción con las diversas herramientas y la sintaxis propia de este programa.

1. El peso de un cuerpo se representa matemáticamente como el producto de la masa por la gravedad, donde está última se considera una constante.

$$\text{Peso} = \text{masa} * \text{gravedad}, \quad p = mg$$

La masa de un cuerpo es de 30 kg, determine el peso.

```
>> m = 30; % masa del cuerpo medida en kilogramos
```

```
>> g = 9.81; % aceleración de la gravedad medida en metros /segundo al cuadrado
```

```
>> p = m*g % peso del cuerpo medido en Newton
```

```
p =
```

```
294.3
```

Recuerde que, a fin de conocer el valor de una variable declarada previamente, basta con teclear su nombre.

Por ejemplo:

```
>> m
```

```
m =
```

```
30
```

2. La fórmula del volumen de un tetraedro regular de aristas a es:

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

Determine el volumen para una arista de longitud 3:

```
>> a=3;
```

```
>> V=a^3*sqrt(2)/12
```

```
V =
```

```
3.18
```

3. Obtenga caracteres de tipos ASCII, cuyos valores numéricos son 59, 76, 89, 95, 101, 125.

```
>> char(59, 76, 89, 95, 101, 125)
```

```
ans =
```

```
6×1 char array
```

```
‘;’
```

```
‘L’
```

```
‘Y’
```

```
‘‘’
```

```
‘e’
```

```
‘}’
```

4. En cosmología se emplea la temperatura de Planck con el propósito de hacer estimativos sobre la temperatura máxima que pudo alcanzar la materia en el primer instante del Big Bang; la ecuación relaciona varias constantes fundamentales. ¿Cuál es el valor de esta temperatura?

$$T_p = \sqrt{\frac{hc^5}{2\pi Gk^3}}$$

Donde h es la constante de Planck = $6,62606896 \times 10^{-34}$ J.s; G , la constante de gravitación universal $6,67384 \times 10^{-11}$ Nm²/Kg²; c , la velocidad de la luz; y k , la constante de Boltzmann = $1,3806504 \times 10^{-23}$ J/K.

$h=6.62606896e-34;$

$G=6.67384e-11;$

$c=3e8;$

$k=1.3806504e-23;$

$Tp = \text{sqrt}(h*c^5/(2*pi*G*k^3))$

$Tp =$

$3.8197e+43$

Nota 8. Las variables también permiten guardar cadenas de caracteres o *strings*, con la salvedad que deben colocarse entre comillas.

Retomando el ejercicio anterior, podemos adicionar una variable tipo *string*:

'La Temperatura de Planck en grados kelvin es:'

$h=6.62606896e-34;$

$G=6.67384e-11;$

$c=3e8;$



$$k=1.3806504e-23;$$

$$T_p = \text{sqrt}(h*c^5/(2*\pi*G*k^3))$$

La Temperatura de Planck en grados kelvin es:

$$T_p =$$

$$3.8197e+43$$

Cabe recalcar que, en la medida en que se van declarando las variables, estas aparecen registradas en el Workspace, tal como se muestra en la Figura 4.1. La ventaja es que se pueden editar, borrar o incluso crear nuevas variables. Todo esto solo con hacer clic derecho sobre ellas.

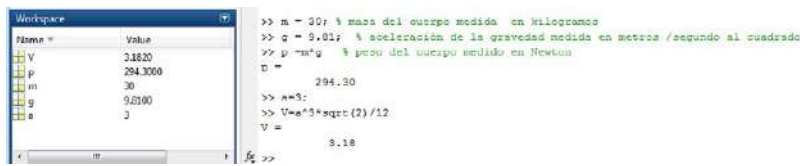


Figura 4.1. Almacenamiento de variables en el Workspace. Si se van a emplear las variables en otros ejercicios es recomendable guardarlas.

Para guardar las variables diríjase a la pestaña HOME y ubique el botón Save Workspace; el archivo se guarda con la extensión *.mat*, solicitando previamente un nombre.

De igual manera, al hacer doble clic sobre las variables en el Workspace estas van a aparecer ordenadas de manera matricial, tal como se observa en la Figura 4.2. Así, por ejemplo, para el caso del volumen del ejercicio anterior se muestra solo un valor que es de tipo escalar, el cual en el Workspace se interpreta como una matriz de 1 x 1 *double*, es decir, devuelve el valor de doble precisión para *X*. Si *X* es una matriz de doble precisión, *doble* no tiene ningún efecto en este caso.

	1	2	3	4
1	3.1820			
2				
3				
4				

Figura 4.2. Valor escalar guardado como vector en el Workspace.

5. El radio del horizonte de un agujero negro de masa M está representado por la fórmula:

$$R = \frac{2GM}{c^2}$$

Donde G es la constante de la gravitación de Newton, determine el radio cuando la masa es 2,5 veces la masa del sol.

$G=6.67384e-11;$

$c=3e8;$ % velocidad de la luz

$M = 2.5*1.9891e30;$ % masa del sol $1.9891*e30$ kg

$R=2*G*M/c^2$

$R =$

$206499/28$

Para expresar el resultado en formato decimal:

$digits(8),vpa(R)$

$ans =$

7374.964

Como repaso emplee los comandos *clc*, *clear*, *clear x y z*, *who* y *whos* sobre las variables declaradas. En términos operativos se recomienda el uso del comando *clear* cada vez que inicie una tarea o un *script*.

Variables predefinidas

En Matlab existen en sus librerías variables predefinidas que, como se supondrá, son reservadas; estas se resumen en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Variables predefinidas de Matlab

Instrucción	Descripción
<i>ans</i>	Representa la respuesta o valor calculado de una expresión.
<i>pi</i>	Representa el número <i>pi</i> .
<i>eps</i>	Permite representar la más pequeña diferencia entre dos números, cuya precisión se establece en términos de coma flotante. Esto significa que representa una tolerancia cuyo valor inicial es la distancia de uno al próximo número de punto flotante mayor. La tolerancia <i>eps</i> es el número positivo más pequeño tal que $1+eps \neq 1$.
<i>i, j</i>	Representa a los números complejos $\sqrt{-1} = 0 + 1i$.

<i>inf</i>	Indica el símbolo de infinito y aparece cuando se divide un número entre cero, mostrando como resultado en la ventana de trabajo ∞ .
<i>NaN</i>	<i>Not a Number</i> . Aparece como resultado de una operación en la que la expresión obtenida es indefinida; por ejemplo, una división 0/0 el programa se detiene, marcando un error.
<i>intmax</i>	Muestra el entero más grande que el computador puede representar.
<i>intmin</i>	Muestra el entero más pequeño que el computador puede representar.
<i>realmax</i>	Representa el número de punto flotante más grande que el computador puede mostrar.
<i>realmin</i>	Representa el número de punto flotante más pequeño que el computador puede mostrar.
<i>computer</i>	Muestra el tipo de sistema operativo sobre el que está instalado Matlab.

Fuente: elaboración propia.

Ejercicios resueltos

En los siguientes ejercicios debe prestar atención a la forma de análisis de los problemas y la posterior declaración de las variables.

1. Sea $x = 13$, $y = 8$ y $z = -6$, calcule las operaciones inicialmente a mano y luego compare con los resultados obtenidos en Matlab:

$$3x-2y+4z$$

$$-2x+(5y)^2-10z$$

$$(5x-4y)^2/z$$

$$9y-2x/(3y+(y+4x)/(zx))$$

$$4x^2-5y^3+15z+60$$

$$(3x/2y)^3-(z/x)^2+2$$

Recuerde el uso del teclado de flechas para recuperar los datos digitados previamente. Esto con el propósito de no teclear de forma repetitiva información que está almacenada.

clear

$$x=13;y=8;z=-6;$$

$$3*x-2*y+4*z$$

ans =

$$-1$$

$$-2*x+(5*y)^2-10*z$$

ans =

$$1634$$

$$(5*x-4*y)^2/z$$

ans =

$$-181.5$$

$$9*y-2*x/(3*y+(y+4*x)/(z*x))$$

ans =

$$70.8808$$

$$4*x^2-5*y^3+15*z+60$$

ans =

—1914

$$(3*x/2*y)^3 - (z/x)^2 + 2$$

ans =

3.7964e+06

2. En la teoría de la relatividad la masa de una partícula con velocidad v se representa mediante la ecuación:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

Donde m es la masa final, m_0 la masa inicial, v la velocidad del cuerpo y c la velocidad de la luz, determine la masa relativista de un cuerpo de 100 kg que se desplaza a 0,85 veces la velocidad de luz (3×10^8 m/s).

La solución de ejercicio es la siguiente:

>> $m_i = 100$; % masa inicial

>> $v = 255000000$;

% velocidad relativista que se obtiene de multiplicar $0.85 * 3 \times 10^8$ m/s, este número puede también expresarse como $2.55e8$

>> $c = 3e8$;

>> $m = m_i / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ % Masa relativista en Kg

$m =$

189.83

3. La densidad (ρ_{sv}) de la mezcla aire seco más vapor de agua medida (mol/m^3) se calcula mediante la fórmula:



$$\rho_{sv} = \frac{\left(1 - 0,378 \frac{P_v}{P}\right) P}{RT}$$

Donde P_v es la presión de vapor medida en hectopascales (Hpa = 100, 1 Pa = $9,86923 \cdot 10^{-4}$ atm (atmósferas)); P es la presión atmosférica en Hpa; R es la constante de los gases ($8,314472$ J/mol. °K = $8,314472$ Pa.m³/ mol.°K), y T es la temperatura en °K. Tome en cuenta que el aire húmedo es menos denso que el aire seco.

Determine la presión de vapor de agua para una temperatura de 360 °K, con una densidad del aire seco más vapor de agua del orden de $9,6221 \cdot 10^{-5}$ mol/m³ cuando la presión atmosférica es de 1,8 Hpa.

Cabe anotar que para este caso en particular se debe despejar la ecuación antes de efectuar las operaciones de cálculo en Matlab. Por consiguiente, la fórmula de P_v es:

$$P_v = \frac{P}{0,378} \left(1 - \frac{\rho_{sv} RT}{P}\right)$$

```
>> Presion= 1.8;
```

```
>>densidad=9.622e—5;
```

```
>> Temperatura=360;
```

```
>>R=8.314472;
```

```
>>Pv= Presion/0.378*(1—densidad*R*Temperatura/ Presion)
```

```
% medido en Hpa
```

```
Pv =
```

```
3.999982385
```

En los estudios de aerodinámica se tiene en cuenta cómo un fluido se comporta bajo determinadas condiciones físicas en un sistema (avión, vehículo, proyectil, barco, etc.) o dentro del sis-

tema (ductos de tubería, aparato circulatorio, etc.). Para ello se estima el número de Reynolds (Re) que toma en consideración la geometría del medio por el que circula el fluido, la velocidad y algunas propiedades físicas del fluido, como, por ejemplo, la viscosidad. La ecuación general es:

$$Re = \frac{vD\rho}{\eta}$$

Donde v es la velocidad del fluido (m/s); D el diámetro de la tubería (m); ρ la densidad del fluido (kg/m^3); η la viscosidad dinámica del fluido (1 poise = Pascal *segundo, Pa.s= kg/ms).

Determine el número de Reynolds para un fluido (agua a 20 °C) que circula por una tubería de 2 cm de radio, a una velocidad de 50 cm/s bajo una presión de una atmósfera. La densidad del agua a la temperatura dada es $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ y la viscosidad $\eta = 1,002 \times 10^{-3}$ poise. ¿El flujo es turbulento o laminar? En la imagen se muestra un fluido laminar (izquierda) y un fluido turbulento (derecha).



Figura 4.3. Representación gráfica de un flujo laminar y un flujo turbulento.

Ordenamos la información suministrada, empezando por las unidades para que todas sean compatibles conforme al Sistema Internacional:

$$\text{Diámetro } D = 2\text{Radio} = 4\text{cm} * \frac{1 \text{ m}}{100 \text{ cm}} = 0,04 \text{ m}$$

$$\text{Velocidad } v = 50 \frac{\text{cm}}{\text{s}} * \frac{1 \text{ m}}{100} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Densidad $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

Viscosidad $\eta = 1,002 \times 10^{-3} \text{ poise}$

$\gg D = 0.04;$

$\gg v = 0.5;$

$\gg \text{den} = 1000;$

$\gg \text{visc} = 1.002e-3;$

$\gg Re = D * v * \text{den} / \text{visc}$

$Re =$

19960.08

Según este resultado, el flujo se considera turbulento.

5. Desde un octavo piso de un edificio se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una velocidad de 90 km/h, ¿cuánto tarda en llegar a la altura máxima?

Los datos de entrada son:

$$v_0 = 90 \frac{\text{Km}}{\text{h}} * \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ Km}} * \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$g = -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; el signo menos hace referencia a que el objeto va hacia arriba en contra de la gravedad. En términos vectoriales, sería positivo.

Las ecuaciones de caída libre son:

$$v_f = v_0 + gt, \quad y = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2, \quad v_f^2 - v_0^2 = 2gt$$

Cuando la pelota llega a la altura máxima, su velocidad final será cero, $v_f = 0$; usando la primera ecuación tenemos:

$$v_0 + gt = 0$$



Despejando t se tiene: $t = -\frac{v_0}{g} = -\frac{25\frac{m}{s}}{(-9.81\frac{m}{s^2})} = 2,5s.$

En Matlab la operación es:

```
>> vo=25;
```

```
>>g=-9.81;
```

```
>> t=-vo/g
```

```
t =
```

```
2.5484
```

6. Un camión de 5000 kg toma una curva en una carretera plana de 50 m de radio con una rapidez de 65 km/h (18,1 m/s). Determine:

- Fuerza normal.
- Fuerza horizontal neta que requiere el camión para mantener su movimiento circular en torno a la curva.
- Fuerza de fricción estática total si el coeficiente de rozamiento total para pavimento seco es de 0,54.
- Fuerza máxima de fricción estática posible si el pavimento está cubierto de hielo y el coeficiente de fricción es de 0,25.

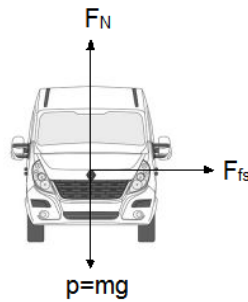
Con base en la imagen se deducen las siguientes fórmulas:

a. $F_N = mg = 5000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 49\,050 \text{ N}.$

b. $F_R = ma_R = m \frac{v^2}{r} = 5000 \text{ Kg} \frac{(18,1 \text{ m/s})^2}{50 \text{ m}} = 32\,761 \text{ N}.$

c. $F_{fs} = \mu_s F_N = 0,54 \cdot 49\,050 \text{ N} = 26\,487 \text{ N}.$

d. $F_{fs} = \mu_{sh} F_N = 0,25 \cdot 49\,050 \text{ N} = 12\,262,5 \text{ N}.$



Representación ejercicio 6

En Matlab la operación es:

```
>> m = 5000; % masa del camión expresado en Kilogramos
```

```
>> g= 9.81; % aceleración de la gravedad
```

```
>> Fn=m*g
```

```
Fn =
```

```
49050.00
```

```
>> v=18.1;
```

```
% velocidad del vehículo expresado en metros/segundo
```

```
>> r = 60; % Radio de la curva medido en metros
```

```
>> Fr=m*v/r
```

```
Fr =
```

```
1508.33
```

```
>> cfsp=0.54;
```

```
% Coeficiente de fricción estática en pavimento seco
```

```
>> Ffs= cfsp*Fn
```

```
Ffs =
```

26487.00

>> $cfsph=0.25;$

% Coeficiente de fricción estática en pavimento con hielo

>> $Ffs = cfsph*Fn$

$Ffs =$

12262.50

7. El término *peralte* describe la pendiente transversal presente en el diseño de las curvas de una carretera (véase la imagen) o la plataforma de una vía férrea. Este diseño busca que la resultante total de las fuerzas que actúan sobre el vehículo se mantenga, de manera aproximada, perpendicular al plano de la vía o calzada. Con esto el peralte contrarresta la fuerza centrífuga que lleva a que el vehículo se desplace al exterior de la curva.

Determine el ángulo para una curva de 60 m de radio de una carretera con una rapidez vehicular de 60 km/h.

La fórmula para el ángulo de peralte θ , con una rapidez v en la que no se precisa de la fricción, es:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

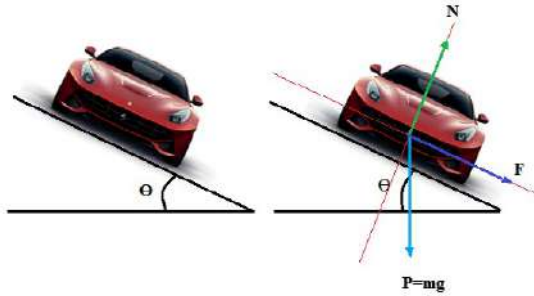
Sea el radio $r = 60$ m.

$$\text{Rapidez } v = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} * \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} * \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 16,667 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\tan\theta = \frac{(16,667 \text{ m/s})^2}{60 \text{ m} * 9,81 \text{ m/s}^2} = 0,471948503$$

$$\theta = \arctan(0,471948503)$$

$$\theta = 25,3^\circ = 0,441 \text{ radianes}$$



Representación ejercicio 7

En este ejercicio se omiten los comentarios, por lo cual su desarrollo es más rápido, aunque es recomendable definir los datos de las variables de entrada a fin de establecer desde el inicio la claridad tanto de las unidades como de la ecuación y de los resultados a obtener.

$$\gg r=60; v = 16.667; g=9.81;$$

$$\gg x = \text{atan}(v^2 / (r * g))$$

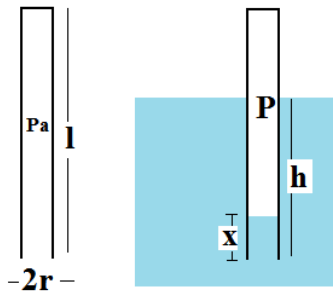
$$x =$$

$$0.44$$

El resultado está dado en radianes.

8. Considérese un tubo de longitud l y de radio r cerrado por uno de sus extremos. Se introduce el tubo de forma vertical por su extremo abierto en un recipiente con agua. A medida que el tubo se introduce en el agua a una longitud h , el aire en su interior se comprime, lo cual hace que el agua ascienda una longitud x en su interior, tal como se muestra en la imagen.





Representación ejercicio 8

Conocido el radio r del tubo y la longitud l , se mide la longitud del tubo sumergido h , así como la altura x del agua que ha penetrado en el tubo, por lo cual la presión atmosférica P_a a calcular es:

$$P_a = \rho g \frac{(h - x)(l - x)}{x}$$

Determine la presión en el interior de un tubo cuya longitud es de 30 cm, de la cual se ha sumergido 25 cm, y el agua ha penetrado una altura de 2,3 cm. Los datos de entrada son los siguientes:

- longitud del tubo $l = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$;
- longitud de del tubo sumergido $h = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$;
- altura del agua que ha penetrado en el tubo $x = 2,3 \text{ cm} = 0,023 \text{ m}$;
- gravedad $g = 9,81 \text{ m/s}^2$;
- la densidad del agua es de 1000 kg/m^3 .

$$P_a = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{(0,25\text{m} - 0,023\text{m})(0,3\text{m} - 0,023\text{m})}{0,023\text{m}}$$

$$P_a = 9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \frac{(0,227\text{m})(0,277\text{m})}{0,023 \text{ m}} = 9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \frac{(0,062879\text{m}^2)}{0,023\text{m}}$$

$$P_a = 26\,819,26043 \frac{N}{m^2}$$

Al emplear el programa de Matlab se tiene:

```
>>den=1000;
```

```
>>g= 9.81;
```

```
>>h=0.25
```

```
>>l=0.3;
```

```
>>x=0.023;
```

```
>>Pa=den*g*(h-x)*(l-x)/x % resultado en pascales
```

```
Pa =
```

```
26819.2604
```

Práctica 2

Resuelva los siguientes ejercicios planteando las variables según sea el caso. Es importante para los problemas plantear la solución en el cuaderno y luego utilizar Matlab, en razón a que se requiere un análisis previo.

1. Sea $x = 5$, $y = 8$, $z = -3$, y $v = 10$, calcule:

a. $(3x^2y^3z^2 + 5xy - 7vz^2)^2$

b. $\frac{x}{y} + \frac{z}{v} - xy + 2zv$

c. $(x^z + 3v^{3y})5y^v$

d. $\sqrt{3xy + 4z^2 - v}$

e. $(2x + 3yz^2 - 5v)^3 + 3x^2 + 8xy - 9y^3$

f. $\frac{x+v}{y-z} - \sqrt{\frac{2y+5z}{3v}} + \frac{3x-4v}{2y}$

g. $11(x-2)^2 + (2y+3)^3 - 5z + 4v^2$

h. $\frac{2y-3v}{y} - \frac{5xy+3z}{2v} + \frac{6x-y}{z}$

i. $\frac{x+7y}{y+x} + \frac{3xy-2xz}{v-2} + \frac{5x-15}{3z+\frac{x}{y}}$

j. $\frac{\frac{2x-7}{y+1} - xy^2}{3v + \frac{z^2+7x}{3xyz}} - \frac{z}{5y}$

2. El tiempo de Planck en cosmología representa el instante más pequeño en el que las leyes físicas pueden utilizarse para estudiar la naturaleza y la evolución del universo. Determine este tiempo que combina otras constantes físicas de la siguiente forma:

$$t_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$$

Donde \hbar es la constante de Planck reducida = $1,05457168 \times 10^{-34}$ J s; G es la constante de gravitación universal $6,67384 \times 10^{-11}$ Nm²/Kg², y c la velocidad de la luz 3×10^8 m/s.

3. Los electrones de los átomos o las moléculas solo se pueden encontrar en niveles de energía determinados, por tanto, la emisión estimulada solo se produce cuando los fotones incidentes tengan una energía que coincida con la diferencia que existe entre dos niveles del átomo o de la molécula. Si un átomo es perturbado por un fotón que incide sobre un electrón que se encuentra en un estado excitado de energía E_2 y también existe un estado de menor energía E_1 , la frecuencia del fotón se representa por:

$$f = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

Donde h es la constante de Planck = $6,62606896(33) \times 10^{-34}$ J.s.

a. Determine la frecuencia de un fotón, si sus energías son de 5,45 eV y 4,578 eV. (Un electronvoltio equivale a eV = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J).

b. Si la frecuencia de un fotón es de 600 THz a una energía de estado excitado menor de 4,12 eV, ¿cuál es el valor de la energía superior?

4. La relación entre las escalas de temperatura Fahrenheit (F) y grados Celsius (C) está dada por la función lineal:

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

a. Determine la temperatura en grados Fahrenheit para temperaturas de 12 °C, 18 °C, 25 °C y 60 °C.

b. Determine la temperatura en grados Celsius para temperaturas de 70 °F, 50 °F, 85 °F y 300 °F.

5. El bosón de Higgs es una partícula elemental propuesta por el modelo estándar de la física de partículas, en la que, a través de mediciones efectuadas por el Gran Colisionador de Hadrones (LHC por sus siglas en inglés) de la Organización Europea para la Investigación Nuclear (CERN), se ha calculado que posee una masa relativista de $124,98 \pm 0,28$ gigaelectronvoltios (GeV). Determine el valor de la masa en kg. Tenga en cuenta que el dato dado equivale a la energía del bosón E , por consiguiente, se debe emplear la fórmula:

$$E=mc^2$$

Donde m es la masa en kg y c la velocidad de la luz en el vacío. Recuerde que $1\text{eV} = 1,6 \times 10^{-19}$ joules.

6. El área de superficie corporal S de una persona medida en pies cuadrados se puede aproximar con la siguiente ecuación:

$$S=0,1091w^{0,425} h^{0,725}$$

Donde la estatura h se mide en pulgadas y el peso w en libras.

a. Si una persona mide 6,1 pies de alto y pesa 174,65 libras, ¿cuál es el área superficial?

b. Calcule S para su altura y peso.

7. La resistencia R a la circulación sanguínea (medida en $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^5$) que pasa por una arteria se puede evaluar con la fórmula:

$$R = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$$

Donde r es el radio de la arteria, η la viscosidad de la sangre que es aproximadamente de $3,921 \times 10^{-3}$ Pa.s (Pascal.segundo), y l es la longitud de la arteria.

a. Determine la resistencia R en un segmento de arteria de 5 cm, cuyo diámetro es de 0,9 cm.

b. ¿Cuál es el radio de un vaso sanguíneo cuya resistencia es del orden de $1,632 \text{ dinas.s/cm}^5$? Tome una longitud de 1 cm.

8. La aceleración centrípeta se calcula por cualquiera de las siguientes dos maneras:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

Donde v es la velocidad tangencial (m/s), r el radio de la trayectoria (m), y ω la velocidad angular (rad/s).

Si la aceleración centrípeta de un cuerpo es de $5,3 \text{ m/s}^2$, ¿cuál es la velocidad tangencial y angular para un radio de trayectoria de 1,31 metros?

9. *Cálculo del peso del acero.* Por lo general, las piezas de acero son de pequeña dimensión transversal respecto a su longitud L , por lo que las medidas se dan en función de la sección transversal (A), en cm^2 , mm^2 o fracción de pulgada $(2,54 \text{ cm})^2$. El peso específico del acero es 7850 kgf/m^3 , por lo cual la expresión para calcular el peso del acero es:

$$P=0,785AL$$

Donde el peso de la pieza se mide en kgf .

Determine el peso del acero cuya longitud es de 2 m y sección transversal es de $0,34 \text{ cm}^2$.

10. Calcule el radio r de un círculo circunscrito en un triángulo usando la fórmula:

$$r = \frac{abc}{4\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$$

Donde $s = \frac{a+b+c}{2}$.

Tome los valores de $a = 3$, $b = 5$ y $c = 7$.

11. Obtenga el valor del radio de Bohr del hidrógeno que se obtiene por medio de la relación entre constantes físicas y que, además, representa la unidad atómica de longitud:

$$a_o = \frac{4\pi\epsilon_o\hbar^2}{m_e e^2}$$

Donde:

- ϵ_o es la permitividad del vacío = $8,8541878176 \times 10^{-12}$ F/m.
- \hbar es la constante de Planck reducida = $1,05457168 \times 10^{-34}$ J s.
- m_e es la masa del electrón en reposo = $9,1093826 \times 10^{-31}$ kg.
- e es la carga elemental = $1,60217653 \times 10^{-19}$ C.
- k_B constante de Boltzmann = $1,3806504 \times 10^{-23}$ J/K.

12. La normalización de la energía de Hartree (E_h) y del Bohr son consecuencia de normalizar la masa, la carga del electrón y las constantes de Planck y de Coulomb, así:

$$E_h = \frac{m_e e^4}{(4\pi\epsilon_o)^2 \hbar^2}$$

Use los datos del punto anterior:

- a. Obtenga el valor de E_h
- b. Calcule el tiempo atómico si $t = \frac{\hbar}{E_h}$
- c. Calcule la velocidad atómica $v = \frac{a_o E_h}{\hbar}$
- d. Calcule la fuerza atómica $F = \frac{E_h}{a_o}$

e. Calcule la corriente eléctrica en amperios $I = \frac{eEh}{h}$

f. Calcule la temperatura atómica $F = \frac{Eh}{k_B}$, donde k_B es la constante de Boltzmann.

g. Calcule la presión atómica $P = \frac{Eh}{a_0^3}$.

13. La energía del gas ideal se calcula mediante la ecuación:

$$U = \frac{3}{2} NkT.$$

Donde N es el número de moléculas, k la constante de Boltzmann, y T la temperatura medida en grados Kelvin. Determine la temperatura de un grupo de 2×10^6 moléculas, cuya energía estimada es del orden de 1,965 pJ (picojoules).

14. En la teoría de la relatividad aparece una constante llamada constante de la gravitación de Einstein, que se representa por la fórmula:

$$G_E = \frac{8\pi G}{c^2}$$

Donde G es la constante de gravitación universal y c la velocidad de la luz. Determine el valor de G_E .

15. Parte de una vía de una montaña rusa se puede expresar mediante la función polinomial:

$$h(t) = 0,0012358t^3 - 0,12548t^2 + 3,678t + 10$$

Donde la altura h está expresada en pies y t en segundos.

Determine la altura de la vía para $t = 0, 20, 40$ y 60 s.

16. Dada la función $y(t)$, calcule para los valores de 0, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5 y 4,5.

$$y(t) = \frac{10t^{2/3}}{t+1} - \frac{(t+1)^2}{e^{0.35t+4.2}} + \frac{1}{t+1}$$

17. La concentración $C(t)$ de una sustancia está determinada por la ecuación:

$$C(t) = \frac{20t}{310+t}$$

Donde t se mide en segundos.

Determine la concentración para $t=10, 15, 20, 25, 30$.

18. El volumen del cono equivale a la tercera parte de la multiplicación del área de su base por la altura.

Donde g es la generatriz del cono (es la hipotenusa del triángulo rectángulo), h es la altura y r el radio de la base.

El volumen V , el área lateral A_L y el área total A_T son, respectivamente:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h, \quad A_L = \pi r g, \quad A_T = \pi r g + \pi r^2$$

Determine los valores de V, A_L y A_T si $r=12$ cm y $h=2,85$ r.

19. En un sistema oscilante, como, por ejemplo, un puente o un edificio, la amplitud A de las oscilaciones creadas por una fuerza externa está determinada por la proximidad de las frecuencias entre la frecuencia natural ω_o , la frecuencia ω y la magnitud de la fuerza aplicada F_o sobre el puente:

$$A = \frac{F_o}{m(\omega_o^2 - \omega^2)}$$

Determine la amplitud de un sistema oscilante de masa 500 kg sobre el que se aplica una fuerza de 100 KN y una frecuencia de 18,5 KHz. La frecuencia natural es de 25 KHz.

20. Tomando la ecuación de fuerza medida en Newton (N) como:



$$F = m \frac{v}{t}$$

Donde m es la masa en kg, v la velocidad en m/s y t el tiempo en segundos, determine:

a. Si la masa de un cuerpo es de 10 kg que se desplaza con una velocidad constante de 15,4 m/s, determine el tiempo transcurrido para una fuerza aplicada de 30 N.

b. ¿Cuál es la masa de un cuerpo sobre el que actúa una fuerza de 25,4 N, desplazándolo a una velocidad de 11,25 m/s en un tiempo de medio minuto?

21. La ecuación de estado y ley del gas ideal se representa por la fórmula: $PV=nRT$.

Donde P es la presión en pascales (N/m^2), V el volumen en m^3 , n el número de moles, R la constante de gas ideal $8,314 \text{ J}/\text{Kmol}$ y T la temperatura en grados Kelvin.

Determine:

a. La presión de un gas confinado en una esfera de diámetro 5 cm que se encuentra a una temperatura de 85 K y el número de moles es de 1000.

b. La temperatura de un gas confinado en un cilindro de diámetro 10 cm y altura $2r$ que se encuentra a una presión de 2 atmósferas, y el número de moles es de 10 000.

c. El volumen y el radio de un recipiente cúbico que tiene confinado un gas a una presión de 500 000 pascales a una temperatura de 120 K, y el número de moles es de 1000.

d. El número de moles de un sistema expuesto a una presión de

250 000 pascales, en un volumen de $2,3 \text{ m}^3$, a una temperatura de 300 K.

22. El valor de las frecuencias características de un local está dado por la expresión:

$$f_{xyz} = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{l_z}\right)^2}$$

Donde v es la velocidad del sonido en el aire, l_x , l_y y l_z son las dimensiones del recinto de forma de paralelepípedo rectangular y n_x , n_y y n_z pueden tomar los valores $0, 1, 2, \dots, n$.

- Para determinar las frecuencias axiales según la dirección x para $n_x = n_y$ y $n_z = 1, 2, \dots$ de forma análoga para las ondas axiales según otras direcciones.
- Para las ondas tangenciales $n_z = 0$ y $n_x = 1, 2, \dots$ así como $n_y = 1, 2, \dots$
- Para las ondas oblicuas los valores que pueden tomar $n_x, n_y, n_z = 1, 2, \dots$

Determine la frecuencia característica, en sus diferentes condiciones, de un local de dimensiones $5 \times 6 \times 5 \text{ m}$, donde la velocidad del sonido estimada es de 343 m/s.

23. El costo en millones de dólares de la eliminación de desechos tóxicos viene representado por la ecuación:

$$C(x) = \frac{0,5x}{100 - x}$$

Donde x representa el porcentaje de contaminante tóxico.

- ¿Cuál es el costo si el contaminante tóxico equivale al 48,5 %?
- Si el costo es 4,5 millones de dólares, ¿cuál es el porcentaje de

contaminante tóxico?

24. Determine la frecuencia circular natural, la frecuencia cíclica natural y el periodo natural de vibración para el movimiento longitudinal de un puente con viga de cajón, donde la constante de Hooke (k) es de 26 500 N/m, con una masa de 220,6 kg.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad T_n = \frac{2\pi}{\omega_n}, \quad f_n = \frac{1}{T_n}$$

25. La teoría de la relatividad general predice que el tiempo propio medido por un observador A, en reposo sobre la superficie de un planeta, es menor que el tiempo propio medido por otro observador B, en reposo, respecto al primero situado a mayor altura. La ecuación que representa este fenómeno es:

$$\Delta\tau_{superficie} = \Delta\tau_h \left(1 + \frac{h}{9,076 \times 10^{12} \text{ km}} \right)$$

Donde h es la altura a la que se encuentra el observador B, expresada en km, y τ representa el tiempo (segundos).

Determine el tiempo que mide un observador A con respecto al B, quien se encontraría en las siguientes órbitas terrestres, si τ_h es de 50 microsegundos:

- a. Baja = 2000 km.
- b. Media = 15 000 km.
- c. Geosíncrona = 35 848 km.

26. Un balón de fútbol visto desde la perspectiva de la geometría es un icosaedro truncado, formado por un poliedro de 20 hexágonos y 12 pentágonos, con sus caras ligeramente curvadas, que, al inflarlo, alcanza el 95 % del tamaño de una esfera.

El área del icosaedro truncado de lados a es:



$$A = 3a^2 \left[10\sqrt{3} + \sqrt{5} \sqrt{5 + 2\sqrt{5}} \right]$$

El volumen del icosaedro truncado de lados a es:

$$V = \frac{a^3}{12} \left[135\sqrt{2} \sqrt{7 + 3\sqrt{5}} - \sqrt{10} \sqrt{3 + \sqrt{5}} \right]$$

a. Determine el área y volumen cuando $a = 8$ cm.

b. Si el área es 10 cm^2 , ¿cuál es el volumen?

c. Si el volumen es $24,3 \text{ cm}^3$, ¿cuál es el área?

27. Calcule las raíces de la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, donde $a = 2$, $b = 4$ y $c = -5$. Ayuda: emplee la ecuación cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A fin de realizar la comprobación, solo reemplace los valores obtenidos de x_1 y x_2 en la ecuación general:

$a \cdot x_1^2 + b \cdot x_1 + c$ Comprobación x_1

$a \cdot x_2^2 + b \cdot x_2 + c$ Comprobación x_2

28. Halle la solución de las ecuaciones cuadráticas.

$$9x^2 + 6x - 10$$

$$x^2 + 2x - 8$$

$$-7x^2 + 9x$$

$$3x^2 + 8x + 11$$

$$2x^2 + 6x - 5$$

$$x^2 - 10x + 21$$

29. El modelo cuadrático para la caída libre de un objeto está representado por:

$$h(t) = 458,398 + 0,968t - 4,92t^2$$

El objeto golpea el suelo cuando $h(t) = 0$, por lo que debe resolver la ecuación cuadrática para determinar a cuántos segundos el



objeto golpea el suelo.

30. La radiación de Hawking para un agujero Schwarzschild y la radiación de Unruh para un observador acelerado en la periferia de un agujero negro son, respectivamente:

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi GMk} \quad T_R = \frac{\hbar a}{2\pi ck}$$

Donde \hbar es la constante reducida de Planck, c es la velocidad de la luz, k es la constante de Boltzmann, G la constante gravitacional, M es la masa de un agujero negro y a es la aceleración del observador de Rindler:

a. Determine la masa de un agujero negro cuya temperatura de radiación es de 60 nK.

b. Si $T_H = T_R$, determine la aceleración de Rindler.

31. ¿Cuál es el área y el perímetro que cubre el terreno demarcado en la ciudad de la Figura 4.3 si las longitudes medidas son: $a = 1945,345$ m, y $b = 950,252$ m (tome mínimo cinco decimales).

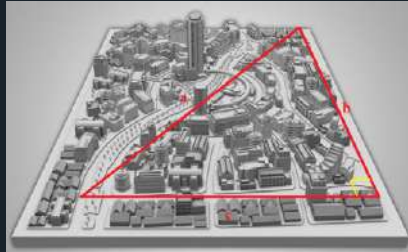


Figura 4.3. Plano general ciudad.

32. La potencia P_r (en watt) reflejada en una antena de recepción se representa mediante la ecuación del radar:

$$P_r = \frac{P_t G_t A_r \sigma F^4}{(4\pi)^2 R_t^2 R_r^2}$$

Donde P_t representa la potencia transmitida; G_t (en dB) es la ganancia de la antena de transmisión; A_r (en m^2) es la apertura efectiva (área) de la antena de recepción; σ es la sección transversal del radar (en m^2) o coeficiente de decaimiento del objetivo; F es el factor de propagación del patrón que oscila entre 0 y 1; R_t es la distancia del transmisor al objetivo (en m) y R_r es la distancia del objetivo al receptor (en m).

Si la potencia de transmisión de un radar es de 2,5 kW, el área de apertura es de aproximadamente $3 m^2$, la ganancia es de 32,7 dB, el factor de propagación es de 0,85, la distancia del transmisor al objetivo es de 3,4 millas y la distancia del objetivo al receptor es de 4,25 millas:

a. Determine la potencia reflejada para los siguientes coeficientes de decaimiento de ciertos aviones, cuyos valores son: $10 m^2$, $5 m^2$, $1,75 m^2$, $0,75 m^2$, $0,1 m^2$ y $0,001 m^2$.

b. Si la distancia del transmisor al objetivo es igual a la distancia del objetivo al receptor, implica que están en el mismo lugar. Obtenga la ecuación y calcule la potencia reflejada a la distancia de 3,4 millas con los mismos datos del punto anterior.

33. Considérese un sistema compuesto por dos subsistemas de partículas N_1 y N_2 , puestos en contacto térmico a través de su pared común. Por medio de los choques e interacciones se presenta un intercambio de energía entre las partículas que componen los dos subsistemas, donde la energía total $U=U_1+U_2$ permanece constante.

La temperatura de equilibrio T_{eq} depende de la temperatura inicial y del número relativo de partículas en cada sistema, el cual se obtiene mediante la fórmula de la media ponderada:

$$T_{eq} = \frac{N_1 T_1 + N_2 T_2}{N_1 + N_2}$$

Si la temperatura de equilibrio de un sistema es de 80 °C, en la que se supone que está formado por dos subsistemas de 100 y 300 partículas, respectivamente, determine la temperatura T_1 si la segunda temperatura es las 2/3 partes de la temperatura equivalente.

34. El volumen del tronco de un cono está dado por la ecuación:

$$V = \frac{1}{3} \pi h (R^2 + r^2 + Rr)$$

Donde h es la altura del cono, R el radio mayor de la circunferencia y r el radio menor.

a. Determine el volumen cuando $h = 27$ cm, $R = 10$ cm y $r = 1/4R$.

b. Cuál es el valor de R si el volumen es 5277,88 cm³, $r = 6$ cm y $h = 25$ cm.

35. La densidad del vapor de agua (mol/m³) se calcula mediante la fórmula:

$$\rho_v = \frac{0,622 P_v}{RT}$$

Donde P_v es la presión de vapor medida en hectopascales (Hpa = 100, Pa = 9,86923x10⁻⁴ atm [atmósferas]), R es la constante de los gases (8,314472 J/mol.°K = 8,314472 pa.m³/mol.°K), y T es la temperatura en °K.

Determine las temperaturas del vapor de agua si la presión del vapor es de 10 Hpa, 20 Hpa y 30 Hpa, donde la densidad es constante con un valor de 2,13741x10⁻³ mol/m³.

36. Dada la función $f(t)$, que define la posición en metros de un

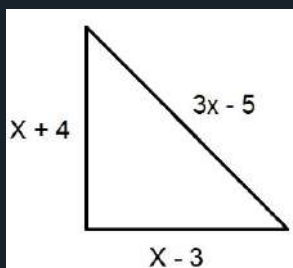
cuerpo en un tiempo t , medido en segundos, según las siguientes condiciones $f(0,5)$, $f(1,5)$ y $f(2)$.

$$f(t)=0,15878t^3 - 0,0098754t^2 - 0,89758t+6,358754$$

37. Halle el área y el perímetro del triángulo rectángulo de la imagen. Las dimensiones están en metros. Ayuda: como es un triángulo rectángulo, se cumple el teorema de Pitágoras, esto es ($c^2 = a^2 + b^2$).

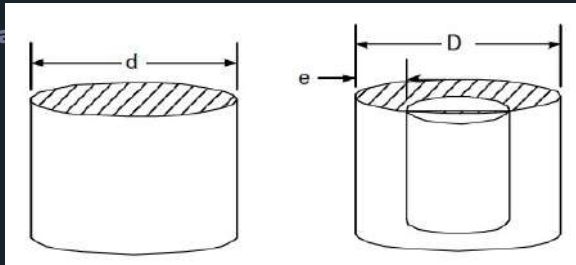
Antes de usar Matlab debe reemplazar los datos en la ecuación. Desarrolle cada binomio al cuadrado y reagrupe a fin de obtener una ecuación cuadrática.

Recuerde que el área de un triángulo es base por altura dividido entre 2 y el perímetro es la suma de los lados.



Representación ejercicio 37

38. Halle el diámetro d y la masa m de un cilindro sólido y hueco que tiene la misma resistencia que otro cilindro del mismo material pero hueco con un diámetro externo D y un espesor e , tal como se muestra en la imagen. El diámetro externo es $D = 6$ cm y el espesor $e = 0,3$ cm; el factor delta es 1550 kg/m^2 .



Representacion ejercicio 38

La ecuación para el diámetro d es:

$$d = \left[\frac{D^4 - (D - 2e)^4}{D} \right]^{1/3}$$

La masa del cilindro hueco es:

$$m_h = \rho \frac{\pi}{4} [D^2 - (D - 2e)^2]$$

La masa del cilindro sólido es:

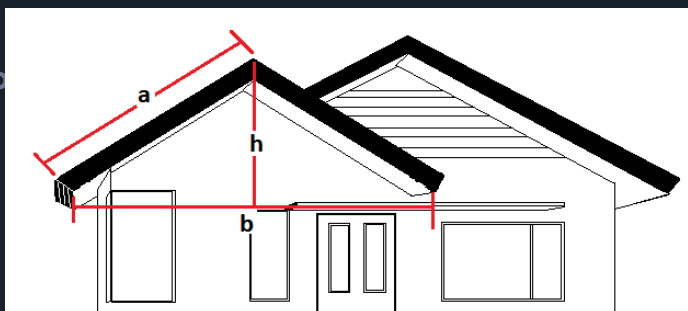
$$M_s = \rho \frac{\pi d^2}{4} = \rho \frac{\pi}{4} \left[\frac{D^4 - (D - 2e)^4}{D} \right]^{2/3}$$

39. Supongamos un crédito de \$5 000 000 a una tasa de interés mensual del 2,1 %, con un plazo a 12 meses. Determine el interés compuesto.

La ecuación de interés compuesto es: $C_f = C_i(1+i)^n$.

Donde C_f representa el capital final o interés compuesto, C_i representa el capital inicial, i es la tasa de interés compuesto y n es el plazo o número de periodos.

40. El techo de una casa está dividido en mitades por un tirante vertical h , tal como se muestra en la imagen, donde las dimensiones a y b se miden en pies. Determine el área del triángulo cuando $x = 50, 70$ y 100 cm.

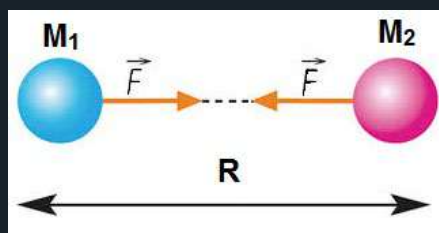


Representación ejercicio 40

$$a = \frac{x^2 + 3x + 10}{x + 5} \quad \text{y} \quad b = \frac{3x^2 + 6x}{x + 4}$$

41. La fuerza gravitacional entre dos cuerpos está representada por la ecuación:

$$F = G \frac{M_1 M_2}{R^2}$$



Representación ejercicio 41

Donde G es la constante de gravitación universal, que equivale a aproximadamente $6,674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$, F es la fuerza gravitacional medida en Newton (N), M_1 y M_2 representan las masas de los cuerpos medidas en kilogramos (kg) —tal como se muestra en la imagen— y R es la distancia entre los dos cuerpos medida en metros (m):

a. Determine la fuerza de atracción gravitacional entre un cuerpo de 70 kg que se encuentra sobre la línea del Ecuador y la Tierra (masa de la Tierra $5,974 \times 10^{24}$ kg), donde la distancia entre el cen-

tro de la Tierra y el centro de gravedad del cuerpo es 6378,14 km.

b. Determine la masa de un cuerpo que orbita cerca de la Tierra 2,5 la distancia a su centro, si la fuerza gravitacional es de 15 681,34493 N.

42. *Ecuación de Ergun.* Esta ecuación se emplea en ingeniería química con el fin de calcular la pérdida de presión ΔP que experimenta un fluido al atravesar un ducto con una velocidad superficial v , en un lecho de altura o longitud L que se caracteriza por poseer una porosidad ε y un tamaño de las partículas D_p . La viscosidad y la densidad del fluido que circula son μ y ρ , respectivamente, y se relacionan con la siguiente ecuación:

$$\frac{\Delta P}{L} = 150 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{D_p^2 \varepsilon^3} \mu v + 1.75 \frac{(1 - \varepsilon)}{D_p \varepsilon^3} \rho v^2$$

Determine la relación $\Delta P/L$ cuando la viscosidad y la densidad del fluido es del orden de $1,81 \times 10^{-5}$ y 1,25, respectivamente, con una porosidad estimada de 0,4 y una velocidad de 0,62. Tome los casos cuando el tamaño de las partículas es de 3 mm, 3,5 mm, 4 mm y 4,5 mm.

43. *Frecuencia sísmica.* Sea n el número promedio de temblores por año con magnitudes entre R y $R + 1$ en la escala de Richter. Una fórmula que calcula la relación entre n y R es:

$$\log(n) = 7,7 - 0,9R$$

a. Calcule los valores de n cuando $R = 4, 5$ y 6.

b. Si $\log(n)$ es 3, ¿cuál es el valor de R ?

44. Determine la distancia euclidiana entre tres puntos coordinados en una construcción con respecto al punto A. Las coorde-

nadas son:

$$A = (8, 12, -15), B = (14, 9, 19) \text{ y } C = (-8, -4, 5)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

45. En una tubería la sección hueca es más conveniente que la sección llena, ya que siempre se requiere menor área para resistir el mismo esfuerzo. Es decir, a un menor diámetro, la sección maciza es siempre más pesada y, por ende, más costosa. Esto se debe a que los esfuerzos desarrollados en la parte central de la sección maciza son muy pequeños y no tienen un aporte muy significativo, por lo que para resistir a la torsión las secciones más convenientes son las huecas.

La ecuación para determinar la sección hueca es:

$$S_o = \frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{32} = \frac{\pi(d_2^4 - d_1^4)}{2}$$

Donde r_1 y r_2 son los radios menor y mayor, respectivamente, medidos en metros.

a. Determine la sección cuando los radios son 30 y 40 cm, 35 y 48 cm, respectivamente.

b. Calcule la sección en función de los diámetros con los datos anteriores.

46. *Tercera ley de Kepler.* Se cumple que, para todos los planetas, la razón entre el periodo de revolución al cuadrado y el radio orbital al cubo se mantiene constante. Es decir:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

Donde T es el periodo orbital, r el semieje mayor de la órbita, M es la masa del cuerpo central y G una constante de gravitación universal.

a. Determine el periodo orbital de la Tierra con respecto al Sol cuya distancia promedio es de 149 600 000 km. Tenga en cuenta que la masa del cuerpo central es la del Sol.

b. Si el periodo orbital de un satélite es de 24 horas con respecto a la Tierra, a qué distancia se encuentra de ella.

47. El volumen V de una tienda de campaña con forma de pirámide de base cuadrada está definido por la ecuación:

$$V(x) = \frac{x\sqrt{S^2 - x^4}}{6}$$

Donde x representa la longitud de la base de la tienda y S el área total de la lona, determine el volumen para $x = 1,2, 1,6, 1,9, 2$, si $S = 4 \text{ m}^2$.

48. Para edificios con estructura de tabiques de mampostería se considera que el periodo de vibración se puede estimar mediante la ecuación:

$$T = 0,06 \frac{h}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{h}{2L + h}}$$

Donde T es el periodo en segundos, L es la longitud del edificio en planta en la dirección del viento, expresada en metros, y h es su altura en metros.

Determine el periodo de vibración del edificio Empire State que mide 448,7 m de altura y una longitud aproximada de 40 m.

49. La longitud de un arco s de un segmento parabólico ABC está representado por:

$$s = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 16a^2} + \frac{b^2}{8a} \ln \left(\frac{4a + \sqrt{b^2 + 16a^2}}{b} \right)$$

Calcule la longitud del arco de la parábola cuando $a = 16$ cm y $b = 9$ cm. La función \ln en Matlab es \log .

50. La temperatura T (en °C) a la que el agua hierve está relacionada con la elevación h (en metros sobre el nivel del mar) por la fórmula:

$$h(T) = 1000(100 - T) + 580(100 - T)^2$$

Con la condición que T fluctúa en el intervalo $[95, 100]$:

a. ¿A qué elevación hierve el agua expuesta a una temperatura de 97,5 °C?

b. La altura del Monte Everest, el K2 y el Kanchejunga son aproximadamente 8848, 8611 y 8586 metros, respectivamente. Estime la temperatura a la que el agua hierve en la cima de cada una de estas montañas. (Sugerencia: use la fórmula cuadrática con $x = 100 - T$).

51. La medida en la escala de Richter (R) de la magnitud del terremoto se mide usando la fórmula:

$$R = \log\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

Donde A es la medida de la amplitud de la onda del terremoto y A_0 es la amplitud de la onda más pequeña detectable (onda estándar). La intensidad de un terremoto típicamente se mide entre 2 y 10 en la escala de Richter.

Los terremotos que registran entre 5 y 7,9 en la escala de Richter son severos y destructivos, y por encima de 8 son altamente destructivos. Si la escala está por debajo de 5 es un terremoto menor, cuyo daño es bajo.

a. Si la onda estándar es de 10×10^{-6} , determine la medida en escala de Richter cuando se registra una amplitud de 520. Es o no destructivo.

b. Si R es 8,9 dB, ¿cuál es el valor de la medida de la amplitud de la onda del terremoto?

52. El factor de reducción de las fuerzas por ductilidad en una viga R_μ está representado por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$R_\mu = \sqrt[c]{c(\mu - 1) + 1}; \quad c = \frac{T^{2,07}}{1+T^{2,07}} + \frac{0,381}{T}$$

Donde μ representa la ductilidad, T es el periodo y c un factor constante dependiente del periodo.

Determine R_μ , cuando $\mu = 4$ y $T = 1,5, 2, 2,5$ y 3 .

53. La presión sanguínea de una persona está modelada por la ecuación:

$$p(t) = 115 + 25 \operatorname{sen}(160\pi t)$$

Donde $p(t)$ se mide en mm de Hg y t en minutos.

a. Determine la presión sanguínea para tiempos de 30 s, 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5 y 4 min.

b. Si la presión sanguínea es 90,5 mm de Hg, determine el valor de tiempo en ese momento.

54. Un árbol de 60 mm de diámetro y 0,85 m de longitud se encuentra sometido a la acción de un momento torsor de 1250 Nm.

Calcule la máxima tensión tangencial (τ_{max}) que se produce y el ángulo θ que giran entre sí las dos secciones extremas (en grados):

$$I_0 = \frac{\pi D^4}{32} \quad \tau_{max} = \frac{MR}{I_0} \quad \theta = \frac{ML}{GI_0} \frac{360}{2\pi}$$

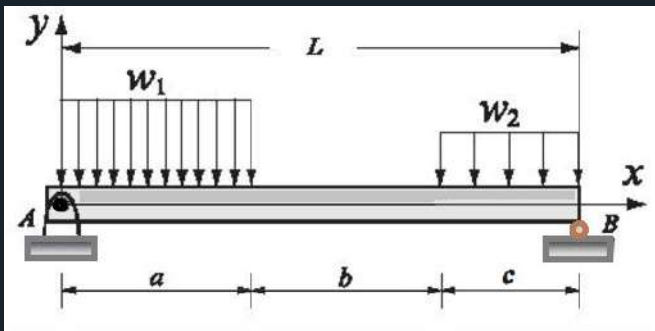
Donde D es el diámetro (en metros), L la longitud (metros), R el radio (metros), M el momento torsor y $G = 95$ GPa (gigapascales).

55. A fin de pasar la métrica euclidiana al contexto de la teoría de la relatividad, se le agrega una cuarta dimensión al espacio tridimensional, que es el tiempo. Por consiguiente, se obtiene un espacio tiempo tetradimensional, plano formado por el punto llamado eventos. La función que permite calcular la distancia entre dos eventos es la métrica de Minkowski, definida de la siguiente manera:

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$$

Donde $dx = x_2 - x_1$; $dy = y_2 - y_1$; $dz = z_2 - z_1$; $dt = t_2 - t_1$; y c es la velocidad de la luz (300 000 km/s aproximadamente). Calcule la métrica de Minkowski dadas las parejas ordenadas $P = (5, 9, -8) \times 10^4$ y $P' = (-2, 7, 4) \times 10^4$, evaluadas en los tiempos 0,5 y 0,6 microsegundos, respectivamente.

56. Una viga está sometida a cargas distribuidas w_1 y w_2 , tal como se muestra en la imagen. Se definen los momentos de flexión en función de x , los cuales vienen dados por las siguientes ecuaciones:



Representación ejercicio 56

$$M(x) = R_A x - \frac{w_1 x^2}{2} \text{ para } 0 \leq x \leq a$$

$$M(x) = R_A x - \frac{w_1 a}{2} (2x - a) \text{ para } 0 \leq x \leq (a + b)$$

$$M(x) = R_B (L - x) - \frac{w_2 (L - x)^2}{2} \text{ para } (a + b) \leq x \leq L$$

Donde $R_A = \frac{w_1 a(2L - a) + w_2 c^2}{2L}$ y $R_B = \frac{w_2 c(2L - a) + w_1 a^2}{2L}$ son las reacciones a los soportes.

Ecuaciones algebraicas

Una ecuación algebraica se puede resolver para una variable, así como un sistema de ecuaciones puede resolverse para varias variables con la función de resolución denominada *solve*.

Una ecuación algebraica puede tener una o varias variables simbólicas. Si la ecuación tiene una variable, la solución es numérica. Si la ecuación tiene varios símbolos de variables, se puede obtener una solución para cualquiera de ellas en función de las otras.

La solución se obtiene mediante el comando *solve*, el cual tiene la forma:

$h = \text{solve}(ecu)$ o $h = \text{solve}(ecu, var)$

Algunos aspectos a considerar:

- el argumento *ecu* puede ser el nombre de una expresión simbólica previamente creada, o una expresión que se escribe;
- una ecuación de la forma $f(x) = g(x)$ puede resolverse escribiéndola (incluyendo el signo =) como una cadena;
- si la ecuación a resolver tiene más de una variable, la solución es emplear el comando *solve (ecu, var)*;
- si se digita *solve (ecu)*, la solución se asigna a la variable *ans*;
- si la ecuación tiene más de una solución, la salida *h* es un vector columna simbólica, con una solución en cada ele-

mento (los elementos del vector son objetos simbólicos, y cuando se muestra una matriz de objetos simbólicos cada fila se adjunta con corchetes).

Ejercicios resueltos

Dada las funciones, halle la o las soluciones:

$$1. y=e^{2z}-5$$

syms z

$$h=solve(exp(2*z)-5)$$

h =

$$\log(5)/2$$

$$2. y=x^2-5x-6$$

syms x

$$sol=solve(x^2-5*x-6)$$

sol =

$$-1$$

$$6$$

$$3. \cos(2y)+3\operatorname{sen}(y)=2$$

syms y

$$sol=solve(\cos(2*y)+3*\sin(y)==2)$$

sol =

$$\pi/2$$

$$\pi/6$$

$$(5\pi)/6$$

$$4. T=ax^2+7bx+30$$

syms a b x

$$T=\text{solve}(a*x^2+7*b*x+30)$$

T =

$$-(7*b - (49*b^2 - 120*a)^{1/2})/(2*a)$$

$$-(7*b + (49*b^2 - 120*a)^{1/2})/(2*a)$$

Suponga que se quiere obtener una solución para una variable fija a , entonces, se emplea la instrucción *solve(ecu,var)*:

syms a b x

$$T=\text{solve}(a*x^2+7*b*x+30,a)$$

T =

$$-(7*b*x + 30)/x^2$$

$$5. y=4th^2+20t-5g$$

syms t h g

$$y=\text{solve}(4*t*h^2+20*t-5*g)$$

y =

$$(5*g)/(4*h^2 + 20)$$

La ecuación también se puede resolver para una variable diferente. Así, por ejemplo, se obtiene una solución para g , así:



syms t h g

*y=solve(4*t*h^2+20*t-5*g,g)*

y =

$$(4*t*h^2)/5 + 4*t$$

6. $w=3abx^2-c^2x+10$ obtenga una solución para b .

syms a b c x

*w=solve(3*a*b*x^2-c^2*x+10,b)*

w =

$$(x*c^2 - 10)/(3*a*x^2)$$

7. La fórmula básica de la presión atmosférica P_{atm} es la siguiente:

$$P_{atm} = \rho gh.$$

Donde ρ representa la densidad del aire, g la aceleración de la gravedad y h la altura, despeje la densidad del aire.

syms p rho g h

*rho = solve(rho*g*h==p,rho)*

rho =

$$p/(g*h)$$

Sistema de ecuaciones

El comando *solve* también se emplea para resolver un sistema de ecuaciones. Si el número de ecuaciones y el número de variables son iguales, la solución es numérica. Si el número de variables es mayor que el número de ecuaciones, la solución es simbólica

para las variables deseadas en términos de las otras variables.

Un sistema de ecuaciones (dependiendo del tipo de ecuaciones) puede tener una o varias soluciones. Si el sistema tiene una solución, cada una de las variables para las cuales el sistema se resuelve tendrá un valor numérico (o expresión). Si el sistema tiene más de una solución, cada una de las variables puede tener varios valores.

El formato del comando *solve* para resolver un sistema de n ecuaciones es:

salida = *solve* (*ecu1,ecu2,...,ecun*)

Cuando el número de variables es mayor que el número de ecuaciones, el usuario puede seleccionar las variables para las que se soluciona el sistema. Esto se puede realizar empleando el segundo formato del comando *solve* e introduciendo los nombres de las variables *var1, var2,...,varn*.

La salida del comando *solve*, que es la solución del sistema, puede tener dos formas diferentes. Una es una matriz de celdas y la otra es una estructura. La primera es una matriz en la que cada uno de los elementos puede ser una matriz. La segunda es una matriz en la que los elementos (llamados campos) son atendidos por designadores de campos textuales. Los campos de una estructura pueden ser matrices de diferentes tamaños y tipos.

Cuando se utiliza una matriz de celdas en la salida del comando *solve* el comando tiene la siguiente forma (en el caso de un sistema de tres ecuaciones):

[*varA, varB, varC*]=*solve*(*ecu1, ecu2, ecu3*)

Una vez se ejecuta el comando, la solución se asigna a las varia-

bles $varA$, $varB$ y $varC$, y las variables se muestran con la solución asignada. Cada una de las variables tendrá uno o varios valores (es un vector columna) dependiendo de si el sistema de ecuaciones tiene una o varias soluciones.

Ejemplos

1. Sea el sistema de ecuaciones $10x+12y+18t=0$ y $5x-y=15t$, halle las soluciones. Tenga en cuenta que la segunda ecuación aparece entre comillas sencillas debido a que existe una igualdad. Ahora, si no se desea usar estas comillas, lo que se debe usar es doble igualdad que representa el proceso *equivalente a*, el cual va a arrojar la misma respuesta.

```
syms x y t
```

```
S=10*x+12*y+18*t;
```

```
[xt yt]=solve(S,5*x-y==15*t)
```

```
% Salida en una matriz de celdas con dos celdas denominadas xt
y yt.
```

```
% Las soluciones para x e y se asignan a xt y yt, respectivamente.
```

```
xt =
```

```
(81*t)/35
```

```
yt =
```

```
-(24*t)/7
```

Según el resultado, puede resolverse para diferentes variables. Así, por ejemplo, para y , donde t se expresa en términos de x , utilizando la segunda forma del comando *solve* se obtienen las

siguientes soluciones:

$$[t,y]=\text{solve}(S,5*x-y==15*t,y,t)$$

$$t =$$

$$-(40*x)/27$$

$$y =$$

$$(35*x)/81$$

Las soluciones para las variables dadas se asignan en orden alfabético. La primera célula tiene la solución para t y la segunda célula tiene la solución para la variable y .

2. Resuelva el sistema de ecuaciones dado:

$$2x+3y=10; \quad x-9y=-15; \quad e^{xz}=12,5869$$

syms x y z

$$[x,y,z]=\text{solve}(2*x+3*y-10,x-9*y+15,\exp(x*z)-12.5869)$$

$$x =$$

$$15/7$$

$$y =$$

$$40/21$$

$$z =$$

$$(7*\log(885724346089839/70368744177664))/15$$



```
>> z=double(z)
```

```
z =
```

```
1.18
```

Si las ecuaciones a resolver no tienen solución analítica, la instrucción *solve* devuelve una expresión numérica que se ejecuta mediante el comando *double* (transformación a doble precisión), tal como se observa en el ejemplo.

3. A fin de evitar ambigüedades al resolver ecuaciones con parámetros simbólicos es importante especificar la variable para la cual desea resolver una ecuación. Si no especifica la variable, *solve* elige una variable usando *symvar*. Por ejemplo, resolver la ecuación cuadrática sin especificar una variable.

```
syms a b c x
```

```
sol = solve(a*x^2 + b*x + c == 0)
```

```
sol =
```

```
—(b + (b^2 — 4*a*c)^(1/2))/(2*a)
```

```
—(b — (b^2 — 4*a*c)^(1/2))/(2*a)
```

A continuación, resuelva la ecuación cuadrática para la solución *a*.

```
syms a b c x
```

```
sola = solve(a*x^2 + b*x + c == 0, a)
```

```
sola =
```

```
—(c + b*x)/x^2
```

4. Obtenga la solución para c , x y a de la ecuación $w=3abx^2 - c^2x+10$.

syms a b c x

$w1=solve(3*a*b*x^2-c^2*x+10, c)$

$w2=solve(3*a*b*x^2-c^2*x+10, x)$

$w3=solve(3*a*b*x^2-c^2*x+10, a)$

$w1 =$

$$(3*a*b*x^2 + 10)^{(1/2)}/x^{(1/2)}$$

$$-(3*a*b*x^2 + 10)^{(1/2)}/x^{(1/2)}$$

$w2 =$

$$-((c^4 - 120*a*b)^{(1/2)} - c^2)/(6*a*b)$$

$$((c^4 - 120*a*b)^{(1/2)} + c^2)/(6*a*b)$$

$w3 =$

$$(x*c^2 - 10)/(3*b*x^2)$$

5. La ecuación de una circunferencia en el plano xy con radio R y su centro en el punto $(2, 4)$ está dada por $(x-2)^2+(y-4)^2=R^2$. La ecuación de una recta en el plano viene dada por $y = \frac{x}{2} + 1$. Determine las coordenadas de los puntos en los que la línea intercepta la circunferencia.

La primera solución tiene la salida en una matriz de celdas:

syms x y R

$[xc,yc]=solve((x-2)^2+(y-4)^2==R^2,y==x/2+1)$

$xc =$



$$((4 \cdot R^2)/5 - 64/25)^{(1/2)} + 14/5$$

$$14/5 - ((4 \cdot R^2)/5 - 64/25)^{(1/2)}$$

yc =

$$((4 \cdot R^2)/5 - 64/25)^{(1/2)}/2 + 12/5$$

$$12/5 - ((4 \cdot R^2)/5 - 64/25)^{(1/2)}/2$$

La segunda solución tiene la salida de una estructura:

`SAL=solve((x-2)^2+(y-4)^2==R^2,y== x/2+1)`

%Salida en una estructura

% Salida en una estructura denominada COORD tiene dos campos, x e y. Cada campo es un vector simbólico de 2 por 1.

`SAL.x`

% Se escribe la dirección del campo x. Se muestra el contenido del campo (la solución para x).

`SAL.y`

% Se escribe la dirección del campo y. Se muestra el contenido del campo (la solución para y).

`SAL =`

struct with fields:

x: [2×1 sym]

y: [2×1 sym]

6. Dadas las ecuaciones $x^2 - y^2 = 1$ y $2a^2x^2 - b^2y^2 = 20$, con la parábola $z^2 = 3x$, halle la intersección de las hipérbolas.

syms a b x y z

$$[x,y,z]=solve(2*a^2*x^2-b^2*y^2==20,x^2-y^2==1,z^2==3*x)$$

x =

$$(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}/3$$

$$(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}/3$$

$$-(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}/3$$

$$-(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}/3$$

$$-(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}/3$$

$$-(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}/3$$

$$(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}/3$$

$$(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}/3$$

y =

$$2^{(1/2)}*(-(a^2 - 10)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}$$

$$-2^{(1/2)}*(-(a^2 - 10)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}$$

$$2^{(1/2)}*(-(a^2 - 10)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}$$

$$2^{(1/2)}*(-(a^2 - 10)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}$$

$$-2^{(1/2)}*(-(a^2 - 10)/(2*a^2 - b^2))^{(1/2)}$$



$$\begin{aligned}
& -2^{1/2} * (-(a^2 - 10)/(2*a^2 - b^2))^{1/2} \\
& 2^{1/2} * (-(a^2 - 10)/(2*a^2 - b^2))^{1/2} \\
& -2^{1/2} * (-(a^2 - 10)/(2*a^2 - b^2))^{1/2} \\
z = & \\
& -(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{1/4} \\
& -(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{1/4} \\
& -(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{1/4} * 1i \\
& (-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{1/4} * 1i \\
& -(-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{1/4} * 1i \\
& (-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{1/4} * 1i \\
& (-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{1/4} \\
& (-(9*b^2 - 180)/(2*a^2 - b^2))^{1/4}
\end{aligned}$$

7. *Acortar resultados con reglas de simplificación.* En este caso ocurre que, al tratar de resolver una ecuación, sale una advertencia en la que, por defecto, *solve* no aplica simplificaciones que no siempre son matemáticamente correctas. Como resultado, el método simbólico no puede resolver esta ecuación. Por ejemplo, sea la ecuación:

$$\text{sen}(\log(2x) \log(5x)) = 7$$

`syms x`

`solve(sin(log(2*x)*log(5*x)) == 7, x)`

Warning: Cannot solve symbolically. Returning a numeric approximation instead.



ans =

$93.267476398381303808375247406311 + 359.50277944249016$
 $150141858725984i$

Se procede a establecer la instrucción *IgnoreAnalyticConstraints* como *true* a fin de que se puedan aplicar simplificaciones que permitan a *solve* encontrar un resultado, sumado a que se reduzca el resultado con la instrucción *vpa*.

syms x

*S = solve(sin(log(2*x)*log(5*x)) == 7, x, 'IgnoreAnalyticConstraints', true)*

vpa(S,3)

S =

$(10^{1/2} \cdot \exp(-(4 \cdot \text{asin}(7) - 2 \cdot \log(2) \cdot \log(5) + \log(2)^2 + \log(5)^2)^{1/2}) / 10$

$(10^{1/2} \cdot \exp((4 \cdot \text{asin}(7) - 2 \cdot \log(2) \cdot \log(5) + \log(2)^2 + \log(5)^2)^{1/2}) / 10$

ans =

$0.0439 + 0.0486i$

$1.02 - 1.13i$

8. *Soluciones simbólicas numéricamente aproximadas que contienen RootOf.* Al resolver polinomios es posible resolver las soluciones que contienen como resultado la instrucción *RootOf*. Para aproximar numéricamente estas soluciones se emplea la instrucción *vpa*, vista en capítulos anteriores.

Considere la siguiente ecuación y solución: $3x^4+2x^3+1=0$.

syms x

*s = solve(3*x^4 + 2*x^3 + 1 == 0, x)*

s =

*RootOf(z^4 + (2*z^3)/3 + 1/3, z)[1]*

*RootOf(z^4 + (2*z^3)/3 + 1/3, z)[2]*

*RootOf(z^4 + (2*z^3)/3 + 1/3, z)[3]*

*RootOf(z^4 + (2*z^3)/3 + 1/3, z)[4]*

Debido a que no hay parámetros en esta solución, se utiliza *vpa* con el fin de aproximarla numéricamente.

vpa(s,3)

ans =

— 0.741 — 0.48i

$$-0.741 + 0.48i$$

$$0.407 - 0.512i$$

$$0.407 + 0.512i$$

Práctica 3

Dada las funciones, halle la o las soluciones según se indique en el problema.

$$1. y = z(e^{-3z} - 3)$$

$$2. y = 3x^2 + 7x - 15$$

$$3. y = 5x^4 - 3\sqrt[3]{x} + \frac{x(x^2+5)}{\sqrt{x^3+\sqrt{x}}}$$

$$4. x = 8a^2 - 27d^2$$

$$5. y = 5\cos(3y) - 3\cos(y) = 10$$

$$6. m = y|\cos(3x)| + 1$$

$$7. 4x^2 + 4y^2 + 24x - 16y + 39 = 0$$

$$8. T(x) = abx^2 - 5abx + 7bc$$

$$9. z = (x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2)$$

$$10. \operatorname{sen}(x) + \cos(2x) = 1$$

$$11. y(t) = -5th^2 + 7t + 3htg - 1$$

$$12. f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$$13. y = 10\operatorname{sen}\left(120\pi t - \frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{sen}(120\pi t)$$

14. $f(x)=3x^2-bx+5$ obtenga la solución cuando x y b son varia-

bles. Solo cuando b es variable.

15. Aproxime numéricamente el polinomio $5x^4+x^3-2x^2+10=0$.

16. Las coordenadas de un cometa (en millas) está descrita por la siguiente ecuación:

$$\frac{x^2}{24,10^{15}} - \frac{y^2}{17,10^{15}} = 1$$

Determine los valores de posición x y y .

17. Sea $F(t) = 23 + 7\text{sen}\frac{\pi}{12}(t - 8)$, que expresa la temperatura en grados Celsius de F a t horas después de la media noche de un determinado día, donde t está comprendido en el intervalo $[0,24]$. ¿A qué hora la temperatura es de 23°C ?

18. Resuelva el sistema de ecuaciones dado:

$$5x+3y+2z=27; 4x-9y-7z=-30; ye^{-0.5xz} = 120,10247$$

19. Halle la solución para las ecuaciones dadas de la elipse (en millones de km) que describe la trayectoria de la Tierra:

$$\text{a. } \frac{x^2}{150} + \frac{y^2}{149,8} = 1 \quad \text{b. } \frac{x^2}{150^2} - \frac{y^2}{149,98^2} = 1$$

20. Dadas las ecuaciones $2x^2+3y^2=10$ y $3a^2x^2-cb^2y^2=100$, con la parábola $z^2=5x+1$, halle la intersección de las hipérbolas.

21. El campo magnético oscilante E de un rayo láser puede expresarse por la ecuación:

$$E(t)=E_0 \cos(2\pi ft)$$

Halle la solución para la variable t .

Despeje E_0 .

Despeje f .

22. Dada la función de Fermat $f(x)=2^{2^x} + 1$, halle la posible solución.

23. La cantidad de agua A , medida en galones, en una piscina en el día x está representada por la ecuación:

$$A=13200x-2150x^2$$

a. Obtenga la solución para A .

b. Calcule $A(5)$, $A(6)$, y $A(6,1)$.

24. Dadas las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado (MUA), halle las soluciones para la velocidad inicial v_o :

$$a = \frac{v_f - v_o}{t}; v_f = v_o + at; v_f^2 = v_o^2 + 2ax; x = v_o t + \frac{1}{2}at^2$$

Despeje v_o de todas las ecuaciones.

25. La ecuación general para simular variaciones de temperatura ($^{\circ}\text{C}$) durante el día en un determinado tiempo t , medido en horas, se expresa como:

$$f(t)=asen(bt+c)+d$$

a. Halle la solución para las variables t , a , c y d .

b. Despeje a .

c. Despeje b .

d. Despeje c .

e. Despeje d .

f. Despeje t .

26. En ingeniería de carreteras se efectúan estudios acerca de los problemas de penetración de heladas, en los que la temperatura T a las t horas y profundidad de x pies está dada por:

$$T(x) = T_0 e^{-\lambda x} \text{sen}(\omega t - \lambda x)$$

Donde T_0 , λ y ω son constantes y el periodo T se mide en el intervalo 0 y 24 horas.

a. Obtenga la ecuación solución con t como variable.

b. Si $\lambda = 2,5123$, y $\omega = 520 \text{ rad/s}$ y $x = 5$, ¿cuál es la solución tomando como respuesta el punto anterior?

27. Dadas las ecuaciones $32x^2 - y^2 = 25$ y $a^2 x^2 + cb^2 y^2 = 38$, con la parábola $z^2 = x + 2$, halle la intersección de las hipérbolas.

28. La intensidad de una señal de radio se expresa como:

$$I = \frac{1}{2} I_0 [1 + \cos(\pi \text{sen}(\theta))]$$

Obtenga la ecuación solución para el ángulo θ

29. *Ley de enfriamiento de Newton.* La temperatura u de un cuerpo que ha sido calentado en un tiempo t se puede expresar mediante la ecuación:

$$u(t) = T + (T_0 - T) e^{kt} \quad k < 0$$

Donde T representa la temperatura del medio ambiente, T_0 es la temperatura inicial del objeto caliente, t es la duración medida en minutos y k es una constante:

a. Halle la solución para la variable t .

b. Halle la solución para la variable T .

c. Halle la solución para la variable T_0 .

d. Despeje t .

e. Determine $u(t)$ cuando un cuerpo se calienta a 110°C , el cual después se deja enfriar en un cuarto que está a una temperatura del aire de 28°C por un tiempo de 3, 5 y 7 min. Tome el valor de $k = -0,0673$.

30. Las reglas de transformación aplicadas a la función seno se pueden expresar a través de la fórmula general de funciones senos:

$$f(x) = A \operatorname{sen} \left(\frac{2\pi}{B} (x - c) \right) + D$$

Donde A es la amplitud de la función, B es el periodo, C es la traslación o corrimiento horizontal, y D la traslación vertical:

a. Determine las soluciones de la función $f(x)$.

b. Despeje A .

c. Despeje B .

d. Despeje D .

e. Despeje c .

31. Existe una función que permite representar, mediante una curva, el nivel de aprendizaje de un individuo:

$$N = a(1 - e^{-cn})$$

Donde a indica en número de palabras por minuto estándar, x indica la cantidad de semanas de instrucción y c una constante:

a. Halle la solución para n .

b. Despeje c .

c. Despeje a .

32. En una arteria, la derivación cardiovascular denominada bifurcación l se puede representar matemáticamente como:

$$l = a + \frac{b}{2} \tan \frac{\theta}{4}$$

Donde a y b son longitudes constantes de la arteria:

a. Halle la solución para el ángulo θ .

b. Despeje b .

33. La fórmula para los primeros n términos de una sucesión geométrica se puede escribir de la siguiente forma:

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

a. Halle la solución para la variable n .

b. Despeje a .

34. La intensidad S del campo magnético terrestre varía con la profundidad z y el tiempo t , que puede representarse por la fórmula:

$$S = A_0 e^{-\alpha z} \text{sen}(kt - \alpha z)$$

Donde A_0 , α y k son constantes:

a. Halle la solución para la variable t y z .

b. Despeje t .

35. La velocidad de un fluido con resistencia al aire está dada por la fórmula:

$$v(t) = \frac{32m}{b} \left(1 - e^{-\frac{bt}{m}} \right)$$

Donde m es la masa del cuerpo (kg), b una constante de resistencia al aire y t el tiempo:

- Halle la solución para t .
- Halle la solución para m .
- Despeje b .

36. Las ecuaciones de la trayectoria del movimiento balístico son:

Para el vector velocidad:

$$\mathbf{v} = \begin{cases} v_x = v_o \cos\theta \\ v_y = v_o \operatorname{sen}\theta - gt \end{cases}$$

Para el vector posición:

$$\mathbf{r} = \begin{cases} x = v_o t \cos\theta \\ y = y_o + v_o t \operatorname{sen}\theta - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

Estas ecuaciones constituyen las ecuaciones paramétricas de la trayectoria.

La ecuación algebraica de la trayectoria tomando $t = 0$ es:

$$y = y_o + x \tan\theta - \frac{gx^2}{2v_o^2 \cos^2\theta}$$

Halle la solución de:

- Los vectores \mathbf{v} y \mathbf{r} para el ángulo θ y t como variables.
- Para la ecuación algebraica con θ y x como variables.
- Despeje y_o .

d. Despeje v_0 .

37. *Contracción de Lorentz.* Es un efecto relativista que consiste en la contracción de la longitud L_0 de un cuerpo en la dirección del movimiento conforme su velocidad v se acerca a la velocidad de la luz c .

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

a. Determine las soluciones cuando $L = 1$ para L_0 y v .

b. Despeje v .

38. Cuando una persona camina, la magnitud de la fuerza vertical F de un pie en el suelo puede ser descrita por la fórmula:

$$F = A(\cos(bt) - a\cos(3bt))$$

Donde t es el tiempo medido en segundos, $A > 0$, $b > 0$ y $0 < a < 1$:

a. Obtenga la ecuación solución con t como variable.

b. Despeje a .

39. Sea el sistema de ecuaciones: $15x - 20y + 13z = 0$ y $7x - 2y = 30z$, halle las soluciones.

40. El momento magnético μ de la Tierra se calcula mediante la fórmula:

$$\mu = \frac{4\pi r^3 B}{\mu_0 \sqrt{1 + 3\cos^2(\theta)}}$$

Donde r es el radio de la Tierra, B el campo magnético, μ_0 la constante de permeabilidad magnética y θ el ángulo de inclinación medido con respecto al campo geomagnético en el ecuador:

a. Despeje r .

b. Despeje el ángulo.

41. Para simular la respuesta de una estructura de una edificación a un terremoto se toma la medida máxima de desplazamiento d de una viga de longitud L (en pies), donde el desplazamiento total y se expresa como:

$$y = d - d \cos\left(\frac{\pi x}{2L}\right) \text{ Donde } 0 \leq x \leq 10$$

a. Halle la solución para y con L como variable, luego calcule L para los valores de x según la condición dada.

b. Despeje d .

c. Despeje L .

5. Funciones matemáticas en Matlab



Límites computacionales de Matlab

Las funciones que se muestran en este capítulo aplican de igual forma a términos escalares, vectoriales y matriciales. Así, antes de entrar en materia, es importante tener en cuenta los límites computacionales de Matlab. Las variables con que trabaja el programa se procesan y almacenan en las CPU asumiendo un rango de valores que oscilan entre 10^{308} y 10^{-308} .

A fin de establecer los límites computacionales de Matlab se recurre a los siguientes comandos:

```
>> realmax
```

```
ans =
```

```
1.797693134862316e+308
```

```
>> realmin
```

```
ans =
```

```
2.225073858507201e-308
```

Estos valores indican el número límite más grande y pequeño que puede trabajar Matlab en coma flotante. Superadas estas cifras, Matlab se desbordará, lo que hará imposible su computo.

Nota 9. El estándar de la IEEE 754 establece los parámetros para la representación numérica computacional de coma flotante, de valores tipo NaN, valores desnormalizados e infinito.

El estándar también especifica cinco excepciones y cuatro modos de redondeo numéricas, que son: precisión simple (32 bits) requeridos por el estándar; precisión doble (64 bits), precisión simple extendida (≥ 43 bits, no usada normalmente) y precisión doble extendida (≥ 79 bits, usualmente implementada con 80 bits); estos tres últimos son opcionales.

```
>> intmax
```

```
ans =
```

```
2147483647
```

```
>> intmin
```

```
ans =
```

```
-2147483648
```



Estas dos cifras indican los números enteros más grande y pequeño con los cuales Matlab puede trabajar. Superadas estas cifras, Matlab se desbordará, lo cual hará imposible su computo.

Funciones en Matlab

Funciones trigonométricas

Matlab dispone de una amplia librería de funciones matemáticas que es importante tener en cuenta, al menos aquellas que más se emplean en los formulismos matemáticos.

Tabla 5.1 *Funciones matemáticas de Matlab*

Instrucción	Nombre
<i>sin(x)</i>	Seno
<i>cos(x)</i>	Coseno
<i>tan(x)</i>	Tangente
<i>sec(x)</i>	Secante
<i>csc(x)</i>	Cosecante
<i>cot(x)</i>	Cotangente
<i>sind(x)</i>	Función seno cuyo argumento se expresa en grados.
<i>cosd(x)</i>	Función coseno cuyo argumento se expresa en grados.
<i>tand(x)</i>	Función tangente cuyo argumento se expresa en grados.
<i>secd(x)</i>	Función secante cuyo argumento se expresa en grados.

<i>cscd(x)</i>	Función cosecante cuyo argumento se expresa en grados.
<i>cotd(x)</i>	Función cotangente cuyo argumento se expresa en grados.
<i>asin(x)</i>	Arco seno
<i>acos(x)</i>	Arco coseno
<i>atan(x)</i>	Arco tangente o tangente inversa (devuelve un ángulo entre $-\pi/2$ y $\pi/2$).
<i>atan2(x,y)</i>	Arco tangente (devuelve un ángulo entre $-\pi$ y π); se le pasan dos argumentos, proporcionales al seno y al coseno.
<i>atan2d(x)</i>	Calcula la tangente inversa (\tan^{-1}) de los cuatro cuadrantes expresado en grados.
<i>acot(x)</i>	Arco cotangente
<i>asec(x)</i>	Arco secante
<i>acsc(x)</i>	Arco cosecante
<i>sinh(x)</i>	Seno hiperbólico
<i>cosh(x)</i>	Coseno hiperbólico
<i>tanh(x)</i>	Tangente hiperbólica
<i>sech(x)</i>	Secante hiperbólica
<i>csch(x)</i>	Cosecante hiperbólica
<i>coth(x)</i>	Secante hiperbólica
<i>asinh(x)</i>	Arco seno hiperbólico
<i>acosh(x)</i>	Arco coseno hiperbólico
<i>atanh(x)</i>	Arco tangente hiperbólica
<i>acoth(x)</i>	Arco cotangente hiperbólica
<i>asech(x)</i>	Arco secante hiperbólica
<i>acsch(x)</i>	Arco cosecante hiperbólica
<i>hypot(x)</i>	Raíz cuadrada de la suma de cuadrados

Fuente: elaboración propia.



Funciones algebraicas

Tabla 5.2 Funciones algebraicas de Matlab

<i>sort(x)</i>	Ordena los elementos de un arreglo en forma ascendente.
<i>reallog</i>	Logaritmo natural de números reales.
<i>realsqrt</i>	Raíz cuadrada de un número mayor o igual a cero.
<i>sqrt(x)</i>	Raíz cuadrada.
<i>nthroot(x)</i>	Raíz cúbica.
<i>nthroot</i>	Raíz <i>n</i> -ésima real de los números reales.
<i>nextpow2</i>	Siguiente potencia mayor de 2.
<i>pow2</i>	Potencia base 2 con escala numérica en coma flotante.
<i>realpow</i>	Potencia cuyo resultado es real.
<i>fplot(f,[x,y])</i>	Grafica la función <i>f</i> en el intervalo $[x,y]$.
<i>fzero(f,x)</i>	Calcula la raíz de la función <i>f</i> , partiendo del valor <i>x</i> .
<i>trapz(x,f)</i>	Calcula el área de la región plana limitada por <i>f</i> .
<i>gcd(x,y)</i>	Máximo común divisor (mcd).
<i>lcm(x,y)</i>	Mínimo común múltiplo (mcm).
<i>factor(n)</i>	Descompone <i>n</i> en factores primos.
<i>dec2base(x,n)</i>	Convierte un número decimal <i>x</i> (base 10) a una base <i>n</i> dada.
<i>base2dec('x',B)</i>	Convierte el número <i>x</i> , dada la base <i>B</i> , a decimal.
<i>abs(x)</i>	Valor absoluto

Fuente: elaboración propia.

A fin de obtener el listado de las funciones matemáticas elementales de las que dispone Matlab puede digitar la instrucción:

```
>> help elfun
```

Elementary math functions.

Es importante mencionar que cuando se digita cualquier función, Matlab despliega un cuadro de ayuda con el propósito de que el usuario establezca en qué contexto desea evaluar la función. Esto se debe, en parte, a que algunas funciones relacionan más de una variable. Por ejemplo, se digita la función *rem* y luego el primer paréntesis; esto denota que requiere de dos números *a* y *b*, tal como se ilustra en la Figura 5.1.

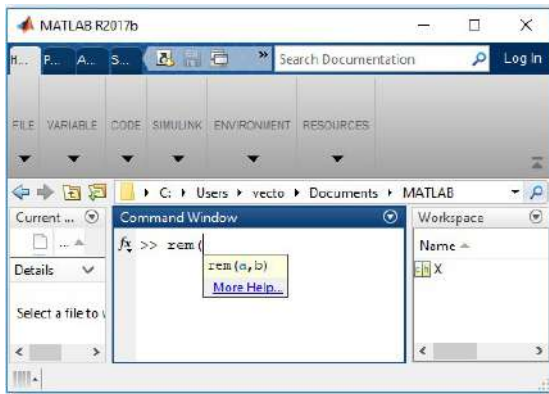


Figura 5.1. Cuadro de ayuda que despliega Matlab.

```
>> rem(28,7)  
  
ans =  
  
0  
  
>> rem(56,11)
```



```
ans =
    1
```

Si se observa detenidamente, en el recuadro aparece More Help resaltado en azul; si se le da click, se despliega un cuadro de ayuda. Esto es útil cuando se requiere saber más sobre algún comando o función en particular.

Algunos ejemplos de algunas de las funciones citadas de Matlab se proporcionan a continuación.

Funciones trigonométricas

Tabla 5.3 Funciones trigonométricas de Matlab

<pre>x=3*pi/4; >> sin(x) ans = 0.707106781186548</pre>	<pre>>> cot(x) ans = -1.000000000000000</pre>
<pre>>> cos(x) ans = -0.707106781186547</pre>	<pre>>> sec(x) ans = -1.414213562373095</pre>
<pre>>> tan(x) ans = -1.000000000000000</pre>	<pre>>> csc(x) ans = 1.414213562373095</pre>

Fuente: elaboración propia.

Matlab, por defecto, solo opera en radianes. Para expresar los ángulos en grados se procede de la siguiente manera.

Funciones trigonométricas cuya variable de entrada está dada en grados

Tabla 5.4 Funciones trigonométricas cuya variable de entrada está dada en grados

<pre>>> x=60; >> sind(x) ans = 0.866025403784439</pre>	<pre>>> cotd(x) ans = 0.577350269189626</pre>
<pre>>> cosd(x) ans = 0.500000000000000</pre>	<pre>>> secd(x) ans = 2.000000000000000</pre>
<pre>>> tand(x) ans = 1.732050807568878</pre>	<pre>>> cscd(x) ans = 1.154700538379252</pre>

Fuente: elaboración propia.

Calcule el arcotangente entre $-\pi$ y π . Para resolver este ejercicio se deben digitar dos valores a y b proporcionales al seno y al coseno en los cuatro cuadrantes.

```
rad=atan(1);
```

```
grados=rad*180/pi;
```

```
disp(['Ángulo del primer cuadrante:',num2str(grados)])
```

```
rad=atan2(1,-1);
```

```
grados=rad*180/pi;
```

```
disp(['Ángulo del segundo cuadrante:',num2str(grados)])
```

```

rad=atan2(-1,-1);
grados=rad*180/pi;
disp(['Ángulo del tercer cuadrante:',num2str(grados)])
rad=atan(-1);
grados=rad*180/pi;
disp(['Ángulo del cuarto cuadrante:',num2str(grados)])
Ángulo del primer cuadrante:45
Ángulo del segundo cuadrante:135
Ángulo del tercer cuadrante:-135
Ángulo del cuarto cuadrante:-45
    
```

Inverso de la función trigonométrica cuyo resultado se da en grados

Tabla 5.5 Inverso de la función trigonométrica cuyo resultado se da en grados

<pre>>> x=-1; >> asind(x) ans = -90</pre>	<pre>>> atand(x) ans = -45</pre>	<pre>>> asecd(x) ans = 180</pre>
<pre>>> acosd(x) ans = 180</pre>	<pre>>> acotd(x) ans = -45</pre>	<pre>>> acscd(x) ans = -90</pre>

Fuente: elaboración propia.

Funciones inversas trigonométricas

```
>> x=-1;
```

```
>> asin(x)
```

```
ans =
```

```
—1.570796326794897
```

```
>> acos(x)
```

```
ans =
```

```
3.141592653589793
```

```
>> atan(x)
```

```
ans =
```

```
—0.785398163397448
```

```
>>atan(2*(x))
```

```
ans =
```

```
—1.107148717794090
```

```
>> acot(x)
```

```
ans =
```

```
—0.785398163397448
```

```
>> asec(x)
```

```
ans =
```

```
3.141592653589793
```

```
>> acsc(x)
```

```
ans =
-1.570796326794897
```

Ejercicios resueltos

Si comete un error no olvide las teclas de flecha arriba abajo para recuperar los datos digitados.

1. Dada la función $f(x) = \frac{5}{3}x(40 - 32x^2 + 9x^3)$, calcule $f(2)$ y $f(-5)$:

```
x = 2; % se procede a definir la variable
```

```
y = 5/3*x*(40-32*x^2+9^3)
```

```
y =
```

```
2.1367e+03
```

2. Recuerde usar las teclas de flechas arriba abajo para recuperar información digitada:

```
x=-5;
```

```
y=5/3*x*(40-32*x^2+9^3)
```

```
y =
```

```
-258.3333
```

3. Dada la función $f(x) = \frac{2x^2+5x}{(3x+1)^2}$, calcule $f(-3)$ y $f(8)$:

```
x=-3;
```

```
y=(2*x^2+5*x)/(3*x+1)^2
```

```
y =
```

```
0.0469
```

$$x=8;$$

$$y=(2*x^2+5*x)/(3*x+1)^2$$

$$y =$$

$$0.2688$$

4. Dada la función $f(x)=-|5x-3|+7$, calcule $f(-2)$ y $f(-10)$:

$$x = -2;$$

$$y = -\text{abs}(5*x-3)+7$$

$$y =$$

$$-6$$

$$x = -10$$

$$y = -\text{abs}(5*x-3)+7$$

$$y =$$

$$-46$$

5. Un barco se encuentra a 32 m de un faro, cuya altura es de 10 m, tal como se muestra en la imagen. Determine la distancia del observador h a la punta del faro y el ángulo de elevación θ .

$$a = 32;$$

$$b = 10;$$

$$h = \text{hypot}(a,b)$$

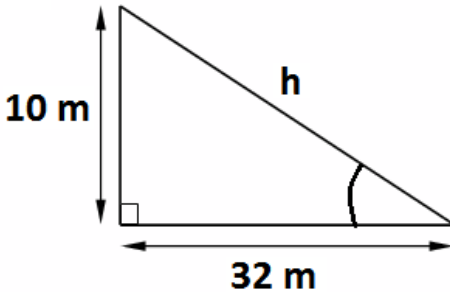
$$\theta = \text{acosd}(a/h)$$

$h =$

33.53

$\theta =$

17.35



Representación ejercicio 5

Se concluye que la distancia del observador a la punta del faro es de 33,53 m, con un ángulo de elevación de 17,35 grados.

6. Dada la función $f(x) = \tanh(x) - \sinh(x)$, calcule $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ y $f\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$:

$x = \pi/3;$

$y = \tanh(x) - \sinh(x)$

$y =$

-0.4687

$x = 5 * \pi/3;$

$y = \tanh(x) - \sinh(x)$

$y =$

—92.9547

7. Sea la función $f(x) = \frac{\log(6x^2+9x+2) - \cos(5x^2-7x-3)}{5\pi x^3}$, calcule $f(5)$ y $f(-8)$:

$x=5;$

$$y=(\log(6*x^2+9*x+2)-\cos(5*x^2-7*x-3))/(5*pi*x^3)$$

$y =$

0.0024

$x=-8;$

$$y=(\log(6*x^2+9*x+2)-\cos(5*x^2-7*x-3))/(5*pi*x^3)$$

$y =$

—7.9698e—04

8. Sea la función $f(x) = \frac{\log(ax^2+bx+c) - \cos(ax^2+bx+c)}{5\pi(x^3+8) + \sin(x^3+8)(ax^2+bx+c)}$, calcule f para $x = 7$, $a = 9$, $b = 6$ y $c = -4$.

Digitar esta ecuación es bastante engorroso, por lo cual se puede recurrir al cambio de variables. Analice detenidamente el proceso y plantee otra opción:

$x=5; a=9; b=6; c = -4;$

$A=a*x^2+b*x+c;$

$B=x^3+8;$

$$f=(\log(A)-\cos(A))/(5*pi*B+\sin(B)*A)$$

$f =$

0.0020

9. Sea la función $f(x) = 2x^3 (4e^{5x}) + 5x^2 e^{4x} + \log(x^2)$ calcule $f(-3)$ y $f(2)$:

$$x = -3;$$

$$y = 2 * x^3 * (4 * \exp(5 * x)) + 5 * x^2 * \exp(4 * x) + \log(x^2)$$

$$y =$$

$$2.1974$$

$$x = 2;$$

$$y = 2 * x^3 * (4 * \exp(5 * x)) + 5 * x^2 * \exp(4 * x) + \log(x^2)$$

$$y =$$

$$1.4693e+06$$

10. Dada la función logística $f(x) = \frac{110}{1 + 4e^{-1.125687x}}$, evalúe la función para los valores de $x = 5, 5,37$ y $5,598$:

$$x1 = 5;$$

$$y1 = 110 / (1 + 4 * \exp(-1.125687 * x1))$$

$$y1 =$$

$$108.4409677$$

$$x2 = 5.37;$$

$$y2 = 110 / (1 + 4 * \exp(-1.125687 * x2))$$

$$y2 =$$

$$108.9670685$$

$$x3 = 5.598;$$



$$y3=110/(1+4*\exp(-1.125687*x3))$$

$$y3=$$

$$109.199187$$

11. Calcule la raíz empleando la instrucción *nthroot*:

a. Raíz cúbica de -27 .

b. $N = [7 \ -5 \ 9]$, calcule varias raíces reales de -7 .

c. Dadas las matrices $X = [-3 \ -3 \ -3; 4 \ -3 \ -5]$ y $N = [1 \ -1 \ 3; 1/3 \ 5 \ 3]$, donde cada elemento en X corresponde a un elemento en N , calcule las raíces n -ésimas real de los elementos en X .

Solución a:

$$\text{nthroot}(-27, 3)$$

$$\text{ans} =$$

$$-3.00$$

Solución b:

$$N=[7 \ -5 \ 9];$$

$$Y = \text{nthroot}(-7, N)$$

$$Y =$$

$$-1.32 \quad -0.68 \quad -1.24$$

Solución c:

$$X = [-3 \ -3 \ -3; 4 \ -3 \ -5];$$

$$N = [1 \ -1 \ 3; 1/3 \ 5 \ 3];$$

$$Y = \text{nthroot}(X, N)$$

$$Y =$$

$$-3.00 \quad -0.33 \quad -1.44$$

$$64.00 \quad -1.25 \quad -1.71$$

12. El Índice de Masa Corporal (IMC) es una medida que relaciona el peso y la estatura de una persona con el fin de calcular si tiene sobrepeso u obesidad.

$$IMC = \frac{\text{Masa (kg)}}{\text{Estatura (m)}^2}$$

Una persona mide 1,70 m y tiene una masa de 75 kg. Así, entonces, al remplazar los datos se tiene:

$$IMC = \frac{75 \text{ kg}}{(1,7\text{m})^2} = 25,95 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

Según el resultado, se infiere que tiene un leve sobrepeso.

Con base en lo anterior, calcule el IMC para una persona de 90 kg de masa y estatura de 1,79 metros.

$$\text{masa} = 90 \text{ Kg};$$

$$\text{estatura} = 1.79;$$

$$IMC = \text{masa}/\text{estatura}^2$$

$$IMC =$$

$$28.08901$$

Se concluye que la persona tiene sobrepeso según un estándar predefinido.



13. La posición de un cuerpo que describe un movimiento armónico simple se representa por la función:

$$x(t) = A \cos(\omega t - \phi)$$

Donde A es la amplitud o elongación máxima del movimiento, ω es la frecuencia angular, t el tiempo y ϕ la fase inicial en el instante de tiempo $t = 0$.

Partiendo de una condición inicial, la amplitud de oscilación es de 10 cm, con una fase de $\pi/6$ grados. La frecuencia angular es de 5 rad/s, determine la posición, la velocidad y la aceleración en los tiempos de 2, 4 y 9 s.

Es importante establecer cuáles son las constantes y cuál es la variable, que en este caso es el tiempo t .

```
A=10;           % Amplitud
omega=5;        % frecuencia angular
phi =pi/6;      % ángulo de fase
t=2;            % variable tiempo a evaluar
x=A*cos(omega*t—phi)
```

```
x =
-9.9867
```

La velocidad instantánea v medida en cm/s de un cuerpo en movimiento armónico simple se representa como la derivada de la función posición con respecto al tiempo:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t - \phi)$$

De vuelta en la ventana de trabajo se procede a digitar directamente esta ecuación sin necesidad de repetir los datos de entrada.

$$v = -\omega * A * \sin(\omega * t - \phi) \quad \% \text{ expresado en cm/s}$$

$v =$

$$2.5800$$

A fin de calcular la aceleración debe recordar que se debe derivar la velocidad en función del tiempo, así:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t - \phi)$$

$$a = -\omega^2 * A * \cos(\omega * t - \phi) \quad \% \text{ expresado en cm/s}^2$$

$a =$

$$249.6670$$

Para los demás tiempos se procede a sustituir el valor t por 4 y 9 s, respectivamente. Pruebe y compare los resultados.

14. *Movimiento parabólico.* Se lanza desde una superficie horizontal un proyectil con una velocidad inicial de 50 m/s, formando un ángulo de 30° con la horizontal. Determine:

- Tiempo que tarda en llegar al piso.
- Máxima altura que alcanza.
- A qué distancia del punto de lanzamiento choca con el piso.

Datos de entrada $v_0 = 50 \text{ m/s}$; $\theta = 30^\circ$, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

a. El tiempo total se calcula con la ecuación:

$$t_{Total} = \frac{2v_0 \text{sen}\theta}{g}$$

$$t_{Total} = \frac{2(50 \text{ m/s}) \text{sen}30}{9,81 \text{ m/s}^2} = 5,1\text{s}$$

$$t_{Total} = 5,1\text{s}$$

b. La altura máxima se calcula con la ecuación:

$$y_{Max} = \frac{v_0^2 \text{sen}^2\theta}{2g}$$

$$y_{Max} = \frac{(50 \text{ m/s})^2 \text{sen}^2 30}{2(9,81 \text{ m/s}^2)} = 31,8553\text{m}$$

$$y_{Max} = 31,8553\text{m}$$

c. El alcance horizontal se calcula con la ecuación:

$$x_{Max} = \frac{v_0^2 \text{sen}\theta}{g}$$

$$x_{Max} = \frac{(50 \text{ m/s})^2 \text{sen}30}{9,81 \text{ m/s}^2} = 127,421\text{m}$$

$$x_{Max} = 127,421\text{m}$$

Para desarrollar el ejercicio en Matlab tenga en cuenta que el ángulo está dado en grados, por lo que se debe usar la función trigonométrica *sind*.

a. $vi = 50; g = 9,81;$

$theta = 30$

$t = (2 * vi * \text{sind}(theta)) / g$

$t =$

5.0968

$$b. y_{max} = (v_i^2 * (\sin(\theta))^2) / (2 * g)$$

$y_{max} =$

31.8552

$$c. x_{max} = (v_i^2 * (\sin(\theta))) / g$$

$x_{max} =$

127.4210

15. Un aspersor giratorio para césped funciona de tal manera que la variación del ángulo con respecto al tiempo ($d\theta/dt$) es constante. La distancia que el agua recorre en la dirección horizontal está dada por la siguiente ecuación:

$$x(\theta) = \frac{v^2 \sin 2\theta}{32}$$

La velocidad de rotación es de 2 m/s. Determine la distancia para el intervalo $45^\circ \leq \theta \leq 135^\circ$ con particiones de 0,001 mediante un gráfico.

En este punto se incursiona en la definición de un intervalo y de la gráfica de una función que lo asocia.

Lo primero que se debe hacer es transformar los ángulos dados en grados a radianes:

$$\theta = 45:0.001:135;$$

$$v = 2;$$

$$x = v^2 * \sin(2 * \theta) / 32;$$

`plot(theta,x)`

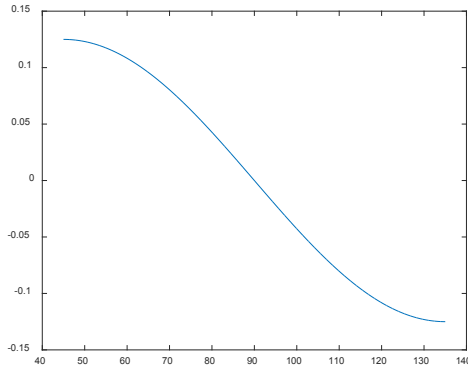


Figura 5.2. Ilustración de la función $x = v^2 \cdot \text{sin}(2\theta) / 32$.

16. *Ley de Snell.* Esta ley permite calcular el ángulo de refracción θ de la luz cuando atraviesa una superficie de separación con diferentes densidades. Esta diferencia hace que la velocidad de propagación de la onda varíe de un medio a otro, debido a que los índices de refracción son diferentes (n_1 y n_2), tal como ilustra en la imagen.

$$n_1 \text{sen}\varnothing_1 = n_2 \text{sen}\varnothing_2$$

Determine el ángulo de refracción entre dos medios, agua ($n_1 = 1,333$) y glicerina ($n_2 = 1,47$), donde el haz de luz incide con un ángulo de 30 grados:

$$n_1 = 1.333 \quad n_2 = 1.47 \quad \theta_1 = 30 \quad \theta_2 = ?$$

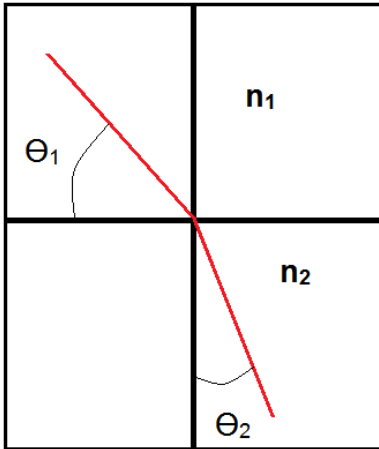
La ecuación al despejarse queda de la siguiente forma:

$$n_1 \text{sen}\varnothing_1 = n_2 \text{sen}\varnothing_2, \text{ entonces}$$

$$\varnothing_2 = \text{arcsen}\left(\frac{n_1 \text{sen}\varnothing_1}{n_2}\right)$$

Por tanto, el ángulo refractado en el segundo medio es $\theta_2 = 26,96$ grados.

La ecuación digitada en Matlab queda:



Representación ejercicio 16

$n1=1.333$; % índice de refracción del agua

$n2=1.47$; % índice de refracción de la glicerina

$theta1=30$;

%la respuesta se precisa en grados no en radianes, por lo que debe tener cuidado a la hora de usar las funciones trigonométricas precisas.

*$theta2=asind(n1*sind(theta1)/n2)$*

$theta2 =$

26.9621

17. El peso W (en kg) de un elefante a la edad de t años se calcula mediante la ecuación:

$$W(t)=2600(1-0,5e^{-0,075t})^3$$

Determine:

- Peso al nacer.
- Peso a los diez años (expresar la respuesta con todos los decimales posibles).

En términos teóricos el peso se calcula de la siguiente forma:

$$a. W(0) = 2600(1-0,5e^{-0,075(0)})^3 = 2600(1-0,5e^0)^3$$

$$W(0) = 2600(1-0,5)^3 = 2600(0,5)^3$$

$$W(0) = 325 \text{ Kg}$$

$$b. W(10) = 2600(1-0,5e^{-0,075(10)})^3 = 2600(1-0,5e^{-0,75})^3$$

$$W(10) = 2600(1-0,2362)^3 = 2600(0,7638)^3$$

$$W(10) = 1158,5435 \text{ Kg}$$

Para trabajar en Matlab se procede de la siguiente manera:

$$t=0;$$

$$W=2600*(1-0.5*exp(-0.075*t))^3$$

$$W =$$

$$325$$

$$t=10;$$

$$W=2600*(1-0.5*exp(-0.075*t))^3$$

$W =$

$1.1586e+03$

$vpa(W)$

$ans =$

$1158.619508616874554718378931284$



Práctica 1

1. Dadas las funciones, resuelva según las condiciones dadas:

- $f(x) = 2x\sqrt{3x^2 + 2x + 1}$. Calcule $f(4)$.
- $f(x) = \frac{3\text{sen}^3x + 5\text{sen}x\cos^2x}{\text{csc}x} + \frac{\cos^32x + 2\text{sec}x + \cot x \text{sen}^2x}{\tan x}$. Calcule $f(45)$.
- $2 \tan(x) - 3 \cot(x) + 5\text{sen}(4x) - 10\text{sec}(x)$. Calcule para $x = \frac{5\pi}{3}$.
- $\cos h(x) - 5\text{senh}(x) - 5\text{csc}(3x)$. Calcule para $x = 0,85$.
- $\text{sen}\sqrt{x^4 - 3x^3 + 20x - 40}$. Calcule para $x = -4$.
- $f(x) = -7x^3(2e^{-x}) - x^2e^{2x} + \log(x^2 + 20)$. Calcule $f(4)$.
- $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{4x^2 - x}$. Calcule $f(3)$.
- $f(x) = \sqrt{\log x} + \sqrt{\cot(5x^2 - 1)}$. Calcule $f(2)$.
- $f(x) = \log_{10}(3x^5 - x^2 + 10)$. Calcule $f(5)$.
- $f(x) = 3e^{-2,51x} + \log_2(x^4)$. Calcule $f(3)$.
- $\cos(2x) - 5\text{sec}(8x) - e^{\sqrt{x+1}}$. Calcule para $x = 9$.
- $f(x) = \frac{\frac{3x^2+1}{x+1}}{2} + 5$. Calcule para $x = -3$.
- $3e^{1,51^3 - \text{sen}(2,51x)}$ Calcule para $x = 2$

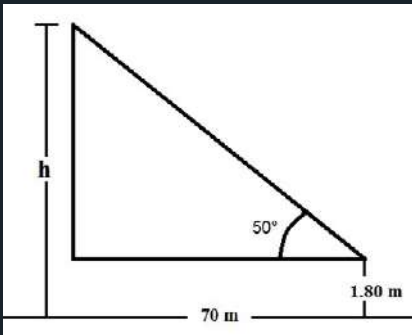
2. Dada la identidad trigonométrica $\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{\tan x + \text{sen}x}{2\tan x}$, verifique que la identidad es correcta evaluando cada lado de la ecuación para el valor de $x = \frac{\pi}{5}$.

3. Dada la identidad trigonométrica $\text{sen}(5x) = 5\text{sen}x - 20\text{sen}^3x + 16\text{sen}^5x$, verifique que la identidad es correcta evaluando cada lado de la ecuación para el valor de $x = \frac{\pi}{12}$.

4. Calcule el momento M en el plano, cuando se aplica una fuerza F de 60,5 N a una distancia de 40 cm de un punto O con los siguientes ángulos: 0, 10, 30, 45, 60, 90. La ecuación es:

$$M = Fl \sin \theta$$

- a. En que ángulos el momento es máximo y mínimo.
- b. Si $M = 14,78 \text{ Nm}$, $F = 55,7 \text{ N}$, y $l = 30 \text{ cm}$, 35 cm y 40 cm , determine los ángulos sobre los cuales la fuerza fue aplicada.
5. El ángulo de elevación de una torre es de 50° , a una distancia de 70 m de esta, tal como se observa en la imagen. Si el observador se encuentra a $1,80$ metros sobre el suelo (altura de sus ojos), determine la altura de la torre y la hipotenusa.



Representación ejercicio 5

6. Se crea una distribución de paneles solares formando un triángulo rectángulo de lados x y y , con una hipotenusa de 20 m . Expresa el área del triángulo como una función de x .
- Por definición el área del triángulo rectángulo es: $A = \frac{1}{2}xy$
- Empleando el teorema de Pitágoras se tiene: $20^2 = x^2 + y^2$; entonces la variable y equivale a:

$$y = \sqrt{400 - x^2}$$

Remplazando en A se tiene, finalmente: $A = \frac{1}{2}x\sqrt{400 - x^2}$

El perímetro del triángulo en función de x está dado por:

$$P(x) = 2 \left(x + \frac{100}{x} \right)$$

a. Determine el área y perímetro cuando $x = 8, 12$ y 14 m.

b. Si el perímetro del triángulo es de 47 m, ¿cuáles son los valores de x e y ?

7. La distancia d para un punto (x_o, y_o, z_o) con respecto al plano $Ax+By+Cz+D=0$ está representado por la ecuación:

$$d = \frac{|Ax_o + By_o + Cz_o + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Determine las distancias de los puntos $(9, 5, -10)$ y $(8, 12, 25)$ con respecto al plano $3x+25y+14z-26=0$.

8. El área de un triángulo cualquiera se puede calcular mediante la siguiente fórmula:

$$A = \frac{a^2 \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta}{2 \operatorname{sen} \gamma}$$

Si $A = 25,18 \text{ cm}^2$, $\alpha=25,7$, y $\beta=48,7$, ¿cuál es el valor de a ?

9. Determine la altura del edificio y la distancia diagonal o hipotenusa según los datos mostrados en la imagen, donde el ángulo de elevación es de 60° .



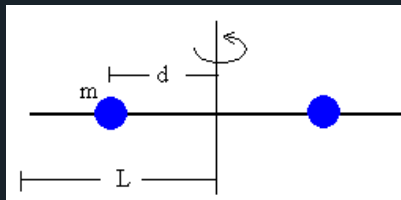
Representación ejercicio 9

10. El costo C de manufacturar x productos está dado por la fórmula:

$$C = x^2 - 27x - 20$$

Determine el número de productos que se manufacturó a un costo de USD 70.

11. Sea una varilla de masa M y longitud L , que tiene dos esferas de masa m y radio r simétricamente dispuestas a una distancia d del eje de rotación que es perpendicular a la varilla y pasa por el punto medio de esta, tal como se ilustra en la imagen.



Representación ejercicio 11

Por tanto, el momento de inercia está definido por la ecuación:

$$I = \frac{1}{12}ML^2 + 2\left(\frac{2}{5}mr^2 + md^2\right)$$

Una varilla tiene una masa de 0,4 kg, sobre la cual se suspenden dos esferas de 100 g, de radios de 5 cm, que se encuentran a una distancia del eje de rotación de 10 cm:

- Calcule el momento de inercia cuando la longitud de la varilla es de 20 cm, 15 cm y 10 cm.
- Si la longitud de la varilla es constante e igual a 20 cm, calcule el momento de inercia si los radios de las esferas son de 6 cm, 8 cm y 10 cm.

c. Calcule el momento de inercia si $L = 20$ cm, donde la masa de las esferas es de 200 g, 300 g y 400 g.

12. La intensidad de luz diurna I (calorías/cm²) en un día despejado puede calcularse por:

$$I(t) = I_M \text{sen}^3 \frac{\pi t}{D} \quad 0 \leq t \leq D$$

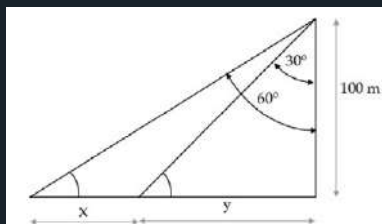
Para el caso de días nublados la intensidad es:

$$I(t) = I_M \text{sen}^2 \frac{\pi t}{D}$$

Donde $t = 0$ corresponde al amanecer, e I_M es la máxima intensidad.

Si $I_M = 15$ kcal/cm² y $D = 12$, ¿cuál es el valor de I para $t = 5, 7$ y 10 en ambos casos?, ¿cuál es la diferencia porcentual entre las dos ecuaciones?

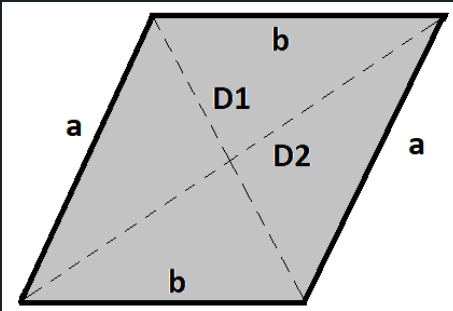
13. Calcule las hipotenusas x y y de la imagen.



Representación ejercicio 13

14. *Ley del paralelogramo.* Enuncia que la suma de los cuadrados de los cuatro lados (dos lados a y dos b , tal como se muestra en la imagen) de un paralelogramo es igual a la suma de los cuadrados de las dos diagonales (D_1 y D_2) de este. Se puede expresar así:

$$2(a^2 + b^2) = D_1^2 + D_2^2$$



Representación ejercicio 14

Si las diagonales de un paralelogramo son 6,08 cm y 9,22 cm, ¿cuál es el valor del lado b , si el lado a mide 5 cm?

15. Las tensiones de contacto en las direcciones x, y, z que aparecen entre dos esferas que se presionan entre sí con una fuerza F están representadas por las siguientes expresiones:

$$\sigma_x = \sigma_y = -P_{\text{máx}} \left[\left(1 - \frac{z}{a} \operatorname{atan} \left(\frac{a}{z} \right) \right) (1 - \nu_1) - 0,5 \left(1 + \frac{z^2}{a^2} \right)^{-1} \right]$$

$$\sigma_z = \frac{-P_{\text{máx}}}{1 + \frac{z^2}{a^2}}$$

Donde:

$$a = \left(\frac{3F}{8} \frac{\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2}}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}} \right)^{1/3} \quad P_{\text{máx}} = \frac{3F}{2\pi a^2}$$

ν_i representa los coeficientes de Poisson, E_i los módulos de Young de cada esfera, y d_i sus diámetros. Calcule las tensiones principales cuando $\nu_1 = 0,25$, $\nu_2 = 0,31$, $E_1 = 2,578 \times 10^7$, $E_2 = 3,125 \times 10^7$, $d_1 = 1,5$, $d_2 = 2,75$, $F = 120$ lib, y $z = 0,012$ in.

16. La apertura numérica de la trayectoria de un haz de luz láser al interior de una fibra óptica está representado por la siguiente ecuación:

$$\text{sen}\theta = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad \text{Con } n_2 < n_1$$

Donde n_1 y n_2 representan los índices de refracción de la fibra y θ indica el ángulo límite de ser reflejado totalmente por la fibra óptica.

a. Si los índices de refracción son 1,42 y 1,4441, ¿cuál es el valor de θ ?

b. Si el ángulo $\theta=42,251$, ¿cuál es el valor de n_2 , si $n_1=1,0245n_2$?

17. Bajo las suposiciones estándar en astrodinámica, la velocidad orbital v de un cuerpo que describe una trayectoria sobre una órbita elíptica se puede calcular mediante la ecuación:

$$v = \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2a} \right)}$$

Donde μ es un parámetro gravitacional estándar (km^3/s^2), r es la distancia radial desde el cuerpo orbitante al cuerpo central (km), y a es la longitud del semieje mayor de la elipse (km).

Si $r = 2,5 \times 10^{13}$ km y $\mu = 37\,931,187$ km^3/s^2 , determine los valores que toma la velocidad orbital si a toma valores de 0,5 r, 0,75 r, 1,25 r y 1,5 r.

18. Cuando el hielo ataca con ángulo horizontal sobre un pilar de un puente se desarrollan fuerzas horizontales. Estas fuerzas dependen del ángulo y de la cara del pilar que rompe el hielo. Su ecuación es:

$$F_t(\theta_t) = \frac{F}{2 \tan\left(\frac{\beta}{2} + \theta_t\right)}$$

Donde F_t es la fuerza que experimenta el pilar, F es la fuerza horizontal y β representa el ángulo horizontal entre las dos caras del pilar. Para un pilar plano $\beta = 0$ y un pilar curvo β puede ser 100° :

a. Determine $F_t(20)$, $F_t(25)$ y $F_t(30)$, si la fuerza horizontal es de 0,3 MN. La respuesta se debe expresar en grados.

b. Determine el ángulo θ_t si la fuerza horizontal es de 0,6 MN y la fuerza del pilar es de $5,4596 \cdot 10^4$ N. Tome un pilar curvo β .

19. Halle la deformación total (δ_r) de la barra, considerando el material acero con un diámetro $D = 10$ cm, longitud $l = 50$ cm, peso $P = 2000$ kg y módulo de deformación $\gamma = 2,12 \times 10^6$ kg/cm².

La ecuación a emplear es:

$$\delta_r = -\frac{72Pl}{5\pi\gamma D^2} - \frac{12Pl}{\pi\gamma D^2} \ln \frac{25}{13} + \frac{8Pl}{3\pi\gamma D^2}$$

20. El área de un terreno en forma triangular se expresa en función de un ángulo θ mediante la ecuación:

$$A(\theta) = \frac{1}{2} \cot\theta \left(\frac{p}{1 + \cot\theta + \csc\theta} \right)^2$$

Donde p indica el perímetro y el ángulo θ la apertura. Determine el área cuando se tiene 2200 pies de cerca y el ángulo del terreno es de 40 y 50 grados.

21. Dada la ecuación de movimiento armónico simple en función del tiempo t :



$$y(t) = y_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \operatorname{sen}(\omega t)$$

Donde y es la posición final del cuerpo oscilante, y_0 la posición inicial del cuerpo, ω es la frecuencia angular y v_0 la velocidad inicial.

Determine la posición final para tiempos de 0 a 8 s, cuando la posición inicial es de 10 cm, la velocidad de arranque de 5 cm/s y una frecuencia angular de 1,45 rad/s. Represente la respuesta como vector (consulte el capítulo de vectores).

22. El área de un polígono de n lados está definida por la ecuación:

$$A(n) = \frac{n}{2} r^2 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{n}\right)$$

Calcule A_{80} , A_{110} , A_{500} y A_{1200} para un radio de 10.

23. El saldo B de una cuenta de ahorros después de t años, cuando se ha invertido un capital P a una tasa de interés r , está representado por la ecuación de interés compuesto:

$$B(t) = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

Donde n representa el número de periodos menor o igual a un año.

Si el interés es compuesto anual, está dado por:

$$B(t) = P(1+r)^t$$

a. Determine el interés compuesto para un capital de 500 000, con una tasa de interés anual del 12,1 % efectivo semestral.

b. Si el interés compuesto anual es $1,45 P$, a un tiempo de seis años, determine la tasa de interés anual r .

c. Si el interés compuesto es de $2,33 P$ con una tasa del $1,25\%$ efectivo mensual, determine el tiempo t de inversión.

24. El ángulo sólido bajo el cual se ve un objeto depende tanto de las dimensiones del objeto como de la distancia a la que se encuentra del observador. Por consiguiente, el ángulo sólido Ω bajo el cual se ve un casquete esférico cuyo radio se observa bajo un ángulo θ desde el centro de la esfera, es:

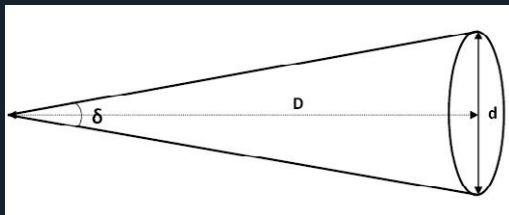
$$\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta)$$

a. Determine Ω cuando theta equivale a 15, 30 y 45 grados.

b. Si el ángulo sólido es de π y $\pi/5$, ¿cuáles son los valores del ángulo theta?

25. En astrofísica, el diámetro angular de un objeto circular plano (disco o estrella en su defecto) se calcula usando la siguiente fórmula matemática:

$$\delta = 2 \arctan \left(\frac{d}{2D} \right)$$



Representación ejercicio 25

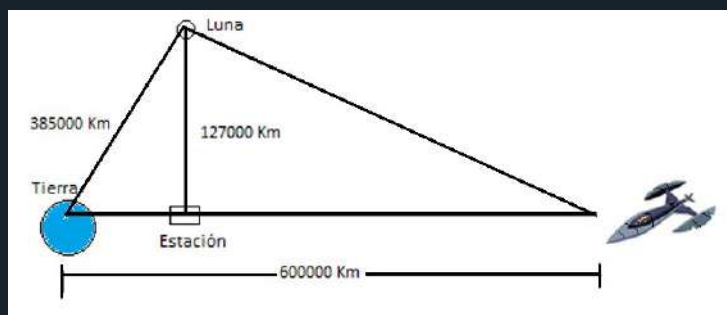
Donde δ es el diámetro angular, d es el diámetro aparente del objeto y D es la distancia a la que se encuentra según la imagen, ambos expresados en las mismas unidades. El resultado obtenido está expresado en grados decimales.

a. Determine el diámetro angular de un objeto que presenta un diámetro aparente de 2 m que se encuentra a una distancia de 3,4 km.

b. El diámetro angular de un objeto es de $4,6 \times 10^{-3}$, que se encuentra a una distancia de 2,5 km, ¿cuál es su diámetro aparente?

26. Una nave espacial se queda sin combustible y evalúa las opciones que tiene disponibles. Dispone de dos estaciones cercanas que se encuentran una en la Luna y otra en la Tierra. Los tripulantes saben que la distancia hacia el punto más lejano de la tierra es de 600 000 km y que de ese punto a la estación de la Luna hay 385 000 km.

Si se estima la distancia h de la estación de la Luna a la Tierra en un orden de 127 000 km, ¿a qué lugar le conviene llegar primero? Gráficamente el problema se representa así como se muestra en la imagen.



Representación ejercicio 26

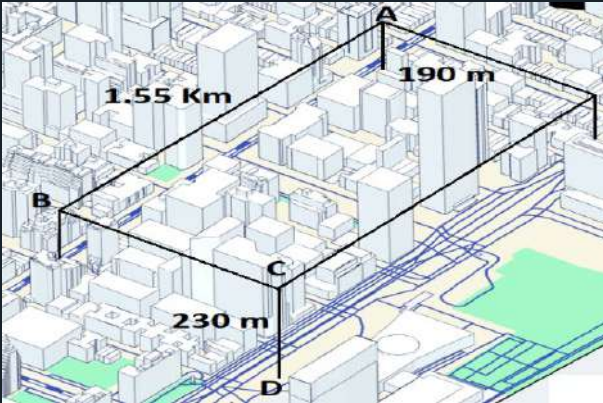
27. El modelo matemático mostrado representa la cantidad de luz solar d (expresada en minutos) para cada día del año en un lugar ubicado a 20 grados de latitud norte:

$$d(t) = 753 - 74\text{sen}\left(\frac{2\pi t}{365} + \frac{\pi}{2}\right)$$

Donde la función seno establece un periodo de 365 días, 74 min es la media de la diferencia de tiempo entre un periodo determinado del año y el tiempo t representa el número del día del año:

- Determine $d(120)$, $d(180)$ y $d(270)$.
- Si $d = 746,976$, ¿en qué mes se tomó la medida?

28. Según los datos mostrados en la imagen, determine la longitud entre los puntos AD y BD.



Representación ejercicio 28

29. Verifique las identidades trigonométricas cuando $A = 25,3^\circ$.

- $(\tan A + \cot A)(\cos A + \sin A) = \csc A + \sec A$.
- $\tan^2 A - \sin^2 A = \tan^2 A \sin^2 A$.
- $(\sec A - \tan A)(\csc A + 1) = \cot A$.
- $\frac{\sin A}{1 - \cos A} = \csc A + \cot A$.

30. Un terreno triangular tiene de lados 100, 80 y 120 m de longitud. Determine los ángulos entre los lados y el área (recuerde aplicar el teorema del coseno). La ecuación del área del triángulo es:

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)},$$

Donde s es el semiperímetro, es decir, $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$.

31. La altura h de una montaña está dada por:

$$h = \frac{d \operatorname{sen} \alpha \operatorname{sen} \beta}{\sqrt{\operatorname{sen}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \beta}}$$

Halle la altura de la montaña, donde la distancia de medición es de 10,5 millas y los ángulos de elevación son $\alpha = 30$ y $\beta = 20,1$.

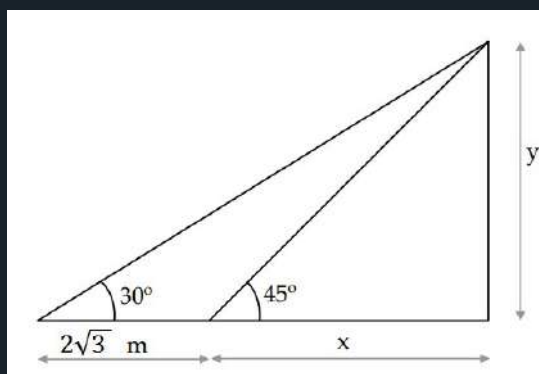
32. Se ha estimado que la producción total de petróleo de cierto pozo está dada por:

$$T(t) = -1000(t+10)e^{-0,1t} + 10000$$

Donde $T(t)$ se mide en miles de barriles t días después de iniciar su producción.

Determinar $T(t)$ para tiempos de 15 días, un mes y medio y un año.

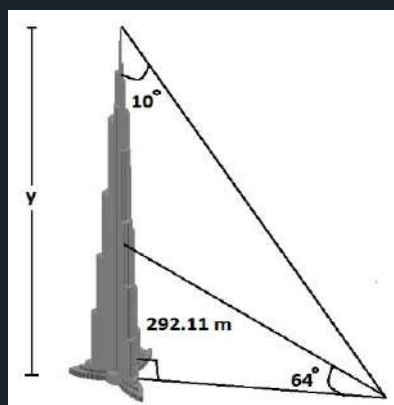
33. Dada la imagen en la que aparecen dos triángulos rectángulos, determine los valores de las variables x e y .



Representación ejercicio 33

A fin de resolver el problema debe tener en cuenta que cada triángulo está relacionado con la altura y , que es una variable común entre ellos, por lo que las ecuaciones que se calculen deben ser igualadas.

34. El Burj Khalifa, ubicado en Dubái, se consideró uno de los edificios más altos del mundo hasta el 2019. Según la imagen, determine la distancia a la cual se realizó la medición y la altura máxima del edificio. Tome dos cifras decimales aplicando el método de aproximación.



Representación ejercicio 34

35. El ángulo de salida del electrón después de un choque viene dado por la ecuación:

$$\tan \varphi = \frac{\text{sen}\theta}{\frac{\lambda'}{\lambda} - \text{cos}\theta}$$

Donde el ángulo θ indica el ángulo de dispersión después de la colisión, y λ'/λ es la relación entre las longitudes de onda antes y después del choque:

a. Determine el ángulo de salida del electrón para un ángulo de dispersión de 25° , con una relación de longitud de onda de 1,4578.

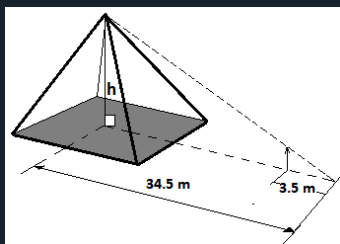
b. Si el ángulo de salida del electrón es de $38,5^\circ$, determine el valor de la relación entre las longitudes de onda para un ángulo de dispersión de $18,5^\circ$.

36. La variación de la longitud de onda (medida en metros) de los fotones dispersados, $\Delta\lambda$, se calcula a través de la relación de Compton:

$$\Delta\lambda = 2,43 \times 10^{-12} (1 - \text{cos}\theta)$$

Si la variación de la longitud de onda es de 0,515134 pm, ¿con que ángulo se han dispersado los fotones?

37. Calcule la altura de la pirámide de la imagen, si un hombre mide 1,82 metros de estatura y proyecta una sombra de 3,5 m, cuando la sombra de la pirámide mide 34,5 m.



Representación ejercicio 37

38. El área y el volumen de un rombosidodecaedro de lado l es:

$$A = \left[30 + \sqrt{30 \left[10 + 3\sqrt{5} + \sqrt{15(5 + 2\sqrt{5})} \right]} \right] l^2$$

$$V = \frac{1}{3} [60 + 29\sqrt{5}] l^3$$

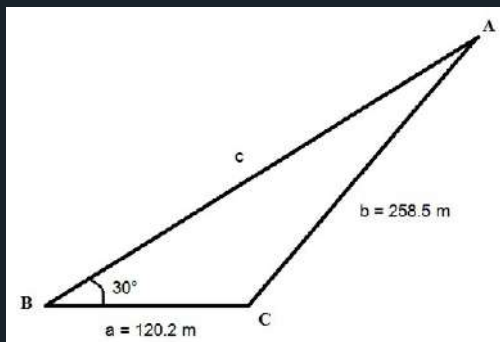
a. Determine el área y volumen para $l = 5$ cm, 10 cm y 15 cm.

b. Si el volumen del rombosidodecaedro es de 14 cm^3 , ¿cuál es el área?

39. *Teorema del seno.* Establece una relación de proporcionalidad entre los lados de un triángulo y los senos de los ángulos opuestos. En forma matemática se expresa con base en la figura de la imagen, así:

$$\frac{\text{sen}\alpha}{a} = \frac{\text{sen}\beta}{b} = \frac{\text{sen}\theta}{c}$$

El triángulo representa un área de construcción, determine el valor de la variable c y de los ángulos según se muestra en la imagen.



Representación ejercicio 39

40. Un automóvil circula por la curva de una carretera de 520 m de radio. Si se sabe que el coeficiente de rozamiento entre las ruedas del automóvil y el asfalto seco es de 0,72, calcule la máxima velocidad con el que el automóvil puede describir la curva con seguridad en los casos siguientes:

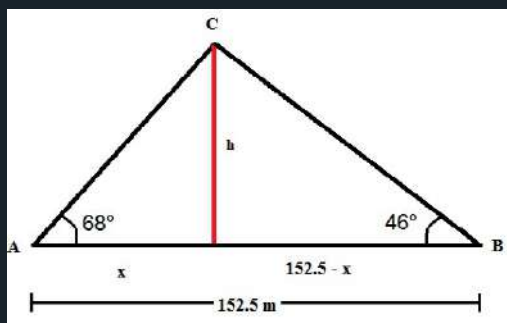
- La curva no tiene peralte.
- La curva tiene un peralte de 15° .
- Si el coeficiente de rozamiento es de 0,6789, ¿cuál es el radio ideal de curvatura sin peralte de una carretera para un vehículo que se desplaza a 120 km/h?

Las ecuaciones respectivas para la velocidad bajo las condiciones citadas son:

$$v = \sqrt{Rg\mu}; v = \sqrt{Rg \frac{\text{sen}\theta + \mu\text{cos}\theta}{\text{cos}\theta - \mu\text{sen}\theta}}$$

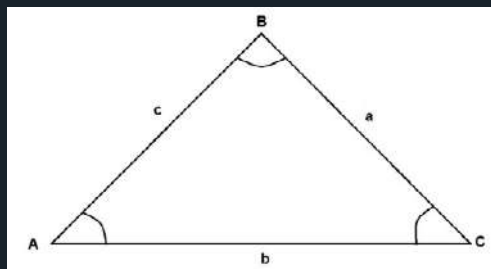
Donde R es el radio, g la gravedad y μ el coeficiente de fricción.

41. Dos personas A y B observan una torre con ángulos de 46° y 68° , tal como se muestra en la imagen. Si la distancia entre ellos es de 152,5 m, ¿cuál es la altura de la torre?



Representación ejercicio 41

42. *Teorema del coseno.* Es una generalización del teorema de Pitágoras, con la diferencia de que relaciona un lado de un triángulo cualquiera con los otros dos lados y el coseno del ángulo formado por estos dos lados, tal como se ilustra en las imágenes.



Representación ejercicio 42 I

Donde:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

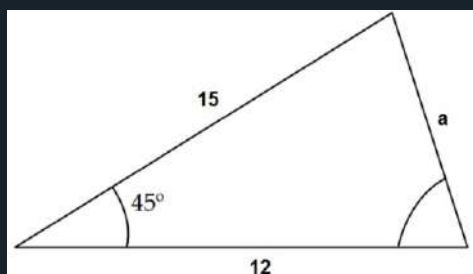
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Este teorema se aplica bajo las siguientes condiciones:

- Cuando se conocen los tres lados.
- Cuando se conocen dos lados y un ángulo opuesto a uno de ellos.
- Cuando se conocen dos lados y el ángulo que forman.

Calcule el área del triángulo, cuyos lados están expresados en metros.



Representación ejercicio 42 II

La ecuación del área del triángulo es: $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

Donde s es el semiperímetro, es decir, $s = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

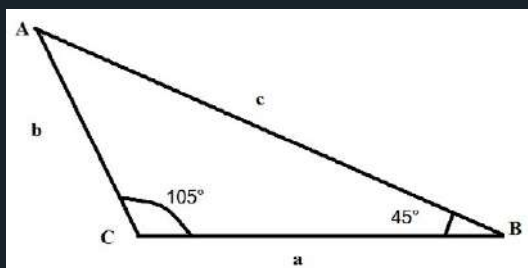
43. Ángulo entre dos líneas. Se consideran dos líneas rectas L_1 y L_2 no verticales, que se intersecan, donde se genera un ángulo θ entre ellas, que se representa por la ecuación:

$$\tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

Donde m_1 y m_2 son las pendientes de las rectas.

Determine el ángulo θ entre las rectas $f(x)=3x+5$ y $g(x)=7x-3$.

Calcule el área de un terreno triangular según los datos de la imagen, en la que el lado a mide 30 m.



Representación ejercicio 43

44. La velocidad de propagación de una onda de superficie en un líquido de profundidad mucho mayor que λ está dado por:

$$v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi Y}{\rho\lambda}}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad, λ la longitud de onda, ρ la densidad del medio, y Y la tensión superficial.

a. Calcule la velocidad de grupo para un fluido cuya tensión superficial es de $72,10^{-3}$ N/m y la densidad es de 1000 kg/m³. Tome longitudes de onda de 1,5 cm, 1,7 cm, 1,8 cm, 2,1 cm y 2,3 cm.

b. La velocidad de grupo es de 2,5 m/s, determine los posibles valores de la longitud de onda para un fluido cuya densidad es de 1200 kg/m³ y una tensión superficial de $74,58 \cdot 10^{-3}$ N/m.

45. La fórmula de O'Carroll se usa con el fin de poner obstáculos a levantadores de pesas. Si un levantador que pesa b kilogramos levanta a kilogramos de peso, entonces el *handicap* en peso está dado por:

$$W = \frac{a}{\sqrt[3]{b - 35}}$$

Si dos levantadores pesan 90 y 120 kg, y levantan pesas de 180 y 250 kg, respectivamente, determine quién es el mejor levantador de pesas.

46. La trayectoria de un proyectil disparado con una velocidad inicial v_0 con un ángulo θ se describe por la ecuación:

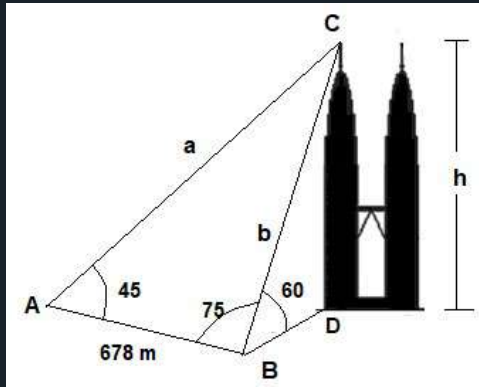
$$y = x \operatorname{sen} \theta + \frac{v_0^2 \cos^2 \theta}{2g}$$

Donde $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, considere el caso cuando el ángulo de elevación es de 65° y la velocidad inicial es de 90 km/h .

a. Determine la altura máxima cuando el alcance x es de 180 m .

b. Si la altura máxima es de 223 metros con un ángulo de elevación de 60° y una velocidad inicial de 80 m/s , ¿cuál es el alcance máximo x ?

47. Determine la altura de las Torres Petronas según los datos suministrados en la imagen, al igual que las distancias a y b .



Representación ejercicio 47

48. La velocidad de un péndulo está dada en función de las diferencias de los ángulos máximo θ_o y mínimo θ con una longitud $L(m)$ constante, así:

$$v = \sqrt{2gL(\cos\theta - \cos\theta_o)}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$), determine la velocidad para una longitud de 30 cm , un ángulo máximo de 50 grados y mínimos de $45, 30, 25$ y 10 grados.

49. El área superficial de un elipsoide de ejes a, b y c está representado por la ecuación:

$$A = \frac{\pi}{2} a \left(\frac{b+c}{2} \right) \left[\frac{b+c}{2a} + \frac{1}{\sqrt{a^2 - \left(\frac{b+c}{2} \right)^2}} \operatorname{sen}^{-1} \left[\frac{\sqrt{a^2 - \left(\frac{b+c}{2} \right)^2}}{a} \right] \right]$$

Determine el área cuando $a = 10$, $b = 3,5$ y $c = 2,1$.

50. La tensión sobre una superficie se expresa como la fuerza dividida por el área. Donde P es la fuerza aplicada sobre el cuerpo de área A , y σ y τ son las tensiones, según la representación de la Figura 5.3.

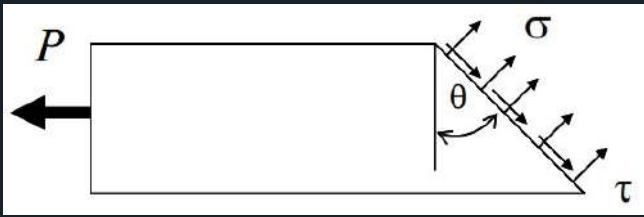


Figura 5.3. Distribución de tensiones sobre un cuerpo al que se le aplica una fuerza P .

Las ecuaciones son:

$$\sigma(\theta) = \frac{P}{A} \cos^2 \theta = \frac{P}{2A} (1 + \cos(2\theta))$$

$$\tau(\theta) = \frac{P}{A} \operatorname{sen} \theta \cos \theta = \frac{P}{2A} \operatorname{sen}(2\theta)$$

σ es máxima cuando θ es 0° ó 180° .

τ es máxima cuando θ es 45° ó 135° .

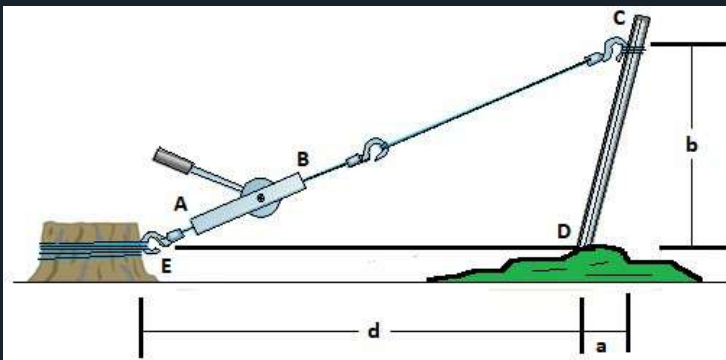
Calcule las tensiones para los ángulos dados si la fuerza aplicada es de $40\mu\text{N}$ (microneutron) en un área de $0,028 \text{ cm}^2$.

51. La altura h de una montaña está dada por:

$$h = \frac{d}{\cot\alpha - \cot\beta}$$

- a. Halle la altura, donde la distancia de medición es de 3,5 millas y los ángulos de elevación son $\alpha=15,7$ y $\beta = 20,5$.
- b. Si la altura de la montaña es 1,926 millas, determine el valor del ángulo β si la distancia de medición es de 1,8 millas con un ángulo de elevación $\alpha=19,3$.

52. Un tensor AB se usa para extraer un poste tal como se ilustra en la imagen. Si la tensión en el cable AB es de 260 lbf, $a = 8$ pulgadas, $b = 35$ pulgadas y $d = 76$ pulgadas, determine el momento alrededor de D de la fuerza ejercida por el cable en C .



Representación ejercicio 52

Recuerde que la fórmula del momento es:

$$M = Fx \text{Sen}\theta$$

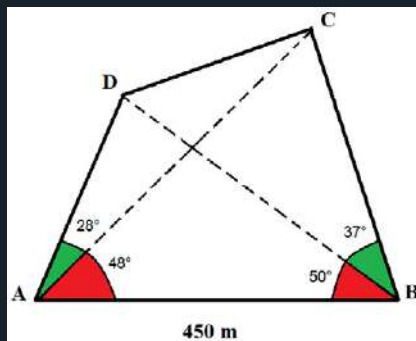
53. La fórmula de Harvesine se emplea para relacionar los lados y los ángulos de triángulos esféricos como una aproxi-

mación de la distancia d entre dos puntos equidistantes de la superficie terrestre. Para esto se toman las coordenadas de latitud ϕ_1, ϕ_2 y longitud θ_1, θ_2 expresadas en radianes:

$$d = 2R \operatorname{sen}^{-1} \left(\sqrt{\operatorname{sen}^2 \left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2} \right) + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \operatorname{sen}^2 \left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2} \right)} \right)$$

Donde R representa el radio terrestre en km, calcule la distancia d para los radios polar 6356,8 km y medio de 6371 km, donde la latitud es de 0,68 y 0,4578, y la longitud $-4,578$ y $-2,0684$.

54. ¿Cuál es el perímetro de un terreno con forma de polígono irregular, mostrado en la imagen, según los datos registrados?



Representación ejercicio 54

55. El volumen de un cono sobre el cual está circunscrita una esfera de radio r puede expresarse en función del ángulo θ como:

$$V(\theta) = \frac{1}{3} \pi r^3 \frac{(1 + \sec \theta)^2}{\tan^2 \theta} \quad 0 \leq \theta \leq 90$$

a. ¿Qué volumen se requiere para encerrar una esfera de 2 cm de radio en conos cuyos ángulos son de 30, 45 y 60 grados?

b. Si el volumen de un cono es de 20 cm^3 para un ángulo de 40° , ¿cuál es el radio de la esfera?

56. La diferencia de tiempo en una fibra óptica está representada por la ecuación:

$$\Delta t = \frac{lv}{\sqrt{n_2^2 - \text{sen}^2 \theta_i}}$$

Donde l es la longitud de la fibra (m), v es la velocidad de la luz en el vacío ($3 \times 10^8 \text{ m/s}$), n_2 es el índice de refracción del núcleo de la fibra, y θ_i es el ángulo de incidencia del rayo de luz.

Determine Δt cuando la longitud es 0,5 km, el índice de refracción es 1,41012 y los ángulos de incidencia son de 30° , 32° , 35° , 37° , 39° y 40° .

57. *Cargas y fuerzas de presión de tierra en estribos.* En el diseño de puentes, los estribos se encuentran sujetos a las fuerzas de presión de tierra activas y pasivas, donde cada una de estas presiones corresponde a las diferentes condiciones de dirección y magnitud del movimiento de los estribos.

Existen varios métodos para determinar las fuerzas de empuje activas y pasivas sobre los estribos, como, por ejemplo, el de Coulomb, el de Rankine o el de Caquot—Kerisel. En rellenos irregulares se emplea el método de cuñas de Coulomb, cuyas fórmulas son:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_a$$

$$K_a = \frac{\cos^2(\varphi_f - \beta)}{\cos^2 \beta \cos(\beta + \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\varphi_f + \delta) \text{sen}(\varphi_f - i)}{\cos(\beta + \delta) \text{sen}(\beta - i)}} \right]^2}$$

Donde:

- Pa = fuerza de presión activa (fuerza/longitud);
- Ka = coeficiente de presión activa;
- γ = peso unitario;
- H = altura;
- ϕ_f = ángulo de fricción interna del suelo;
- β = ángulo de inclinación del muro;
- δ = ángulo de fricción entre el muro y el suelo;
- i = ángulo de inclinación del relleno en la superficie.

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_p$$

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi_f + \beta)}{\cos^2 \beta \cos(\beta - \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi_f + \delta) \sin(\phi_f + i)}{\cos(\beta - \delta) \sin(\beta - i)}} \right]^2}$$

Donde:

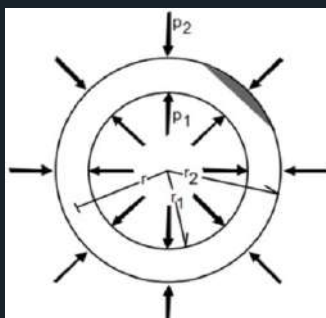
- Pp = fuerza de presión pasiva (fuerza/longitud);
- Kp = coeficiente de presión pasiva.

Determine las fuerzas de presión activa y pasiva que actúan sobre un estribo cuya altura es de 4,5 m, el ángulo de fricción interna del suelo es de aproximadamente 38°, el ángulo de inclinación del muro 22°, el ángulo de fricción entre el muro y el suelo es de 15°, el ángulo de inclinación del relleno en la superficie es de 18° y el peso unitario es de 19 KN/m³.

58. Un tubo circular sometido a dos presiones P_1 y P_2 , tal como se muestra en la imagen, crea dos tipos de esfuerzos σ_r y σ_θ . Si las presiones son de 85 KPa y 65 KPa, determine los esfuerzos para diámetros internos y externos de 40 cm y 60 cm. El radio medio r se calcula como la diferencia entre los radios dividido entre 2.

$$\sigma_r = \frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \left[r_1^2 P_1 - r_2^2 P_2 + \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} (P_2 - P_1) \right]$$

$$\sigma_\theta = \frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \left[r_1^2 P_1 - r_2^2 P_2 - \frac{r_1^2 r_2^2}{r^2} (P_2 - P_1) \right]$$



Representación ejercicio 58

59. La frecuencia de oscilación $f(t)$ de un objeto de masa m (medido en kg) suspendido de un resorte de constante de rigidez k (medido en N/m), en un tiempo t (en segundos), está representado por la ecuación:

$$f(t) = A \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t \right)$$

a. Si la masa es de 120 g y $k = 2,57$, determine $f(t)$ para un tiempo de 2,5 y 3 s. Tome una amplitud A de 5 Hz.

b. Si la frecuencia de oscilación es 5,9232 Hz, con una amplitud de 6 Hz, ¿cuál es el tiempo de oscilación del resorte? Tome los valores de m y k del punto a.

c. Si la frecuencia de oscilación es 5,5707 Hz, con una amplitud de 7 Hz, ¿cuál es el valor de la masa suspendida del resorte? Tome los valores de $k = 3$ y $t = 3,9$.

60. El diámetro angular de un objeto esférico se calcula mediante la fórmula:

$$\delta = 2 \arcsen \left(\frac{d_{real}}{2D} \right)$$

Donde d_{real} es el diámetro real del objeto, y D es la distancia a la que se encuentra.

¿Cuál es el diámetro angular de una esfera cuyo volumen es de $3,4 \text{ m}^3$, que se encuentra a una distancia de 120 m?

61. El volumen de agua de un tanque de altura h con una geometría definida está representado por la siguiente ecuación:

$$V = 2968,75\pi + \frac{\pi}{3}(h - 19)(156,25 + 12,5r_h + r_h^2)$$

Donde $r_h = 12,5 + 0,75(h - 19)$, determine el volumen del tanque si este tiene una altura de 15, 20 y 25 m.

61. *Efecto Doppler relativista.* Mide el cambio observado en la frecuencia de la luz procedente de una fuente en movimiento relativo con respecto al observador. El cambio en frecuencia observado cuando la fuente se aleja viene dado por la siguiente expresión:

$$f_o = f_s \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

Donde f_o representa la frecuencia observada, f_s representa la frecuencia emitida, v es la velocidad relativa que es positiva cuando el emisor y el observador se alejan entre sí, y c la velocidad de la luz.

- a. Determine la frecuencia observada de una frecuencia emitida de 2×10^{15} Hz, cuyo desplazamiento es de 0,85 veces la velocidad de la luz, cuando el emisor y el observador se alejan entre sí.
- b. Cuando el emisor y el observador se acercan entre sí.

62. En física relativista existe el análogo aproximado al movimiento armónico simple, el cual se puede denominar movimiento cuasiarmónico simple, debido al desplazamiento relativista de un cuerpo. Por consiguiente, se da una solución aproximada de la función posición (Beléndez, Méndez, Álvarez y Pascual, 2009).

$$x(t) = \frac{c}{\omega_2(B)} \arcsen\left(\frac{v_0}{c} \sen(\omega_2 t)\right)$$

Donde:

$$B = \frac{v_0}{\sqrt{c^2 - v_0^2}} \quad \omega_2(B) = \omega \sqrt{\frac{(256 + 312B^2 + 83B^4)\sqrt{4 + 3B^2}}{512 + 1008B^2 + 620B^4 + 114B^6}}$$

C indica la velocidad de la luz (300 000 km/s), v_0 la velocidad relativista del cuerpo, ω la frecuencia angular y t el tiempo.

Determine $x(t)$ para $v_0 = 0,8c$, $0,85c$ y $0,999c$ (veces la velocidad de la luz) en un tiempo $t = 6$ s y $\omega = 10$ rad/s.

63. El coeficiente de reflexión R para un haz de luz polarizada en la dirección de un campo eléctrico que está perpendicular al plano viene dado por la ecuación:

$$R = \left[\frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t} \right]^2$$

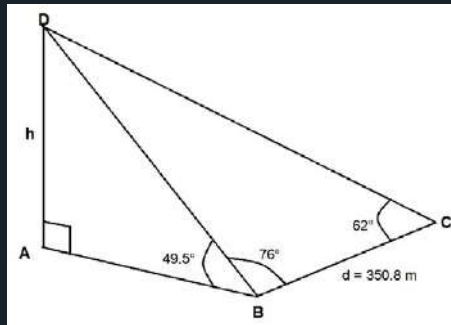
Donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los dos medios, y θ_i y θ_t son el ángulo de incidencia y transmitido en el medio.

El coeficiente de transmisión se calcula como: $T=1-R$.

a. Calcule el coeficiente de reflexión y transmisión si $n_1 = 1,487$, $n_2 = 1,42$, $\theta_i = 38,5$ y $\theta_t = 27,68$.

b. Si $T = 0,85$ determine el ángulo de incidencia si: $n_1 = 1,5$, $n_2 = 1,45$, y $\theta_t = 27,68$.

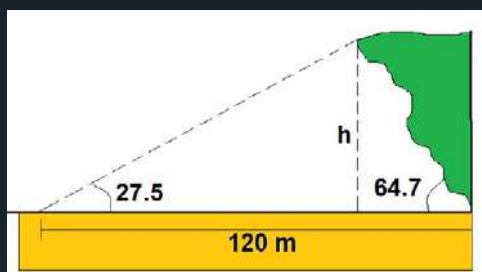
64. Determine la altura de una montaña según los datos suministrados en la imagen.



Representación ejercicio 64

65. Un topógrafo se ubica a 120 m de la base de un acantilado volado, midiendo un ángulo de elevación de $27,5^\circ$ hasta la parte superior del acantilado, tal como se ilustra en la

imagen. Si el acantilado forma un ángulo de $64,7^\circ$ con la horizontal, calcule su altura h .



Representación ejercicio 65

66. *Velocidad de cambio.* Una escalera de 6 m de longitud se encuentra apoyada sobre un muro. Debido a poca fricción escalera—piso, esta empieza a alejarse del muro con un ritmo de 0,75 m/s; la parte superior va a descender con una rapidez v expresada por la siguiente ecuación:

$$v(x) = \frac{0,75x}{\sqrt{193 - x^2}}$$

Donde x representa la distancia entre la base de la escalera y el muro, determine la velocidad cuando $x = 4$ m y 2 m con respecto al piso.

67. Dada la identidad trigonométrica $\cos 4x = 8(\cos^4 x - \cos^2 x)$, verifique que la identidad es correcta evaluando cada lado de la ecuación para el valor de $x=24$.

68. Un movimiento pendular descrito en función del campo gravitacional terrestre se expresa a través de la frecuencia angular de rotación:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{Gm}{R^3}}$$

Donde la posición espacial en los ejes x e y son, respectivamente:

$$x = \frac{Gm}{R^2(\omega_0^2 - \omega^2)} (\cos\omega t - \cos\omega_0 t)$$

$$y = \frac{Gm}{R^2\omega_0(\omega_0^2 - \omega^2)} (\omega_0 \text{sen}\omega t - \omega \text{sen}\omega_0 t)$$

La distancia r de la partícula de masa m al origen es:

$$r = \frac{GMt}{2\omega R^2}$$

Con la condición $r \ll R$, para que los datos sean lo más reales posible (R es el radio terrestre). Esta distancia se incrementa proporcionalmente al tiempo t , donde la partícula describe una espiral que parte del origen. Tenga en cuenta que g es la aceleración de la gravedad y G la constante de la gravitación universal que equivale a $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N}^2\text{m}^2/\text{kg}^2$.

Si una partícula de masa 80 kg describe un movimiento circular de radio R de 10 cm en un péndulo de longitud l de 1,45 m, determine las posiciones x e y cuando la velocidad angular de rotación ω es 3 rad/s al cabo de una hora y media.

Funciones hiperbólicas y sus inversas

Tabla 5.6 Funciones hiperbólicas y sus inversas

<pre>>> x=3; >> sinh(x) ans = 10.017874927409903</pre>	<pre>>> coth(x) ans = 1.004969823313689</pre>
<pre>>> cosh(x) ans = 10.067661995777765</pre>	<pre>>> sech(x) ans = 0.099327927419433</pre>
<pre>>> tanh(x) ans = 0.995054753686730</pre>	<pre>>> csch(x) ans = 0.099821569668823</pre>

Fuente: elaboración propia.

Funciones arco hiperbólicas

```
x=5*pi/2;
```

```
asinh(x)
```

```
ans =
```

```
    2.758196226839371
```

```
acosh(x)
```

```
ans =
```

```
    2.750090088290636
```

```
atanh(x)
```

```
ans =
```

```
    0.128018758073135 + 1.570796326794897i
```

acoth(x)

ans =

0.128018758073135

asech(x)

ans =

0.000000000000000 + 1.443125821824066i

acsch(x)

ans =

0.126982423795601

Funciones inversas hiperbólicas

Tabla 5.7 *Funciones inversas hiperbólicas*

<p><i>x=5;</i> <i>asinh(x)</i> <i>ans =</i> <i>2.3124</i></p>	<p><i>acoth(x)</i> <i>ans =</i> <i>0.2027</i></p>
<p><i>acosh(x)</i> <i>ans =</i> <i>2.2924</i></p>	<p><i>asech(x)</i> <i>ans =</i> <i>0.0000 + 1.3694i</i></p>
<p><i>atanh(x)</i> <i>ans =</i> <i>0.2027 + 1.5708i</i></p>	<p><i>acsch(x)</i> <i>ans =</i> <i>0.1987</i></p>

Fuente: elaboración propia.

Práctica 2

1. Calcule valores de la función $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ para $x = 0, 1, 2$.

2. Calcule valores de la función $\operatorname{sech}(x) = \frac{1}{\cosh(x)} = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$ para $x = 0, 1, 2$.

3. $f(x) = \frac{\cosh(\log(x)) + 10\sinh(\log(x))}{5\cosh(\log(x)) - \sinh(\log(x))}$ calcule $f(10)$ y $f(20)$.

4. $f(x) = 2^{\log(\sinh(x) + \log(\cosh(x)) + 2)}$ calcule $f(7)$ y $f(10)$.

5. $f(x) = \sinh^4(x) - 2\cosh^2(x) - 1$ calcule $f(8)$ y $f(15)$.

6. $f(x) = \frac{3\cosh(x)2\sin(x) + 5\cos(x)\sinh(x)}{\cosh^2(x)}$ calcule $f(5)$ y $f(7)$.

7. $f(x) = \frac{\sinh^{-1}(3\cos(x))}{\frac{x+1}{5(\cosh^{-1}(5x + \csc(x)))}}$ calcular $f(30)$ y $f(60)$.

8. $f(x) = \frac{4\cosh(1 + \sinh(x)) + (1 + \cosh(x))}{3 + \tanh^2(x)} + \sinh^{-1}(x)$

calcule $f(30)$ y $f(8)$.

9. $f(x) = \frac{5\cosh^{-1}(\tan(x) + \coth(x)) + \operatorname{sech}^{-1}(1 + \sinh^{-1}(x))}{\cosh^{-1}(2x\operatorname{csch}(x))}$

calcule $f(20)$ y $f(50)$.

10. $f(x) = \frac{10 + \cosh(\sin(x)) - (10 + \tan(x))}{3 + \cos(x)}$ calcule $f(50)$ y $f(90)$.

11. $f(x) = \frac{\frac{5\sinh(x)+1}{\cosh(2x)-1} + \tan(\cosh(\sin(2x))) - \frac{1-\cosh(x)}{\operatorname{sech}(3x)}}{\frac{\cosh^{-1}(2\sin(x))}{\cos(x)} + 1}$

calcule $f(3)$ y $f(5)$.

12. Dada la función $f(r_s) = \frac{\tanh(\sigma(r_s + R)) - \tanh(\sigma(r_s - R))}{2\tanh(\sigma R)}$, con los parámetros $R > 0$ y $\sigma > 0$ arbitrarios, calcule $f(100)$, cuando $R = 80$ y $\sigma = 0,05$.

13. Una catenaria es la curva que describe una cadena, cuerda o cable ideal flexible, suspendido por sus extremos, sometido a un campo gravitatorio uniforme. La longitud h de la catenaria está representada por la fórmula:

$$h = \frac{T}{w} \left[\cosh\left(\frac{wL}{2T}\right) - 1 \right]$$

Donde T es la tensión de la cuerda (kg), w es la relación entre la masa y la longitud (kg/m), y L la altura del cable con respecto a sus puntos de anclaje, determine la altura h para un cable suspendido entre dos torres cuya longitud es de 32 m, la tensión es de 45 kgf y la relación masa/longitud es de 1,588 kg/m.

14. La distancia con la que un objeto esférico desciende en un fluido se puede expresar de manera aproximada por la siguiente ecuación:

$$x(t) = \frac{m}{a} \operatorname{Incosh} \sqrt{\frac{ga}{mt}}$$

Donde m es la masa del cuerpo, g la aceleración de la gravedad, t el tiempo de descenso y a es una constante positiva.

Determine $x(1)$, $x(2)$, $x(3)$ y $x(4)$, cuando $m = 0,45$ y $a = 0,5478$.

15. El modelo matemático para calcular la velocidad de las olas en el mar es el siguiente:

$$v = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad y L la longitud de la ola que se desplaza a lo largo de un cuerpo de agua con profundidad d .

Si la ola mide 2, 2,5, 3, 3,5, 4 y 4,5 metros, a una profundidad constante de 3 m, determine la velocidad de las olas.

Elementos algebraicos

Instrucción signo, máximo y mínimo

Signo de n (1 si $n > 0$, -1 si $n < 0$, con n real).

<pre>>> sign(15) ans = 1</pre>	<pre>>> sign(0) ans = 0</pre>
<pre>>> sign(-15) ans = -1</pre>	<pre>>> rem(15,2) ans = 1</pre>

$\max(n1,n2)$. Máximo de los números $n1$ y $n2$. Básicamente, lo que hace es seleccionar el número más grande de un conjunto de números.

<pre>>> max(45,79) ans = 79</pre>	<pre>>> max(-17,-53) ans = -17</pre>
---	---

$\min(n1,n2)$. Mínimo de los números $n1$ y $n2$. Selecciona el número más pequeño de un conjunto de números.

<pre>>> min(9,17) ans = 9</pre>	<pre>>> min(-5,-12) ans = -12</pre>
---	--

$\gcd(n1,n2)$. Máximo común divisor de $n1$ y $n2$.

```
 $\gcd(12,46)$ 
```

```
ans =
```


2

lcm(n1,n2). Mínimo común múltiplo de n_1 y n_2 .

lcm(14,17)

ans =

238

factorial(n)

1. Calcule el factorial de 12 y de 5.

factorial(12)

ans =

479001600

Empleando un *bucle while* el procedimiento es el siguiente:

n = 12;

f = n;

while n > 1

n = n-1;

*f = f*n;*

end

disp(['n! = ' num2str(f)])

La salida es:

n! = 479001600

factorial(-5) % tenga en cuenta que el factorial solo aplica a números positivos

ans =

—5

factorial(5)

ans =

120

2. El número E_n de grafos planos enraizados con n aristas está dado por la ecuación:

$$E_n = \frac{2 \cdot 3^n (2n)!}{n! (n + 2)!}$$

Calcule para grafos de 1, 2, 4 y 10 aristas.

n=1;

*E1=2*3^n*factorial(2*n)/(factorial(n)*factorial(n+2))*

E1 =

2

n=2;

E2 =

9

n=4;

E4 =

378

$n=10;$

$E10 =$

165297834

3. *Distribución más probable.* El número de microestados correspondientes a un macroestado de un sistema atómico dado por un número n_0 partículas en el nivel E_0 , n_1 partículas en el nivel E_1 , n_2 en el nivel E_2 , etc., se representa mediante la fórmula:

$$P = \frac{N!}{n_0! n_1! n_2! \dots n_m!}$$

Donde N es el número total de partículas.

Ejemplo. Se tienen tres partículas en el nivel fundamental de energía (0) y una partícula en el nivel (6) de energía. El número de microestados P es:

$$P = \frac{4!}{3! 0! 0! 0! 0! 0! 1!}$$

$N=4;$

$n1=3; n2=0; n3=0; n4=0; n5=0; n6=0; n7=1;$

$p=factorial(N)/(factorial(n1)*factorial(n2)*factorial(n3)*factorial(n4)*factorial(n5)*factorial(n6)*factorial(n7))$

$p=$

4

La sumatoria permite representar las sumas de varios elementos, tal como se indica en la siguiente notación matemática:

$$S = \sum_{k=m}^n x_k = x_m + x_{m+1} + x_{m+2} + \dots + x_n$$

En Matlab se puede crear un programa que solicita la ecuación de sumatoria y retorna el valor numérico respectivo. Para esto se emplea la instrucción *symsum* (suma simbólica), en la que se define la variable simbólica k , que representa el índice de la sumatoria, y la variable f que indica la sumatoria sobre la cual se digita la sumatoria a evaluar. Los índices m y n representan, respectivamente, los valores límite de la sumatoria.

El *script* para evaluar la sumatoria es el siguiente:

```
syms f m n k
```

```
f = input('Digite la función a evaluar: ');
```

```
m = input('Digite el índice inferior m: ');
```

```
n = input('Digite el índice superior n: ');
```

```
s = symsum(f,m,n)
```

Calcule la sumatoria $\sum_{k=0}^3 \frac{2^k+1}{k+1}$:

Digite la función a evaluar: $(2^k+1)/(k+1)$

Digite el índice inferior m: 0

Digite el índice superior n: 3

s =

89/12

Considere la siguiente suma de funciones sinusoidales:

$$x(t) = \text{sen}(2\pi t) + \frac{1}{3} \text{sen}(6\pi t) + \frac{1}{5} \text{sen}(10\pi t) = \sum_{k=1}^3 \frac{1}{k} \text{sen}(2\pi kt)$$

Donde $k = 2n+1$ y t toma valores en el intervalo $[0,1]$.

Determine los valores de $x(t)$ según las condiciones de la sumatoria. Tome el intervalo $[0,1]$ y divídalo en particiones de 0,1.

```
t = 0:0.1:1;
```

```
k = 1:3;
```

```
xt = (1./k)*sin(2*pi*k'*t)
```

```
xt =
```

```
0 1.3803 1.0490 0.4612 0.4293 0.0000 -0.4293
-0.4612 -1.0490 -1.3803 -0.0000
```

Si nos adelantamos un poco en la parte gráfica, se tendría que esta sumatoria es una curva, en la que se ajustaron un poco las particiones. Analice el código y cambie los valores de k :

```
t = 0:0.01:1;k = 1:3;
```

```
xt = (1./k)*sin(2*pi*k'*t);
```

```
plot(t,xt)
```

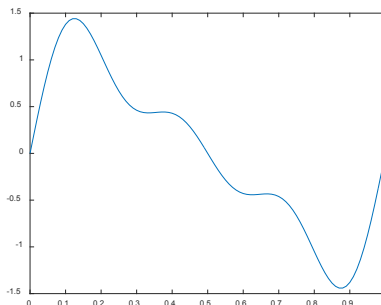


Figura 5.4. Gráfica de la función $xt = (1/k)sen(2pikt)$.

4. La fórmula de Ramanujan para calcular el valor de π es, aproximadamente:

$$\frac{4}{\pi} = \frac{\sqrt{8}}{9801} \sum_{n=0}^{N \rightarrow \infty} \frac{(4n)! (1103 + 26390n)}{(n!)^4 396^{4n}}$$

Donde N es el número de elementos con el que se evalúa la sumatoria, entonces se tiene:

$$\pi = \frac{9801 * 4}{\sqrt{8}} \frac{1}{\sum_{n=0}^{N \rightarrow \infty} \frac{(4n)! (1103 + 26390n)}{(n!)^4 396^{4n}}}$$

Evalúe la fórmula para $N = 0, 1, 2, 3$.

```
n=[0 1 2 3];
```

```
f=factorial(n);
```

```
N=4; p=9801*N/sqrt(8)*1./ (sum(4*f.*(1103+26390*n)./ (f.^4.*396.^(4*n))))
```

```
p =
```

```
3.1416
```

factor(n)

Descompone n en factores primos:

<pre>>> factor (87)</pre>	<pre>>> factor (2584)</pre>
<pre>ans =</pre>	<pre>ans =</pre>
<pre>3 29</pre>	<pre>2 2 2 17 19</pre>

primes(n)

Genera un vector fila de los números primos menores o iguales a n .

```
>> primes(16)
```

```
ans =
```

```
2 3 5 7 11 13
```

isprime(n)

Devuelve como respuesta un valor binario de un número primo n . Si es primo 1 (verdadero), en caso contrario 0 (falso).

```
>> isprime(23)
```

```
ans =
```

```
1
```

dec2base(decimal,n_base)

```
>> dec2base(10587,8)
```

```
ans =
```

```
24533
```

base2dec('numero',B)

```
base2dec('212',3)
```

```
ans =
```

```
23
```

Módulo

Calcule el resto de la división de x entre y . Para esto se emplea la instrucción $\text{mod}(x,y)$.

```
>> mod(8,7)
```

```
ans =
```

```
1
```

```
>> mod(15,9)
```

```
ans =
```

```
6
```

Función compuesta

Una función compuesta está formada por la composición sucesiva de otras dos funciones f y g . En notación matemática, la función compuesta se describe como:

$$f \circ g: X \rightarrow Z \text{ expresa que } (f \circ g)(x) = f(g(x)) \quad \forall x \in X.$$

A $f \circ g$ se le llama composición de g y f .

Para trabajar en Matlab este tipo de función se emplea la función simbólica *syms*, en la que se declaran las variables de las funciones. Sea (F,g,z) , esta función devuelve la función $f(g(z))$, donde $f = f(x)$, $g = g(y)$, x e y son las variables simbólicas de f y g definidas por *syms*.

- (F, g, x, z) devuelve $f(g(z))$ y hace x la variable independiente para f . Es decir, si $f = \cos(x/t)$, entonces la compuesta de (f, g, x, z) , devuelve $\cos(g(z)/t)$ mientras que la composición (f, g, t, z) devuelve $\cos(x/g(z))$.

- (f, g, x, y, z) devuelve $f(g(z))$ y hace x la variable independiente para f y y la variable independiente para g . Por ejemplo, para la función $f = \cos(x/t)$ y $g = \sin(y/u)$, la compuesta de (f, g, x, y, z) devuelve $\cos(\sin(z/u)/t)$, mientras que la compuesta de (f, g, x, u, z) devuelve $\cos(\sin(y/z)/t)$.

La instrucción en Matlab a emplear es `compose()`, tal como se expone a continuación.

Ejemplos

1. Sean las funciones $f(x) = 2x^2 - 3x + 10$ y $g(x) = \sqrt{\sin(x)}$. Calcule:

a. Función compuesta de f y g , y la compuesta de g y f .

```
syms x
```

```
f=2*x^2-3*x+10;
```

```
g=sqrt(sin(x));
```

```
s=compose(f,g)
```

```
s1=compose(g,f)
```

```
s =
```

$$2*\sin(x) - 3*\sin(x)^{(1/2)} + 10$$

```
s1 =
```

$$\sin(2*x^2 - 3*x + 10)^{(1/2)}$$

b. Funciones inversas $f^{-1}(x)$ y $g^{-1}(x)$:

```
F = finverse(f)
```

```
G = finverse(g)
```

F =

$$(8*x - 71)^{(1/2)}/4 + 3/4$$

G =

$$\text{asin}(x^2)$$

2. Dadas las funciones

$$f = \frac{2}{1+x^2}; g = \cos(2y - 1); h = x^{2t} + 1; p = 3e^{-\frac{y}{2u}} + z,$$

calcule (f,g) , (f,g,t) , (h,g,x,z) , (h,g,t,z) , (h,p,x,y,z) y (h,p,t,u,z) :

`syms x y z t u`

$$f(x)=2/(1 + x^2);$$

$$g(y)=\cos(2*y-1);$$

$$h=x^{(2*t)+1};$$

$$p=3*\exp(-y/(2*u))+z;$$

$$s=\text{compose}(f,g)$$

$$s1=\text{compose}(f,g,t)$$

$$s2=\text{compose}(h,g,x,z)$$

$$s3=\text{compose}(h,g,t,z)$$

$$s4=\text{compose}(h,p,x,y,z)$$

$$s5=\text{compose}(h,p,t,u,z)$$

$$s(y) = 2/(\cos(2*y - 1)^2 + 1)$$

$$s1 = 2/(\cos(2*t - 1)^2 + 1)$$

$$s2 = \cos(2*z - 1)^{(2*t) + 1}$$

$$s3 = x^{(2*\cos(2*z - 1))} + 1$$

$$s4 = (z + 3*\exp(-z/(2*u)))^{(2*t)} + 1$$

$$s5 = x^{(2*z + 6*\exp(-y/(2*z)))} + 1$$

Funciones exponenciales y logarítmicas

En la Tabla 5.8 se citan diferentes instrucciones que permiten evaluar tanto las funciones exponenciales como las logarítmicas.

Tabla 5.8 Instrucciones para evaluar funciones exponenciales y logarítmicas

Instrucción	Descripción
<i>log(x)</i>	Logaritmo natural
<i>log1p</i>	Cálculo con $(1 + x)$ de precisión.
<i>log10(x)</i>	Logaritmo decimal
<i>log2(x)</i>	Logaritmo en base 2 de x
<i>exp(x)</i>	Función exponencial
<i>expm1</i>	Cálculo de $\exp(x) - 1$ de precisión
<i>reallog(x)</i>	Logaritmo natural para matrices reales no negativas

Fuente: elaboración propia.

Ejercicios resueltos

1. Dado el valor de 3, calcule el exponente, el exponente del logaritmo, el logaritmo y el logaritmo del exponente.

$$x=3;$$

$$\exp(x)$$

ans =

20.085536923187668

exp(log(x))

ans =

3

log(x)

ans =

1.098612288668110

log(exp(x))

ans =

3

2. Sea $x = 10$, calcule el logaritmo base 2, la potencia cuadrada y la raíz cuadrada.

log2(x)

ans =

3.32

pow2(x)

ans =

1024.00

sqrt(x)

ans =

3.16

3. Calcule el logaritmo de 10 megas.

 $\log_{10}(10000000)$ $ans =$

7

4. Tome una matriz mágica de orden 4 y calcule su logaritmo natural.

 $M = \text{magic}(4);$ $s = \text{reallog}(M)$ $s =$

2.77	0.69	1.10	2.56
1.61	2.40	2.30	2.08
2.20	1.95	1.79	2.48
1.39	2.64	2.71	0

Práctica 3

1. Sean las funciones $f(x)=7x+5$ y $g(x)=x^2+1$. Calcule:

a. Función compuesta de f y g , y la compuesta de g y f .

b. Funciones inversas de f y g .

2. Dadas las funciones

$$f = \sqrt{x+1}; g = \tan(2y) + z; h = 3x^t; p = 2y + u.$$

Calcule (f,g) , (f,g,t) , (h,g,x,z) , (h,g,t,z) , (h,p,x,y,z) y (h,p,t,u,z) :

3. Calcule el factorial total de la ecuación dada, para $n = 2$, $n = 4$ y $n = 5$:

$$M = \frac{3^{n!}n!}{(n+1)!}$$

4. Halle $f(3)$ y $f(5)$ para la ecuación dada:

$$f(x) = \frac{2x! + x^{x!} + 10}{x!}$$

5. Se tienen dos partículas en el nivel fundamental (0), tres partículas en el nivel (1), dos partículas en el nivel (3) y una partícula en el nivel (5). Determine la distribución más probable en el sistema atómico.

6. Calcule las siguientes sumatorias:

$$\sum_{k=1}^{10} k^2$$

$$\sum_{k=2}^{10} 2k(k-5)$$

$$\sum_{k=0}^7 \frac{3k^3 + 2k^2 + 1}{k+1}$$

$$\sum_{k=1}^8 (k-2)(k+3)$$

$$\sum_{n=1}^6 [1 + (-1)^n]$$

$$\sum_{n=0}^{12} \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$$

$$\sum_{k=1}^{15} k2^{k-1}$$

$$\sum_{n=0}^5 \frac{(n+1)^{n+1}}{n+1}$$

$$\sum_{k=0}^7 2 - \frac{k+1}{2^{k-1}}$$

$$\sum_{n=0}^5 \frac{3-n3^n+(n-1)3^{n+1}}{(1+3n)^2}$$

$$\sum_{n=0}^5 \frac{5n!}{(n+1)!}$$

7. Sean las funciones $f(x) = \frac{3x^2+5x+1}{\sqrt{x+1}}$ y $g(x) = \text{sen}\left(\frac{x}{5\pi}\right)$. Calcule:

a. $f(g(x))$ y $g(f(x))$.

b. $f^{-1}(x)$ y $i^{-1}(x)$.

c. Calcule sobre la función $f(x)$ y $f^{-1}(x)$ los valores de $x = 0, 1$ y 2 .

d. Calcule sobre la función $f(g(x))$ los valores de $x = 0, 1$ y 2 .

8. Evalúe las funciones según los parámetros dados:

e. $f(x) = 3xe^{-2x-1}$ para $x = -2, -1, 0, 1, 2$ y 3 .

f. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{\sqrt{x^2+5}}$ para $x = -2, -1, 0, 1, 2$ y 3 .

g. $f(x) = \log(x+1)$ para $x = 5, 10, 15$ y 20 .

h. $f(x) = \frac{3,1^x - 2,5^{-x}}{1,7^x + 4,5^{-x}}$ para $x = -3, -10, 1$ y 3 .

i. $f(x) = \ln\left(\frac{x^2+2x}{2}\right)$ para $x = 3, 7, 15$ y 22 .

j. $f(x) = x \log_2(x+1)$ para $x = 5, 10, 15$ y 20 .

k. $f(x) = \log_{10}(4x+15)$ para $x = 0, 2, 3, 4$ y 5 .

l. $f(x) = 5^x$ para $x = 0, 1, 2, 3, 4$ y 5 .

m. $f(x) = 5^{-x}$ para $x = 0, 2, 4$ y 6 .

n. $f(x) = 2x^x$ para $x = -4, -2, 0, 2, 4$ y 6 .

o. $f(x) = \frac{\frac{\log_2(x+1)}{x+1}}{x + \frac{x \log_2(2x+1)}{x^2+1}}$ para $x = 10, 20$ y 30 .

p. $f(x) = -x^{2x}$ para $x = -4, -2, 0, 2, 4$ y 6 .

q. $f(x) = x^{-0,2x+1}$ para $x = -4, -2, 0, 2, 4$ y 6 .

r. $f(x) = \pi^{0,6x} - 1,3x^{1,8}$ para $x = -4, -2, 0, 2, 4$.

s. $f(x) = \frac{3,1^x - 2,7 \cdot 1^{-x}}{2,5^x + 4,3^{-x}}$ para $x = -3, -2, 0, 2, 3$.

t. $f(x) = \frac{2x^{-0,2 \frac{x+1}{x}}}{\frac{x^{-0,5x}}{x+1}}$ para $x = -4, -2, 0, 2, 4$ y 6 .

9. La impedancia característica de un cable coaxial Z_o (en Ω) está determinada por la ecuación:

$$Z_o = \frac{138}{\sqrt{\epsilon_r}} \log \frac{b}{a}$$

Donde a y b representan los radios interno y externo respectivamente, y ϵ_r es la permitividad relativa.

a. Determine Z_o si los radios externo e interno de un cable coaxial son de $0,25$ y $0,031$ in, y la permitividad relativa es de $2,1054$.

b. Para una línea coaxial cuya permitividad relativa es de $2,785$, la impedancia característica es de $71,1323 \Omega$. Determine el radio interno si el radio externo es de $0,26$ in.

10. La cicatrización normal de heridas puede calcularse matemáticamente por medio de la función:

$$A(n) = A_o e^{-0,35n}$$

Donde A_0 representa el área original de la herida y $A(n)$ representa el área de la herida después de n días de cicatrización.

Determine $A(3)$, $A(5)$ y $A(10)$, cuando $A_0 = 5$ mm.

11. *Pérdida de Fresnel (α)*. Se emplea para evaluar la pérdida que sufre un haz de luz en una fibra óptica. En este sentido, se toman en cuenta los índices de refracción del núcleo n_1 y del medio externo de la parte terminal del núcleo n_2 . La fórmula general es:

$$\alpha_{\text{Fresnel}} = 10 \log \left(\frac{(n_1 + n_2)^2}{4n_1 n_2} \right) \text{ Se mide en dB}$$

Los coeficientes de reflexión y transmisión están dados por:

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

a. Si $n_1 = 1,487$ y $n_2 = 1,012$, ¿cuál es la pérdida en una fibra óptica, el coeficiente de reflexión y el de transmisión?

b. Si la pérdida de Fresnel en una fibra óptica es de 0,19 dB, ¿cuál es el valor del índice del núcleo si el índice de refracción es de 1,5? Determine los coeficientes de reflexión y transmisión.

12. La entropía de una fuente de información se puede calcular por la ecuación:

$$H(S) = p_0 \log_2 \left(\frac{1}{p_0} \right) + p_1 \log_2 \left(\frac{1}{p_1} \right) + p_2 \log_2 \left(\frac{1}{p_2} \right) + p_3 \log_2 \left(\frac{1}{p_3} \right)$$

Donde p_0, p_1, p_2 y p_3 representan las probabilidades. Calcule la entropía para las probabilidades de $1/3, 1/6, 1/4$ y $1/5$. La respuesta es en bits/símbolo.

13. Las integrales de Fresnel se representan mediante expansiones en serie de potencias que convergen para todo x , es decir:

$$S(x) = \int_0^x \operatorname{sen}(t^2) dt = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{4n+3}}{(4n+3)(2n+1)!}$$

$$C(x) = \int_0^x \operatorname{cos}(t^2) dt = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{4n+3}}{(4n+1)(2n)!}$$

Determine $S(2)$ y $C(2)$ para $n=0$ hasta 7.

14. La fracción de chips de computadora que fallarán después de t años de servicio, se puede calcular mediante la expresión:

$$F(t) = 1 - e^{-kt}$$

Donde $k > 0$ está relacionada con el grado de confiabilidad del chip y F se expresa en valores porcentuales.

Si $k = 0,1251$, ¿después de cuántos años habrá fallado el 28,5 % de los chips?

15. El trabajo (W) en procesos reversibles e irreversibles se calcula mediante las ecuaciones:

$$W_{\text{expansión}} = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Donde $V_2 > V_1$.

$$W_{\text{compresión}} = -nRT \ln \frac{V_1}{V_2}$$

Donde n es el número de moles de un gas, R la constante de los gases ideales, T la temperatura en K y V_1 y V_2 son los volúmenes menor y mayor, respectivamente.

a. Determine los trabajos de expansión y compresión para un gas que está a una temperatura de 80 K, contenido en un recipiente cuyos volúmenes son de 5 y 3 m³. El número de moles es de 100.

b. El trabajo de expansión de un gas ideal es de -450 J, donde el número de moles es de 200, confinado en volúmenes de 4 y 2 m³. ¿A qué temperatura en grados centígrados se encuentra el sistema?

c. El trabajo de compresión en un sistema gaseoso es de -310 J, con un número de moles de 120, expuesto a una temperatura de 200 °C. Determine el volumen final (V_2), si el volumen inicial es de 1,5 m³.

16. *Brillo de una estrella.* El grado de brillo de una estrella se clasifica por categorías. Para una estrella tenue se le asigna una magnitud de 6 y para las más brillantes con flujo de luz L se les asigna una magnitud m ; por consiguiente, la ecuación es:

$$m = 6 - 2,5 \log \left(\frac{L}{L_0} \right)$$

a. ¿Cuál es el valor de m si $L = 10^{0.41} L_0$?

b. Si $m = 2$, despeje L en función de L_0 .

17. Dada la ecuación:

$$w = e^{\left(\frac{d-c}{a-2b}\right)} + \ln \left| c - d + \frac{b}{a} \right|$$

Determine el valor de w cuando $a = 12$, $b = 6,751$, $c = \frac{3a}{b^2}$, y $d = \frac{(a-b)^c}{c}$.

18. El promedio de velocidad al caminar S (pies/s) de un peatón, se aproxima a la fórmula:

$$S = 0,051 + 0,86 \log P$$

Donde P indica el nivel de población de la zona de estudio.

a. Si se tienen 500 peatones, ¿cuál es la velocidad al caminar en esta muestra?

b. Si la velocidad al caminar es de 5,2 pies/s, ¿qué muestra de peatones se está evaluando?

19. El riesgo R (%) de tener un accidente al conducir un vehículo bajo los efectos del alcohol se puede expresar mediante la ecuación:

$$R(x) = 6e^{kx}$$

Donde x indica la concentración variable de alcohol en la sangre, y k es una constante.

a. Si la concentración de alcohol es de $x = 0,0412$, y tiene como riesgo el 12,3 %, ¿cuál es el valor de k ?

b. Con el valor calculado del punto anterior, ¿cuál es el riesgo, si la concentración es de 0,16472?

c. Si el riesgo corresponde al 100 %, bajo el mismo valor de k del punto anterior, ¿cuál es la concentración de alcohol en la sangre?

d. Si con el 20 % de riesgo o mayor una persona no está habilitada para conducir, ¿con qué concentración de alcohol en la sangre debe ser arrestada?

20. En una transmisión de señales, la pérdida en el espacio libre L_{ls} está expresada por la siguiente ecuación:

$$L_{ls} = 92,44 + 20(\log(f) + \log(d)) \text{ Decibelios (dB)}$$

Donde f es la frecuencia de la onda en GHz y d es la distancia en kilómetros:

a. Determine L_{ls} cuando la frecuencia de la señal es de 14,5 GHz y la distancia estimada es de 5000 km.

b. Si $L_{ls} = 205,8$ dB, con una frecuencia de 11,86 GHz, ¿a qué distancia se está haciendo la medición?

21. *Ley de desintegración radiactiva.* Todos los procesos radiactivos simples siguen una ley exponencial decreciente. Si N_0 es el número de núcleos radiactivos en el instante inicial, después de un cierto tiempo t , el número de núcleos radiactivos presentes N se reduce a:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Donde λ es una característica de la sustancia radiactiva denominada constante de desintegración, y t el tiempo de vida medio de la sustancia; si se tiene $2,5 \times 10^{15}$ núcleos de polonio 210, cuyo periodo de semidesintegración es de 138 días, ¿cuántos núcleos habrá al cabo de 1000 días, si la constante de desintegración es de 0,00502?

22. Si el número final de átomos de un isótopo es la mitad que la inicial, ¿cuál es el valor de la constante de desintegración para un tiempo de vida medio de 13 días?

23. El crecimiento en cm de un pez está determinado por la siguiente ecuación:

$$f(t) = a(1 - be^{-kt})$$

Donde a , b y k son constantes y t el tiempo en años:

a. Determine el crecimiento para $f(8)$ cuando $a = 210$, $b = 0,95478$ y $k = 0,1758$.

b. Si el crecimiento estimado para cinco años es de 98 cm, determine el valor de la constante k , si $a = 150$ y $b = 0,896$.

24. *Intensidad del sonido.* A fin de medir la intensidad el sonido se emplea la siguiente relación:

$$N = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

Donde N es el número de decibeles (dB), I la potencia del sonido (watts/cm^2), e I_0 representa la potencia de sonido de referencia umbral del oído humano, que equivale a 10^{-16} (watts/cm^2):

a. Determine N cuando la potencia del sonido medida es de una conversación normal $3,1678 \cdot 10^{-10}$ watts/cm^2 .

b. Determine N para el caso de un avión cuya potencia del sonido es de $0,15$ watts/cm^2 .

c. Si el número de decibeles de una fuente sonora es de 80 dB, determine el valor de la intensidad I .

25. Algunas instituciones de préstamos calculan el pago mensual M sobre un préstamo de L dólares a una tasa de interés r (expresada como decimal), mediante la fórmula:

$$M = \frac{Lrk}{12(k-1)} \quad \text{Con } k = \left[1 + \frac{r}{12} \right]^{12t}$$

Donde t es el número de años del préstamo.

Determine el pago mensual de un préstamo de USD 500 000 a una tasa de interés del 2,75 % efectivo mensual a tres años.

26. La relación de *Ehrenberg* es una ecuación que relaciona la estatura $h(m)$ con un peso promedio (kg) para niños de cinco a 13 años de edad:

$$\ln(W) = \ln(2,4) + 1,84h$$

- ¿Cuál es el peso promedio de un niño de nueve años de edad que mide 1,65 m de estatura?
- Si el peso promedio de un niño es de 52 kg, ¿qué estatura se estima que tiene?

27. El aislamiento de una pared puede estimarse a través de sus propiedades mecánicas, que se puede calcular a partir de la ley de la masa, dada por la expresión:

$$R = 20 \log \left(\frac{Mw}{2Z} \right)$$

Donde w es la frecuencia angular ($w = 2\pi f$); M la masa por unidad de superficie y Z la impedancia acústica del aire ($Z = 415$ rayls).

Calcule el aislamiento R para una masa de 5 kg que está expuesta a una frecuencia de 600 Hz y 1000 Hz.

28. *Ecuación de Arrhenius*. Se emplea para comprobar la dependencia de la constante de velocidad cinética $k(T)$ de una reacción química con respecto a la temperatura $T(K)$ a la que se lleva a cabo esa reacción y la energía de activación E_a (J/mol).

$$k(T) = Ae^{-\frac{E_a}{RT}}$$

Donde A representa el factor de frecuencia que indica la frecuencia de las colisiones y R la constante universal de los gases, $8,3143 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$, determine la constante cinética cuando el factor de frecuencia es de 16 litros/moles. segundo para una temperatura de 710 k, cuya energía de activación es de 4,2 KJ/mol.

29. *Ley de Newcomb Benford*. La probabilidad de que un número en una serie de datos comience por el dígito d está representada por la ecuación:

$$p(d) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{d} \right) \quad \text{Con } 0 \leq d \leq 9$$

Determine:

a. $P(2)$, $P(5)$ y $P(9)$.

b. Si $p = 0,0918$, ¿cuál es el valor de d ?

30. *Principio de Landauer*. Establece en términos de las ciencias de la computación que al efectuarse una operación en un dispositivo lógicamente irreversible se disipará al entorno una energía E mínima dada por:

$$E = k_B T \ln 2$$

Donde k_B representa la constante de Boltzmann y T la temperatura medida en Kelvin, determine la energía E para temperaturas de 40, 45, 53 y 60 grados centígrados.

31. El número de años n para que una máquina se deprecie a un valor conocido de salvación puede evaluarse mediante la siguiente fórmula:

$$n = \frac{\log_{10} S - \log_{10} I}{\log_{10}(1 - r)}$$

Donde S indica el valor de salvación de la máquina, I el valor inicial y r la tasa anual de depreciación.

a. ¿Cuántos años tardará una máquina en depreciarse, si la tasa anual es del 15 %, cuando el valor inicial de la máquina es de \$1 000 000 y el valor de salvamento de 20 000?

b. Si $n = 5$ años, y los valores de salvación e inicial son de USD 2 300 000 y USD 100 000, ¿a qué tasa anual se devaluó la máquina?

32. *Ley de Richardson*. Establece que la densidad de corriente emitida J [A/m²] está relacionada con la temperatura T para determinados materiales recubiertos de óxido. La ecuación es:

$$J = AT^2 e^{-\frac{W}{kT}}$$

Donde T es la temperatura del metal medido en Kelvin, W es la función de trabajo del metal (electronvoltios (eV) = $1,6 \cdot 10^{-19}$ J), y k es la constante de Boltzmann ($1,38064852 \cdot 10^{-23}$ J/K).

La constante de proporcionalidad A , conocida como la constante de Richardson, equivale a $1,20173 \cdot 10^6$ Am⁻²k⁻².

a. Determine la densidad de corriente para el aluminio (4,08 eV) que está a una temperatura de 80 °C.

b. La densidad de corriente del magnesio es de $1,875 \cdot 10^{-42}$ A/m²; a una temperatura de 350 K, ¿cuál es su función de trabajo?

33. La codificación de Huffman (medida en bits/símbolo) se puede representar por la ecuación:

$$H = -p \log_2(p) - (1-p) \log_2(1-p)$$

Donde p es la probabilidad, calcule H para probabilidades de 0,7, 0,45 y 0,5.

34. Cuando el *flash* de una cámara se apaga, las baterías comienzan a recargar de inmediato el condensador del *flash*, que almacena una carga eléctrica dada por la fórmula (Stewart, 2012):

$$Q(t) = Q_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{a}}\right)$$

Donde Q_0 es la capacidad de carga máxima, y t y a representan el tiempo medido en segundos:

a. Determine la recarga del condensador en $Q(5)$ si la carga máxima Q_0 es del 100 % y $a = 2$.

b. Si $Q(t)$ equivale al 75 % de la carga Q_0 , ¿cuál es el valor de t si $a = 2$?

35. La ganancia G anual de una empresa debido a la venta de un artículo después de t años está dada por la siguiente fórmula:

$$G(t) = \$200\,000 - \$55\,000 \left(\frac{1}{2}\right)^t$$

a. ¿Cuál es la ganancia después de cuatro y diez años?

b. ¿Cuál será la mayor ganancia que la empresa puede esperar?

36. Evalúe la función de variable independiente x y los parámetros μ y σ :

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Determine: $f(1,5; 2,3,0,6)$, $f(1,8;1,9,0,5)$ y $f(2,2;2,0,55)$.

37. El volumen del sonido $L(x)$ medido en decibeles (dB) de una fuente audible que emite una potencia I (medida en Watts/m²) se define como:

$$L(I) = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

Donde $I_0 = 10^{-12}$ W/m², que indica el sonido menos intenso que el oído humano puede detectar.

Calcule $L(x)$ para valores de 10^{-5} , 10^{-6} , 10^{-7} , 10^{-8} , 10^{-9} , 10^{-10} , 10^{-11} , 10^{-12} W/m².

Según los resultados obtenidos, compárelos con una tabla estándar de volumen de sonidos comunes y clasifíquelos.

38. La emisión temporal termoiónica de puntos cuánticos $QD(\tau_e)$ se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$\tau_e = d_w \sqrt{\frac{2\pi m_e^*}{K_B T}} e^{\frac{E_b}{K_B T}}$$

Donde d_w denota el espesor del QD (nm); m_e^* , la masa efectiva del electrón; K_B , la constante de Boltzmann; T , la temperatura en grados kelvin; y E_b la barrera de energía efectiva (joules), calcule τ_e cuando el espesor de los QD es de 0,25 nm. Tome una masa efectiva de $2,564 m_e$ con una temperatura de 70 °C y una energía efectiva de 0,15 eV (electronvoltios = $1,6 \times 10^{-19}$ J).

39. La pérdida de calor del vapor en un tubo Q' (en W) se calcula como la razón total de conducción de calor a través del mismo, y a partir de la ley de Fourier se obtiene la ecuación general:

$$\dot{Q}_{cilindro} = 2\pi kL \frac{T_2 - T_1}{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}$$

Donde k es la constante de conducción térmica (en $W/m^{\circ}C$); L la longitud del tubo (en m); T_2 y T_1 son las temperaturas final e inicial, respectivamente ($^{\circ}C$); y r_2 y r_1 representan el radio mayor y menor del tubo (m).

Si las temperaturas en un tubo de 15 m son de $160^{\circ}C$ y $70^{\circ}C$, determine la pérdida de calor del vapor, considerando que los diámetros exterior e interior son de 15 cm y 13 cm, respectivamente. Tome $k = 20,21 W/m^{\circ}C$.

40. *Transferencia de calor.* Un objeto con una temperatura inicial de T_o que se coloca en el instante $t = 0$ dentro de una cámara que tiene una temperatura constante de T_s experimentará un cambio de temperatura según la ecuación:

$$T = T_s + (T_o - T_s) e^{-kt}$$

Donde T es la temperatura del objeto en un tiempo t , y k es una constante.

Determine la temperatura de un recipiente al cabo de dos horas de un líquido que está a $55^{\circ}C$, y luego se introduce a un refrigerador que se encuentra a una temperatura de $10^{\circ}C$. Suponga que $k = 0,45$.

41. Las estrellas variables cefeidas son estrellas variables muy luminosas. Esta luminosidad varía de manera cíclica en función del periodo:

$$M_v = -2,81 \log(P) - (1,43 \pm 0,1)$$

Donde P representa el periodo en días y M_v la magnitud absoluta. El más o menos $0,1$ indica el grado de corrección máxima (+) o mínima (—).

Complete la tabla determinando la magnitud absoluta por defecto y exceso de las estrellas citadas creando una función en un *script*.

Nombre	Magnitud máxima	Magnitud mínima	Periodo (días)
β Doradus			9,8426
η Aquilae			7,176641
δ Cephei			5,366341
ζ Geminorum			10,15073
X Sagittarii			7,01283
W Sagittarii			7,59503
RT Aurigae			3,728115
S Sagittae			8,382086
Y Sagittarii			5,77335
T Vulpeculae			4,435462
T Monocerotis			27,02465
AX Circini			5,273268
U Carinae			38,7681
X Cygni			16,38633
S Muscae			9,66007

Fuente: Cepheids of the δ —Cephei—type (Alcyone, 2020).

42. La conductividad eléctrica intrínseca σ de un semiconductor puede ser aproximada por la siguiente fórmula:

$$\sigma = e^{C - \frac{E_g}{2kT}}$$

Donde σ se mide en $(\Omega\text{—m})^{-1}$, E_g es la banda de energía gap, k la constante de Boltzmann $8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$, y T es la temperatura en kelvin.

Para el germanio $C = 13,83$ y $E_g = 0,671$ eV, calcule σ para temperaturas de 400, 435, 475, 500, 520 y 545 K.

43. La propagación de un virus informático a través de una red informática puede ser modelada por medio de la fórmula:

$$N(t) = N_0 e^{0,15t}$$

Donde $N(t)$ es el número total de computadores infectados en un tiempo t en minutos y N_0 el número inicial de computadores:

a. Determine cuánto tiempo se tarda en duplicar el número de equipos infectados.

b. Determine cuánto tiempo se tarda en infectar 1 000 000 de computadoras.

44. La longitud L de un segmento de recta ubicada a un ángulo θ con respecto a un punto P está dada por la ecuación:

$$L(\theta) = 4,5\sec\theta + 5,2\csc\theta$$

Determine la longitud cuando el ángulo varía entre 0 y $\pi/2$.

45. Para medir la altura (en pies) de los árboles en función del tiempo t (años), se emplea la ecuación logística:

$$h(t) = \frac{120}{1 + 200e^{-0,21t}}$$

a. ¿Cuál es la altura de un árbol al cabo de cinco, diez y 15 años?

B ¿Qué edad tendrá un árbol que mide 55 pies?

46. La fórmula de un rumor se puede modelar de la siguiente manera:

$$N(d) = P(1 - e^{-0.15d})$$

Donde N indica el número de personas que han escuchado el rumor, P es la población total y d el número de días que han transcurrido desde que inicio el rumor:

- En un grupo de 100 personas, ¿cuántos habrán oído el rumor después de tres días?
- ¿Si el rumor lo escucha el 30 % de un grupo de 150 personas, al cabo de cuánto tiempo se produjo?

47. *Medicina forense.* Para estimar el número de horas t que ha estado muerta una víctima por asesinato, un investigador ha empleado la siguiente fórmula:

$$t = \frac{1}{0,25} \ln \left(\frac{98,6 - T_e}{82 - T_e} \right)$$

Donde T_e representa la temperatura del entorno donde el cuerpo fue hallado. Si el crimen tuvo lugar en un recinto cerrado, en el cual se registró una temperatura de 72 °F, determine el tiempo aproximado en el que ocurrió el asesinato.

48. Para medir el promedio de movimientos sísmicos por año n , se emplea la escala de Richter R :

$$\log(n) = 7,7 - 0,9R$$

- Si $R = 4, 5$ y 6 , determine el valor de n .
- Si $n = 39$, ¿cuál es el valor de Richter?

49. La concentración de un fármaco en el cuerpo se representa como C_p , la cual puede ser modelada por la ecuación:

$$C_p = \frac{D_{ad}}{V_d} \frac{k_a}{k_a - k_e} (e^{-k_e t} - e^{-k_a t})$$

Donde D_{ad} indica la dosificación administrada (mg), V_d es el volumen de distribución (L), k_a es la constante de velocidad de absorción (h^{-1}), k_e es la constante de velocidad de eliminación (h^{-1}), y t es el tiempo (h) desde que se administró el fármaco.

- Calcule la concentración de fármaco según los datos suministrados cuando se administra en $t = 0$ y al cabo de las diez horas. $D_{ad} = 150$ mg, $V_d = 50$ L, $k_a = 1,6$ h^{-1} , y $k_e = 0,4$ h^{-1} .
- Se administra una primera dosis en $t = 0$ y, posteriormente, cuatro dosis más en los tiempos de 4, 8, 12 y 16. Calcule la concentración de fármaco.

50. En una comunidad de 15 200 personas se realiza una encuesta, en la cual se determina que el número de residentes N que han oído cierta información después de m meses está dado por la fórmula:

$$m = 65,324 - 7,2 \ln(15200 - N)$$

- ¿Cuántos meses le va a tomar a la mitad de los residentes enterarse acerca de un programa que está desarrollando la alcaldía?
- ¿Cuántos residentes se han enterado del programa al cabo de seis meses?

51. El voltaje (en volts) a través de un capacitor disminuye gradualmente hasta 0 en un tiempo t (en segundos), el cual se representa como:

$$V(t) = e^{-1.9t} \cos(\pi t) \quad 0 \leq t \leq 3$$

Calcule el voltaje para el intervalo entero dado.

52. La población de un grupo animales de una misma especie presenta un comportamiento de crecimiento logístico:

$$n(t) = \frac{n_0}{0,051 + \left(\frac{185}{n_0} - 0,051\right) e^{-0,55t}}$$

Donde n_0 representa la población inicial, si la población inicial es de 120, determine $n(5)$, $n(7)$ y $n(10)$.

53. El nivel de presión sonora (NPS) expresado en decibeles (dB) se calcula mediante la siguiente expresión:

$$NPS = 20 \log \frac{P}{P_0}$$

Donde P_0 representa el nivel de presión sonora de referencia mínima audible por el oído humano, que equivale a $20 \mu\text{Pa}$ (micropascales), y P es la presión sonora eficaz (RMS) medida en pascales:

a. Determine el NPS para una RMS de 200 Pa, 100 Pa, 0,01 Pa y 0,0002 Pa.

b. Si el NPS es de 70dB, ¿cuál es el valor de P ?

54. Se deposita p pagos en una cuenta de ahorros que paga a una tasa de interés anual i , entonces la cantidad A en la cuenta después de n años se representa por la fórmula:

$$A = \frac{p \left(1 + \frac{i}{12}\right) \left[\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12n} - 1\right]}{\frac{i}{12}}$$

Si se ahorran \$ 15 000 000 a dos años, con un interés anual del 7,02 %, ¿cuál es el valor de A ?

55. La variación de la entropía aparece de modo natural en los gases ideales. Considerando los estados inicial y final de las temperaturas T y volumen V de un sistema, se tiene la integral del calor Q transferido con respecto a T está representado por:

$$Q = \int_i^f \left(\frac{\delta Q}{T}\right) = C_v \int_i^f \frac{dT}{T} + nR \int_i^f \frac{dV}{V} = C_v \ln \frac{T_f}{T_i} + nR \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Donde C_v es el calor específico a volumen constante, n el número de moléculas y R la constante de los gases.

Si las temperaturas final e inicial son, respectivamente, de 120 °C y 50 °C, con volúmenes final e inicial respectivos de 45 cm³ y 70 cm³, determine el calor transferido para 100 moles, con un calor específico de 5,453 Jmol/K.

56. Un tubo con radio interior a y radio exterior b está sujeto a cambios de temperaturas interior T_a y exterior T_b que están sometidos a tensiones radial y tangencial, tal como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_r = \frac{\alpha E(T_a - T_b)}{2(1 - \nu) \ln \left(\frac{b}{a}\right)} \left[\frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(\frac{b^2}{r^2} - 1\right) \ln \left(\frac{b}{a}\right) - \ln \left(\frac{b}{r}\right) \right]$$

$$\sigma_t = \frac{\alpha E(T_a - T_b)}{2(1 - \nu) \ln \left(\frac{b}{a}\right)} \left[1 - \frac{a^2}{b^2 - a^2} \left(\frac{b^2}{r^2} + 1\right) \ln \left(\frac{b}{a}\right) - \ln \left(\frac{b}{r}\right) \right]$$

Donde r representa la coordenada radial del tubo, E es el módulo de Young del material del tubo y α es el coeficiente de dilatación, la distribución de temperaturas a lo largo de la parte del tubo en la dirección radial es:

$$T = T_b + \frac{(T_a - T_b) \ln\left(\frac{b}{r}\right)}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Evalúe las tensiones radial y tangencial para los siguientes valores:

$\alpha = 1,2513 \cdot 10^{-5}$, $E = 3,11 \cdot 10^7$, $\nu = 0,31$, $T_a = 510$, $T_b = 380$,
 $a = 0,251$, $b = 0,5$ y $r = 0,375$.

¿Cuál es el valor de la distribución de temperaturas?

57. Dada la función de un oscilador armónico lineal:

$$S_1(x, t) = -\frac{\hbar\omega t}{2} + m\omega[x_0^2 \cos(\omega t) - 2xx_0] \frac{\text{sen}(\omega t)}{2}$$

$$S_2(x, t) = \frac{\hbar}{4} [\ln(\hbar) + \ln(\pi) - \ln(m) - \ln(\omega)] + \frac{m\omega}{2} [x - x_0 \cos(\omega t)]^2$$

Donde \hbar es la constante reducida de Planck, ω la frecuencia de oscilación (Hz), t el tiempo (s), m la masa de una partícula (kg), y x, x_0 las posiciones final e inicial de la partícula (m), determine S_1 (0,32 nm, 5,4 ns) y S_2 (0,12 nm, 5,4 ns), cuando $\omega = 70,45$ GHz, $m = 120,356 m_e$ (m_e es la masa del electrón) y $x_0 = 0,124$ nm.

6. Cálculo vectorial en Matlab



En Matlab se emplean los arreglos de números llamados vectores si se trata de una fila de números, o matrices si se trata de arreglos de filas y columnas. Para el caso de los escalares son matrices de 1×1 , por lo que las operaciones son válidas también para ellos.

Vectores

Un vector en física es una magnitud definida por un punto del espacio sobre el cual se mide; se caracteriza por tener una longitud y un sentido. En matemáticas, un vector es una cantidad que se caracteriza por tener magnitud o módulo, dirección y sentido al mismo tiempo. La representación en un espacio real n dimensional de un vector es:

$$V=(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

Un ejemplo de representación natural de un vector es:

$$a= 2i+6j-3k$$



Donde las componentes i, j y k son vectores unitarios paralelos a los ejes de las coordenadas x, y, z en un plano tridimensional.

Existen diferentes formas de definir vectores y matrices en Matlab, en las que se debe encerrar los elementos entre corchetes y se usan comas o espacios con el fin de separar elementos que estén en la misma fila, así como punto y coma para separar las diferentes filas.

Propiedades vectoriales

1. Vector fila: elementos separados con comas (,) o con espacios.

<code>>> a = [2 4 6]</code>	<code>>> a = [2,4,6]</code>
<code>a =</code>	<code>a =</code>
2 4 6	2 4 6

2. Vector columna: elementos separados con punto y coma (;).

```
>> a = [2; 4; 6]
a =
2
4
6
```

Otra forma de vector columna es evaluando la traspuesta:

```
>> a = [2 4 6]'
a =
2
```

4

6

3. *Función find*. Sirve para encontrar los índices correspondientes a los elementos de un vector (o matriz) que cumplen cierta condición booleana.

```
>> v1 = [1 2 3 4 5 6 7 8 9 10];
```

```
A=find(v1>5)
```

```
A =
```

```
6 7 8 9 10
```

4. A fin de invertir la posición de los elementos de un vector y retornar de nuevo a la posición original se emplean las instrucciones *fliplr(x)* y *flipud(x)*.

```
>> v1 = [1 2 3 4 5 6 7 8 9 10];
```

```
r=fliplr(v1)
```

```
r =
```

```
10 9 8 7 6 5 4 3 2 1
```

```
r1=flipud(v1)
```

```
r1 =
```

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

5. Para generar un vector cuyos elementos sean números crecientes o decrecientes en un intervalo regular existe el operador (*dos puntos*). La forma de empleo es: [*Mínimo:paso:Máximo*]; *paso* indica el intervalo.

```
>> v2 = 1:10;
```

Este último se interpreta como el vector que se inicializa en 1 hasta 9 elementos con pasos de 1.

6. En el propósito de definir el vector cuyos primero y último elementos son a y b , y los elementos intermedios se diferencian en la cantidad s especificada por el incremento: $V=[a,s,b]$

En el siguiente ejemplo se indica que el vector empieza en 2 hasta el 10, con pasos de a 2:

```
>> v2 = [2 4 6 8 10 12 14 16 18 20];
```

```
>> v2 = 2:2:20;
```

7. Para conocer la posición de algún valor en particular del vector se procede a colocar un solo índice.

```
>> v2(5)
```

```
ans =
```

```
10
```

```
>> v2(9)
```

```
ans =
```

```
18
```

8. Si se desea que el rango sea decreciente solo se escribe el intervalo negativo:

```
>> V3=3:-0.5:1
```

```
V3 =
```

```
3.0000 2.5000 2.0000 1.5000 1.0000
```


9. Si conoce el número de elementos que desea en un vector (en lugar del intervalo entre cada elemento) puede, en su lugar, usar la función *linspace*. Se puede definir el vector cuyos primero y último elementos son a y b , y que tiene en total n elementos uniformemente espaciados entre sí.

La instrucción general es $V = \text{linspace}(a, b, n)$.

```
>> v=linspace(10, 30, 5)
```

v =

```
10 15 20 25 30
```

En el siguiente ejemplo se indica que se tomen cinco elementos que hay en el intervalo 0 y 1 con 5 puntos:

```
>> x = linspace(0,1,5)
```

x =

```
0 0.250 0.500 0.750 1.000
```

10. Se puede definir el vector cuyos primero y último elementos son los que se especifican, con un total de n elementos en escala logarítmica uniformemente espaciados entre sí.

La instrucción general es $V = \text{logspace}(a, b, n)$.

```
>> v=logspace(100, 300, 6)
```

v =

```
1.0e+300 *
```

```
0000 0.0000 0.0000 0.0000 1.0000
```

11. Se pueden extraer subvectores, como, por ejemplo:

$v2 = [2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 12 \ 14 \ 16 \ 18 \ 20];$

$v2(2:5)$

$ans =$

$4 \ 6 \ 8 \ 10$

Operaciones de vectores

Sea $v1$ y $v2$ vectores en \mathbb{R}^n .

$v0 = v1 * n$; producto de un escalar n con cada componente del vector.

$v3 = v2 - v1$; resta componente a componente los dos vectores.

$v4 = v2 + v1$; suma de vectores.

$v5 = v1 + n$; suma de un vector con un escalar n .

$v6 = v1.^2$; eleva al cuadrado cada uno de los elementos del vector $v1$.

$v7 = i1.*i2$; producto de componente a componente entre vectores.

$v8 = v1*v2$; si $v1$ es un vector—fila de dimensión n y $v2$ es un vector columna de dimensión n , es el producto escalar de $v1$ y $v2$.

$v9 = \text{sqrt}(v2)$; calcule la raíz cuadrada de cada elemento del vector $v2$.

$v10 = v2./v1$; divida $v2$ por $v1$ elemento a elemento.

$v11 = \text{dot}(v1,v2)$; producto punto o escalar entre dos vectores.

$v12 = \text{cross}(v1,v2)$; producto cruz entre dos vectores.

Ejercicios resueltos

1. Sea $v1 = [2 \ -6 \ 9 \ 2]$, $v2 = [1 \ 5 \ 7 \ -8]$ y 5, desarrolle las operaciones indicadas hasta $v10$.

Solución:

$$v1 = [2 \ -6 \ 9 \ 2];$$

$$v2 = [1 \ 5 \ 7 \ -8];$$

$$n = 5;$$

$$v0 = v1 * n$$

$$v3 = v2 - v1$$

$$v4 = v2 + v1$$

$$v5 = v1 + n$$

$$v6 = v1.^2$$

$$v7 = v1.*v2$$

$$v8 = v1*v2'$$

$$v9 = \text{sqrt}(v2)$$

$$v10 = v2./v1$$

$$v0 =$$

$$10 \ -30 \ 45 \ 10$$

$$v3 =$$

$$-1 \ 11 \ -2 \ -10$$

$$v4 =$$

$$3 \ -1 \ 16 \ -6$$

$v5 =$

$7 \quad -1 \quad 14 \quad 7$

$v6 =$

$4 \quad 36 \quad 81 \quad 4$

$v7 =$

$2 \quad -30 \quad 63 \quad -16$

$v8 =$

19

$v9 =$

$1 + 0.00i \quad 2.24 + 0.00i \quad 2.66 + 0.00i \quad 0 + 2.83i$

$v10 =$

$0.50 \quad -0.83 \quad 0.78 \quad -4.00$

A fin de conocer las características de un vector en cuanto a su tamaño matricial, número de bytes y clase, se procede a emplear el comando *whos*, así:

`>> whos v1`

Name Size Bytes Class Attributes

v1 1x4 32 double

Que se interpreta como:

32 bytes que ocupa esta matriz *v1*

$4 \cdot 8 = 32$ bytes

Vector fila



Nota 10. Para simplificar la creación de vectores se puede definir un vector especificando una primera entrada, un incremento y una última entrada.

2. Para crear un vector cuyas entradas son 0, 2, 4, 6 y 8, se digita:

```
>> v=0:2:8
```

```
v =
```

```
0 2 4 6 8
```

3. Defina un vector de seis elementos con incrementos de 1.

```
>> A=1:6
```

```
A =
```

```
1 2 3 4 5 6
```

4. Cite el cuarto elemento del vector A del punto anterior.

```
>> A(4)
```

```
ans =
```

```
4
```

5. Defina un vector de seis elementos con incrementos de 2:

```
>> B = 1:2:12
```

```
B =
```

```
1 3 5 7 9 11
```

6. Sea el vector $A = [5, 8, 9, 3, 0, 7, 2]$. Calcule:

- a. A' (traspuesta de un vector)
- b. $A(1:3)$
- c. $A(1:2:4)$
- d. $A(1:2:4)'$
- e. $A(1:3)-A(2:4)$

$A=[5, 8, 9, 3, 0, 7, 2];$

A'

ans =

5

8

9

3

0

7

2

Otra manera de expresar la traspuesta es por medio de la instrucción $A(:)$.

Para obtener subvectores:

$A(1:3)$

ans =

```
5 8 9
```

```
A(1:2:4)
```

```
ans =
```

```
5 9
```

```
A(1:2:4)'
```

```
ans =
```

```
5
```

```
9
```

```
A(1:3)—A(2:4)
```

```
ans =
```

```
—3 —1 6
```

7. Defina un vector cuyo primero y último elementos son a y b , que tiene en total n elementos uniformemente espaciados entre sí.

Para este ejercicio se utiliza la siguiente instrucción: $v=\text{linspace}[a,b,n]$.

```
v=linspace(10, 30, 5)
```

```
v =
```

```
10 15 20 25 30
```

```
v=linspace(10, 35, 5)
```

```
v =
```

```
10.00 16.25 22.50 28.75 35.00
```

Note que, si se extiende el valor de b , el número de elementos se mantiene, que es cinco; lo que cambia son los dígitos de salida del vector de entero a real.

8. Cree un vector con n valores espaciados entre a y b logarítmicamente. Para este ejercicio se utiliza la siguiente instrucción: $v = \text{logspace}[a,b,n]$.

```
>> logspace(1,2,4)
```

```
ans =
```

```
10.0000 21.5443 46.4159 100.0000
```

9. Calcule la función seno de “0 a 1” con incrementos de 0,25. Se pueden capturar los valores y después mandar llamar la función seno, para lo cual se procede a definir el vector con los incrementos establecidos y luego se evalúa la función:

```
x = [0, 0.25, 0.5, 0.75, 1];
```

```
sin(x)
```

```
ans =
```

```
0 0.2474 0.4794 0.6816 0.8415
```

10. Calcule el coseno de cero a uno con incrementos de 0,01. Tal como se plantea el ejercicio, implica capturar 101 elementos que, a diferencia del ejercicio anterior, sería bastante engorroso. Matlab permite crear un vector de la siguiente manera:

```
Variable = (Valor inicial: Incrementos: Valor final)
```

```
R = (0:0.1:1)
```

```
cos(R)
```


$R =$

$0 \ 0.10 \ 0.20 \ 0.30 \ 0.40 \ 0.50 \ 0.60 \ 0.70 \ 0.80 \ 0.90 \ 1.00$

$ans =$

$1.00 \ 0.995 \ 0.9801 \ 0.9553 \ 0.9211 \ 0.8776 \ 0.8253 \ 0.7648$
 $0.6967 \ 0.6216 \ 0.5403$

11. Sea el vector $v = [0, 1, 5, 9]$, calcule:

a. $y = \cos(v)$

b. $x = \log(v)$

c. $z = v^2 + 6$

d. $w = v/10$

$v = [0, 1, 5, 9];$

$y = \cos(v)$

$y =$

$1.0000 \ 0.5403 \ 0.2837 \ -0.9111$

$x = \log(v)$

$x =$

$-\text{Inf} \ 0 \ 1.6094 \ 2.1972$

$z = v.^2 + 6$

$z =$

$6 \ 7 \ 31 \ 87$

$w = v/10$

$w =$

$0 \quad 0.1000 \quad 0.5000 \quad 0.9000$

12. Sea el vector $v = [2, -5, 3, 7]$. Calcule:

a. Suma de los elementos del vector.

$v = [2, -5, 3, 7];$

$sum(v)$

$ans =$

7

b. Suma acumulativa de los elementos del vector.

$cumsum(v)$

$ans =$

2 -3 0 7

c. Valor medio de los elementos del vector.

$mean(v)$

$ans =$

1.7500

d. Moda

$mode(v)$

$ans =$

-5

e. Desviación típica de los elementos del vector. Existen dos definiciones para la desviación típica. En Matlab, por defecto, se calcula como:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 n_i}$$

La desviación estándar de una muestra alternativa es:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 n_i}$$

std(v)

ans =

4.9917

f. Producto de los elementos del vector.

prod(v)

ans =

-210

g. Producto acumulativo de los elementos del vector.

cumprod(v)

ans =

2 -10 -30 -210

h. Devuelva el vector ordenado *v1* con los elementos del vector *v* y un vector *n* con las posiciones iniciales de los elementos de *v*.

v=[2,-5,3,7];

```
[v1,n]=sort(v)
```

```
v1 =
```

```
—5 2 3 7
```

```
n =
```

```
2 1 3 4
```

Representación en el espacio de un vector

Para graficar un vector se procede a crear una función anónima que relaciona la instrucción *quiver* que deshabilita una escala por defecto en el plano cartesiano, pues esta función se emplea usualmente para trazar campos vectoriales.

```
Vector = @(x,y) quiver( x(1),y(1),x(2)—x(1),y(2)—y(1),0 )
```

```
x1 = [10 30]; y1 = [10 30];
```

```
Vector(x1,y1); hold on
```

```
x2 = [25 15]; y2 = [15 25];
```

```
Vector(x2,y2)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

Gráficamente se obtiene lo siguiente:

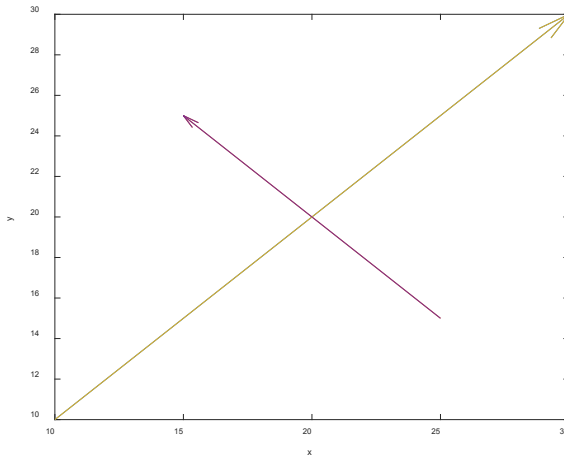


Figura 6.1. Gráfica de vectores con dirección y sentido.

Se pueden agregar características adicionales al ejercicio anterior:

```
Vector = @(x,y,varargin) quiver(x(1),y(1),x(2)-x(1),y(2)-y(1),0,
varargin{:})
```

```
Vector(x1,y1); hold on
```

```
Vector(x2,y2,'linewidth',3,'color','r')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

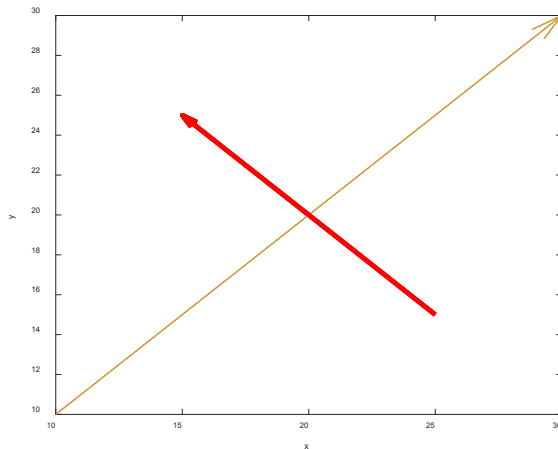


Figura 6.2. Gráfica de vectores personalizando su aspecto de presentación.

Se puede ajustar el tamaño de la ventana para descentrar los vectores, adicionando las siguientes instrucciones:

```
xlim([1, 60])
```

```
ylim([1, 60])
```

Verifique la salida.

Máximo de las componentes de un vector

En ciertos contextos matemáticos y físicos se requiere conocer los valores máximo y mínimo de un vector. Para esto se emplean las instrucciones $max()$ y $min()$, respectivamente, donde $max()$ muestra el o los elementos más grandes de un vector o *array*. La sintaxis general es:

- $M = max(A)$. Devuelve los elementos más grandes de A .

Si A es un vector, entonces $max(A)$ devuelve el elemento más grande de A .

Si A es una matriz, entonces $max(A)$ es un vector de filas que contiene el valor máximo de cada columna de la matriz.

Si A es una matriz multidimensional, entonces $max(A)$ opera a lo largo de la primera dimensión del vector cuyo tamaño no es igual a 1, tratando a los elementos como vectores. El tamaño de esta dimensión se convierte en 1 mientras que los tamaños de todas las demás dimensiones permanecen iguales. Si A es una matriz vacía con la primera dimensión 0, entonces $max(A)$ devuelve una matriz vacía del mismo tamaño que A .

- $M = max(A,[],dim)$. Devuelve los elementos más grandes de la matriz A a lo largo de la dimensión dim .

- $[M,I] = \max(_)$. Encuentra los índices de los valores máximos de A y los devuelve en el vector de salida I , usando cualquiera de los argumentos de entrada según las sintaxis anteriores. Si el valor máximo se produce más de una vez, \max devuelve el índice correspondiente a la primera aparición.
- $C = \max(A,B)$. Devuelve una matriz del mismo tamaño que A y B con los elementos más grandes tomados de A o B . O las dimensiones de A y B son iguales, o puede ser un escalar.
- $_ = \max(_, \text{nanflag})$. Especifica si se deben incluir u omitir valores NaN en el cálculo para cualquiera de las sintaxis anteriores. Para el caso de una sola entrada, a fin de especificar nanflag (condición NaN) sin especificar dim , usar $\max(A, [], \text{nanflag})$. Por ejemplo, $\max(A, [], \text{'includenan'})$ incluye todos los valores NaN , en A mientras que $\max(A, [], \text{'omitnan'})$ los ignora.

Ejemplos

1. Dado el vector $v = \langle 6, -9, -6, 1, -7, 12 \rangle$, determine el valor máximo.

$v = [6, -9, -6, 1, -7, 12];$

$M = \max(v)$

$M =$

12

2. *El máximo y subíndice del vector.* Sea m la variable que queda almacenada como el máximo de las componentes del vector, y k la variable que guarda el valor del subíndice o el número de componentes del vector.

$$v = [6, -9, -6, 1, -7, 12];$$

$$[m, k] = \max(v)$$

$$m =$$

$$12$$

$$k =$$

$$6$$

3. Sea la matriz $A = [2, -5, 6; -3, 9, -8; 1, 7, -4]$, calcule el elemento más grande en cada fila.

$$A = [2, -5, 6; -3, 9, -8; 1, 7, -4];$$

$$M = \max(A, [], 2)$$

$$M =$$

$$6$$

$$9$$

$$7$$

4. Dada la matriz $A = [-1, 7, -9; 3, 6, -2]$, calcule los elementos más grandes de cada columna, así como los índices de la fila en los que aparecen.

$$A = [-1, 7, -9; 3, 6, -2]$$

$$[M, I] = \max(A)$$

$$A =$$

$$\begin{matrix} -1 & 7 & -9 \\ 3 & 6 & -2 \end{matrix}$$

$$\begin{array}{ccc}
 3 & 6 & -2 \\
 M = & & \\
 3 & 7 & -2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 I = & & \\
 2 & 1 & 2
 \end{array}$$

Se interpreta como el *max* 3 que aparece en la fila 2, el *max* 7 que aparece en la fila 1 y el *max* -2 que aparece en la fila 2.

5. Dada la matriz $A = [4, 2, -5; -7, 8, 3]$, calcule el valor más grande entre cada uno de sus elementos en comparación con un escalar $b = 3$.

$$A = [4, 2, -5; -7, 8, 3];$$

$$b = 3;$$

$$C = \max(A, b)$$

$$C =$$

$$\begin{array}{ccc}
 4 & 3 & 3 \\
 3 & 8 & 3
 \end{array}$$

6. Sea el vector $V = [2.55, -0.5, \text{NaN}, 5.85, 0.46, 8, \text{NaN}]$, calcule su máximo, excluyendo los valores de *NaN*.

$$V = [2.55, -0.5, \text{NaN}, 5.85, 0.46, 8, \text{NaN}];$$

$$M = \max(V, [], 'omitnan')$$

$$M =$$

$$8$$

7. $\text{Max}(A)$ también producirá este resultado, ya que *'omitnan'* es la opción predeterminada de Matlab.

Para devolver *NaN* se utiliza el indicador *'includenan'*.

$$M = \text{max}(V,[],\text{'includenan'})$$

$$M =$$

$$\text{NaN}$$

Mínimo de las componentes de un vector

La instrucción $\text{min}()$ devuelve los elementos más pequeños de un vector A . La sintaxis general es:

- $M = \text{min}(A)$. Devuelve el elemento más pequeño de A .

Si A es un vector, entonces $\text{min}(A)$ devuelve el elemento más pequeño de A .

Si A es una matriz, entonces $\text{min}(A)$ es un vector de filas que contiene el valor mínimo de cada columna.

Si A es un vector multidimensional, entonces $\text{min}(A)$ opera a lo largo de la primera dimensión del vector cuyo tamaño es diferente a 1. El tamaño de esta dimensión se convierte en 1 mientras que los tamaños de todas las demás dimensiones permanecen iguales. Si A es una matriz vacía con primera dimensión 0, entonces $\text{min}(A)$ devuelve una matriz vacía del mismo tamaño que A .

- $M = \text{min}(A,[],\text{dim})$. Devuelve los elementos más pequeños a lo largo de la dimensión dim . Así, por ejemplo, si A es una matriz, entonces $\text{min}(A,[],2)$ es un vector de columna que contiene el valor mínimo de cada fila.

- $[M,I] = \min(_)$. Encuentra los índices de los valores mínimos de A y los devuelve en el vector de salida I , usando cualquiera de los argumentos de entrada de las sintaxis anteriores. Si el valor mínimo se produce más de una vez, entonces \min devuelve el índice correspondiente a la primera aparición.
- $C = \min(A,B)$. Devuelve una matriz del mismo tamaño que A y B con los elementos más pequeños tomados de A o B . Las dimensiones de A y B son las mismas, o puede ser un escalar.
- $_ = \min(_, nanflag)$. Especifica si se deben incluir u omitir valores NaN en el cálculo para cualquiera de las sintaxis anteriores. En el caso de una sola entrada, a fin de especificar $nanflag$ sin dim , utilice $\min(A,[], nanflag)$. Por ejemplo, $\min(A,[], 'includenan')$ incluye todos los valores NaN en A mientras que $\min(A,[], 'omitnan')$ los ignora.

Ejemplos

1. Dado el vector $v = \langle 6, -9, -6, 1, -7, 12 \rangle$, determine el valor mínimo.

$$v = [6, -9, -6, 1, -7, 12];$$

$$M = \min(v)$$

$$M =$$

$$-9$$

2. Dada la matriz $A = [5, -8, 2; -1, 9, -3; 4, 7, 6]$, calcule el elemento más pequeño en cada fila.

$$A = [5, -8, 2; -1, 9, -3; 4, 7, 6];$$

$$M = \min(A, [], 2)$$

$$M =$$

$$-8$$

$$-3$$

$$4$$

3. Sea la matriz $A = [5, -8, 2; -1, 9, -3]$, calcule los elementos más pequeños en cada columna, así como los índices de la fila de A en los que aparecen.

$$A = [5, -8, 2; -1, 9, -3]$$

$$[M, I] = \min(A)$$

$$A =$$

$$5 \quad -8 \quad 2$$

$$-1 \quad 9 \quad -3$$

$$M =$$

$$-1 \quad -8 \quad -3$$

$$I =$$

$$2 \quad 1 \quad 2$$

Se interpreta como el $\min -1$ que aparece en la fila 2, el $\min -8$ que aparece en la fila 1 y el $\min -3$ que aparece en la fila 2.

4. Dada la matriz $A = [0, 3, 8; 5, -6, 7; -8, 1, 3]$, calcule el valor más pequeño entre cada uno de sus elementos en comparación con un escalar $b = 4$.

$$A = [0, 3, 8; 5, -6, 7; -8, 1, 3]$$



$b = 4;$

$C = \min(A,b)$

$A =$

0 3 8

5 -6 7

-8 1 3

$C =$

0 3 4

4 -6 4

-8 1 3

5. Sea el vector $V = [2,55, -0,5, NaN, 5,85, 0,46, 8, NaN]$, calcule el mínimo, excluyendo los valores de NaN .

$V=[2.55,-0.5,NaN,5.85,0.46,8,NaN];$

$M = \min(V,[],'omitnan')$

$M =$

-0.5000

$\min(A)$ también produce este resultado ya que *'omitnan'* es la opción por defecto.

Se utiliza el indicador *'includenan'* para devolver NaN .

$M = \min(A,[],'includenan')$

$M =$

-8 -6 3

6. Determine la norma máxima y mínima del vector V evaluado en el intervalo $[0, \pi]$. Utilice 1000 particiones del dominio.

$$V = \begin{bmatrix} \text{sen}(3t) \\ e^{\cos(4t)} \\ \cos(2t) \\ \text{sen}(t^3 - 2t)^2 \end{bmatrix}$$

a. Con distribución lineal.

b. Con distribución logarítmica.

c. Active la visualización en formato extendido (comando `format`, 15 dígitos) y compare los resultados.

```
t1 = logspace(0,pi,1000)';
```

```
V1 = [sin(3*t1) exp(cos(4*t1)) cos(2*t1) sin(t1.^3-2*t1).^2];
```

```
M1 = sqrt(sum(V1.^2));
```

```
max2 = max(M1), min2 = min(M1)
```

```
max1 =
```

```
47.7985
```

```
min1 =
```

```
18.1557
```

```
t1 = logspace(0,pi,1000)';
```

```
V1 = [sin(3*t1) exp(cos(4*t1)) cos(2*t1) sin(t1.^3-2*t1).^2];
```

```
M1 = sqrt(sum(V1.^2));
```

```
max2 = max(M1), min2 = min(M1)
```

```
max2 =
```

```
50.2517
```

```

min2 =
    17.7391
>> format long
max1 =
    47.798480866369232
min1 =
    18.155699370433691
max2 =
    50.251661600570237
min2 =
    17.739137290992918

```

Gráfica de vectores

Con el fin de graficar un vector o un conjunto de vectores se emplean comandos que son clave para graficar funciones en dos dimensiones. En este apartado solo se citarán *plot*, *subplot*, *hold on* y *grid*, pues otros capítulos se dedican específicamente a ellos. No sobra decir que, si desea profundizar sobre estos comandos, consulte la ayuda que brinda Matlab.

Sean los vectores $v_1 = [-1 \ 2 \ 3 \ 5]$, $v_2 = [1 \ 3 \ -7 \ 9]$.

- Grafique en la misma ventana.
- Subplotee los vectores.

Solución:

```
v1=[-1 2 3 5]; v2=[1 3 -7 9];
```

```
plot(v1,'k'), xlabel('x'), ylabel('y'), grid on
```

```
hold on
```

```
plot(v2,'b'), title ('Vectores V1 y v2')
```

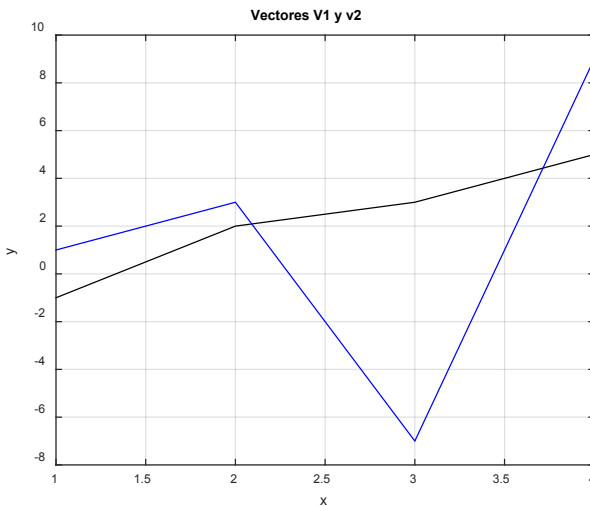


Figura 6.3. Gráfica de vectores.

```
v1=[-1 2 3 5]; v2=[1 3 -7 9];
```

```
subplot(2,1,1),plot(v1,'k'),title ('Vector v1'), xlabel('x'), ylabel('y'),grid
```

```
subplot(2,1,2),plot(v2,'b'), title ('Vector v2'), xlabel('x'), ylabel('y'),grid
```

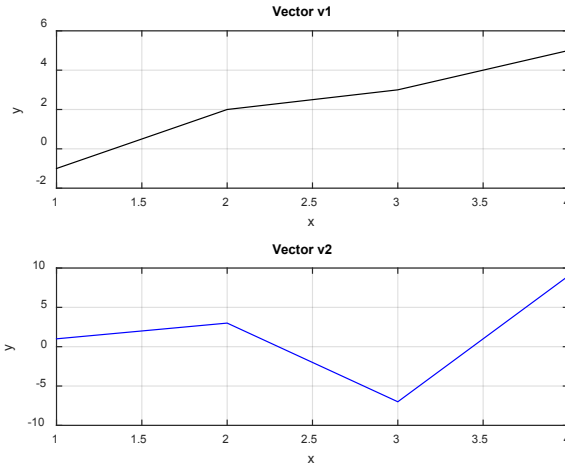



Figura 6.4. Gráficas subploteadas.

Como se aprecia, se pueden graficar vectores n dimensionales, sin restricción alguna. Pero debe tener en cuenta que, si desea establecer una relación entre vectores, estos deben tener la misma dimensión.

Operaciones de conjuntos

Matlab tiene funciones integradas que permiten realizar operaciones entre conjuntos de vectores, tales como *union*, *intersect*, *unique*, *setdiff* y *setxor*. Todas estas funciones pueden ser útiles cuando se trabaja con conjuntos de datos. Además, existen dos funciones que funcionan en *sets*, *ismember* e *issorted*.

Dados los vectores $v1 = [5 \ 1 \ 6 \ 3 \ 7]$ y $v2 = [7 \ 1 \ 3 \ 0 \ 8 \ 9 \ 5]$, determine:

a. *Unión*. La función *union* devuelve un vector que contiene todos los valores de los dos vectores de entrada, sin repetir ninguno.

$v1 = [5 \ 1 \ 6 \ 3 \ 7]; v2 = [7 \ 1 \ 3 \ 0 \ 8 \ 9 \ 5];$

```

U= union(v1,v2)

U =

    0    1    3    5    6    7    8    9

% La gráfica es:

plot(v1,'k'), xlabel('x'), ylabel('y'), hold on

title ('Unión entre V1 y v2')

plot(v2,'b'),

plot(U,'r'), grid on
    
```

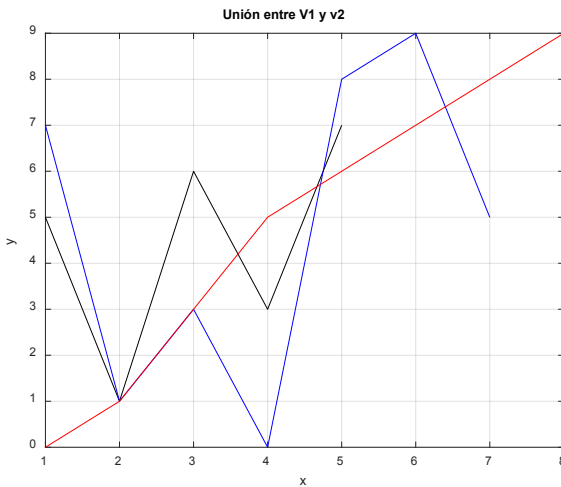


Figura 6.5. Gráfica de la unión de dos vectores.

b. *Intersección.* La función *intersect* devuelve los valores comunes que se encuentran en ambos vectores de entrada.

```

I=intersect(v1,v2)

I =

    1    3    5    7
    
```

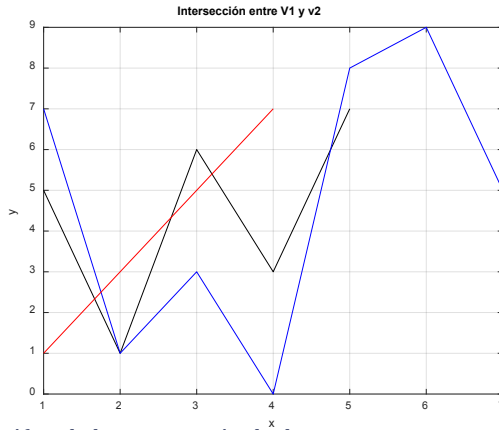


Figura 6.6. Gráfica de la intersección de dos vectores.

c. *Complemento*. La función *setdiff* devuelve un vector que consiste en todos los valores que están contenidos en el primer argumento vectorial, pero no en el segundo. Por tanto, el orden de los dos argumentos de entrada es importante.

$$C1 = \text{setdiff}(v1, v2)$$

$$C2 = \text{setdiff}(v2, v1)$$

$$C1 =$$

6

$$C2 =$$

0 8 9

d. La función *setxor* devuelve un vector que consta de todos los valores de los dos vectores que no están en la intersección de estos. Es decir, es la unión de los dos vectores obtenidos usando *setdiff* anterior.

$$S = \text{setxor}(v1, v2)$$

$$S = \text{union}(\text{setdiff}(v1, v2), \text{setdiff}(v2, v1))$$

$S =$

0 6 8 9

$S =$

0 6 8 9

e. La función *unique* devuelve todos los valores únicos de un argumento, es decir, sea un vector $v3 = [1:4 \ 2:5]$:

$v3 = [1:4 \ 2:5]$

$un = unique(v3)$

$v3 =$

1 2 3 4 2 3 4 5

$un =$

1 2 3 4 5

f. Se pueden indexar los vectores originales como argumentos de salida opcionales. Así, por ejemplo, para los dos vectores $v1$ y $v2$, definidos inicialmente, la función *intersect* devuelve, además del vector que contiene los valores de la intersección de $v1$ y $v2$, un vector indexado en $v1$ y un vector indexado en $v2$, tal que la función *outvec* es igual que $v1$ (*index1*) y que $v2$ (*index2*).

$v1 = [5 \ 1 \ 6 \ 3 \ 7];$

$v2 = [7 \ 1 \ 3 \ 0 \ 8 \ 9 \ 5];$

$U = union(v1, v2);$

$[outvec, index1, index2] = intersect(v1, v2)$

$outvec =$

```
1 3 5 7
```

```
index1 =
```

```
2
```

```
4
```

```
1
```

```
5
```

```
index2 =
```

```
2
```

```
3
```

```
7
```

```
1
```

g. El uso de estos vectores para indexar en $v1$ y $v2$ devolverá los valores de la intersección. Por ejemplo, esta expresión devuelve los elementos de $v1$ y $v2$:

```
v1(index1)
```

```
v2(index2)
```

```
ans =
```

```
1 3 5 7
```

```
ans =
```

```
1 3 5 7
```

h. La función *ismember* recibe dos vectores como argumentos de entrada y devuelve un vector lógico que tiene la misma longitud

que el primer argumento, donde 1 se interpreta como verdadero y 0 como falso. El orden de los argumentos es importante para esta función.

```
A=ismember(v1,v2)
```

```
B=ismember(v2,v1)
```

```
A =
```

```
1 1 0 1 1
```

```
B =
```

```
1 1 1 0 0 0 1
```

i. Al utilizar el resultado de la función *ismember* como índice en el primer argumento vectorial, devolverá el mismo resultado que la función de intersección.

```
A = ismember(v1,v2)
```

```
v1(A)
```

```
B = ismember(v2,v1)
```

```
v2(B)
```

```
A =
```

```
1 1 0 1 1
```

```
ans =
```

```
5 1 3 7
```

```
B =
```

```
1 1 1 0 0 0 1
```

ans =

7 1 3 5

j. La función *issorted* devuelve 1 lógico si el argumento está en orden ascendente (de menor a mayor), o 0 para el caso contrario.

v3 = [1:2 4:8]

issorted(*v3*)

v4 = 4:-1:1

issorted(*v4*)

v3 =

1 2 4 5 6 7 8

ans =

1

v4 =

4 3 2 1

ans =

0

Operadores lógicos vectoriales

Los operadores lógicos combinados con los relacionales también pueden aplicarse a los vectores. La condición es que los vectores deben tener la misma longitud. Recuerde que 1 es verdadero y 0 falso.

Ejemplo:

Sea los vectores $a = [2 \ 8 \ -9 \ 5 \ 3 \ 7]$ y $b = [0 \ -2 \ 5 \ 10 \ 8 \ 7]$.

Evalúe $a > b$, $a < b$, $b >= a$, $b <= a$, $b == a$, $a > 10$, $b < 9$, $(a > b) \& (a > 9)$, $(a > b) / (a > 9)$, $(a >= b) \& (a < 8)$, $(a < b) / (a > 8)$, $(a < b) / (a > 5) \& (a > 4)$.

Solución:

$a = [2 \ 8 \ -9 \ 5 \ 3 \ 7]$; $b = [0 \ -2 \ 5 \ 10 \ 8 \ 7]$;

Tabla 6.1 Operadores lógicos vectoriales

$u = a > b$ $u =$ $1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$	$u = a < b$ $u =$ $0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0$
$u = b >= a$ $u =$ $0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1$	$u = b <= a$ $u =$ $1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$
$u = b == a$ $u =$ $0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$	$u = a > 10$ $u =$ $0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$
$u = b < 9$ $u =$ $1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1$	$u = (a > b) \& (a > 9)$ $u =$ $0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$

$u=(a>b) \mid (a>9)$ $u =$ $1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0$	$u=(a>=b) \ \& \ (a<8)$ $u =$ $1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1$
$u=(a<b) \mid (a>8)$ $u =$ $0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0$	$(a<b) \mid (a>5) \ \& \ (a>4)$ $u =$ $0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1$

Fuente: elaboración propia.

Producto escalar de vectores

El producto escalar de vectores, llamado también producto interno o producto punto, es una aplicación cuyo dominio \mathbb{R}^2 representa un espacio vectorial y su codominio es \mathbb{R} , que es un conjunto de escalares.

En Matlab el producto punto de dos vectores A y B emplea la siguiente sintaxis:

- $C = \text{dot}(A,B)$. Devuelve el producto punto de A y B . Tenga en cuenta que, si A y B son vectores, deben tener la misma longitud.

Si A y B son matrices o matrices multidimensionales, deben tener el mismo tamaño. En este caso, la función de punto trata A y B como colecciones de vectores. La función calcula el producto punto de los vectores correspondientes a lo largo de la primera dimensión de la matriz cuyo tamaño no es igual a 1.

- $C = \text{dot}(A,B,dim)$. Evalúa el producto punto de A y B a lo largo de una dimensión dim . La entrada es un escalar entero positivo.

Ejemplos

1. Sean los vectores $R = 5i - 3j + 2k$ y $V = -2i + j + 3k$. ¿Cuál es el producto punto?

$$R = [5, -3, 2];$$

$$V = [-2, 1, 3];$$

$$C = \text{dot}(R,V)$$

$$C =$$

$$-7$$

2. Dadas las matrices $A = [1 \ -2 \ 8; 4 \ 7 \ -1; 7 \ 2 \ 6]$; $B = [-9 \ 0 \ 4; -6 \ 3 \ 4; -3 \ 7 \ 5]$, ¿cuál es el producto punto entre A y B ?, y ¿cuál el producto punto tomando como dimensión 2?

$$A = [1 \ -2 \ 8; 4 \ 7 \ -1; 7 \ 2 \ 6]; B = [-9 \ 0 \ 4; -6 \ 3 \ 4; -3 \ 7 \ 5];$$

$$C = \text{dot}(A,B)$$

$$C =$$

$$-54 \quad 35 \quad 58$$

El resultado contiene tres productos puntos separados. Estos productos tratan a las columnas A y B como vectores y calcula el producto punto de las columnas correspondientes. Así, por ejemplo, $C(1) = -54$ es el producto punto de $A(:, 1)$ con $B(:, 1)$.

$$D = \text{dot}(A,B,2)$$

$$D =$$

$$23$$

$$-7$$

$$23$$

En este caso, $D(1) = 23$ es el producto punto de $A(1, :)$ con $B(1, :)$. Si se extiende la dimensión a 3, por ejemplo, el resultado será:

$$E = \text{dot}(A, B, 3)$$

$$D =$$

$$-9 \quad 0 \quad 32$$

$$-24 \quad 21 \quad -4$$

$$-21 \quad 14 \quad 30$$

Ahora bien, ¿qué sucede si se extiende la dimensión a 4 o un número mucho mayor?

Módulo de un vector

Para calcular el módulo de un vector se emplea el comando *norm*. Recordemos que el módulo o norma de un vector se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Si } R = (r_1, r_2, r_3), \text{ la norma o módulo es } |R| = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + r_3^2}.$$

Existen normas vectoriales y matriciales, por lo cual la función *norm* devuelve la norma euclidiana de un vector v y su sintaxis es $n = \text{norm}(v)$.

Otro tipo de sintaxis general de la norma es el siguiente:



- $n = \text{norm}(v,p)$. Devuelve la norma vectorial definida por la instrucción $\text{sum}(\text{abs}(v)^p)^{(1/p)}$, donde p es cualquier valor real positivo, Inf o $-\text{Inf}$.

Si p es Inf , entonces $n = \max(\text{abs}(v))$.

Si p es $-\text{Inf}$, entonces $n = \min(\text{abs}(v))$.

- $n = \text{norm}(X)$. Devuelve la norma o máximo singular de la matriz X .
- $n = \text{norm}(X,p)$. Devuelve la norma p de la matriz X , donde p es 1, 2 o Inf .
- $n = \text{norm}(X,\text{'fro'})$. Devuelve la norma de Frobenius, $\text{sqrt}(\text{sum}(\text{diag}(X'*X)))$.

Ejemplos

1. ¿Cuál es la norma del vector $V = [5, -6, 1]$?

$v = [5, -6, 1];$

$n = \text{norm}(v)$

$n =$

7.8740

2. Calcule la norma 2 de un vector correspondiente al punto $(-5, 4, -2)$ en el espacio tridimensional. La norma 2 es igual a la longitud euclidiana del vector. Calcule la norma 1 del vector, que es la suma de las magnitudes del elemento.

$X = [-5 \ 4 \ -2];$

$n = \text{norm}(X)$

$n =$

6.7082

$n = \text{norm}(X,1)$

$n =$

11

3. Calcule la norma 2 de una matriz $X = [-9 \ 5 \ 2; 1 \ 3 \ -7; 0 \ 8 \ 6]$, que es el valor singular más grande.

$X = [-9 \ 5 \ 2; 1 \ 3 \ -7; 0 \ 8 \ 6];$

$n = \text{norm}(X)$

$n =$

12.6673

4. Utilice la instrucción 'fro' para calcular la norma de Frobenius de una matriz dispersa, la cual calcula la norma 2 del vector de columna, $S(:,)$.

$S = \text{sparse}(1:25,1:25,1);$

$n = \text{norm}(S,'fro')$

$n =$

5

Ahora, ¿qué sucede si se reemplaza los valores de 25 por 30, 40 y 50?

Vector unitario

El vector unitario \hat{u} de un vector v se obtiene mediante la división entre el vector por su correspondiente norma o módulo, es decir:



$$\hat{u} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

Ejemplos

Halla el vector unitario de:

1. $v = 20i - 12j + 4k$.

$$v = [20, -12, 4];$$

$$vu = v / \text{norm}(v)$$

$$vu =$$

$$0.8452 \quad -0.5071 \quad 0.1690$$

2. $v1 = [\text{sen}(30), \text{cos}(25), -10]$:

$$v1 = [\sin(30) \cos(25) -10];$$

$$vu = v1 / \text{norm}(v1)$$

$$vu =$$

$$-0.0978 \quad 0.0982 \quad -0.9903$$

Producto cruz entre dos vectores

El producto cruz o producto vectorial de dos vectores de longitud 3 es otro vector cuya dirección es perpendicular a los dos vectores.

$$R \times V = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_2 & u_3 \\ v_2 & v_3 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} u_1 & u_3 \\ v_1 & v_3 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{vmatrix} k$$

Si R y V son matrices estándar o matrices multidimensionales, deben tener el mismo tamaño. En este caso, el producto cruz tra-



ta a R y V como colecciones de vectores de tres elementos. La función calcula el producto cruzado de los vectores correspondientes a lo largo de la primera dimensión de la matriz cuyo tamaño es igual a 3.

En Matlab se emplea el comando $cross(R,V)$, el cual retorna el producto cruz entre los vectores R y V .

Otra instrucción es $C=cross(R,V,dim)$. Esta evalúa el producto cruz de los conjuntos R y V a lo largo de la dimensión dim . R y V deben tener el mismo tamaño, es decir, (R, dim) y (V, dim) , que deben ser 3. La entrada dim es un escalar entero positivo.

Ejemplos

Dados los vectores, determine la solución según las condiciones dadas.

$$1. R = [6, -2, -8] \text{ y } V = [1, 5, 7]. \text{ Halle } R \times V \text{ y } V \times R$$

$$R = [6, -2, -8];$$

$$V = [1, 5, 7];$$

$$R \times V = cross(R, V)$$

$$R \times V =$$

$$26 \quad -50 \quad 32$$

$$V \times R =$$

$$-26 \quad 50 \quad -32$$

Lo que implica que el producto $R \times V = 26i - 50j + 32k$ y $V \times R = -26i + 50j - 32k$.

Como se observa, en el producto cruz la posición de los vectores es importante porque indica posiciones opuestas.

Ahora, el resultado es un vector que es perpendicular a R y V . Para comprobarlo se usa el producto punto, así:

$$\text{dot}(RxV,R)==0 \ \& \ \text{dot}(RxV,V)==0$$

ans =

1

El resultado es un 1 lógico, es decir, verdadero.

2. $R = 25j+74j-32k$; $V = -12i-17j+18k$; $A = [-2i-15j-20k]$.
Halle $2RxV$, $-3RxA$, $VxA + VxR$.

$$R=[25,74,-32];V=[1, 5, 7]; A=[-2,-15,-20];$$

$$RxV = 2*\text{cross}(R,V)$$

$$RxA = -3*\text{cross}(R,A)$$

$$VxA = \text{cross}(V,A)$$

$$S= VxA+VxR$$

$$RxV =$$

$$1356 \quad -414 \quad 102$$

$$RxA =$$

$$5880 \quad -1692 \quad 681$$

$$VxA =$$

$$5 \quad 6 \quad -5$$

$S =$

$-21 \quad 56 \quad -37$

3. Cree dos matrices multidimensionales $3 \times 3 \times 3$ de enteros aleatorios y luego calcule el producto cruz.

$\text{rng}(0)$

$R = \text{randi}(10,3,3,3);$

$V = \text{randi}(25,3,3,3);$

$C = \text{cross}(R,V,2)$

$C(:, :, 1) =$

$-34 \quad 12 \quad 62$

$15 \quad 72 \quad -109$

$-49 \quad 8 \quad 9$

$C(:, :, 2) =$

$198 \quad -164 \quad -170$

$45 \quad 0 \quad -18$

$-55 \quad 190 \quad -116$

$C(:, :, 3) =$

$-109 \quad -45 \quad 131$

$1 \quad -74 \quad 82$

$-6 \quad 101 \quad -121$

El resultado es una colección de vectores fila. Por ejemplo, $C(1,:; 1)$ es igual al producto cruzado de $R(1,:; 1)$ con $V(1,:; 1)$.

4. Halle $R \times V$ a lo largo de la tercera dimensión, tomando los vectores del punto anterior. A fin de generar los números aleatorios de control se emplea la instrucción $rng()$. Esta función crea números enteros no negativos para las funciones aleatorias $rand$, $randi$ y $randn$, por lo que se produce una secuencia predecible de números.

$rng(0)$

$R = randi(10,3,3,3);$

$V = randi(25,3,3,3);$

$D = cross(R,V,3)$

$C(:,:,1) =$

—14 179 —106

—56 —4 —75

2 —37 10

$C(:,:,2) =$

—37 —162 —37

50 —124 —78

1 63 118

$C(:,:,3) =$

62 —170 56

46 72 105

—2 —53 —160

El resultado es una colección de vectores orientados en la tercera dimensión. Por ejemplo, $C(1,1,:)$ es igual al producto cruzado de $R(1,1,:)$ con $V(1,1,:)$.

Ángulo entre vectores

El ángulo formado entre los vectores R y V , expresado en grados, se calcula a través del *acosd*.

Para calcular el ángulo entre dos vectores, se emplea la ecuación,

$$\cos\theta = \frac{R \cdot V}{|R||V|}$$

Despejando el ángulo queda:

$$\theta = \arccos\left(\frac{R \cdot V}{|R||V|}\right)$$

En Matlab, la ecuación toma la forma:

$$theta=acosd(dot(R,V)/(norm(R)*norm(V)))$$

Sea los vectores $R = [-5, 4, 7]$, $V = [9, -6, 1]$ y $A = [0, 3, 8]$, halle los ángulos comprendidos entre RV , VA y RA .

$$R=[-5, 4, 7]; V=[9, -6, 1]; A=[0, 3, 8];$$

$$theta1=acosd(dot(R,V)/(norm(R)*norm(V)))$$

$$theta2=acosd(dot(V,A)/(norm(V)*norm(A)))$$

$$theta3=acosd(dot(R,A)/(norm(R)*norm(A)))$$

$$theta1 = 126.9867$$

$$theta2 = 96.1853$$

$$theta3 = 32.9726$$

Como se aprecia, el ángulo está expresado en grados.

Cosenos directores

Se denomina cosenos directores de un vector v a los cosenos de los ángulos que forman cada uno de los ejes coordenados. En un plano tridimensional se representan como se muestra en la Figura 6.7.

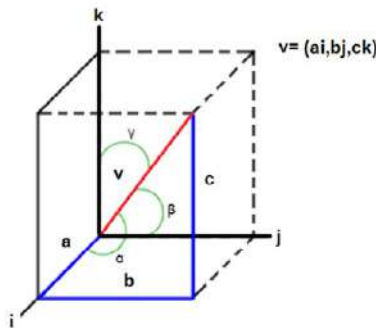


Figura 6.7. Distribución de los ángulos de un vector en 3D.

Se identifican tres ángulos ($\alpha = \alpha$, $\beta = \beta$, $\gamma = \gamma$), que para evaluar se procede a emplear las siguientes ecuaciones:

$$\cos\alpha = \frac{ai}{|v|}, \quad \cos\beta = \frac{aj}{|v|}, \quad \cos\gamma = \frac{ak}{|v|}$$

Donde $|v|$ es la norma o módulo del vector.

Ejemplos

1. Sea el vector $a = 2i + 9j - 8k$, determine los cosenos directores.

Se procede a calcular el módulo o norma del vector:

$$a = [2, 9, -8];$$

$$\text{norm}(a)$$

$$\text{ans} = 10.1980$$

Los ángulos de los cosenos directores:

$$a1=2;$$

$$a2=9;$$

$$a3=-8;$$

$$alfa=acosd(a1/norm(a))$$

$$beta=acosd(a2/norm(a))$$

$$gamma=acosd(a3/norm(a))$$

$$alfa = 78.6901$$

$$beta = 28.0518$$

$$gamma = 141.6712$$

2. Una fuerza F tiene las componentes $F_x = 30$ lb, $F_y = -40$ lb y $F_z = 65$ lb. Determine la magnitud de F y los ángulos α , β , γ , que forma con los ejes coordenados.

Para calcular la magnitud F se emplea la siguiente ecuación:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$

$$F_y=30; \quad F_x=-40; \quad F_z=65;$$

$$F=sqrt(F_x^2+F_y^2+F_z^2)$$

$$F =$$

$$82.0061$$

Otra forma es calcular directamente la norma o magnitud del vector:

$$F=[F_x,F_y,F_z];$$

```
norm(F)
```

```
ans =
```

```
82.0061
```

A fin de calcular los cosenos directores se procede así:

$$\cos\alpha = \frac{F_x}{F}, \quad \cos\beta = \frac{F_y}{F}, \quad \cos\gamma = \frac{F_z}{F}$$

```
alfa=acosd(Fx./F)
```

```
beta=acosd(Fy./F)
```

```
gamma=acosd(Fz./F)
```

```
alfa = 119.1940
```

```
beta = 68.5415
```

```
gamma = 37.5686
```

3. Dados los vectores $a = [-8 \ 4 \ 5]$, $b = [7 \ 2 \ 10]$ y $c = [-4 \ 6 \ 9]$, determine:

a. Vectores unitarios.

```
a=[-8 4 5]; b=[7 2 10]; c=[-4 6 9];
```

```
n1=norm(a);
```

```
n2=norm(b);
```

```
n3=norm(c);
```

```
u1=a/n1
```

```
u2=b/n2
```

```
u3=c/n3
```

$$u1 = -0.7807 \quad 0.3904 \quad 0.4880$$

$$u2 = 0.5659 \quad 0.1617 \quad 0.8085$$

$$u3 = -0.3468 \quad 0.5203 \quad 0.7804$$

b. Ángulos entre los vectores a y b , a y c , b y c .

$$\text{anguloab} = \text{acosd}(\text{dot}(a,b)/(\text{n1}*\text{n2}))$$

$$\text{anguloac} = \text{acosd}(\text{dot}(a,c)/(\text{n1}*\text{n3}))$$

$$\text{angulobc} = \text{acosd}(\text{dot}(b,c)/(\text{n2}*\text{n3}))$$

$$\text{anguloab} = 89.0959$$

$$\text{anguloac} = 31.2762$$

$$\text{angulobc} = 58.7514$$

c. Producto cruz entre a y b , a y c , b y c .

$$\text{pcab} = \text{cross}(a,b)$$

$$\text{pcac} = \text{cross}(a,c)$$

$$\text{pcbc} = \text{cross}(b,c)$$

$$\text{pcab} =$$

$$30 \quad 115 \quad -44$$

$$\text{pcac} =$$

$$6 \quad 52 \quad -32$$

$$\text{pcbc} =$$

$$-42 \quad -103 \quad 50$$

c. Gráfica de los vectores en la misma ventana debidamente etiquetada:

```
plot(a,'r'),xlabel('x'),ylabel('y'),title('graficas vectores'), hold on
```

```
plot(b,'k')
```

```
plot(c), grid on
```

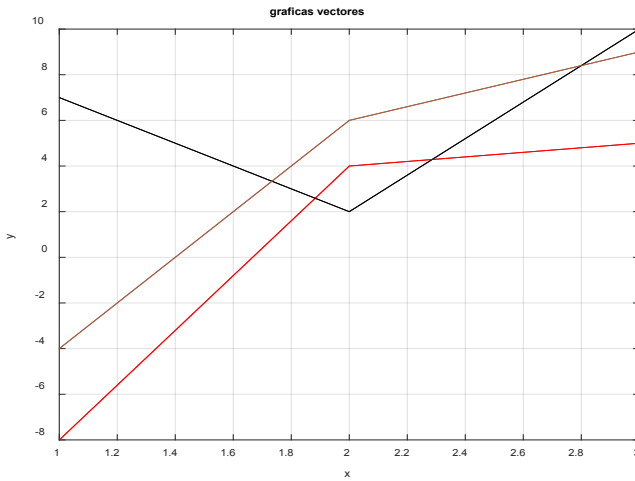


Figura 6.8. Representación gráfica en una sola ventana de los vectores a , b y c .

d. Cosenos directores de los tres vectores.

```
% vector a=[-8 4 5]
```

```
alfa2=acosd(-8/n1)
```

```
beta2=acosd(4/n1)
```

```
gamma2=acosd(5/n1)
```

```
alfa2 = 141.3266
```

```
beta2 = 67.0231
```

```
gamma2 = 60.7941
```



```
%% Vector b=[7 2 10]
```

```
alfa3=acosd(7/n2)
```

```
beta3=acosd(2/n2)
```

```
gamma3=acosd(10/n2)
```

```
%% vector c=[-4 6 9];
```

```
alfa1=acosd(-4/n3)
```

```
beta1=acosd(6/n3)
```

```
gamma1=acosd(9/n3)
```

e. Distancia entre los vectores a , b y c . Para calcular la distancia entre los vectores se aplica la siguiente ecuación:

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

```
%% a=[-8 4 5]; b=[7 2 10]; c=[-4 6 9];
```

```
dab=sqrt((-8-7)^2+(4-2)^2+(5-10)^2)
```

```
dac=sqrt((-8-(-4))^2+(4-6)^2+(5-9)^2)
```

```
dbc=sqrt((7-(-4))^2+(2-6)^2+(10-9)^2)
```

```
dab =
```

```
15.9374
```

```
dac =
```

```
6
```

```
dbc =
```

```
11.7473
```

Fuerza resultante en un sistema físico

Una fuerza $F = (750 \text{ lb})\mathbf{i} + (1600 \text{ lb})\mathbf{j}$ se aplica a un perno. Determine la magnitud de la fuerza y el ángulo θ que forma con la horizontal.

Antes de entrar a resolver el problema, se dibuja el diagrama con el fin de ubicar las componentes rectangulares de la fuerza y el ángulo θ . Entonces, para hallar el ángulo se emplea la siguiente ecuación:

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} \rightarrow \theta = \text{atan}\left[\frac{F_y}{F_x}\right]$$

$$F_y = 1600;$$

$$F_x = 750;$$

$$\theta = \text{atan}(F_y/F_x)$$

$$\theta =$$

$$64.8852$$

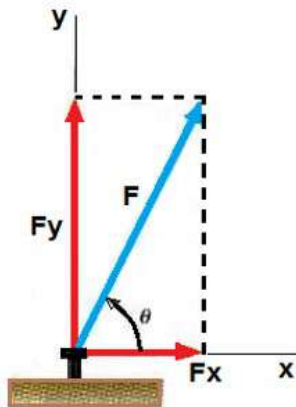


Figura 6.9. Fuerza resultante F .

Con el propósito de hallar la fuerza resultante F , tal como se ilustra en la Figura 6.9, se tiene:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad \text{o} \quad F = \frac{F_y}{\text{sen}\theta}$$

Probemos con las dos ecuaciones:

$$F = \text{sqrt}(F_x^2 + F_y^2)$$

$$F =$$

$$1.7671e+03$$

$$F = F_y / \sin(\theta)$$

$$F =$$

$$1.8062e+03$$

La diferencia radica en las aproximaciones que se efectúan tanto en la raíz como en la división entre el ángulo.

Función *fill*

La función *fill* permite crear polígonos con base en datos de entrada bidimensionales X e Y , que llenan su interior con un color particular C . Este puede ser un vector o una matriz utilizados como índice en el mapa de colores. Si C es un vector fila, la longitud (C) debe ser igual a tamaño ($X,2$) y a tamaño ($Y,2$); si C es un vector columna, la longitud (C) debe ser igual a tamaño ($X,1$) y a tamaño ($Y,1$).

Si es necesario, la función *fill* cierra el polígono conectando el último vértice al primero. Su sintaxis es:

- $\text{fill}(X,Y,C)$
- $\text{fill}(X,Y,ColorSpec)$. Rellena los polígonos bidimensionales especificados por X e Y con el color especificado por $ColorSpec$.

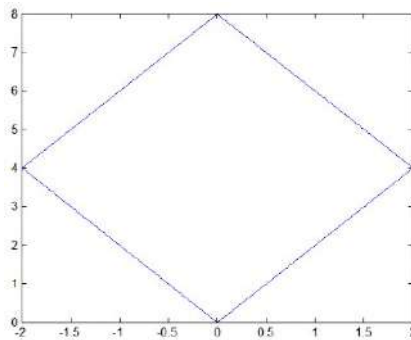
- $fill(X1,Y1,C1,X2,Y2,C2,...)$. Especifica múltiples áreas llenas de dos dimensiones.
- $fill(...,'PropertyName',PropertyValue)$. Permite especificar nombres de propiedades y valores para un objeto gráfico.
- $h = fill(...)$. Devuelve un vector de *handles* para parchear objetos gráficos, un identificador por objeto de parche (*patch*).

Ejemplos

1. Sean los vectores $x = [-2 \ 0 \ 2 \ 0 \ -2]$, $y = [4 \ 8 \ 4 \ 0 \ 4]$. Grafique empleando las funciones *plot* y *fill*.

a. Con la función *plot* se grafica lineal básica:

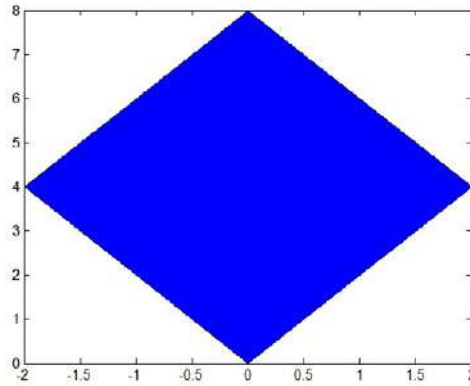
$x = [-2 \ 0 \ 2 \ 0 \ -2]$; $y = [4 \ 8 \ 4 \ 0 \ 4]$; $plot(x,y)$



Representación ejercicio 1a

b. Para el segundo caso lo que se desea es que quede coloreado todo el interior del polígono, por lo que la función $fill(x,y,'n')$ tiene tres argumentos: los dos vectores de entrada x y y que forman los puntos y un tercer argumento ' n ' para indicar el color.

$x = [-2 \ 0 \ 2 \ 0 \ -2]$; $y = [4 \ 8 \ 4 \ 0 \ 4]$; $fill(x,y,'b')$



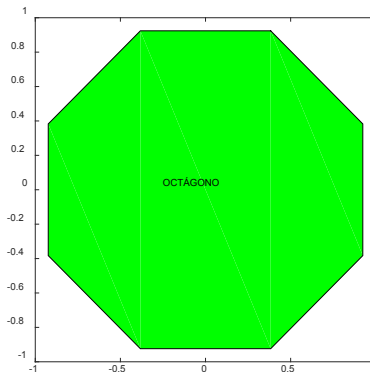
Representación ejercicio 1b

2. Represente un octógono regular, cuyos vértices están definidos por pares de valores $(\sin(t), \cos(t))$, para valores de t que varían entre 8π y $15\pi/8$ separados por $2\pi/7$. Exprese la gráfica en color verde y coloque el texto 'Octágono' en el punto $(-1/4, 0)$ en el interior de la figura.

$$t = [\pi/8:2*\pi/8:15*\pi/8];$$

$$x = \sin(t); y = \cos(t);$$

$$\text{fill}(x,y,'g'), \text{axis}(\text{'square'}), \text{text}(-0.25,0,\text{'OCTÁGONO'})$$



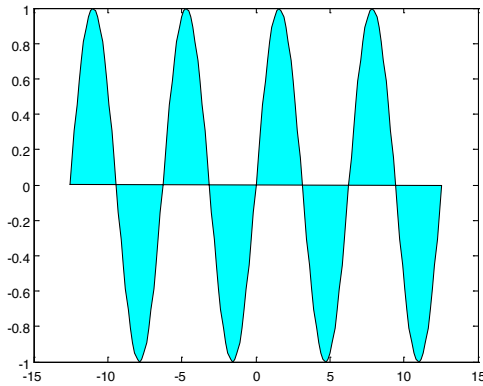
Representación ejercicio 2

Como dato adicional se puede emplear la instrucción *fill* de forma compacta así:

3. Grafique en color azul claro la función $y=\sin(t)$ en el intervalo $[-4\pi,4\pi]$, con particiones de $\pi/20$.

```
t = -4*pi:pi/20:4*pi;
```

```
fill(t,sin(t),'c')
```



Representación ejercicio 3

Función *patch*

Crea uno o más polígonos. Su sintaxis básica en 2D y 3D es: *patch(X,Y,C)*, *patch(X,Y,Z,C)*. Existen otras instrucciones muy específicas para personalizar un polígono, estas son:

```
patch(FV)
```

```
patch(X,Y,C,'PropertyName',propertyvalue...)      patch('Property-
PropertyName',propertyvalue,...)
```

```
handle = patch(...)
```

1. Sean los vectores $x = [0 \ 1 \ 1 \ 0]$ $y = [0 \ 0 \ 1 \ 1]$, que permiten crear un cuadrado; gráfíquelos en color rojo, con bordes negros:

```
x = [0 1 1 0];
```

```
y = [0 0 1 1];
```

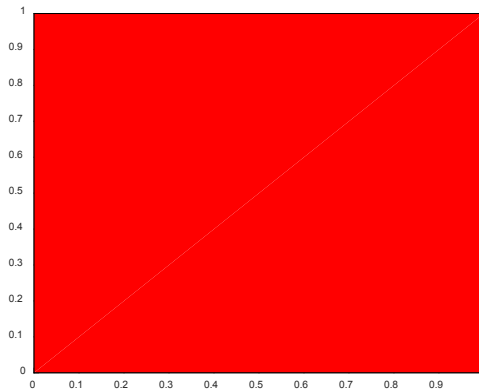
```
patch(x,y,'red')
```

Otra opción es:

```
vert = [0 0;1 0;1 1;0 1];
```

```
v = [1 2 3 4]; % Vértices para conectar
```

```
patch('Faces',v,'Vertices',vert,'FaceColor','red')
```



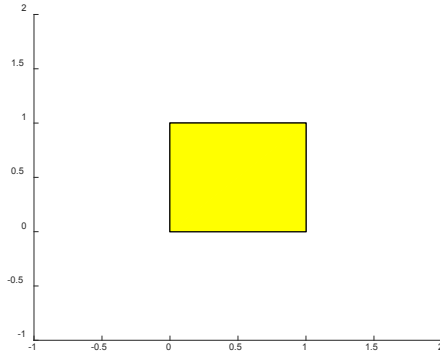
Representación ejercicio 1

2. Si se desea un cuadrado centrado en el plano cartesiano de color amarillo, se puede proceder de la siguiente manera.

Sea los vectores $x = [0 \ 1 \ 1 \ 0]$, $y = [0 \ 0 \ 1 \ 1]$, grafique y ajuste los ejes:

```
x = [0 1 1 0]; y = [0 0 1 1];
```

```
patch(x,y,'y'), axis([-1 2 -1 2])
```



Representación ejercicio 2 I

Supongamos que se quiere duplicar la figura , con un espaciado de 0,5.

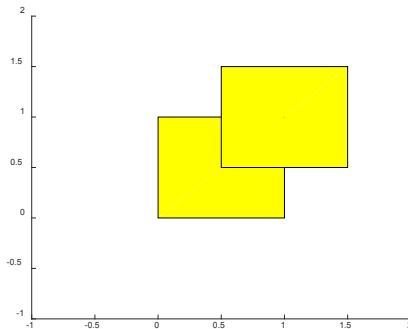
$$x1 = [0 \ 1 \ 1 \ 0]; y1 = [0 \ 0 \ 1 \ 1];$$

$$x2=x1+0.5; y2=y1+0.5;$$

$$\text{patch}(x1,y1,'y')$$

$$\text{patch}(x2,y2,'y')$$

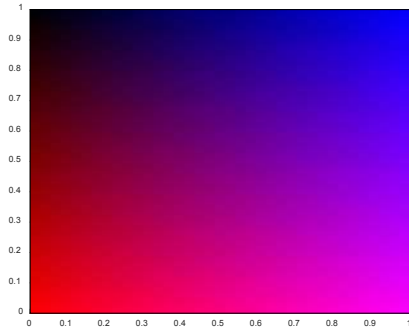
$$\text{axis}([-1 \ 2 \ -1 \ 2])$$



Representación ejercicio 2 II

3. Sea la matriz $A = [1 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0; 0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0]$, llene la figura con un espectro de colores.

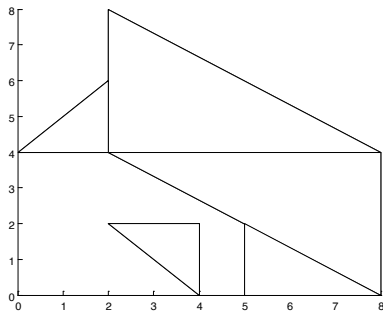

```
A = [1 0 0;0 1 0;0 0 1;0 0 0];
v = [1 2 3 4]; % Vértices para conectar
patch('Faces',v,'Vertices',vert,...
'FaceVertexCData',A,'FaceColor','interp')
```



Representación ejercicio 3

4. Dados los vectores x, y y z, grafique el polígono.

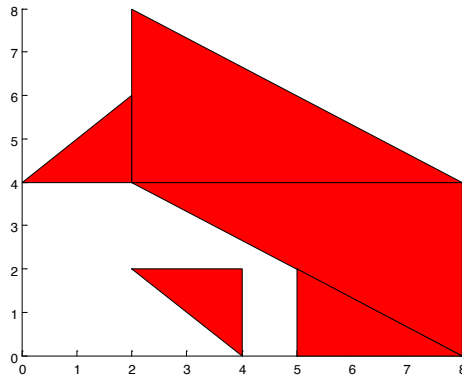
```
x = [2 2 0 2 5; 2 8 2 4 5; 8 8 2 4 8];
y = [4 4 4 2 0; 8 4 6 2 2; 4 0 4 0 0];
z = ones(3,5); patch(x,y,z,'w')
```



Representación ejercicio 4

5. Adicione color a las figuras de la gráfica anterior.

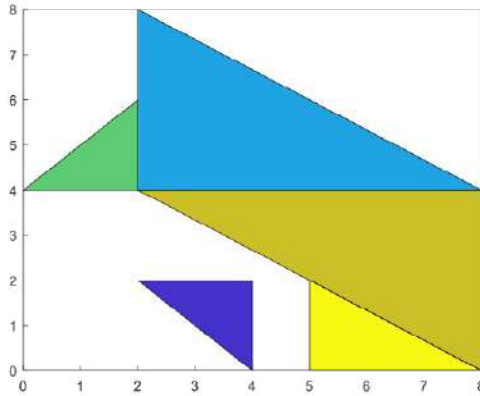
```
vert = [2 4;2 8;8 4;8 0;0 4;2 6;2 2;4 2;4 0;5 2;5 0];
caras = [1 2 3;1 3 4;5 6 1;7 8 9;11 10 4];
p=patch('Faces',caras,'Vertices',vert,'FaceColor','r');
```



Representación ejercicio 5

6. Coloque diferente color a cada figura.

```
vert = [2 4;2 8;8 4;8 0;0 4;2 6;2 2;4 2;4 0;5 2;5 0];
caras = [1 2 3;1 3 4;5 6 1;7 8 9;11 10 4];
p = patch('Faces',caras,'Vertices',vert,'FaceColor','b');
clear cdata
set(gca,'CLim',[0 40])
cdata = [15 30 25 2 60];
set(p,'FaceColor','flat','FaceVertexCData',cdata,...
'CDataMapping','scaled')
```



Representación ejercicio 6

Función *triplot*

Esta función grafica mallas triangulares. Su sintaxis es:

```
triplot(TRI,x,y);
```

```
triplot(TRI,x,y,color);
```

```
h = triplot(...);
```

```
triplot(...,'param','value','param','value'...).
```

Dados los índices y las coordenadas, dibuje la malla de elementos finitos triangulares. Este es un tema muy importante en ingeniería para el estudio físico de estructuras.

```
P = [0 0;16 0;16 2;2 2;2 3;8 3;8 5;0 5];
```

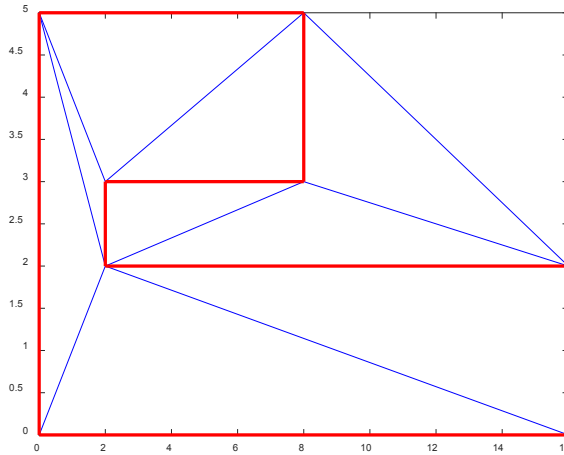
```
C = [1 2;2 3;3 4;4 5;5 6;6 7;7 8;8 1];
```

```
T = DelaunayTri(P, C); % Crea una triangulación con un conjunto de puntos
```

```
triplot(T); hold on
```

```
plot(P(C'),P(C'+size(P,1)),'r—','LineWidth',2);
```

```
hold off
```



Representación ejercicio

Área de un polígono

En geometría un polígono es una figura plana que está limitada por un camino cerrado compuesto de una secuencia finita de segmentos de línea recta. A fin de calcular el área de un polígono usando Matlab se debe proporcionar las coordenadas x e y de todos los vértices, tomando como referente el determinante de Gauss.

Una vez ingresadas las coordenadas de los vértices, tome en cuenta que en el momento de calcular el área se debe recorrer el polígono en sentido contrario a las agujas del reloj. Para esto tome el primer par de coordenadas en cualquier vértice y, desde ahí, inicie el recorrido en sentido antihorario hasta recorrer todo el polígono, donde el último vértice debe volver a ser el par coordenado inicial.

La fórmula utilizada para calcular el área A es la siguiente:

$$A = \frac{1}{2} \left(\begin{vmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & x_3 \\ y_2 & y_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_3 & x_4 \\ y_3 & y_4 \end{vmatrix} + \dots + \begin{vmatrix} x_n & x_1 \\ y_n & y_1 \end{vmatrix} \right)$$

Donde n es el número de vértices.

Otra fórmula alternativa para calcular el área de polígono se muestra a continuación, donde la regla del registro de coordenadas antihorario se mantiene:

$$A = \frac{|(x_1 + x_2)(y_1 - y_2) + (x_2 + x_3)(y_2 - y_3) + \dots + (x_n + x_1)(y_n - y_1)|}{2}$$

Por ejemplo, plotee y halle el área del polígono creado por los siguientes vectores:

$$x = [2 \ 4 \ 7 \ 10 \ 9 \ 2];$$

$$y = [2 \ 5 \ 7 \ 4 \ 2 \ 2];$$

`plot(x,y)`

`axis([1 11 1 8]) %`

Recuerde que esta instrucción permite ajustar los ejes del plano cartesiano.

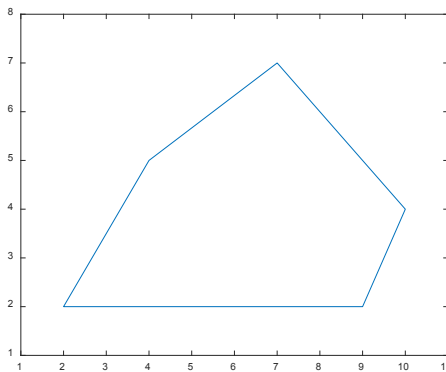


Figura 6.10. Ajustar los ejes del plano cartesiano.

Recuerde que debe tener en cuenta que los primeros y los últimos vértices son los mismos para cerrar el área de polígono. A fin de ejemplificar mejor el ejercicio se procede a identificar las parejas ordenadas, teniendo en cuenta que estas deben tomarse en sentido antihorario, así:

$$x_1=2, y_1=2; x_2=9, y_2=2; x_3=10, y_3=4; x_4=7, y_4=7; x_5=4, y_5=5; x_6=2, y_6=2;$$

$$A = \frac{1}{2} \left(\begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 9 & 10 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 10 & 7 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 7 & 4 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} \right)$$

$$A = \frac{1}{2} ((4 - 18) + (36 - 20) + (70 - 28) + (35 - 28) + (8 - 10))$$

$$A = \frac{1}{2} (-14 + 16 + 42 + 7 - 2) = \frac{49}{2} = 24.5$$

Para visualizar mejor los puntos que identifican a las parejas ordenadas se le adiciona a la instrucción `plot 'o'`, en la que se obtiene la Figura 6.11.

`plot (x, y, '—o')`

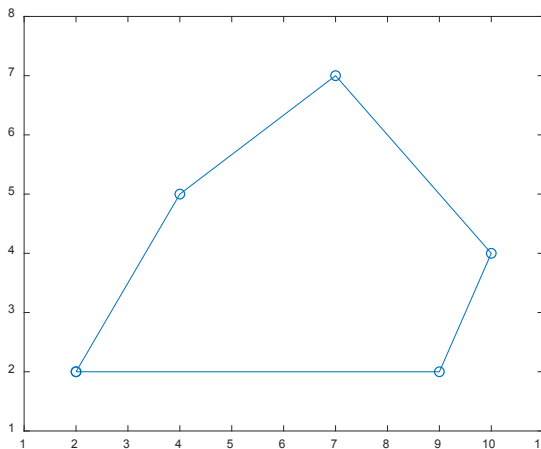


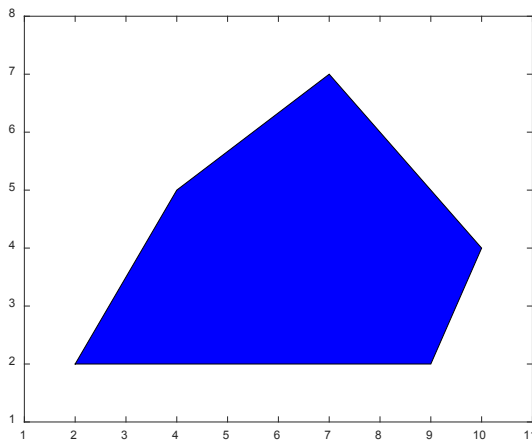
Figura 6.11. Gráfica que resulta al adicionar la instrucción `plot 'o'`.

Al emplear la fórmula alterna del área se tiene que:

$$\begin{aligned}
 & \frac{|(2+9)(2-2) + (9+10)(2-4) + (10+7)(4-7) + (7+4)(7-5) + (4+2)(5-2)|}{2} \\
 A &= \frac{|(11)(0) + (19)(-2) + (17)(-3) + (11)(2) + (6)(3)|}{2} \\
 A &= \frac{|0 - 38 - 51 + 22 + 18|}{2} = \frac{|-49|}{2} = 24.5
 \end{aligned}$$

Como se observa, se llega a la misma respuesta teniendo en cuenta las condiciones de registro de las variables.

Con el fin de resaltar el área del polígono se emplea la instrucción *fill(x,y,'b')*, en la que se obtiene la siguiente figura.



Representación ejercicio

Gráficos vectoriales de velocidad y dirección

Matlab posee en sus librerías varias funciones que muestran datos que corresponden a vectores que relacionan la velocidad y la dirección. Algunas de estas funciones se presentan en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2 Funciones que muestran datos correspondientes a vectores que relacionan la velocidad y la dirección

Instrucción	Descripción
<i>compass</i>	Muestra vectores que comienzan en el origen de un plano en coordenadas polares.
<i>feather</i>	Muestra vectores que se extienden desde el origen de puntos igualmente espaciados a lo largo de la línea horizontal.
<i>quiver</i>	Muestra vectores 2D especificados por las componentes (u,v) .
<i>quiver3</i>	Muestra vectores 3D especificados por las componentes (u,v,w) .

Fuente: elaboración propia.

Instrucción ***compass***

La función *compass* muestra vectores que parten del origen de la gráfica, en la que se toman las coordenadas cartesianas y las dibuja en una grilla circular.

Ejemplo

La dirección y la velocidad de las corrientes de viento en una determinada zona están dadas por los vectores dirección (grados) y velocidad (m/s), respectivamente, en un periodo de tiempo de 20 h, así:

$$X = [35,40,50,55,50,30,60,90,65,120,135,90,145,160,180,220,160,270,250,260]$$

$$V = [6,8,8,9,10,10,11,11,12,12,15,9,7,7,9,10,15,15,8,6]$$

Para este ejercicio se empleará la función *pol2cart*, la cual transforma las coordenadas polares a cartesianas.

```
X=[35,40,50,55,50,30,60,90,65,120,135,90,145,160,180,220,160,270,250,260];
```

```
V= [6,8,8,9,10,10,11,11,12,12,15,9,7,7,9,10,15,15,8,6];
```

```
Xrad=X*pi/180; % se transforma los grados a radianes
```

```
[x,y]= pol2cart(Xrad,V); compass(x,y)
```

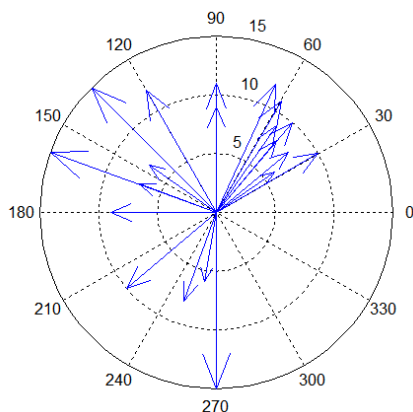


Figura 6.12. Corrientes de viento.

Instrucción feather

La función *feather* muestra vectores que se irradian desde el eje x o paralelo a este.

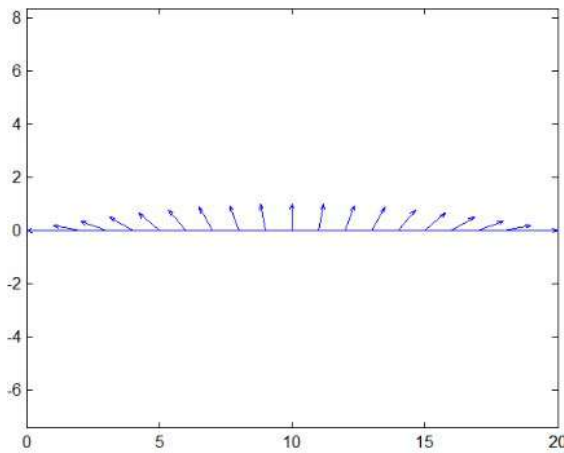
Ejemplos

1. Usando la función *feather* cree vectores de magnitud unitaria que vayan desde los 180° a 0° con particiones de -10 . Para que el gráfico tenga sentido, se deben transformar los datos a coordenadas cartesianas.

```

alfa=180:-10:0;
r=ones(size(alfa));
[u,v]=pol2cart(alfa*pi/180,r);
feather(u,v), axis equal

```



Representación ejercicio 1

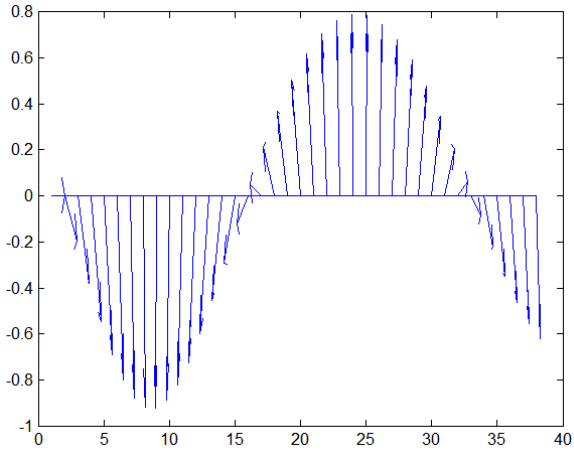
Si el argumento a trabajar es un número complejo z , la función *feather* interpreta la parte real como la componente x del vector y la parte imaginaria como la componente y del vector.

2. Sea la función $z(t) = e^{-xt}$ evaluada en el intervalo $[0,15]$ con particiones de 0,4, grafique cuando $x = 0,025 + 0,5i$.

```

t=0:0.4:15;
x=0.025+0.5*i;
z=exp(-x*t);
feather(z)

```



Representación ejercicio 2

Tabla 6.3 Instrucciones predefinidas para trabajar con vectores y matrices

Instrucción	Descripción	Ejemplo
<i>mean(A)</i>	Si A es un vector, retorna el valor medio de los elementos.	$A=[6\ 8\ 5\ 2\ 4];$ $mean(A)$ $ans =$ 5
<i>max(A)</i>	Selecciona el elemento máximo de A .	$max(A)$ $ans =$ 8
<i>min(A)</i>	Selecciona el elemento mínimo de A .	$min(A)$ $ans =$ 2
<i>[d,n]=max(A)</i>	Si A es un vector, d contiene el elemento mayor de A , y n la posición del elemento.	$[d,n]=max(A)$ $d =$ 8 $n =$ 2

$[d,n]=\min(A)$	Lo mismo que el punto anterior, excepto que se toma el elemento menor.	$[d,n]=\min(A)$ $d =$ 2 $n =$ 4
-----------------	--	---

Fuente: elaboración propia.

Práctica 1

Dados los vectores $v_1=[6, 9, 5, 2, 1]$, $v_2=[-9, 8, 2, 0, -2]$ y $v_3=[3, 5, -1, 4, 1]$.

1. Calcule:

a. $v_1 + v_2 + v_3$.

b. $2v_1 - 3v_2 + 2/3v_3$

c. $(v_1+v_3)^2 + (v_2-v_3)^3$

d. Módulos de los vectores v_1 , v_2 y v_3 .

e. $v_1 \cdot v_2 - v_1 \cdot v_3 + 4(v_2 \cdot v_3)$

f. $z = v_1 * v_2'$ % producto escalar (producto de matrices 1×5 por 5×1).

g. Grafique los tres vectores en ventanas independientes.

h. Grafique los tres vectores en la misma ventana.

i. $\cos(v_1) + \sin(v_2) - 5\coth(2v_1) + 5\tan(v_3)$.

j. $2/3v_1 - 5/8v_3 + v_1/v_2 + v_3/v_1$.

k. $\text{fix}(5 * \text{rand}(1,5))$.

l. $\text{fix}(5 * \text{rand}(1,5)) * v_2$.

m. $\text{sqrt}(v_1) + \log(v_1) - \sin(v_2)$.

n. $v_2^3 + v_1^2$.

2. Sean los vectores $a = 3i - 5j + 9k$, $b = -5i + 10j - 3k$, $c = 2i + 4j + 6k$, $n = 10$. Calcule:

a. $a + b - c + n$

b. $2na - 3nc$

c. $a.*b + b.*c$ % vector formado por los productos de las respectivas coordenadas.

d. $axb + bxa - cxb$

e. $bc - ac + ban + cc$

f. $a^2 - 3b^3$

g. $a./b$ % vector formado por el cociente de cada coordenada de a entre b .

h. Ángulos entre a y b , entre b y c y entre a y c .

i. Cosenos directores de a , b y c .

j. Distancia entre los vectores a , b y c .

k. Graficas de a , b y c en una misma ventana debidamente etiquetadas.

l. Evalúe $a > b$, $a < b$, $b > = a$, $b < = a$, $b = a$, $a > 4$, $b < 5$, $(a > b) \& (a > 5)$, $(a > b) | (a > 2)$, $(a > = b) \& (a < 7)$, $(a < b) | (a > 6)$.

3. Dado el vector $x = [2, 1, 5, 7, 9, 3, 6, 8]$, intente prever a mano el resultado de las siguientes operaciones elementales.

$$x(3) \quad x(1:7) \quad x(1:end) \quad x([1,6,2,1,1])$$

$$x(1:end-1) \quad x(6:-2:1) \quad \text{sum}(x)$$

4. Dados los vectores $x = [1,3,5,7,9]$ y $y = [2,4,6,8,10]$, reemplace en las siguientes expresiones:

- a. $z = 2 \frac{(x+y)^2}{x-y}$
- b. $u = x \ln(2x^2 + 3y^2) + \sqrt{\frac{y^3}{(y-x)^2}}$
- c. $w = xy + 5(x^2 - y) - 0.578x$
- d. $z = \frac{(2x+y^2)^2}{|x-\frac{7}{2}y|}$

5. Sea los vectores $R = 6i - 15j + 10k$ y $V = 18i + 26j - 19k$, ¿cuál es el producto punto tomando como dimensión 2?

6. Pruebe la identidad:

$$\|R \times V\|^2 = \|R\|^2 \|V\|^2 - (R \cdot V)^2$$

Para esto emplee los datos del punto anterior.

7. Cree un programa dada la función $f(t) = e^{(-0.5+2ij)t}$, en la que se grafique empleando la instrucción *feather* para el intervalo $[0, \pi]$ con particiones de $\pi/18$. Estos datos deben solicitarse por consola.

8. Sea la matriz $A = [9, -8, -3; -1.5, 0, 6; -2, 7]$, calcule los elementos máximos y mínimos en cada columna, así como los índices de la fila en los que aparecen.

9. Dada la función $g(t) = \text{sen}(t)$, grafique empleando la instrucción *fill* en el intervalo $[0, 4\pi]$, con particiones de $\pi/30$. La gráfica debe aparecer en color verde.

10. Cree dos variables vectoriales *vec1* y *vec2* que contengan ocho números enteros aleatorios, cada uno en el rango de 1 a 18. Realice cada una de las siguientes operaciones indicadas primero a mano y luego compruebe en Matlab:

a. Union

b. Intersection

c. Setdiff

d. Setxor

e. Unique (para cada uno)

11. *Curva nariz de bala*. Indague sobre este concepto, mientras analiza la gráfica de la ecuación:

$$y = \frac{|x|}{\sqrt{c - x^2}}$$

Dado el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,02, grafique en la misma ventana la función y , para valores de $c = 2,3,4,5$ y 6. ¿Qué sucede si c se hace muy grande? Cree una función en un *script* en la que se pida por la ventana de trabajo los datos de x y de c .

12. Los niveles de presión acústica del ruido ambiente en octavas en dB se resume en la Tabla 6.4

Tabla 6.4 Niveles de presión acústica del ruido ambiente en octavas en dB

Frecuencia f(Hz)	125	250	500	1000	2000	4000
Nivel de presión acústica (dB)	97	90	86	92	90	90

Fuente: elaboración propia.

Plotee frecuencia vs nivel de presión acústica y halle el área.

13. En un movimiento uniforme y rectilíneo la distancia expresada en forma vectorial es:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_o + \vec{v}_o t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

Determine la posición final de un objeto que ha recorrido inicialmente $\langle 9,5,7 \rangle$ m en 10 s con una velocidad inicial de $\langle 1,5, 2,6, -3,15 \rangle$ m/s y una aceleración de $\langle 0,22, -0,56, 0,17 \rangle$ m/s².

14. Dados los vectores $x = [3 \ 3 \ 7 \ 7]$ y $y = [5 \ 6,5 \ 6,5 \ 5]$, grafique empleando la función *fill*. Adicione al final del código la instrucción *axis([0 10 4 7.5])* y analice el resultado.

15. Dadas las funciones $f(t)=\cos(t)$, $g(t)=\sin(t)$, $h(t)=0,9\cos(t)$ y $m(t)=0,9\sin(t)$. Subplotee las funciones empleando la instrucción *fill* en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/30$. A las dos primeras funciones gráfíquelas en color negro y las demás en amarillo. Adicione al finalizar el código la instrucción *axis square*.

16. Dados los vectores x e y , grafique empleando las funciones *plot* y *fill*.

a. $x = [-4 \ 0 \ 4 \ 0 \ -4 \ 0 \ 0]$; $y = [5 \ 7 \ 5 \ 0 \ 5 \ 0 \ 7]$

b. $x = [-4 \ 6 \ -4 \ 0 \ 6 \ 0 \ 7 \ 0]$; $y = [5 \ 7 \ 5 \ 5 \ 7 \ 5 \ 0 \ -7]$

c. $x = [-2 \ 5 \ -8 \ 0 \ 4 \ 7 \ 9 \ -6 \ 5]$; $y = [0 \ 1 \ 3 \ 5 \ -4 \ 8 \ -9 \ 6 \ 7]$

d. $x = [10 \ 8 \ -7 \ 5 \ 6 \ -4 \ 3 \ 1 \ 0 \ 2 \ 8]$; $y = [-1 \ 3 \ 2 \ 8 \ -4 \ 9 \ -7 \ 6 \ 10 \ 8 \ 0]$

17. La potencia en términos vectoriales es: $P = F \times v = m(a \times v)$.

Si la masa es 0,5 kg, determine P cuando $a = -7,2i + 4,5j - 3,75k$ medido en m/s^2 y $v = 15i + 20j - 7k$ medido en m/s .

Grafique a , v y P en la misma ventana y subploteados.

18. Grafique los vectores dados empleando la instrucción *patch*, donde el fondo sea de color amarillo:

$$x = [0 \ 0,5 \ 0,5 \ 0,4 \ 0,5 \ 0,6 \ 0,5 \ 0,5 \ 1 \ 0,5].$$

$$y = [0 \ 0 \ 0,1 \ 0,2 \ 0,3 \ 0,2 \ 0,1 \ 0 \ 0 \ 1]$$

Grafique la figura anterior, adicionando el siguiente código *set(h,'edgecolor','none')*. Analice lo que sucede. Luego, reemplace la instrucción *'none'* por *'red'*.

Duplique la figura con un espaciado de 0,5.

19. La relación entre las escalas de temperatura Fahrenheit (F) y grados Celsius (C) está dada por la función lineal:

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

a. Determine la temperatura en grados Fahrenheit para temperaturas de 10 °C, 18 °C, 27 °C y 110 °C.

b. Determine la temperatura en grados Celsius para temperaturas de 80 °F, 65 °F, 95 °F, 210 °F y 350 °F.

c. Subplotee los puntos anteriores colocando las etiquetas a los ejes y como título las respectivas temperaturas.

d. Grafique en la misma ventana las gráficas anteriores.

20. La función $f(x) = \frac{1}{10} \ln(x) \operatorname{sen}x$, determine el comportamiento del crecimiento de un conjunto de arbustos; grafique $f(x)$ para el intervalo $[\pi/100, 2\pi]$. Para esto, cree una función en un *script* en la que se pida por la ventana de trabajo los datos de x .

21. Dadas las funciones, grafique según el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$:

a. $f(x) = 0,6 \operatorname{sec} \left(0,6 \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \right) - 1.$

b. $g(x) = |2 \cos(3x)| - 1.$

c. $h(x) = 1,25^x \operatorname{sen}(x).$

22. Grafique los polígonos empleando la instrucción *patch* de los siguientes vectores:

a. $x = [2 \ 0 \ 2 \ 5; 8 \ 2 \ 4 \ 5; 8 \ 2 \ 4 \ 8], y = [4 \ 4 \ 2 \ 0; 8 \ 4 \ 6 \ 2; 4 \ 0 \ 4 \ 0]$

b. $x = [-2 \ 0 \ 2 \ -5; 8 \ 2 \ 4 \ 5; 8 \ 2 \ 4 \ 8], y = [4 \ 4 \ -2 \ 0; 8 \ 4 \ 6 \ -2; 4 \ 0 \ -4 \ 0]$

$$c. x = [6 \ 8 \ 7 \ -1 \ 0 \ 4; -8 \ 3 \ 0 \ 1 \ 8 \ 7; 4 \ 5 \ 9 \ 7 \ 2 \ 6; -5 \ -9 \ -3 \ 0 \ 4 \ 7],$$

$$d. y = [5 \ 5 \ 4 \ -9 \ 7 \ 4; 6 \ 4 \ 7 \ 0 \ 2 \ -5; -3 \ 1 \ 7 \ 8 \ 2 \ 4; 8 \ 4 \ -3 \ 2 \ 1 \ 9]$$

23. La concentración $C(t)$ de una sustancia está determinado por la ecuación:

$$C(t) = \frac{20t}{310 + t}$$

Donde t se mide en segundos.

a. Determine la concentración para $t = 10, 20, 25, 30, 35$ y 40 .

b. Grafique los resultados y etiquete la gráfica.

24. Determine la aceleración de un cuerpo cuyas velocidades para un mismo tiempo de 10,6 segundos son de 20, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75 y 80 m/s.

$$a = \frac{v}{t}$$

25. Dados los vectores $x = [0 \ 1 \ 0,5]$; $y = [0 \ 0 \ 1]$ y $z = [0 \ 0 \ 1]$, obtenga la gráfica en rojo, empleando la instrucción *patch*. Adicione al código la instrucción *box* y *view(3)*.

26. *Ley de Newcomb Benford*. La probabilidad de que un número en una serie de datos comience por el dígito d está representada por la ecuación:

$$p(d) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{d} \right)$$

Con $0 \leq d \leq 9$, determine los valores de p según el intervalo dado.

27. Sea $a = 3,258$ y $b = 6,587$ escalares, donde x, y, z son vectores:

$$x = [-2, 6, 7, -3, 9], y = [3, 2, 4, 2, 3, 1, 1, 8, 1, 9], z = [9, 11, 15, -8, 18].$$

Calcule las siguientes expresiones, donde el resultado debe ser un vector:

$$T = \frac{a(x+y)^2}{z + \frac{3x}{by}} b \qquad S = \frac{a(x+y)^2}{zb} + \frac{\frac{byz}{x+3y^2}}{ax + \frac{z-y}{b+x} \frac{1}{a}}$$

28. Bajo las suposiciones estándar en astrodinámica el periodo orbital (T) de un cuerpo que viaja sobre una trayectoria elíptica puede ser calculado mediante la siguiente fórmula:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a^{\frac{3}{2}}$$

Donde: μ es el parámetro gravitacional estándar expresado en km^3/s^2 , y a es la longitud del semieje mayor de la elipse.

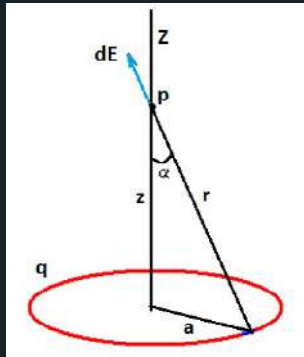
Calcule el periodo orbital cuando la longitud $a = [1 \ 3 \ 5 \ 7] \times 10^{12}$ km y $\mu = 398 \ 600 \text{ km}^3/\text{s}^2$. Para esto cree una función en un *script* en la que se pida por la ventana de trabajo los datos de a y μ .

29. La intensidad de un campo eléctrico en un cable cuya geometría es un anillo de radio a que se mide a lo largo de un punto z del eje Z , tal como se muestra en la figura, está dado por:

$$E(z) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \frac{az}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$$

Donde ϵ_0 es la constante dieléctrica que equivale a $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$.

Determine $E(z)$ cuando la densidad de carga $\rho = 1,85 \cdot 10^{-7} \text{ C/m}$ y el radio $a = 8 \text{ cm}$, si $Z = 0, 2, 4, 6, 8$ y 10 cm .



Representación ejercicio 29

30. La Tabla 6.5 relaciona la posición angular θ_0 de un cuerpo con respecto al momento inercial I_e y el cociente $\gamma_c = I_e^2 / (3 \cdot \cos \theta_0)$.

Tabla 6.5 Posición angular θ_0 de un cuerpo con respecto al momento inercial I_e y el cociente $\gamma_c = I_e^2 / (3 \cdot \cos \theta_0)$

θ_0	I_e	γ_c
30	1,8454	1,31
40	1,5467	1,04
50	1,3009	0,878
60	1,0783	0,775
70	0,8547	0,712
80	0,5941	0,6775
89.99	0,0187	0,66667

Fuente: Wikipedia (s. f).

Grafique los vectores en una misma ventana debidamente etiquetados según la relación dada.

31. Una fuerza F tiene las componentes $F_x = -300$ N, $F_y = 500$ N y $F_z = 400$ N. Determine la magnitud de la fuerza y los ángulos α, β, γ , que forma con los ejes coordenados.

32. La fuerza de Coriolis se presenta cuando un cuerpo está en movimiento perpendicular con respecto a la dirección del eje de rotación del sistema y a la dirección del movimiento del cuerpo, vista desde el sistema en rotación.

El valor de la fuerza de Coriolis F_c es: $\vec{F}_c = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$.

Donde m es la masa del cuerpo; v es la velocidad del cuerpo en el sistema en rotación y ω es la velocidad angular del sistema en rotación vista desde un sistema inercial.

¿Qué fuerza de Coriolis experimenta un cuerpo de masa 5 de kg que se desplaza a una velocidad $v = \langle -5,8,10 \rangle$ m/s y una frecuencia angular $\omega = \langle 12,9,12 \rangle$ rad/s.

33. Un cohete es lanzado verticalmente. En un tiempo $t = 0$ el motor del cohete se apaga, alcanzado una altura en este momento de 610 m, elevándose con una velocidad de 128,25 m/s. En este instante la gravedad toma el control, por lo cual, la altura del cohete como función del tiempo es:

$$h(t) = -\frac{9,8}{2}t^2 + 128,25t + 610$$

a. Determine el valor de h , cuando t toma valores de 0, 50, 75, 90, 110, 160 y 190 m.

b. Grafique $h(t)$, etiquete debidamente la ventana y gráfica.

34. El momento de una fuerza F aplicada en un punto P con respecto a un punto O está representado por el producto vectorial del vector \vec{OP} por el vector fuerza; esto es:

$$M = \vec{OP} \times F = r \times F$$

Donde r es el vector que va desde O a P , y el momento M es un vector perpendicular al plano determinado por los vectores F y r .

Si el vector $r = \langle 4, -5, 9 \rangle$ m y $F = \langle 15, 25, -30 \rangle$ N, halle M .

35. Un modelo de crecimiento de población P de un insecto en un tiempo t (en años), está determinado por la ecuación:

$$P(t) = \frac{38(1 + 0,654t)}{2,51 + 0,012t}$$

a. ¿Cuál es la población al cabo de 0, 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5 y 4 años?

b. Grafique $P(t)$, para el intervalo $[0,5]$, con particiones de 0,1.

36. *Principio de momentos*. Establece que el momento de una fuerza con respecto a un punto es igual a la suma de los momentos de las componentes de la fuerza con respecto al punto:

$$M = r \times F = r \times (F_1 + F_2) = r \times F_1 + r \times F_2$$

El vector posición de un sistema tiene componentes $(0,5i + 0,9j + 0,3k)$ m, los vectores de fuerza son $F_1 = (200i - 345,5j + 120k)$ N, $F_2 = (-175,4i + 225j - 98k)$ N. Determine el momento total del sistema.

37. La ley de Poiseuille para el caudal de un sistema hidráulico está representada por la ecuación:

$$Q(\eta) = \frac{\Delta P \pi R^4}{8L\eta}$$

Donde ΔP representa la variación de la presión medida en pascales (Pa); R , el radio de la tubería; L , la longitud en metros; η la viscosidad del fluido medida en $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$.

Calcule el caudal para una presión de 250 000 Pa, en un tubo que mide 1,5 m con un diámetro interno de 80 cm, donde la viscosidad presenta los siguientes valores (todos multiplicados por 10^{-3}): 1,781, 1,518, 1,307, 1,139, 1,102, 0,890, 0,708, 0,653, 0,547, 0,466 y 0,404.

38. El volumen V de un paralelepípedo compuesto por vectores a , b y c se calcula mediante la fórmula:

$$V = |a(b \times c)|$$

Sean los vectores que conforman un paralelepípedo $a = [-6, 5, 10]$, $b = [7, 3, -9]$ y $c = [1, 8, 2]$, calcule:

a. Volumen.

b. Normas de a , b y c .

c. Área del paralelogramo. Esta se evalúa como la norma del producto cruz, es decir: $\|b \times c\|$.

d. Ángulo entre b y c .

e. Distancia entre a y b .

39. La compra de un nanocompuesto como aditivo para construcción se relaciona con un impuesto, propuesto por la ecuación:

$$N(x) = \sqrt{15000 - 38,5x - 0,03x^2} \quad 0 \leq x \leq 190$$

Donde $N(x)$ mide el porcentaje del producto cuando se impone el impuesto x por ciento sobre él.

Calcule $N(x)$ para $x = 0, 35, 59, 75, 89, 100, 120, 145, 168, 181, 190$. Grafique la función para los datos dados y etiquete debidamente la ventana.

40. El campo magnético creado por una carga en movimiento puede probarse por la relación general:

$$B = \frac{1}{c^2} v \times E$$

Esta ecuación es válida tanto en mecánica newtoniana como en mecánica relativista.

¿Cuál es el valor del campo magnético B , cuando la velocidad de una carga es $\langle 0,3,0,5,0,2 \rangle \times 10^5$ m/s que se desplaza en un campo eléctrico de componentes $\langle -5,7,4 \rangle \times 10^{-6}$ N/C?

41. El alambre de una torre está anclado en A por medio de un perno, tal como se ilustra en la Figura 6.13. La tensión en el alambre es de 2500 N.

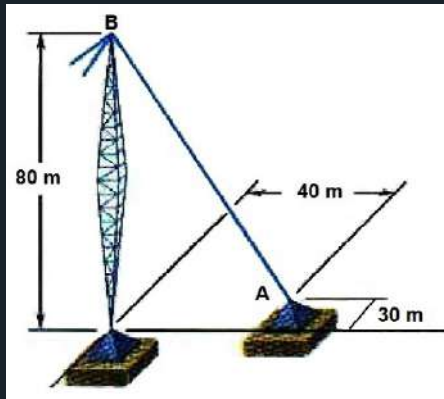


Figura 6.13. Alambre de una torre anclado por medio de un perno.

Determine:

- Componentes F_x , F_y y F_z de la fuerza que actúa sobre el perno.
- Ángulos directores que definen la dirección de la fuerza.

Ayuda.

La distancia $AB = d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}$.

El vector unitario es $\lambda = \frac{\text{Tensión}}{d}$.

El vector resultante que relaciona los componentes F_x , F_y y F_z de la fuerza que actúa sobre el perno es:

$$F = \lambda(d_x i + d_y j + d_z k)$$

42. La contaminación del aire de determinados gases sobre una ciudad está dada por la ecuación:

$$y(t) = 0,0289t^3(t - 6)^4 + 58,5478 \quad 0 \leq t \leq 6$$

Donde $y(t)$ se mide mediante el índice estándar de contaminación, y t se mide en horas, con $t = 0$ que corresponde a las 6,0 AM.

a. Calcule $y(t)$ para el intervalo dado.

b. Grafique los datos del punto anterior; etiquete los ejes e interprete.

43. Para la función $y = \frac{20t^{2/3}}{t+1} - \frac{(1+t)^2}{e^{0.3t+5}} + \frac{2}{1+t}$, calcule los valores de y , luego grafique para los elementos de 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Para esto cree una función en un *script* que solicite por la ventana de trabajo los valores de t .

44. Sea la ecuación recurrente:

$$t = \frac{T}{v - 1} \left(1 - \frac{1}{v^n} \right)$$

Grafique t cuando $T = 10$, $v = 1,1$ y n varía entre 0 y 100 con particiones de 0,1. Etiquete la gráfica y adicione la grilla.

45. El tiempo t transcurrido de un objeto que cae de una altura h a una altura y , medidas en km y tomadas desde el centro de los dos cuerpos, está dado por:

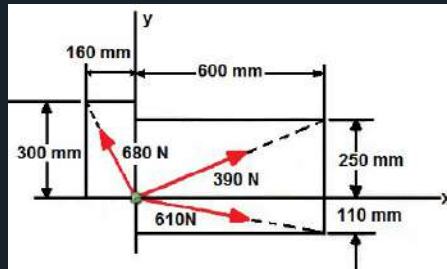
$$t = \frac{\arccos \sqrt{\frac{y}{h}} + \sqrt{\frac{y}{h} \left(1 - \frac{y}{h} \right)}}{\sqrt{2\mu}} h^{\frac{3}{2}}$$

Donde $\mu = g(m_1 + m_2)$ es la suma de los parámetros gravitacionales estándar de los dos cuerpos, y g , gravedad, $9,81 \text{ m/s}^2$. Esta ecuación se usa cuando exista una diferencia significativa de la aceleración gravitacional durante la caída.

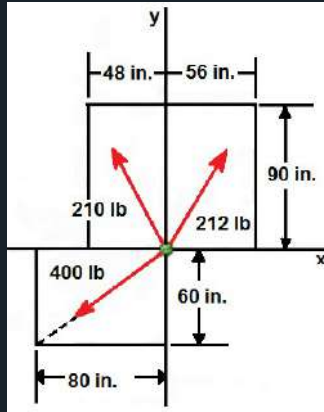
Si dos cuerpos de masas 100 kg y 180 kg caen libremente, e inicialmente uno de ellos se encuentra a una altura máxima de 5000 km de la Tierra, determine el tiempo transcurrido cuando la altura del segundo cuerpo es de 4200, 3800, 2500, 1900 y 1000 km respecto al primero.

46. Si una partícula cargada q_0 se mueve a través de una región en la que coexisten un campo eléctrico y magnético, cuya fuerza resultante está dada por $\vec{F} = q_0(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$, a esta ecuación se le conoce como ecuación de Lorentz, calcule la fuerza para una carga de $7,5 \times 10^{-9}$ C que se desplaza a una velocidad de $\langle -7,2,8 \rangle \times 10^5$ m/s en un campo eléctrico y magnético cuyas componentes correspondientes son $\langle 6, -1,3 \rangle \mu\text{N/C}$, $\langle 0,02, 0,03, 0,025 \rangle \text{nT}$.

47. Determine las componentes x y y de cada una de las fuerzas que se muestran en las figuras.



Representación ejercicio 47 I



Representación ejercicio 47 II

Determine la fuerza F resultante de todo el sistema y calcule el ángulo de esta fuerza.

48. La aceleración a de un resorte está descrita por la ecuación: $a = -A\omega^2 \cos(\omega t)$, donde A es la amplitud (cm), ω la frecuencia angular (rad/s) y t el tiempo medido en segundos.

Si $A = 1,5$ y $\omega = 15,87$ rad/s, determine la aceleración para un tiempo de $t = [0,1,2,3,4,5,6,7,8,9]$.

49. La energía de una partícula según la teoría de la relatividad se expresa mediante la ecuación:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + \frac{h^2 c^2}{\lambda^2}}$$

Donde m_0 es la masa en reposo de la partícula, λ es la longitud de onda y h es la constante de Planck. Grafique el comportamiento de un electrón cuya longitud de onda varía entre 100 y 180 nm. Exprese la energía en electrónvoltios ($eV = 1,6 \times 10^{-19}$ J).

50. Parte de una vía de una montaña rusa se puede expresar mediante la función polinomial:

$$h(t) = 0,0015878t^3 - 0,12548t^2 + 3,7584998t + 12$$

Donde la altura h está expresada en pies y t en segundos. Determine la altura de la vía para $t = 0, 10, 15, 20, 40$ y 60 s. Grafique la función y etiquete debidamente los ejes. Para esto cree una función en un *script* que solicite por la ventana de trabajo los valores de t .

51. La fuerza gravitacional F entre dos cuerpos se evalúa mediante la fórmula:

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

Donde G representa la constante de gravitación universal, M la masa de la Luna y m la masa de una nave. Determine la fuerza gravitacional para una nave cuya masa es de 20 t que se mueve a distancias comprendidas entre $20\,000$ y $300\,000$ km con respecto a la Luna.

52. En un sistema de referencia no—inercial la aceleración que posee un objeto tiene componentes que no son atribuibles a fuerzas reales, es decir, a ningún agente físico. Así, la aceleración de una partícula en un sistema referencial fijo o absoluto $\{\mathbf{a}_F\}$ y en un sistema referencial móvil o relativo, $\{\mathbf{a}_M\}$, están relacionadas mediante la expresión:

$$\mathbf{a}_F = \mathbf{a}_M + \mathbf{a}_o + \omega' \times \mathbf{r} + \omega \times (\omega \times \mathbf{r}) + 2\omega \times \mathbf{v}_M$$

Donde:

- \mathbf{a}_F representa la aceleración de la partícula en el referencial fijo (*aceleración absoluta*),

- a_M representa a la $\{\displaystyle \mathbf{a}_{\text{M}}\}$ aceleración de la partícula en el referencial móvil (*aceleración relativa*),
- a_o la $\{\displaystyle \mathbf{a}_{\text{o}}\}$ aceleración del origen del referencial móvil en el referencial fijo (arrastre de traslación),
- $\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}$, $\{\displaystyle \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}\}$ la aceleración tangencial (*arrastre de rotación*),
- $\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$ $\{\displaystyle \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})\}$ la aceleración normal o centrífuga (*arrastre de rotación*),
- $2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_M$ $\{\displaystyle 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_M\}$ la aceleración complementaria o *aceleración de Coriolis*.

Determine a_F con los siguientes datos:

$$a_M = 7,2 \text{ m/s}^2; \quad a_o = 2,5 \text{ m/s}^2; \quad \boldsymbol{\omega} = \langle -4,2,5 \rangle \text{ rad/s};$$

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \langle 3,8,-1 \rangle \text{ rad/s}^2; \quad \mathbf{r} = \langle 4,2,3 \rangle \text{ m/s}; \quad \mathbf{v}_M = \langle -2,3,1 \rangle \text{ m/s}.$$

53. La distancia al horizonte d se puede calcular mediante la fórmula:

$$d = \sqrt{h(h + 2Rh)}$$

Donde R representa el radio terrestre que equivale a 6378 km y h la altura de las montañas (en km).

a. Determine d cuando h toma valores de 0,5, 1,5, 4,2, 5,8, 7,1 y 8 km.

b. Determine d con los mismos valores de h , pero con el radio de la Luna.

c. Grafique las respuestas de los puntos a y b en la misma ventana y subplotee.

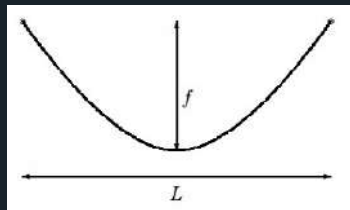
54. La demanda de agua durante un incendio es un factor importante a la hora de diseñar tanques de almacenamiento y bombas de distribución de este líquido. Para comunidades con poblaciones menores a 200 000, la demanda Q (en galones/min) puede ser calculada por:

$$Q = 1020\sqrt{P}(1 - 0,01\sqrt{P})$$

Donde P representa la población en miles. Grafique, etiquete e interprete la gráfica vectorial de la demanda si la población se incrementa de 5 hasta 200.

55. A fin de obtener la longitud de un cable extendido que forma una parábola de luz L y abscisa simétrica f , tal como se observa en la figura.

Se emplea la ecuación sin reducir, aplicando series como:



Representación ejercicio 55

$$s = \frac{1}{2}L \sqrt{1 + 16 \left(\frac{f}{L}\right)^2} + \frac{L^2}{8f} \ln \left(\frac{4f}{L} + \sqrt{1 + 16 \left(\frac{f}{L}\right)^2} \right)$$

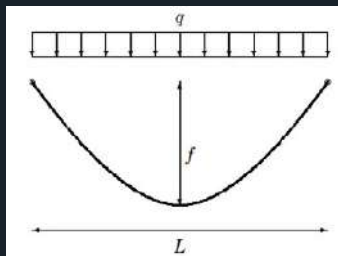
Determine cómo la longitud del cable extendido varía cuando la abscisa simétrica oscila entre 10 y 20 m, manteniendo constante la longitud de 200 m.

56. Sea un cable sometido a una carga repartida por unidad de abscisa q , del cual se conoce la abscisa simétrica f de la parábola y la luz entre los apoyos L a la misma altura (véase la figura). Se desea calcular las tensiones mínimas y máximas en el cable si el peso por unidad de abscisa q es 1,35 kg/m, la abscisa simétrica es de 20 m y la longitud L oscila entre 190 y 220 m.

Grafique las tensiones en la misma ventana y etiquete correctamente las curvas y los ejes.

La tensión mínima medida en kg se expresa por la ecuación:

$$T_o = \frac{qL^2}{8f}$$



Representación ejercicio 56

Para la tensión máxima, la ecuación es:

$$T_{max} = \sqrt{T_o^2 + \left(\frac{qL}{2}\right)^2}$$

57. El voltaje y la corriente en un circuito RC están representados, respectivamente, por las siguientes ecuaciones en función del tiempo t :

$$V_c(t) = V_o(1 - e^{-t/\tau})$$

$$i_c(t) = \frac{V_o}{R} e^{-t/\tau}$$

Donde $\tau=RC$ es una constante de tiempo.

Considere el caso donde $V_o = 24\text{ V}$, $R = 4500\ \Omega$ y $C = 5000\ \mu\text{F}$.

- a. Determine el voltaje y la corriente para un tiempo de 0 a 20 de s.
- b. Grafique en una misma ventana los resultados, etiquete y adicione grilla.
- c. Subplotee las gráficas del punto anterior etiquetando cada curva y ejes en general.

Campos vectoriales

Un campo vectorial bidimensional se representa mediante la función:

$$F(x,y)=P(x,y)i+Q(x,y)j$$

Así, por ejemplo, sea $F(x,y)=(x+y)i+2xyj$ es un campo vectorial en dos dimensiones que en el punto $(1,2)$ viene representado por el vector $F(1,2)=2i+4j$.

Una forma de representar los campos vectoriales bidimensionales es mediante el uso de funciones de variable compleja de la forma $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$.

Se representa el campo vectorial $F(x,y)=xi-yj$, o bien la función de variable compleja $f(z) = \text{conj}(z)$.

```
f=@(z) conj(z);
```

```
[x,y] = meshgrid(-5:0.5:5);
```

```
w=f(x+i*y);
```

```
quiver(x,y,real(w),imag(w))
```

Un vector de números complejos se puede dibujar también con los comandos *quiver*, *feather*, *compass* y *rose*, tal y como se detalla en la Tabla 6.6.

Tabla 6.6 Vector de números complejos con comandos

Instrucción	Descripción
<i>quiver(x,y)</i>	Traza un vector para cada par de coordenadas dadas. Muestra el argumento y la magnitud del número complejo que tiene un par de coordenadas reales.
<i>quiver(x,y,dx,dy)</i>	Traza un vector en las coordenadas (x_i, y_i) con el argumento y la magnitud dados por (dx_i, dy_i) .
<i>quiver(x,y,...,s)</i>	El parámetro s indica la escala con la que se trazan los vectores que, por defecto, toma el valor 1.
<i>feather(z)</i>	Traza los vectores mostrando las magnitudes y argumentos de los elementos de la matriz compleja z ; estos vectores parten de puntos equidistantes del eje x .
<i>compass(Z)</i>	Actúa de forma similar a la instrucción <i>feather</i> , pero en este caso todos los vectores tienen como origen el origen de coordenadas.
<i>rose(v,n)</i>	Grafica un histograma de ángulos en formato circular, mostrando la frecuencia de los ángulos dados en el vector v ; se utilizan n intervalos. En el caso de no especificar n , el valor por defecto es 36.

Fuente: elaboración propia.

Líneas de corriente

Sea la función $f(z)=P(x,y)+iQ(x,y)$ que representa el campo de velocidades de un fluido. La función $f(z)$ especifica el vector velocidad de una partícula situada en el punto z del plano. Si $z(-t)=x(t)+iy(t)$ es la trayectoria que sigue la partícula, entonces se cumple que:

$$\frac{dx}{dt} = P(x, y) \qquad \frac{dy}{dt} = Q(x, y)$$

Al resolver este sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden se obtienen las líneas de corriente del fluido relacionadas al campo vectorial de velocidades de la función de variable compleja $f(z)$. Por ejemplo, sea $f(z)=\text{conj}(z)$.

$$f(z) = z' = x - iy \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x \\ \frac{dy}{dt} = -y \end{cases}$$

$$x(t) = c_1 e^t \qquad y(t) = c_2 e^{-t} \qquad xy = c_1 c_2 = c$$

Las partículas se mueven siguiendo trayectorias que son hipérbolas $xy=c$.

Ejemplos

1. Grafique las líneas de corriente de un fluido según la ecuación $f(z) = z$ para $W = f(x + yi)$, en el intervalo $[-5,5]$ con particiones de 0,04. Defina un conjunto de valores para las líneas de corriente sobre la función $y = c/x$:

```
f=@(z) conj(z);
```

```
[x,y] = meshgrid(-5:0.4:5);
```

```
w=f(x+i*y);
```

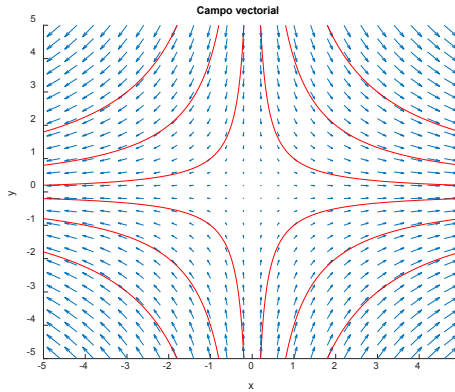
```
hold on
```

```

quiver(x,y,real(w),imag(w))

%líneas de corriente
x=-5:0.04:5;
for c=[-9,-4,-1,1,4,9];
    y=c./x;
    plot(x,y,'r')
end
axis([-5,5,-5,5])
hold off, xlabel('x'),ylabel('y'), title('Campo vectorial')

```



Representación ejercicio 1

2. Dibuje el campo de velocidades y las líneas de corriente del flujo plano asociado con la función de variable compleja.

$$f(z) = z^3$$

Las líneas de corriente satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$P(x,y) = x^2 - y^2 \quad Q(x,y) = -2xy$$

$$f(z) = \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x^2 - y^2 \\ \frac{dy}{dt} = -2xy \end{cases}$$

Se tiene una ecuación diferencial exacta $M(x,y)dx+N(x,y)dy=0$, cuya solución es $F(x,y)$, tal que:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = M(x,y) \quad \frac{\partial F}{\partial y} = N(x,y)$$

La solución se calcula del siguiente modo:

$$2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0$$

$$\frac{\partial(x^2 - y^2)}{\partial x} = \frac{\partial(2xy)}{\partial y}$$

$$F(x,y) = \int 2xydx + g(y) = x^2y + g(y)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = x^2 + \frac{dg}{dy} = x^2 - y^2$$

$$\frac{dg}{dy} = -y^2, \text{ entonces } g = -\frac{1}{3}y^3, \text{ luego } F(x,y) = x^2y - \frac{1}{3}y^3$$

Las líneas de corriente del flujo plano asociado con el campo de velocidades $f(z) = \text{conj}(z)^3$ son:

$$x^2y - \frac{1}{3}y^3 = c$$

Luego, despejando x :

$$x = \sqrt{\frac{c}{y} + \frac{1}{3}y^2}$$

$$f=@(z) conj(z).^3;$$

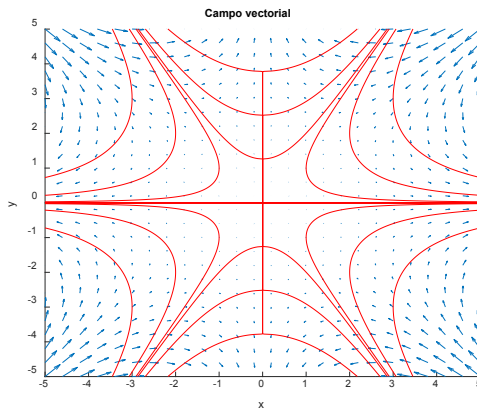
$$[x,y] = \text{meshgrid}(-5:0.4:5);$$

$$w=f(x+i*y);$$

```

hold on
quiver(x,y,real(w),imag(w))
%líneas de corriente
y=-5:0.01:5;
for c=[-18,-16/3,-2/3,2/3,16/3,18];
    y=y+(y==0)*eps;
    x=sqrt(c./y+y.^2/3);
    plot(x,y,'r')
    plot(-x,y,'r')
end
axis([-5,5,-5,5]),
hold off
xlabel('x'),ylabel('y'),title('Campo vectorial')

```



Representación ejercicio 2

Práctica 2

1. Con base en la estructura del ejemplo 1, tome el campo de velocidades con las siguientes variantes:

$$f(z) = \text{conj}(z)^2$$

$$f(z) = \text{conj}(z)^{-0,235}$$

$$f(z) = \text{conj}(z)^{0,3125}$$

$$f(z) = \text{conj}(z)^{-0,753}$$

$$f(z) = \text{conj}(z)^{1/5}$$

2. Con base en los datos del ejercicio anterior, tome la ecuación de líneas de corriente del flujo plano asociado con el campo de velocidades y sustituya en el ejercicio anterior en cada subítem. Analice el comportamiento vectorial de:

$$y = \frac{c}{x^2}$$

$$y = cx^2$$

$$y = \frac{c}{x^3}$$

$$y = cx^3 + 1$$

3. Tomando la estructura del ejemplo 2 tome el campo de velocidades con las siguientes variantes:

$$f(z) = \text{conj}(z)^2$$

$$f(z) = \text{conj}(z)^{-3}$$

$$f(z) = \text{conj}(z)^{0,258}$$

$$f(z) = \text{conj}(z)^{0,258}$$

$$f(z) = \text{conj}(z)^4$$

$$f(z) = \text{conj}(z)^{1/3}$$

4. Con base en los datos del ejercicio anterior tome la ecuación de líneas de corriente del flujo plano asociado con el campo de velocidades y sustituya en el ejercicio anterior en cada subítem. Analice el comportamiento vectorial:

$$x^2 y^2 - \frac{1}{3} y^3 = c$$

$$\frac{x^2}{y} - \frac{y}{2} = c$$

$$x^3 y - \frac{1}{5} x^2 = c$$

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{y}{4} = c$$

Instrucción *quiver*

La función *quiver* muestra vectores definidos por las componentes x e y en un determinado punto del espacio bidimensional. Esta función es de gran utilidad cuando se combina con otros gráficos para definir los campos vectoriales.

Ejemplos

1. Obtenga la gráfica del campo vectorial $F(x,y)=-yi+xj$ en el cuadrado de dimensiones $[-1,1] \times [-1,1]$.

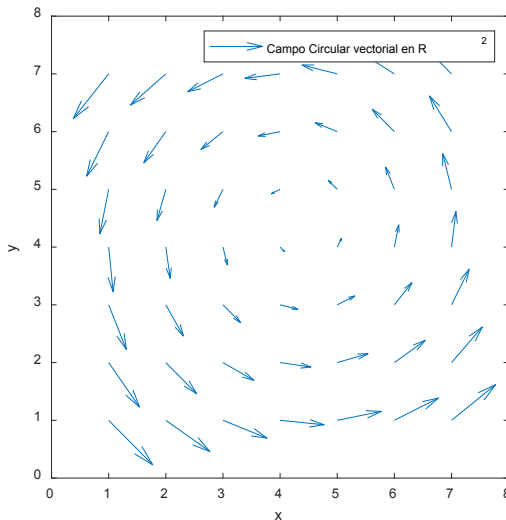
```
[x,y]=meshgrid(-1:0.3:1); % se toma particiones de 0.3
```

```
u=-y; v=x;
```

```
quiver(u,v), axis square
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
legend('Campo Circular vectorial en R^2')
```



Representación ejercicio 1

2. Grafique el campo vectorial de las funciones U y V , en el intervalo $[-2,2]$ con particiones de 0,5. Tome las matrices X , Y , U y V de igual tamaño.

$$U=2y+\text{sen}(x); \quad V=-2x+\text{cos}(y)$$

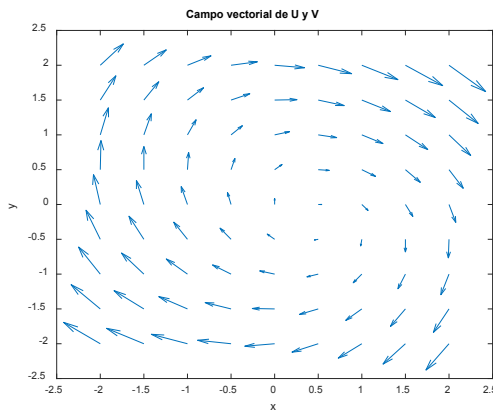
```
[X,Y]=meshgrid(-2:0.5:2);
```

```
U=2*Y+sin(X);
```

```
V=-2*X+cos(Y);
```

```
quiver(X,Y,U,V)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'), title('Campo vectorial de U y V')
```



Representación ejercicio 2

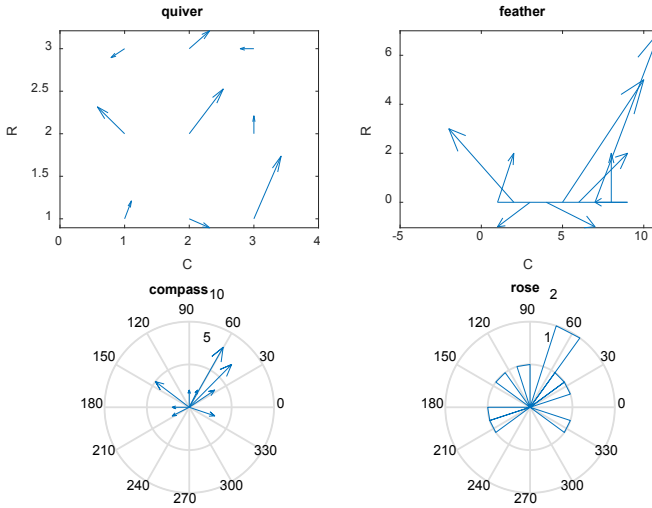
3. Grafique en una sola ventana la matriz compleja z , empleando las instrucciones *quiver*, *feather*, *compass* y *rose*:

$$Z = \begin{pmatrix} 1 + 2i & 3 - i & 4 + 7i \\ -4 + 3i & 5 + 5i & 2i \\ -2 - i & 3 + 3i & -2 \end{pmatrix}$$

```
Z=[1+2*i 3-i 4+7*i;-4+3*i 5+5*i 2*i;-2-i 3+3*i -2];
```

```
subplot(2,2,1); quiver(real(Z),imag(Z)); title('quiver'); xlabel('C'),ylabel('R')
```

```
subplot(2,2,2); feather(Z); title('feather'); xlabel('C'),ylabel('R')
subplot(2,2,3); compass(Z); title('compass');
subplot(2,2,4); rose(angle(Z(:))); title('rose');
```



Representación ejercicio 3

4. Grafique el campo vectorial de la función $f = x + yi$ en el intervalo $[-5,5]$, con particiones de 0,5.

```
f=@(z) conj(z);
```

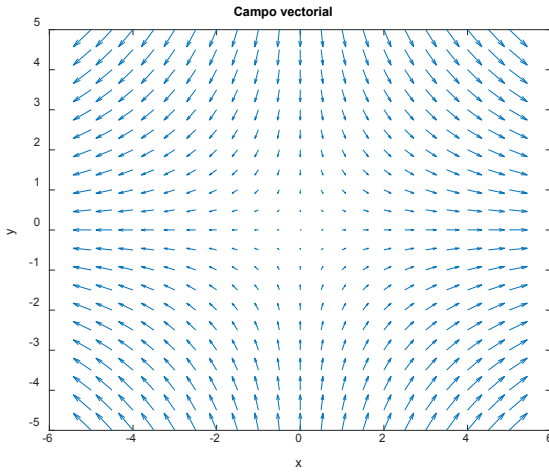
```
[x,y] = meshgrid(-5:0.5:5);
```

```
w=f(x+i*y);
```

```
quiver(x,y,real(w),imag(w))
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
title('Campo vectorial')
```



Representación ejercicio 4

5. Grafique el campo vectorial de la función $f(x,y)=\sin(x)+\cos(y)i$ en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,5.

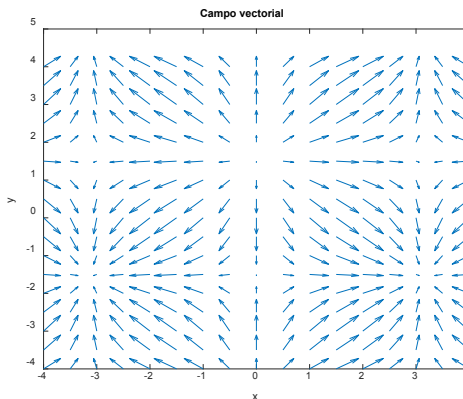
```
f=@(z) conj(z);
```

```
[x,y] = meshgrid(-4:0.5:4);
```

```
w=f(sin(x)+cos(y)*i);
```

```
quiver(x,y,real(w),imag(w))
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'), title('Campo vectorial')
```



Representación ejercicio 5



6. Cree 20 contornos de la función *peaks* con la función *contour* en un intervalo de $[-4,4]$ con particiones de 0,3. Paso seguido, obtenga el gradiente de la función *peaks* y trace los vectores mediante la función *quiver*:

```
n=-4:0.3:4;
```

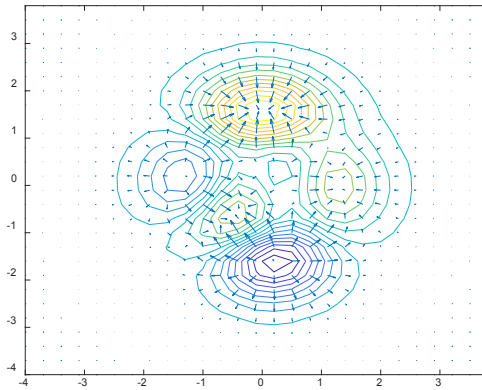
```
[X,Y,Z]=peaks(n);
```

```
contour(X,Y,Z,20)
```

```
[u,v]=gradient(Z,0.3);
```

```
hold on
```

```
quiver(X,Y,u,v)
```



Representación ejercicio 6

Instrucción *quiver3*

Esta función traza vectores con direcciones en 3D determinadas por las componentes (u,v,w) en puntos determinados por las componentes de posición (x,y,z) de valores reales (no complejos). La sintaxis general es:

- *quiver3(x,y,z,u,v,w)*. Traza vectores con direcciones determinadas por las componentes (u,v,w) en puntos determinados por (x,y,z) . Las matrices x, y, z, u, v y w deben ser del mismo tamaño, y contienen la posición correspondiente y las componentes del vector.
- *quiver3(z,u,v,w)*. Traza los vectores con direcciones determinadas por las componentes (u,v,w) en puntos igualmente espaciados a lo largo de una superficie z . Para cada vector $u(i,j), v(i,j), w(i,j)$, el índice de la columna j determina el valor x del punto en la superficie, y $z(i,j)$ determina el valor z . Es decir, *quiver3* localiza el vector en el punto de la superficie $(j, i, z(i, j))$. La función *quiver3* escala automáticamente los vectores a fin de evitar la superposición basada en la distancia entre ellos.
- *quiver3(...,scale)*. Escalona de forma automática los vectores para evitar que se superpongan y luego los multiplica por un factor de escala (*scale*). Si este factor es 2, duplica su longitud relativa, y si es 0,5 los reduce a la mitad. Si se usa un factor 0 traza los vectores sin la escala automática.
- *quiver3(...,LineStyle)*. Especifica el estilo de la línea, el símbolo del marcador y el color, usando la instrucción *LineStyle*, válido sobre la superficie. La función *quiver3* dibuja los marcadores en el origen de los vectores.
- *quiver3(...,LineStyle,'filled')*. Rellena con marcadores especificados mediante la instrucción *LineStyle*.
- *quiver3(...,'PropertyName',PropertyValue,...)*. Especifica el nombre de propiedad vectorial y los pares de valores de la función creada, en la que se combina con las instrucciones

anteriores.

- `quiver3(axes_handle,...)`. Traza los ejes con el `axes_handle` en lugar de los ejes actuales (`gca`).
- `gca`. La instrucción, en términos básicos, devuelve el identificador a los ejes actuales de la figura. Si no existe un eje, entonces `gca` crea uno y devuelve su manejador. Se puede utilizar el identificador de ejes para consultar y modificar las propiedades de los ejes. A fin de obtener más información, consulte Axes Properties.
- `h = quiver3(...)`. Devuelve el `quiver` del vector manipulado.

Ejemplos

1. Dada la función $z(x,y)=x\cos/x+y/$ grafique el campo vectorial para el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,3.

```
x = -4:0.3:4;
```

```
y = x;
```

```
[X,Y] = meshgrid(x, y);
```

```
Z = X.*cos(abs(X+Y));
```

```
[U,V,W] = surfnorm(Z);
```

```
% Se trazan los vectores con las componentes (U,V,W) en puntos que
```

```
% están igualmente espaciados en la dirección x y y con alturas
```

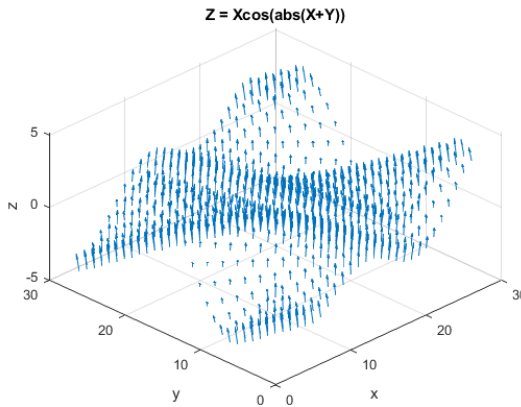
```
%determinadas por Z.
```

```
figure
```

```

quiver3(Z,U,V,W)
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'), title ('Z = Xcos(abs(X+Y))')
view(-45,45)

```



Representación ejercicio 1

2. Dada la función $z(x,y)=xe^{-x^2-y^2}$, grafique el campo vectorial para el intervalo $[-5,5]$, con particiones de 0,2. Tome un factor de 0,5 y ajuste los ejes.

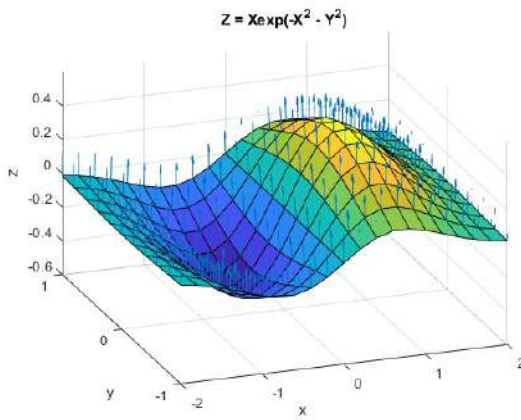
```

x = -4:0.2:4; y = x;
[X,Y] = meshgrid(x,y);
Z = X.*exp(-X.^2 - Y.^2);
[U,V,W] = surfnorm(Z);
figure
quiver3(X,Y,Z,U,V,W,0.5)
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
title ('Z = Xexp(-X^2 - Y^2)')

```



```
hold on
surf(X,Y,Z)
view(-20,30)
axis([-2 2 -1 1 -.6 .6])
hold off
```



Representación ejercicio 2

3. Dada la ecuación de un movimiento uniformemente acelerado:

$$x(t) = v_x t + \frac{1}{2} a t^2$$

Trace la trayectoria de una partícula en función del tiempo, donde la velocidad en x es de 15 m/s, con una desaceleración constante de 20 m/s². La velocidad en la componente y es de 6 m/s, y en la componente z de 4,5 m/s. El tiempo de cálculo es entre 0 y 5 s, con particiones de 0,2 segundos.

```
t=0:0.2:5;
```

```
vx=15;
```

```
a=-20;
```

$$x=vx*t+1/2*a*t.^2;$$

Se calculan las posiciones de la partícula en las direcciones y, z .

$$vy=6;$$

$$y=vy*t;$$

$$vz=4.5;$$

$$z=vz*t;$$

Luego se procede a calcular las velocidades en los respectivos ejes, empleando para ello la función *gradient*:

$$u=gradient(x);$$

$$v=gradient(y);$$

$$w=gradient(z);$$

Para obtener el gráfico de la trayectoria de la partícula se emplea la función *quiver3*.

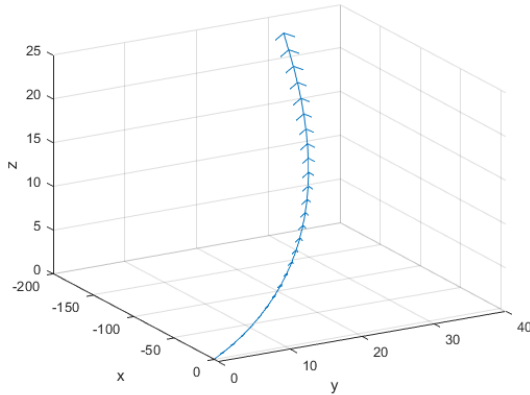
$$escala=0;$$

$$quiver3(x,y,z,u,v,w,escala)$$

$$view([60 25])$$

Vista de la gráfica con estos grados de inclinación. Recuerde que se puede emplear la herramienta Rotate 3D que se encuentra en la ventana superior de la gráfica obtenida.

$$xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')$$



Representación ejercicio 3

4. Según la ley de Newton, el campo gravitatorio se puede calcular por medio de la ecuación:

$$F(x, y, z) = \frac{-Gm}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}(xi + yj + zk)$$

Donde m es la masa y G la constante gravitatoria universal, calcule el campo vectorial de:

$$F(x, y, z) = \frac{-100}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}(xi + yj + zk)$$

En un cubo de tamaño $[0,1] \times [0,1] \times [0,1]$.

Se procede a evaluar las derivadas parciales u, v, w :

$$[x,y,z]=\text{meshgrid}(0:0.4:1);$$

$$u=-100*x./(x.^2+y.^2+z.^2).^{\frac{3}{2}};$$

$$v=-100*y./(x.^2+y.^2+z.^2).^{\frac{3}{2}};$$

$$w=-100*z./(x.^2+y.^2+z.^2).^{\frac{3}{2}};$$

`quiver3(x,y,z,u,v,w)`

`axis square`

`xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z'), title('Campo vectorial gravitatorio')`

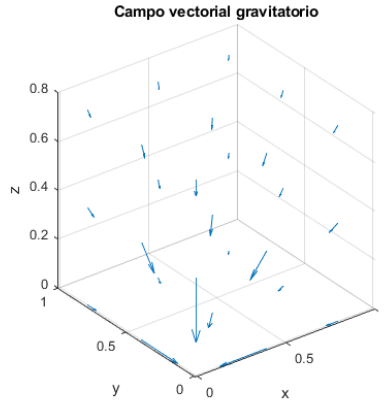


Figura 6.14. Distribución de un campo vectorial gravitatorio en 3D.

Práctica 3

Grafique el campo vectorial de las siguientes funciones:

1. $f(x,y) = 2x^2 + 3yi$ en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,5.

2. $f(x,y) = -\sec(xy) + \cot(y)i$ en el intervalo $[-6,6]$, con particiones de 0,3.

3. $f(x,y) = xy + yi$ en el intervalo $[-5,5]$, con particiones de 0,4.

4. $f(x,y) = \sen(xy) + 3yi$ en el intervalo $[-6,6]$, con particiones de 0,3.

5. $f(x,y) = \cos(xy) + \cos(x)i$ en el intervalo $[-6,6]$, con particiones de 0,5.

6. $f(x,y) = e^x - e^y i$ en el intervalo $[-7,7]$, con particiones de 0,3.

7. $f(x,y) = \tan(x) - 2yi$ en el intervalo $[-5,5]$, con particiones de 0,6.

8. $f(x,y) = -2\ln(x) + \ln(y)i$ en el intervalo $[-5,5]$, con particiones de 0,5. Cree una función en un *script* en la que se pidan los datos dados. Etiquete debidamente los ejes y como título coloque la función $f(x,y)$.

9. $f(x,y) = 3\sen(x) - \cos(y)i$ en el intervalo $[-6,6]$, con particiones de 0,3.

10. $f(x,y) = \sqrt{x + x^2} yi$ en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,5.

11. $z(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,4.

12. $f(x,y) = \text{sen}(xy) + 2\cos(2x)i$ en el intervalo $[-6,6]$, con particiones de 0,5.

13. $f(x,y) = -\cos(2x)^2 + xyi$ en el intervalo $[-6,6]$, con particiones de 0,5.

14. $z(x,y) = x^2 + y^2$ en el intervalo $[-3,3]$, con particiones de 0,4. Tome un factor de 0,5 y ajuste los ejes.

15. $z(x,y) = y\log(x^2+y^2)$ en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,3.

16. $z(x,y) = \frac{\text{sen}(x^2)}{x-y}$ en el intervalo $[-2\pi,2\pi]$, con particiones de 0,1. Tome un factor de 0,6 y ajuste los ejes. Cree una función en un *script* en la que se pidan los datos dados. Etiquete debidamente los ejes y como título coloque la función $z(x,y)$.

17. Grafique el campo vectorial de las funciones U y V , en el intervalo $[-3,3]$ con particiones de 0,2.

$$U = \text{sen}(xy); \quad V = -\cos(yx)$$

18. Grafique el campo vectorial de las funciones U y V , en el intervalo $[-1,1]$ con particiones de 0,3.

$$U = ye^{-x}; \quad V = \cos(y)$$

7. Funciones y script en Matlab



El manejo de funciones en Matlab es un tema fundamental para una programación estructurada. En esta se debe tomar en cuenta una serie de elementos que convergen en facilitar la forma como se diseña un programa en lo que se refiere tanto al ingreso de variables como a las salidas de este.

Sintaxis general a tener en cuenta en un *script*

Tabla 7.1 Cuadro de instrucciones de entrada y salida

<i>Instrucción</i>	<i>Descripción</i>
<i>disp</i>	Visualiza una salida.
<i>fprintf</i>	Visualiza o guarda una salida.
<i>input</i>	Pide al usuario una entrada por teclado.
<i>uiimport</i>	Inicializa el asistente de importación de datos.
<i>xlsread</i>	Importa datos en formato Excel.
<i>xlswrite</i>	Exporta datos en formato Excel.

Fuente: elaboración propia.



1. Cuando se digita el `%` indica un comentario, por lo que Matlab lo ignora al ejecutar la función o *script*.
2. Si una expresión es demasiado extensa, se puede continuar en la siguiente línea, indicando por tres puntos: `...`
3. Al desarrollar un *script* —y funciones en general— es conveniente terminar cada línea con punto y coma, de lo contrario, va a aparecer un exceso de información en la ventana de comandos.
4. Para ejecutar un *script* `****.m` solo se digita su nombre `****` (sin el punto ni la `m`).
5. En cualquier punto del programa se puede forzar el fin de su ejecución mediante la instrucción `return`.
6. En un fichero `****.m` que contenga una función `f` pueden incluirse *subfunciones*; estas son funciones con nombre diferente del nombre del fichero que solo son “visibles” para las funciones del mismo fichero.

Función `disp`

Permite imprimir en la pantalla un mensaje de texto:

```
>> disp('Mensaje que se imprime')
```

Este se emplea, normalmente, cuando se realizan programas en Matlab a fin de que imprima en pantalla el argumento, el cual puede ser una cadena de texto o el contenido de una variable.

Ejemplos

1. Imprimir el valor de una variable sin imprimir su nombre:

```
a=[-8 6;5 10];
```

```
disp(a)
```

```
—8 6
```

```
5 10
```

2. Una forma más elaborada sería:

```
x = [-2 4 7];
```

```
texto1='Los valores de x son: ';
```

```
texto2=num2str(x);
```

```
texto3=[texto1,texto2];
```

```
disp(texto3);
```

La salida es:

```
Los valores de x son: —2 4 7
```

3. Mostrar en una tabla la conversión de temperatura de grados Celsius a Fahrenheit y Kelvin. Tome un rango de temperatura de 0 a 100 con particiones de 10.

```
Celsius = 0:10:100;
```

```
Farhnt = 1.8*Celsius+32;
```

```
Kelvin = Celsius+273.15;
```

```
A= [' Celsius Farhnt Kelvin '];
```

```
disp('*****')
```

```
disp(' Tabla de Temperaturas ')
```

```
disp('*****')
```

```

B = [Celsius' Farhnt' Kelvin'];
disp('*****')
disp(A), disp(B)

```

Tabla de Temperaturas

<i>Celsius</i>	<i>Farhnt</i>	<i>Kelvin</i>
<i>0</i>	<i>32.00</i>	<i>273.15</i>
<i>10.00</i>	<i>50.00</i>	<i>283.15</i>
<i>20.00</i>	<i>68.00</i>	<i>293.15</i>
<i>30.00</i>	<i>86.00</i>	<i>303.15</i>
<i>40.00</i>	<i>104.00</i>	<i>313.15</i>
<i>50.00</i>	<i>122.00</i>	<i>323.15</i>
<i>60.00</i>	<i>140.00</i>	<i>333.15</i>
<i>70.00</i>	<i>158.00</i>	<i>343.15</i>
<i>80.00</i>	<i>176.00</i>	<i>353.15</i>
<i>90.00</i>	<i>194.00</i>	<i>363.15</i>
<i>100.00</i>	<i>212.00</i>	<i>373.15</i>



Función *pause*

Su función es la de detener la ejecución del *script*, de manera que queda a la espera de que el usuario pulse una tecla para continuar. También es posible detener la ejecución del programa un tiempo determinado, por ejemplo, *pause(1)*.

Caja de diálogo

La caja se crea mediante la instrucción *questdlg*. Analice la estructura del código:

```
Eleccion = questdlg('¿Le gustaria un postre?', 'Menú de Postres', ...  
    'Helado','Pastel','No gracias','No gracias');
```

```
switch Eleccion
```

```
    case 'Helado'
```

```
        disp(['Eleccion ' En un momento.'])
```

```
        postre = 1;
```

```
    case 'Pastel'
```

```
        disp(['Eleccion ' En un momento.'])
```

```
        postre = 2;
```

```
    case 'No gracias'
```

```
        disp('Ya le traigo la cuenta.')
```

```
        postre = 0;
```

```
end
```

Verifique las salidas.

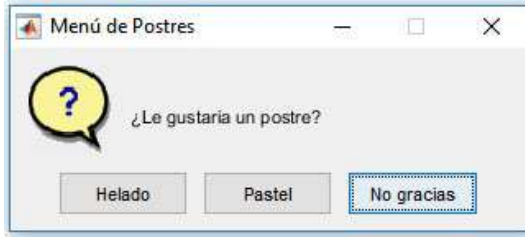


Figura 7.1. Ventana generada una vez ejecutado el programa.

Función de menú

Matlab dispone de una función denominada Menú, la cual muestra una ventana con botones que identifican opciones. La primera cadena de la función Menú indica el encabezado y el resto son etiquetas que aparecen en los botones. La función devuelve el número del botón que se presiona. Así, por ejemplo, crear un menú para la siguiente lista de comidas: hamburguesa, papas fritas, perro caliente y sandwich.

```
lista=menu('Lista comida','Hamburguesa', 'Papa fritas', 'Perro caliente', 'Sandwich');
```

El resultado es una ventana en la que se almacenan los resultados de la lista, tal como se muestra en la Figura 7.2.

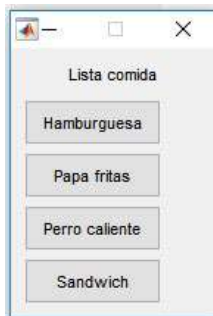


Figura 7.2. Ventana generada una vez ejecutado el programa.

Como se observa en la Figura 7.2, aparecen cuatro botones cuyos valores equivalentes son 1, 2, 3 y 4; por ejemplo, si el usuario presiona el botón Perro caliente, la variable *lista* tendría el valor 3, es decir, al digitar:

```
>> lista
```

```
lista =
```

```
3
```

Barras de estado

La barra de estado se emplea como una alerta para el usuario, tal como se observa en la Figura 7.3. Para esto se emplea la instrucción *waitbar*.

```
h=waitbar(0,'¡Por favor espere un poco más, ok!');
```

```
for i=1:5
```

```
pause(1),waitbar(i/5,h);
```

```
end
```

```
pause(1),close(h)
```

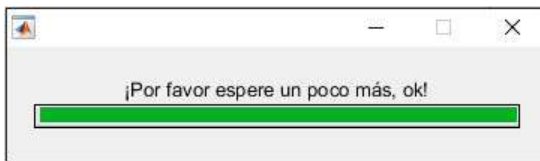


Figura 7.3. Barra de estado una vez que se ejecuta el programa.

Función *fprintf*

Esta instrucción imprime un mensaje en la línea de comandos las variables declaradas *var1*, *var2*, ..., bajo el control de la cadena de

formato y retorna el número n de *bytes* escritos en la variable B . La instrucción general es:

```
>> B = fprintf( 'Formato', var1, var2, ... )
```

```
>> fprintf('%12.8f\n',pi)
```

```
3.14159265
```

Otro ejemplo es que muestre el valor de una constante y el producto de esta en una sola línea:

```
>>a = pi;
```

```
>>fprintf('a = %5.3f 2*a = %5.3f\n', a, 2*a )
```

```
a = 3.142 2*a = 6.283
```

Función *input*

Imprime un mensaje en la línea de comandos y lee datos desde el teclado, de modo que queda en estado de espera hasta que el usuario digite un valor o expresión según se requiera. La instrucción general es:

```
x=input('Mensaje que se imprime')
```

Al teclear el valor (escalar o matricial) Matlab lo almacena en la variable x en este caso. Si en el mensaje se incluye el comando $\backslash n$, se produce un salto de línea.

Ejemplos

Cree un *script* que pida por consola los datos de las variables y arroje el o los resultados especificados.

1. *Compra con descuento.* Calcule el valor de una compra, según la cantidad de artículos y el precio unitario. Si la cantidad comprada es mayor a 10 el precio unitario se reduce en 12%. En el resultado se debe incluir el 19% de impuesto del IVA.

Sea c la cantidad de artículos comprados, p el precio unitario y v el valor total de compra.

```
% Compra con descuento

clc, clear all, format bank

c = input('Digite la cantidad de artículos ');

p = input('Digite el precio unitario ');

if c > 10

    pd = 0.12*p

else

    pd = 0;

end

v = (p—pd)*c

vr=v+v*0.19

disp('Valor de la compra es ');

disp(vr);
```

Los datos de entrada y salida son, respectivamente:

Digite la cantidad de artículos 12

Digite el precio unitario 15000

Valor de la compra es

188496.00

Digite la cantidad de artículos 8

Digite el precio unitario 15000

Valor de la compra es

142800.00

2. Debido a la curvatura de la Tierra, la distancia máxima d_{\max} (en millas) que una persona puede ver desde el último piso de un edificio de altura h (en pies) hacia el horizonte se estima mediante la ecuación:

$$d_{\max} = \sqrt{2rh + h^2}$$

Donde r es el radio de la Tierra, que es aproximadamente 3960 millas.

Expresa la distancia máxima en millas y en kilómetros para la altura de las siguientes construcciones:

- Burj Khalifa = 828 m = 2716,54 pies;
- Taipéi 101 = 509 m = 1669,95 pies;
- Empire State = 443 m = 1453,41 pies;
- Torre Mirador XTEN, Dubai = 170 m = 557,743 pies;
- Mirador de la torre de CN de Toronto = 1135 pies.

clc, clear all

```

h = input('Digite la altura del edificio en pies ');
a=h/5280; % conversión de pies a millas
r=3960;
dmax=sqrt(2*r*a+a^2);
d=dmax*1.60934; % conversión de millas a kilómetros
disp('La distancia máxima del observador en millas es ');
disp(dmax);
disp('La distancia máxima del observador en Km es ');
disp(d);

```

Burj Khalifa

Digite la altura del edificio en pies >> 2716.54

La distancia máxima del observador en millas es

63.8363

La distancia máxima del observador en Km es

102.7343

Taipéi 101

Digite la altura del edificio en pies >> 1669.95

La distancia máxima del observador en millas es

50.0502

La distancia máxima del observador en Km es

80.5478

Empire State

Digite la altura del edificio en pies >> 1453.41

La distancia máxima del observador en millas es

46.6925

La distancia máxima del observador en Km es

75.1441

Torre Mirador XTEN, Dubai

Digite la altura del edificio en pies 557.743

La distancia máxima del observador en millas es

28.9245

La distancia máxima del observador en Km es

46.5493

Mirador de la torre de CN de Toronto

Digite la altura del edificio en pies 1135

La distancia máxima del observador en millas es

41.2619

La distancia máxima del observador en Km es

66.4045

3. Calcule el área y el volumen de un cilindro:

- el área total de un cilindro es: $A=2\pi r(h+r)$;
- el volumen es: $V=\pi r^2 h$.

Donde r es el radio y h la altura.

%Area y volumen de un cilindro

clc, clear all

r=input('Digite el Radio ');

h=input('Digite la Altura ');

*A = 2*pi*r*(h+r);*

*V = pi*r^2*h;*

disp('El Área del cilindro es: ');

disp(A)

disp('El Volumen del cilindro es: ');

disp(V);

Los datos de entrada y salida son, respectivamente:

Digite el Radio 10

Digite la Altura 2

El Área del cilindro es:

753.98

El Volumen del cilindro es:

628.32

4. Cree un programa que calcule la suma de los n primeros términos de la siguiente sucesión:

$$S = \left\{ 1, x, \frac{x^2}{2!}, \frac{x^3}{3!}, \frac{x^4}{4!}, \frac{x^5}{5!}, \dots, \frac{x^n}{n!} \right\}$$

```

clc, clear all

n=input('Digite el valor de n: ');
x=input('Digite el valor de x: ');

p=1;

m=1;

s=1;

for i=1:n-1

    p=p*x;

    m=m*i;

    s=s+p/m;

end

disp(s)

```

Al probar el *script* se tiene:

Digite el valor de n: 3

Digite el valor de x: 2

5

Digite el valor de n: 5

Digite el valor de x: 2

7

5. Cree un *script* que permita calcular la suma de los n primeros números de una progresión armónica.

```

clc, clear all

```

```

n=input('Digite la cantidad de números de la progresión: ');
s=0;
while n>0
    s=s+1/n;
    n=n-1;
end
disp(s);

```

Los datos de entrada y salida son, respectivamente:

Digite la cantidad de números de la progresión: 5

2.2833

6. Calcule el total que se debe pagar a un almacén por la compra de un artículo específico. El precio es de \$80 000 si se compran menos de cuatro, y de \$70 000 si se compran cuatro o más. Sea n el número de artículos y v el valor a pagar. Tenga en cuenta que:

- si $n < 4$, la fórmula para el pago es $v = 80\,000 * n$;
- para el caso contrario $v = 70\,000 * n$.

%Compra de artículos con descuento

clc, clear all

n=input('Cantidad de artículos ');

if n < 4

*v = 80000*n;*

else

```
v = 70000*n;
end
disp('Valor a pagar');
disp(v)
```

Los datos de entrada y salida son, respectivamente:

Cantidad de artículos 6

Valor a pagar

420000.00

Cantidad de artículos 3

Valor a pagar

240000.00

Cabe señalar que Matlab dispone de un conjunto de instrucciones que permiten optimizar las funciones en un *script*, las cuales se resumen en la Tabla 7.2.

Tabla 7.2 Instrucciones que permiten optimizar las funciones en un script

Instrucción	Descripción
<i>addpath</i>	Añade uno o varios directorios a la lista de la base de datos de funciones.
<i>edit</i>	Llama al editor descrito en la variable <i>EDIT</i> para editar la función pasada como argumento.

type	Muestra información sobre la variable o el nombre de la función. Si el argumento es una función o una subrutina dentro de un archivo <i>.m</i> muestra el contenido del archivo.
-------------	--

Práctica 1

Cree un *script* que pida por consola los datos dados y arroje el o los resultados especificados con una leyenda. La condición es usar las instrucciones *input* y *disp* de forma apropiada.

1. Cuando se incrementa el brillo x de una fuente de luz, el ojo humano reacciona disminuyendo el radio r de la pupila. La ecuación para calcular r en función de x es:

$$r(x) = \sqrt{\frac{13 + 7x^{0.4}}{1 + 4x^{0.4}}}$$

2. Calcule el área y el volumen de un dodecaedro.

3. La velocidad V_N de un cuerpo después de N colisiones se representa por la ecuación:

$$V_N = V_o \left(\frac{M - m}{M + m} \right)^N$$

Si la velocidad inicial $V_o = 40$ m/s, determine la velocidad final de dos cuerpos $M = 0,5$ kg y $m = 0,1$ kg después de tres y cuatro colisiones.

4. *Crecimiento poblacional.* La población de una ciudad está representada por la ecuación:

$$N(t) = 4e^{0,0075t}$$

Donde $N(t)$ es la población final representada en millones, t en años, determine $N(5)$ y $N(10)$.

5. La superficie corporal de una persona medida en m^2 se utiliza con el fin de determinar la dosis de medicamentos en pacientes y se puede calcular mediante la fórmula de DuBois:

$$BSA = 0,007184W^{0,425} H^{0,75}$$

Donde W es la masa en kg y H la altura en cm, calcule la superficie corporal para los siguientes datos:

a. Una persona de 95 kg y 1,87 m.

b. Una persona de 61 kg y 1,58 m.

6. La longitud armónica l de una señal está representada por la ecuación:

$$l = \frac{\lambda_o}{4|n - n_2|}$$

Donde λ_o es la longitud de onda de la señal incidente (m); n y n_2 son los índices de refracción de los medios por donde viaja la señal, determine la longitud armónica para señales cuyas longitudes de onda son de 500 μm , 480 nm, 890 nm y 1500 pm, con índices de refracción de 1,4589 y 1,378955.

7. El factor de intensidad de tensión K predice el estado de tensión (intensidad del esfuerzo) cerca de una grieta. Para una placa con una grieta determinada, la carga K mostrada en la figura está dada por:

$$K = \sigma\sqrt{\pi a} \left[\frac{1 - \frac{a}{2b} + 0.326 \left(\frac{a}{b}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{a}{b}}} \right]$$

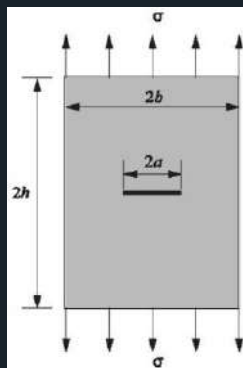


Figura 7.4. Distribución de variables en una placa con una grieta.

Determine K para el caso donde $\sigma=13000$ psi, $a = 1,568$ in y $b =5$ in.

8. La variación de la presión P en función de la altitud h está dada por la ley de Laplace:

$$P = P_0 e^{-\frac{Mgh}{N_A k T}}$$

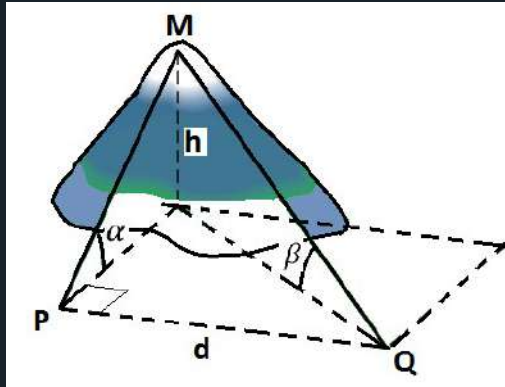
Donde:

- P se mide en atmósferas;
- P_0 es la presión atmosférica a nivel del mar;
- M es el peso molecular del aire $28,8$ g/mol = $0,0288$ kg/mol;
- g es la aceleración de la gravedad;
- $k = 1,3805 \cdot 10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann;
- T es la temperatura de la atmósfera en kelvin;
- $N_A = 6,0225 \cdot 10^{23}$ es el número de Avogadro, el número de moléculas que caben en un mol.

Si $P_0 = 1$ atm, determine la presión a una altitud de 1500 metros, donde la temperatura es de $253,2$ K.

9. A fin de hallar la altura de una montaña desde dos puntos P y Q que equidistan a d millas entre sí, y a un punto M en la cima de la montaña, tal como se muestra la figura, se obtiene la siguiente ecuación:

$$h = \frac{d \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\beta)}{\sqrt{\operatorname{sen}^2 \alpha - \operatorname{sen}^2 \beta}}$$



Representación ejercicio 10

Si $\alpha=30^\circ$, $\beta=25^\circ$ y $d=10,7$ millas, ¿cuál es la altura de la montaña?

10. *Ley de Hubble*. Esta ley física establece la relación que existe entre el corrimiento al rojo que presenta una galaxia cuando se aleja de otra, la cual es proporcional a la distancia a la que se encuentra. Esta ley es una evidencia de que el universo se expande.

$$z = \frac{DH_0}{c}$$

Donde z es el corrimiento al rojo (es un número adimensional), D la distancia actual a una galaxia (medida en Mega parsec [Mpc], estos es, una distancia equivalente a unos 3,26 millones de años luz), H_0 es la constante de Hubble en el momento de la observación, cuyo valor actual es del orden de 77 (km/s)/Mpc, y c es la velocidad de la luz = $299792,458$ km/s, halle z para las siguientes galaxias:

- Enana de la Osa Menor = $0,063$ Mpc;
- NGC 185 = $0,62$ Mpc;
- Andrómeda (M31) = $0,79$ Mpc;

- NGC 55 = 1,8 Mpc;
- Circinus = 2,8 Mpc;
- NGC 404 = 3,06 Mpc;
- NGC 4945 = 3.59 Mpc.

En el *script* agregue la instrucción que solicite el nombre de la galaxia.

11. El cuasi periodo de una estructura está determinado por la ecuación general:

$$x(t) = Ae^{-\lambda t} \text{sen}(\omega t + \phi)$$

Donde $Ae^{-\lambda t}$ se denomina amplitud amortiguada de las vibraciones; ω , frecuencia de oscilación (rad/s); t , tiempo (s); ϕ , ángulo de fase (rad); y λ , constante de amortiguación (Hz). Determine $x(1,2)$, $x(2,5)$ y $x(3,1)$ cuando $A = (2\sqrt{5})/3$, $\lambda = 0,02$ Hz, $\omega = 4,25$ y $\phi = 5,987$. Estos datos deben ser solicitados por consola, excepto A .

12. Una onda transversal se propaga a lo largo del eje x en un tiempo t ; está representada por la siguiente ecuación:

$$y(x,t) = 0,45 \cos(2x - 3t)$$

Determine $y(10,0)$, $y(20,2)$, $y(30,4)$, $y(35,25)$.

13. La ecuación del movimiento cuando se ha abierto el paracaídas se puede expresar de la forma:

$$v^2 = v_l^2 + (v_o^2 - v_l^2) e^{-\frac{2g}{v_l^2}(x_o - x)}$$

Donde v es la velocidad del móvil en cualquier instante t ; v_o es la velocidad del paracaidista en el instante t_o en el que abre el paracaídas y v_l es la velocidad límite; x_o es la posición inicial del paracaidista y x la posición final.

El paracaidista parte del reposo desde la posición $x_0 = 2000$ m y abre el paracaídas en la posición $x = 1000$ m, sobre el suelo. La velocidad inicial es de 140 m/s y la velocidad límite es de 47,7 m/s.

14. Para la ecuación cúbica degradada $x^3 + px + q = 0$, Cardano encontró la fórmula que permite hallar su solución:

$$x = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

Resolver para:

$$x^3 - 5x + 7 = 0$$

$$x^3 + 3x + 4 = 0$$

$$x^3 - 27x - 54 = 0$$

$$x^3 + 9x + 11 = 0$$

15. Cree una caja de diálogo en la que se brinde la opción de escoger el tipo de *pizza* (queso, hawaiana, peperoni, carnes).

16. Cree un menú en la que se brinde la opción de escoger diversos tipos de comida rápida (pita, ensalada, aros de cebolla, nachos, alitas de pollo y *nuggets*).

Número de argumentos de entrada y salida

Existen unos parámetros opcionales para manipular funciones a través de sus variables de entrada y salida, así:

- *nargin* (*number of input arguments*). Proporciona el número de argumentos con el que se ha llamado una función.
- *nargout* (*number of output arguments*). Retorna el número de argumentos de salida de una función.
- *varargin* (*variable number of input arguments*). Permite que las funciones admitan cualquier combinación de argumentos de entrada.
- *varargout* (*variable number of output arguments*). Permite que las funciones admitan cualquier combinación de argumentos de salida.
- *inputname*. Retorna el nombre de la variable que se ha pasado como argumento de entrada en una función.
- *nargchk* (*check number of input arguments*) y *nargoutchk* (*check number of output arguments*).

Estas funciones permiten que la función global o local realice cosas diferentes según el número de parámetros de entrada o salida con que es llamada. De igual manera, son de ayuda esencial cuando se escriben funciones polivalentes.

Los métodos *nargin* y *nargout* sirven para que las funciones se comporten de un modo distinto según la cantidad de argumentos de entrada. Por su parte, *varargin* y *varargout* hacen que no se tenga la preocupación de escribir largas cabeceras de funciones cuando estas reciben muchos argumentos.

Mensaje de error

A fin de crear un mensaje de error se emplea un bucle *if—else* combinado con la función *nargin* (*number of input arguments*), la cual indica con cuántos argumentos se ha llamado a la función.

Ejemplo

Sea el script *mult1.m*, que relaciona la función $y=2y^2 + 4x - 10$:

```
function y=mult1(x)
% Sintaxis y=mult1(x)
if nargin==0
    error('Esta función necesita un argumento de entrada')
else
    y=2*x^2+4*x-10;
end
```

Al intentar utilizar el *script* sin argumentos de entrada en la ventana de comandos, el resultado va a ser lo siguiente:

```
>> mult1
Error using mult1 (line 4)
Esta función necesita un argumento de entrada
```

Con un argumento válido se tiene:

```
>> mult1(3)
ans =
    20
```


Funciones con varios argumentos de entrada

Cuando se presenta el problema matemático en el cual se precisa de más de un argumento de entrada, en el que se desea efectuar cálculos para diversos valores en cualquier momento, se procede a construir la función o las funciones que se deberán ejecutar directamente desde la Command Window o, en su defecto, desde el editor, siempre y cuando se realicen unos ajustes en cuanto a la incorporación de ciertas instrucciones vistas anteriormente. La estructura general de una función es:

```
function [variables de salida]=nombre_función(argumentos de entrada)
```

```
    salida=...
```

```
end
```

Por ejemplo, se desea crear una función que sume dos escalares *a* y *b*:

```
function [s]=suma(a,b)
```

```
    s=a+b;
```

```
end
```

Para correr esta función debe digitarse en la Command Window el nombre de la función con los valores declarados de la variable *a* y *b*; por ejemplo, *suma*(7,8).

Los corchetes son necesarios solo cuando se desee retornar más de una variable:

```
function [x1,x2,x3,...,xn]= nombre_función (a,b,c,...z)
```

```
    x1 = ...
```

```
x2 = ...
end
```

Ejemplos para otras formas de declarar la función son:

```
function func
```

```
function func(a)
```

```
function func(a,b)
```

```
function x1=func
```

```
function x1=func(a)
```

```
function x1=func(a,b)
```

```
function [x1,x2]=func
```

```
function [x1,x2]=func(a)
```

```
function [x1,x2]=func(a,b)
```

Los argumentos de entrada y las variables de salida, cuando son varios, se separan por comas. Existen casos particulares como los siguientes:

- si no hay argumentos de entrada, no es necesario poner los paréntesis;
- si no hay variables de salida, no es necesario poner los corchetes ni el signo igual;
- si solo hay una variable de salida, no es necesario poner los corchetes.

Es importante tener en cuenta que, al declarar una función en Matlab, a fin de poder ejecutarla debe haberse guardado previa-

mente. Al guardarse, de forma automática queda con la extensión *.m* bajo el nombre dado a la función. Si cambia dicho nombre en el *script* se va a genera un error, pues Matlab no reconocerá esta variable como propia.

Cadena de formato o caracteres de escape

Permite controlar la notación, la alineación, el número de dígitos significativos, el ancho del campo y otros aspectos de un formato de salida. Puede contener caracteres de escape que representen aquellos caracteres no imprimibles tales como nueva línea (`'\n'`) o tabs (`'\t'`).

Los especificadores de conversión inician con el carácter `%` seguido de los siguientes elementos: flag, ancho, precisión y carácter de conversión.

Caracteres de escape

Estos son los siguientes:

- `\n` se ejecuta el paso de nueva línea;
- `\t` se ejecuta un tabulador horizontal;
- `\b` se ejecuta un paso hacia atrás de un solo carácter (*backspace*), borrando el contenido del carácter actual en caso de que exista;
- `\r` se ejecuta un retorno de carro
- `\f` se ejecuta un salto de página (*form feed*);
- `\\` escribe el carácter *backslash* (`\`);
- `\'` escribe un apóstrofo (`'`);

- caracteres de conversión;
- %d enteros en el sistema decimal;
- %o enteros en el sistema octal;
- %x enteros en el sistema hexadecimal;
- %u enteros de signo en el sistema decimal;
- %f reales de punto fijo;
- %e reales de punto flotante;
- %g utiliza d, e ó f seleccionando el de mayor precisión en el mínimo espacio;
- %c caracteres individuales;
- %s cadena de caracteres.

Ejemplos

1. Dada la especificación `%—10.5f`, la interpretación es:

- flag: — (alineación a la izquierda);
- ancho: 10 (número de espacios totales, incluido el punto decimal);
- precisión: 5 (número de dígitos decimales después del punto);
- carácter de conversión: *f* (tipo de dato asociado al valor por imprimir, *f* es notación de punto fijo);

2. Dado el intervalo $[-3,3]$ con particiones de 0,5, evalúe las salidas para la ecuación $y=x^2$.

`x=[-3:.5:3]'; y=x.^2; z=[x y];`

```
fprintf('tX\ttY\t\n');
fprintf('%8.4f %8.4f\n',z')
```

La salida es:

X	Y
-3,0000	9,0000
-2,5000	6,2500
-2,0000	4,0000
-1,5000	2,2500
-1,0000	1,0000
-0,5000	0,2500
0,0000	0,0000
0,5000	0,2500
1,0000	1,0000
1,5000	2,2500
2,0000	4,0000
2,5000	6,2500
3,0000	9,0000

3. Cálculo porcentual de una inversión de \$2 000 000 al 9,5%.

```
balance = 2000000;
```

```
rate = 0.095;
```



```

intereses = rate * balance;

balance = balance + intereses;

fprintf( 'Porcentaje de: %6.3f Nuevo balance: %8.2f\n',...
        rate, balance );

```

La salida es:

```

Porcentaje de: 0,095 Nuevo balance: 2190000,00

```

Ejercicios resueltos

1. Se desea saber el volumen de un cono cuando el radio es 3 cm y la altura de 5 cm, el radio 8 y la altura 12 cm. El volumen de un cono se calcula mediante la ecuación:

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

```

% se declara la función con el nombre fvolumen

```

```

% volumen de un cono de radio r y altura h

```

```

function volumen=fvolumen(r,h)

```

```

volumen=pi*r^2*h/3;

```

```

end

```

A fin de calcular el volumen se invoca la función *fvolumen(r,h)*, desde la Command Window, así:

```

fvolumen(3,5)

```

```

ans =

```

```

47.1239

```

```
fvolumen(8,12)
```

```
ans =
```

```
804.2477
```

2. Determine el área de un polígono regular de n lados. Pruebe la función para $L = 5$ y $n = 7$.

A fin de calcular el área de un polígono regular de n lados se debe evaluar el perímetro P y la apotema A_p . Esto significa que se van a usar variables locales en la función a declarar.

El perímetro y apotema se calculan mediante las siguientes ecuaciones:

$$P = n * L \quad A_p = \frac{nL^2}{4 \tan\left(\frac{\pi}{n}\right)}$$

Donde L es la longitud de los lados y n el número de lados.

Para calcular el área, su ecuación es: $A = \frac{PA_p}{2}$.

Ahora se procede a definir la función, que en este caso se le llamará *área*, y la función a evaluar *areapol*, así:

```
function area=areapol(L,n)
```

```
if nargin==0
```

```
error('Esta función necesita un argumento de entrada')
```

```
else
```

```
P=n*L;
```

```
Ap=n*L^2/(4*tan(pi/n));
```

```
area=P*Ap/2;
```

```
end
```

Al invocar la función $areapol(L,n)$, desde la Command Window se tiene:

```
>> areapol(5,7)
```

```
ans =
```

```
1,5898e+03
```

3. Resuelva la ecuación cuadrática $2x^2+5x-12=0$, definiendo la respectiva función general.

La ecuación de segundo grado tiene la forma $ax^2+bx+c=0$, lo que implica que, en términos generales, tendrá dos soluciones x_1 y x_2 .

```
function [x1,x2]=ec2grado(a,b,c)
```

```
if nargin==0
```

```
    error('Esta función necesita un argumento de entrada')
```

```
else
```

```
x1=(-b-sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
```

```
x2=(-b+sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
```

```
end
```

Para invocar la función desde la Command Window se tiene que realizar de la siguiente manera:

```
[x1,x2]=ec2grado(2,5,-12)
```

```
x1 =
```

```
-4
```

```
x2 =
```

```
1.5
```


4. Una función puede entregar más de un resultado, por lo cual las variables que entregan los resultados deben definirse entre corchetes []. Por ejemplo, defina una función que entregue el área y el volumen de un cilindro dados su radio (r) y su altura (h).

Calcule el área y el volumen de un recipiente cilíndrico que tiene un diámetro de 10 cm y una altura de 12 cm.

```
function [area, vol] = cilindro(r, h)
area = 2*pi*r*h + 2*pi*r^2;
vol = pi*r^2*h;
end
```

La función se almacena con el nombre *cilindro*. Digite en la ventana de comandos:

```
r=5;
h=12;
[area, vol] = cilindro(r, h)
area =
    534.0708
vol =
    942.4778
```

Existen diferentes formas de ingresar la información en la ventana de comandos, por lo que es importante probar cada una de ellas y establecer la más óptima.

5. El potencial de Coulomb en coordenadas rectangulares está dado por la ecuación:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Donde Q es la carga eléctrica, ϵ es la constante de permitividad eléctrica en el vacío $8,8542 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$, y x, y, z son las coordenadas espaciales en la que se encuentra la carga, defina la función general para evaluar el potencial cuando la carga eléctrica es de $5 \times 10^{-12} \text{ Coulomb}$, que se encuentra en las coordenadas $(5,6,-8) \times 10^{-6} \text{ m}$.

```
function V=potencial(q,x,y,z)

epsilon= 8.8542e-12; % C2/Nm2

V=q/(4*pi*epsilon*sqrt(x^2+y^2+z^2));

end
```

Al invocar la función *potencial*(q,x,y,z), desde la Command Window se tiene:

```
potencial(5e-12,5e-6,8e-6,-3e-6)

ans =

4.5394e+03
```

6. *Triángulo de pascal*. El triángulo de Pascal es una representación de los coeficientes binomiales ordenados en forma triangular. La construcción del triángulo está relacionada con los coeficientes binomiales según la fórmula:

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

Entonces:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} \quad \forall n \in \mathbb{Z}^+$$

Cree una función que permita calcular el triángulo de pascal para cualquier valor de n , analice el *script* y pruébelo.

```
function tp = tripascal(n)

% Las dos primeras filas son constantes

tp(1, 1) = 1;

tp(2, 1 : 2) = [1 1];

% Si sólo se solicitan dos filas

if n < 3

    return

end

for r = 3 : n

    % El primer elemento de cada fila es siempre 1

    tp(r, 1) = 1;

    % Cada elemento es la adición de los dos elementos, es decir, la fila
    anterior.

    for c = 2 : r-1

        tp(r, c) = tp(r-1, c-1) + tp(r-1, c);

    end

    % El último elemento de cada fila es siempre 1

    tp(r, r) = 1;

end
```

7. *Pozo cuántico unidimensional.* La energía de un pozo cuántico unidimensional es de 5 eV (electronvoltios) para el número cuántico 4, determine su longitud. Para esto, cree una función en la que se solicite el número cuántico y la energía, teniendo en cuenta que se debe realizar la conversión de eV a joules, por el factor multiplicador $1,6 \times 10^{-19}$ Js.

La ecuación de la energía de un pozo es:

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2}$$

Donde m es la masa del electrón $9,109383 \times 10^{-31}$ kg y \hbar es la constante de Planck reducida $1,05 \times 10^{-34}$ Js, al despejar la longitud se tiene:

$$L^2 \Rightarrow L = \sqrt{\frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mE}}$$

```
function longitud(n,E)
```

```
if nargin==0
```

```
    error('Esta función necesita un argumento de entrada')
```

```
else
```

```
    hr=1.055e-34;
```

```
    m=9.1e-31;
```

```
    a=1.6e-19;
```

```
    L=sqrt(pi^2*hr^2*n^2/(2*m*E*a));
```

```
end
```

Al invocar la función *longitud(n,E)* desde la Command Window los datos suministrados se tiene:

```
longitud(4,5)
```

```
L =
```

```
1.0987e-09
```

8. Dada la función $f(x) = 2x\cos\left(\frac{x}{3}\right)$, evalúe $f(x)$ para los valores de 10, 20, 30, 40, 50 y 60 grados.

```
function funcioncos(x)
```

```
if nargin==0
```

```
    error('Esta función necesita un argumento de entrada')
```

```
else
```

```
f = 2*x.*cos(x/3);
```

```
end
```

Una forma no muy ortodoxa sería evaluar la función término a término, lo cual es válido, por supuesto, pero no muy funcional a nivel operativo. Por tanto, es posible crear un vector con los datos dados y llamar la variable directamente desde la función, así:

```
x=[10,20,30,40,50,60];
```

```
funcioncos(x)
```

```
f =
```

```
—19.6335 37.0947 —50.3443 57.6017 —57.4582 48.9698
```

Es importante tener en cuenta que, a la hora de trabajar con vectores, a la función se le debe adicionar un punto o puntos según sea el caso, bien sea cuando la variable está elevada a una potencia, o bien cuando la variable se encuentra operando con otra. De

no tener en cuenta este aspecto el sistema arrojará error.

9. *Rotación y traslación de objetos 3D: ángulos de Euler.* La rotación y la traslación de un punto $P(x_1, y_1, z_1)$ a otra posición $Q(x_1, y_1, z_1)$ está determinado por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$X = L_x + a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z$$

$$Y = L_y + a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z$$

$$Z = L_z + a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z$$

Donde L_x , L_y y L_z son los componentes x , y , z de la traslación, respectivamente, y a_{ij} , con $i, j = 1, 2, 3$, son los elementos de la matriz,

$a =$

$$a = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\chi & -\cos\psi\sin\chi & \sin\chi \\ \cos\phi\sin\chi + \sin\phi\sin\psi\cos\chi & \cos\phi\cos\chi - \sin\phi\sin\psi\sin\chi & -\sin\phi\cos\psi \\ \sin\phi\sin\chi - \cos\phi\sin\psi\cos\chi & \sin\phi\cos\chi - \cos\phi\sin\psi\sin\chi & \cos\phi\cos\psi \end{bmatrix}$$

Las cantidades ψ , ϕ y χ son los ángulos de rotación de Euler del sistema de coordenadas alrededor del origen:

- ϕ alrededor del eje x ;
- ψ alrededor del eje y ;
- χ alrededor del eje z .

En términos generales, las coordenadas (x, y, z) pueden ser escalares, vectores de igual longitud o matrices del mismo orden.

Se procede a crear la función en Matlab bajo las variables asociadas a los ángulos de Euler, así:

```
function [Xrt,Yrt,Zrt] = AnguloEuler(psi,chi,phi,Lx,Ly,Lz,x,y,z)
if nargin==0
    error('Esta función necesita un argumento de entrada')
else
    a = [cos(psi)*cos(chi), -cos(psi)*sin(chi), sin(psi);...
        cos(phi)*sin(chi)+sin(phi)*sin(psi)*cos(chi),...
        cos(phi)*cos(chi)-sin(phi)*sin(psi)*sin(chi),-sin(phi)*cos(psi);...
        sin(phi)*sin(chi)-cos(phi)*sin(psi)*cos(chi),...
        sin(phi)*cos(chi)+cos(phi)*sin(psi)*sin(chi), cos(phi)*cos(psi)];
    Xrt = a(1,1)*x+a(1,2)*y+a(1,3)*z+Lx;
    Yrt = a(2,1)*x+a(2,2)*y+a(2,3)*z+Ly;
    Zrt = a(3,1)*x+a(3,2)*y+a(3,3)*z+Lz;
end
```

Al ejecutar el *script* se tiene.

```
AnguloEuler(30,35,45,8,8,8,1.5,2,3)
```

```
ans =
```

```
4.9589
```

10. Combinación de superficies y líneas en un disco de radio R .

```
function Disc(R, zo)
```

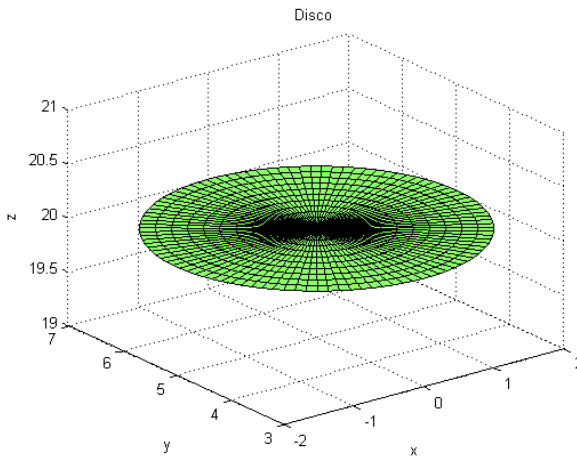
```
if nargin==0
```

```
    error('Esta función necesita un argumento de entrada')
```

```

else
r = linspace(0, R, 12);
theta = linspace(0, 2*pi, 100);
x = cos(theta)*r;
y = 5 + sin(theta)*r;
z = repmat(z0, size(x));
surf(x, y, z), grid on
title('Disco'), xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')
end

```



Representación ejercicio 10

11. Generación de un toroide.

Las ecuaciones para generar un toroide son:

$$x = r \cos \theta; \quad y = r \sin \theta; \quad z = \pm \sqrt{a^2 - (\sqrt{x^2 + y^2} - b)^2}$$

Donde $b - a \leq r \leq b + a$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ y $b > a$.

Se crea la función *Toroide* con el propósito de obtener las coordenadas reales para eliminar la parte imaginaria debida a redondeos numéricos:

```
function [X, Y, Z] = Toroide(a,b)

if nargin==0
    error('Esta función necesita un argumento de entrada')
else
    r = linspace(b-a, b+a, 10);
    th = linspace(0, 2*pi, 22);
    x = r'*cos(th);
    y = r'*sin(th);
    z = real(sqrt(a^2-(sqrt(x.^2+y.^2)-b).^2));
    X = [x x];
    Y = [y y];
    Z = [z -z];
end
```

Pruebe para diversos valores.

12. *Rotación y traslación de objetos 3D: generación de un toroide.*
Este ejercicio depende de la función construida en el punto 11.

Se desea obtener cuatro graficas de un toroide, con variaciones del ángulo:

a. Sin rotación.

b. Con rotación a 60° alrededor del eje x ($\phi=60$) comparado con el toroide original.

c. Con rotación a 60° alrededor del eje y ($\psi=60$) comparado con el toroide original.

d. Con rotación a 60° alrededor del eje x ($\phi=60$), rotado 60° alrededor del eje y ($\psi=60$) comparado con el toroide original.

Se asume que $a = 0,2$ y $b = 0,8$ y se emplea la instrucción *color-map* con el fin de crear una malla de líneas en torno a la figura. Analice con detenimiento el código empleado.

% Fuente de ejercicio. Corcuera, P. (s/f).

```
function [X, Y, Z] = Toroide(0.2, 0.8);
```

```
psi = [0, pi/3, pi/3];
```

```
chi = [0, 0, 0];
```

```
phi = [pi/3, 0, pi/3];
```

```
Lx = 0; Ly = 0; Lz = 0;
```

```
for k = 1:4
```

```
    subplot(2,2,k)
```

```
    if k==1
```

```
        mesh(X, Y, Z)
```

```
    else
```

```
        mesh(X, Y, Z)
```

```
    hold on
```

```

[Xr Yr Zr] = EulerAngles(psi(k-1), chi(k-1),...
phi(k-1), Lx, Ly, Lz, X, Y, Z);
mesh(Xr, Yr, Zr)

end

switch k
case 1
    text(0.5, -0.5, 1, 'Toroide')
case 2
    text(0.5, -0.5, 1, '\phi = 60\circ')
case 3
    text(0.5, -0.5, 1, '\psi = 60\circ')
    text(0.5, -0.5, 1, '\psi = 60\circ')
case 4
    text(0.5, -0.5, 1.35, '\psi = 60\circ')
    text(0.55, -0.5, 1, '\phi = 60\circ')
end

colormap([0 0 0])

axis equal off

grid off

end

```

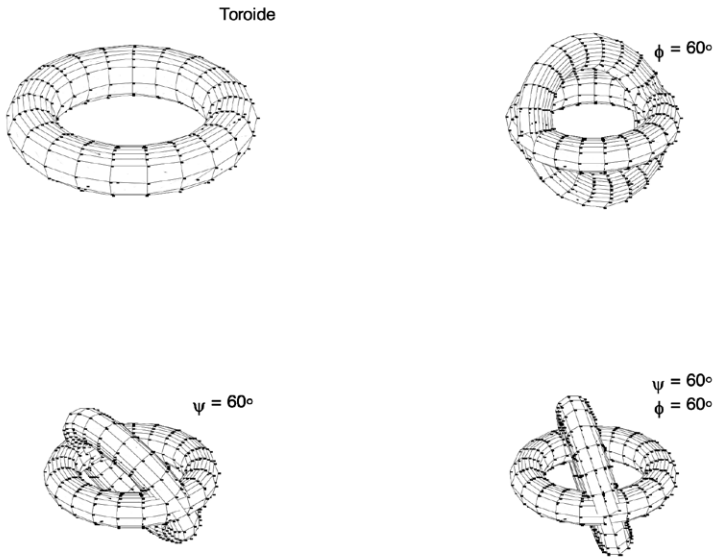


Figura 7.5. Gráficos de toroides.

13. Gráfica de inecuaciones en un rango específico:

```
function varargout = inecgraf(I,R)
```

```
% Argumentos de entrada:
```

```
% I — Inecuación
```

```
% R — Rango en el cual se trazaré la gráfica.
```

```
% Argumentos de salida:
```

```
% Si se especifica un argumento de salida, la función devuelve un  
array de handles que le permite modificar las propiedades de la  
gráfica de salida
```

```
set(gca,'NextPlot','add');
```

```
axis([R(1) R(2) R(1) R(2)]);
```

```
dd=(R(2)—R(1))/50;
```

```

[x,y]=meshgrid(R(1):dd:R(2));
[f,c]=find(eval(I));
h=zeros(1,length(f));
for i=1:length(f)
    h(i)=plot(x(f(i),c(i)),y(f(i),c(i)),b*','MarkerSize',2);
end
if nargout==1
    varargout{1}=h;
end
end

```

Digite por la Command Window:

```

inecgraf('2*x.^2+y.^2<10',[-5 6]);
h = inecgraf('y<x+4',[0 10]);
set(h,'color','r','MarkerSize',5);

```

14. Calcule la tasa de depreciación anual de una inversión, en la que se debe proporcionar el precio original del artículo, el precio de reventa y el periodo de inversión. La fórmula es:

$$D = 1 - \sqrt[n]{\frac{T}{P}}$$

Donde D representa la tasa de depreciación, T el precio de reventa, P el precio original, y n el periodo de inversión en años.

```
function d=depreciacion(p,t,n)
```

```
d = 100*(1-(t/p)^(1/n));
```

```
end
```

En otro *script* digite y guarde con otro nombre.

```
clc, clear, format compact, format bank
```

```
p = input('Digite el precio original: ');
```

```
t = input('Digite el precio de venta: ');
```

```
n = input('Digite el número de años: ');
```

```
d = depreciacion(p,t,n)
```

Ejemplo:

Angie compró su automóvil por \$70 000 000 y lo vendió por \$62 000 000 tres años después. ¿Cuál fue la tasa de depreciación real?

```
Digite el precio original: 70000000
```

```
Digite el precio de venta: 62000000
```

```
Digite el número de años: 3
```

```
d =
```

```
3.96
```

Se concluye que la depreciación fue del 3,96 %.

15. *Cantidad de depreciación.* Calcule el importe amortizado en un año determinado para una inversión de depreciación. En este caso se proporciona el precio original de la inversión, la tasa y el año de depreciación. La ecuación para este caso es:

$$D=pi(1-i)^{n-1}$$

Donde D es el importe de la amortización, P el precio original, i la tasa de depreciación, y n los años de depreciación.

```
function da = cdepreciacion(p,i,n)
```

```
i = i/100;
```

```
da = p*i*(1-i)^(n-1);
```

```
end
```

Se procede a crear otro *script* con la siguiente información:

```
clc, clear, format compact, format bank
```

```
p = input('Digite el precio original: ');
```

```
i = input('Digite la rata de depreciación: ');
```

```
n = input('Digite el año de depreciación: ');
```

```
da = cdepreciacion(p,i,n)
```

Ejemplo:

Claudia compró su automóvil por un valor de \$ 54 000 000. Su modelo se deprecia a una tasa promedio anual del 20,2 %. ¿Qué cantidad se ha depreciado el automóvil en el primer año?

```
Digite el precio original: 54000000
```

```
Digite la rata de depreciación: 20.2
```

```
Digite el año de depreciación: 1
```

```
da =
```

```
10908000
```

16. Calcule la cantidad requerida por concepto de depósitos regulares conociendo el valor futuro en un periodo de tiempo especificado. La fórmula a usar relaciona el valor futuro con la tasa de interés nominal, el número de depósitos por año y el número de años.

$$R = V_f \left[\frac{\frac{i}{N}}{\left(1 + \frac{i}{N}\right)^{Nt} - 1} \right]$$

Donde R representa la cantidad de depósitos regulares, V_f el valor futuro, i la tasa de interés nominal, N el número de depósitos por año y t el número de años.

```
function r = valor_futuro(vf, i, N, t)
```

```
r = vf*(i/N)/((1+i/N)^(N*t)-1);
```

```
end
```

Cree otro *script* con las siguientes instrucciones:

```
clc; clear; format bank
```

```
vf = input('Digite el valor total antes de t años: ');
```

```
i = input('Digite el interés nominal: ');
```

```
N = input('Digite el número de depósitos por año: ');
```

```
t = input('Digite el número de años: ');
```

```
r = valor_futuro(vf, i, N, t)
```

Ejemplo:

Dominique le gustaría tener \$1 000 000 al final de un año en su cuenta de ahorros. ¿Cuánto debe depositar cada mes con un interés del 8,5% para lograrlo?

Digite el valor total antes de t años: 1000000

Digite el interés nominal: 8.5

Digite el número de depósitos por año: 12

Digite el número de años: 1

r =

17. Parte de una vía de una montaña rusa se puede expresar mediante la función polinomial,

$$h(t) = 0,0012358t^3 - 0,12548t^2 + 3,678t + 10$$

Donde la altura h esta expresada en pies y t en segundos.

Determine la altura de la vía para $t = 0, 5$ y 10 segundos, donde los valores se pidan por consola. Para la salida del programa muestre el mensaje:

“La altura en metros de la montaña rusa en el tiempo dado es: “.

Para este caso en particular no se va a crear un segundo *script*, sino que en la función creada se va a realizar todo el proceso de llamado y ejecución.

```
function [h] = altura(t)
```

```
clc, clear all, format
```

```
t = input('Digite el tiempo t en segundos: ');
```

```
disp('La altura en metros de la montaña rusa en el tiempo dado es: ');
```

```
h=0.0012358*t^3-0.12548*t^2+3.678*t+10;
```

```
end
```

Ahora, se ejecuta de forma directa el programa o por consola se digita el nombre de la función, así:

altura_m

Digite el tiempo t en segundos: 0

La altura de la montaña rusa en el tiempo dado es:

ans =

10.00

Digite el tiempo t en segundos: 5

La altura de la montaña rusa en el tiempo dado es:

ans =

25.41

Digite el tiempo t en segundos: 10.

La altura de la montaña rusa en el tiempo dado es:

ans =

35.47

18. El cambio de energía cinética ΔE de un sistema se expresa mediante la ecuación:

$$\Delta E = \frac{1}{2}m[v_2^2 - v_1^2]$$

Donde m es la masa en kg, v_2 es la velocidad final y v_1 la velocidad inicial en m/s.

Determine el cambio de energía cinética para un cuerpo de masa (m) 20,4 kg que inicialmente se desplazaba a 12 m/s y luego a 35

m/s. Se precisa que los valores de m , v_1 y v_2 se pidan por consola conforme a sus unidades. Para la salida del programa muestre el mensaje:

```

"El cambio de energía cinética en Joules es:  "
function [E] = fenergia(m,v1,v2)
clc, clear all, format
m = input('Digite el valor de la masa en Kg: ');
v1=input('Digite la velocidad inicial en m/s: ');
v2=input('Digite la velocidad final en m/s: ');
disp('El cambio de energía cinética en Joules es: ')
E=1/2*m*(v2^2—v1^2);
end

```

Los datos de entrada y salida son:

Digite el valor de la masa en Kg: 20.4

Digite la velocidad inicial en m/s: 12

Digite la velocidad final en m/s: 35

El cambio de energía cinética en Joules es:

E =

11026.20

19. Cree un programa que permita calcular el área y el volumen de un tronco de cono, donde el radio mayor y menor son 8 cm y 6 cm, respectivamente, y la altura es de 11 cm.

```
function [A,V]=areavol(r1,r2,h)

clc

r1=input('Digite el radio mayor del tronco de cono en cm: ');
r2=input('Digite el radio menor del tronco de cono en cm: ');
h=input('Digite la altura del tronco de cono en cm ');

disp('El área del cono en cm^2 es: ');

g=sqrt((r1-r2)^2+h^2); % Generatriz
A=pi*(r1^2+r2^2+g*(r1+r2));

disp (A);

V=pi*h/3*(r1^2+r2^2+r1*r2);

disp ('El volumen del cono en cm^3 es: ');

disp(V)

end

La salida es:

Digite el radio mayor del tronco de cono en cm: 8
Digite el radio menor del tronco de cono en cm: 6
Digite la altura del tronco de cono en cm 11
El área del cono en cm^2 es:

805.8963

El volumen del cono en cm^3 es:

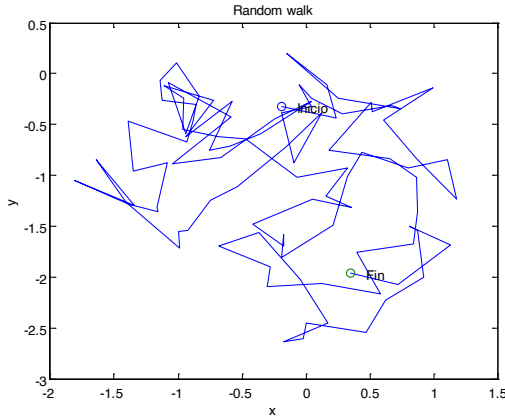
1.7048e+03
```

20. El siguiente programa simula un camino en forma aleatoria (utilizando la función *rand*):

```
function y=particle(n)
if nargin==0
    error('Esta función necesita un argumento de entrada')
else
    % Una partícula empieza en el origen, y se mueve aleatoriamente
    x=cumsum(rand(n,1)—0.5); % Valores aleatorios de x
    y=cumsum(rand(n,1)—0.5); % Valores aleatorios de y
    clf; plot(x,y); hold on;
    plot(x(1),y(1),'o',x(n),y(n),'o');
    axis=axis;
    scale=axis(2)—axis(1);
    text(x(1)+scale/30,y(1),'Inicio');
    text(x(n)+scale/30,y(n),'Fin');
    hold off;
    xlabel('x'), ylabel('y'), title('Camino Aleatorio')
end
```

Los parámetros de entrada son:

```
>> n=100;
>> particle(n)
```



Representación ejercicio 20

21. Dada una caja en 3D donde la orientación se determina por las coordenadas de la diagonal de las caras opuestas definidas por los puntos $P(x_0, y_0, z_0)$ y $P(x_0 + L_x, y_0 + L_y, z_0 + L_z)$, se definen unas dimensiones preestablecidas de cada arista, por lo cual implica que los cambios que definen la función de entrada establecen nuevas dimensiones de la caja (Corcuera, s. f.).

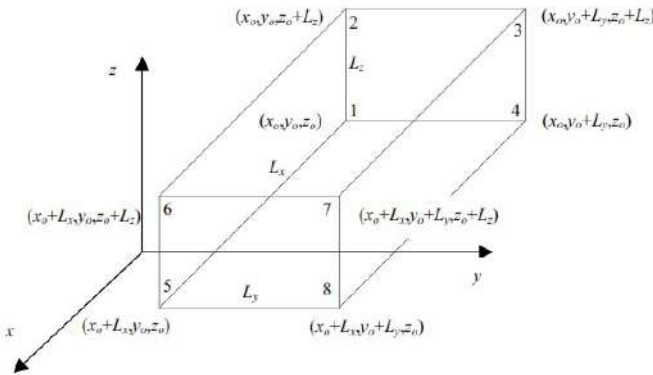


Figura 7.6. Coordenadas posicionales de una caja en 3D.

```
function caja3D(x0, y0, z0, Lx, Ly, Lz)
```

```
if nargin==0
```

```
error('Esta función necesita un argumento de entrada')
```

```

else

x = [x0, x0, x0, x0, x0+Lx, x0+Lx, x0+Lx, x0+Lx];
y = [y0, y0, y0+Ly, y0+Ly, y0, y0, y0+Ly, y0+Ly];
z = [z0, z0+Lz, z0+Lz, z0, z0, z0+Lz, z0+Lz, z0];

index = zeros(6,5);

index(1,:) = [1 2 3 4 1];
index(2,:) = [5 6 7 8 5];
index(2,:) = [5 6 7 8 5];
index(3,:) = [1 2 6 5 1];
index(4,:) = [4 3 7 8 4];
index(5,:) = [2 6 7 3 2];
index(6,:) = [1 5 8 4 1];

for k = 1:6

plot3(x(index(k,:)), y(index(k,:)), z(index(k,:)), 'k')

hold on

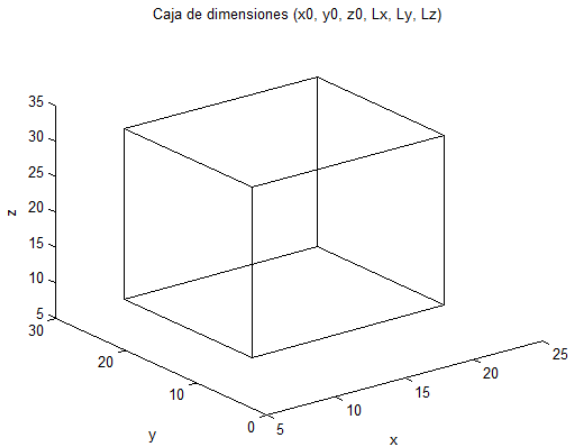
end

title ('Caja de dimensiones (x0, y0, z0, Lx, Ly, Lz)')

xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')

```

Al invocar la función `caja3D(8,8,8,14,18,24)`, desde la Command Window se obtiene la gráfica de la figura.



Representación ejercicio 21

Puede adicionar más cajas solo con cambiar los datos de entrada manteniendo abierta la figura.

22. Modifique el ejercicio anterior para generar seis superficies representadas por rectángulos que aparezcan con un color diferente. La modificación se consigue mediante la instrucción *fill3*:

```
function cajas(xo, yo, zo, Lx, Ly, Lz, w)
x = [xo xo xo xo xo+Lx xo+Lx xo+Lx xo+Lx];
y = [yo yo yo+Ly yo+Ly yo yo yo+Ly yo+Ly];
z = [zo zo+Lz zo+Lz zo zo zo+Lz zo+Lz zo ];
index = zeros(6,5);
index(1,:) = [1 2 3 4 1];
index(2,:) = [5 6 7 8 5];
index(3,:) = [1 2 6 5 1];
index(4,:) = [4 3 7 8 4];
```



```

index(5,:) = [2 6 7 3 2];
index(6,:) = [1 5 8 4 1];
c = 'rgbcmy';
for k = 1:6
    if w~=0
        % Probar para w = 0; w = 1, Cambia los colores de los rectángulos
        fill3(x(index(k,:)),y(index(k,:)),z(index(k:)), c(k))
    else
        plot3(x(index(k:)),y(index(k:)),z(index(k:)))
    end
end
hold on
end
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
title('Cajas en 3D')

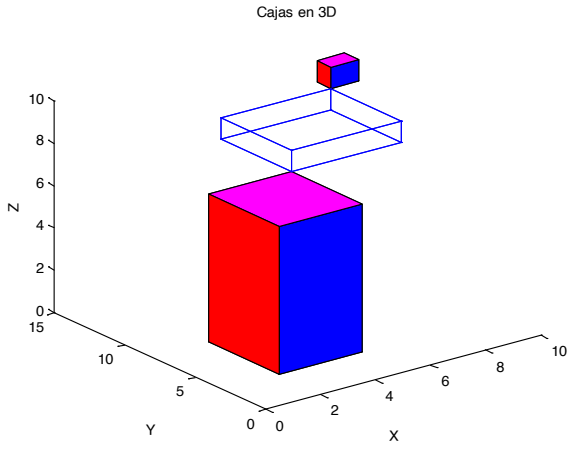
```

Los datos de entrada por el Command Window son:

```

cajas(1, 1, 1, 3, 5, 7, 1)
cajas(4, 6, 8, 4, 5, 1, 0)
cajas(8, 11, 9, 1, 1, 1, 1)

```



Representación ejercicio 22

Práctica 2

Dadas las funciones, adicione las instrucciones de entrada y salida en las que se solicite el dato y salga un mensaje alusivo a la operación, tal como se observa en el ejercicio 1.

1. *function* [prod]=multiplyby2(num)

num=input('Digite un número real')

prod=num*2;

disp('El producto por dos es: ')

end

2. *function* I = identity(n)

I = zeros(n);

I(1:n+1:n^2) = 1;

end

3. *function* salida = entrada(M)

salida = M(1:2:end, 1:2:end);

end

4. *function* v = int_col(n)

v = [n+1:n-1]';

end

5. *function* mc = mediacuad(n)

mc = mean((1:n).^2);

end

6. *function* $H = \text{vector1}(v)$

$H = [v, (v).^2, (v).^3];$

end

7. *function* $Q = \text{cuadrantes}(n)$

$a = \text{ones}(n);$

$Q = [a \ 2*a; 3*a \ 4*a; 5*a \ 6*a];$

end

8. *function* $b = \text{tablero}(n,m)$

$b = \text{ones}(n,m);$

$b(1:2:n,2:2:m) = 0;$

$b(2:2:n,1:2:m) = 0;$

end

9. *function* $r = \text{aleatorio}(\text{limite},n,m)$

$r = \text{fix}(\text{limite}*\text{rand}(n,m)) + 1;$

end

10. *function* $[t \ s] = \text{mtable}(n,m)$

$t = (1:n)' * (1:m);$

$s = \text{sum}(t(:));$

end

11. *function* $a = \text{miFunc}(a,b,c,d,e)$

for $idx = 1 : 100$

```
a = a - b + c^d*log(e);
```

```
end
```

```
end
```

12. *function mirand*

```
a = 1 + rand(3,5)*8
```

```
end
```

Defina en cada ejercicio la función respectiva, en la que se soliciten por consola las variables propias de cada ecuación.

13. Área de un rectángulo.

14. Área de un cono.

15. Área y volumen de un tronco de pirámide.

16. Operaciones aritméticas básicas: suma, resta, multiplicación y división cuando se ingresen dos datos a y b .

17. Dada la ecuación, determine los valores de y cuando $x = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ y 5 .

$$y(x) = e^{-\frac{x}{2}} \text{sen}(2x)$$

18. Dada la ecuación:

$$y = \frac{xe^x}{5 - e^x(x - 1)}$$

Determine los valores de y cuando $x = 0,5, 1, 1,2, 1,7, 2,1, 2,5$ y $2,7$.

19. La potencia P (en watts) generada por un molino de viento que tiene una eficiencia e , está dada por la ecuación:

$$P = 0,31ed^2 v^3$$

Donde d es el diámetro (en pies) de las palas del molino de viento y v es la velocidad del viento (ft/s).

Determine P para una eficiencia y diámetro constantes de 42,56% y 10 m, respectivamente, donde la velocidad es de 10, 20 y 30 km/h.

20. *Sucesión de Fibonacci*. Esta sucesión se puede expresar mediante la fórmula:

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}} \left(\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^n$$

Halle los primeros diez términos de la sucesión.

21. La densidad de probabilidad viene dada por la función gaussiana:

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$$

Calcule $f(0)$, $f(0,5)$, $f(1)$, $f(1,5)$ y $f(2)$.

22. El potencial electrostático producido por una carga eléctrica q , evaluado a una distancia r (en metros), está representado por la ecuación:

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon r}$$

Donde ϵ es la constante de permitividad eléctrica.

Si la carga q es la del electrón ($1,6 \times 10^{-19}$ C), determine $V(5)$, $V(8)$ y $V(10)$.

23. *Nivel de intensidad de sonido*. La ecuación para medir el nivel de intensidad de sonido expresado en decibeles es:

$$B = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Donde I_0 es una intensidad de referencia mínima que el oído humano percibe, cuyo orden es de 10^{-12} W/m^2 .

Determine el nivel de intensidad para valores de: $0,1 \text{ W/m}^2$, $0,01 \text{ W/m}^2$, $0,001 \text{ W/m}^2$, 1 W/m^2 .

24. *Potencia de emisión de un cuerpo negro.* Se define como la densidad de flujo de radiación electromagnética por unidad de superficie. La ecuación se conoce como ecuación de Boltzmann.

$$W_{CN} = S\sigma T^4$$

Donde $\sigma = 5,71 \times 10^{-8} \text{ Jm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$, determine la potencia emisora de un cuerpo negro de área 8 cm^2 a $30 \text{ }^\circ\text{C}$ y $120 \text{ }^\circ\text{C}$.

25. Tomando como referencia la ecuación anterior, determine la potencia emisora de un cuerpo negro del Sol. Para esto, consulte la temperatura superficial y calcule el área superficial.

26. *Ley de Poiseuille.* Permite determinar el flujo laminar estacionario de un líquido incompresible y uniformemente viscoso (también denominado fluido newtoniano) a través de un tubo cilíndrico de sección circular constante. Su ecuación es:

$$Q = \frac{\pi r^4 (P_2 - P_1)}{8L\eta} = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8L\eta}$$

Donde Q representa el caudal de fluido que circula por un conducto (en m^3/s), P_1 y P_2 son las presiones a lo largo del conducto (la diferencia de presiones [en Pa] es la que hace moverse el fluido a lo largo del tubo, cuya condición es que $P_2 > P_1$), L es la dimensión del tubo (en m), r el radio (en m) y η es la viscosidad del fluido (medido en poise = $0,1 \text{ pascal segundo Pa s}$).

Determine el caudal para diferentes líquidos tal como se muestra en la Tabla 7.3. Complete el cuadro cuando el radio del tubo es de

2 cm para presiones de 200 000 y 170 000 p, y el tubo mide 1,5 m (1cps = 1 mpa s).

Tabla 7.3 Datos ejercicio 14

Material	Viscosidad en centipoise (cps)	Caudal Q
Metanol	0,5	
Glicol etileno	15	
Aceite Castrol	1000	
Miel	10 000	
Chocolate	25 000	
Salsa de tomate	50 000	
Mostaza	70 000	
Compuestos asfalto	500 000	
Polímeros fundidos	1 000 000	
Masillas	2 000 000	
Compuestos de caucho	5 000 000	

27. Las ecuaciones que describen el movimiento de caída libre de los cuerpos son:

$$v = v_0 + gt \qquad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

Donde v_0 y x_0 representan la velocidad inicial y la posición inicial, respectivamente.

Cree una función denominada *caida_libre* que admita como parámetros de entrada la gravedad y el tiempo t , en la que devuelva la posición x , y la velocidad v de un móvil que se lanza con una velocidad de 35 m/s, desde 150 m de altura. Tome tiempos entre 0 y 8 segundos.

Pruebe el programa cuando se efectúa la prueba en la Tierra y en la Luna.

28. *Frecuencia de resonancia de un circuito.* Según la figura mostrada, la frecuencia de resonancia es:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{L}\right)^2}$$

Donde L es la inductancia, C , la capacitancia y R , la resistencia eléctrica.

Determine el valor de la frecuencia de resonancia cuando $L = 0,35$ H, $C = 3,6 \mu\text{F}$ y $R = 20 \Omega$. Todos estos valores deben digitarse por consola con su respectivo enunciado de petición.

29. *Interés compuesto.* La cantidad A de una cuenta después de n meses está dada por la ecuación:

$$A = P \left(\frac{12}{r} + 1 \right) \left[\left(1 + \frac{r}{12} \right)^n - 1 \right]$$

Donde el interés compuesto para un depósito mensual es P dólares, con una tasa de interés r % compuesto mensual, halle el valor de A cuando el depósito es de USD 200, con una tasa del 2,5 % a 12, 24 y 36 meses. Estos datos deben ser solicitados por consola.

30. El valor de una propiedad es de 250 000 dólares con una tasa de inflación i del 9,5 % anual. La función que representa la inversión está dada por la siguiente ecuación:

$$V(t) = 250\,000 e^{\frac{\sqrt{t}}{2}i}$$

Cree la función que permita calcular el valor de la propiedad para los primeros cuatro años, es decir, de 0 a 3; registre los datos en una tabla.

31. Tomando la energía de un pozo cuántico unidimensional, cree una función en la que los parámetros de entrada por consola son $n=10$ y $L=2$ nm; $n=5$ y $L=1$ nm:

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2}$$

Donde m es la masa del electrón $9,109383 \times 10^{-31}$ kg, y \hbar es la constante de Planck reducida $1,05 \times 10^{-34}$ Js.

32. Si la energía relativista es:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

a. Cree una función para hallar la velocidad v cuando m es 0,1 kg y E es de 4, 5 y 6 eV (tenga en cuenta que debe transformar la energía a joules, por lo que debe multiplicar por la constante $1,6 \times 10^{-19}$ J).

b. Cree otro programa que permita calcular la velocidad relativista de una partícula de masa 1200 veces la del electrón, cuya energía para diferentes estados es de 0,125 MeV y 0,010 MeV.

33. El flujo de calor Q para un cilindro se expresa mediante la ecuación:

$$Q = -2\pi Lk \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Donde L es la longitud del cilindro medido en metros, k la constante de Boltzmann $k = 1,381 \times 10^{-23}$ J/K, T_1 y T_2 son las temperaturas interior y exterior, respectivamente, medidas en grados kelvin, y R_1 y R_2 son los radios interior y exterior, respectivamente, determine el flujo de calor que se genera en un tubo de longitud de 50 cm, con diámetros de 3 y 3,8 cm, donde las temperaturas

T_1 y T_2 son 50 y 60, 60 y 80, 85 y 100 grados centígrados (recuerde que deben pasar grados centígrados a kelvin).

34. En las latitudes medias se puede calcular la distancia entre regiones consecutivas de baja presión. Si θ es la latitud (en grados), R el radio de la Tierra (en km) y v la velocidad horizontal del viento (en km/h), entonces la distancia d (en km) de un lugar de baja presión al siguiente se evalúa por medio de la ecuación:

$$d(\theta) = 2\pi \sqrt[3]{\frac{vR}{0,52 \cos \theta}}$$

A una latitud de 48° , el radio terrestre es de aproximadamente 6369 km. Calcule la distancia d , si la velocidad del viento es de 30 km/h, 35 km/h, 40 km/h y 45 km/h.

35. El caudal (rapidez de descarga de agua) de un río está calculado mediante la ecuación:

$$F(t) = 18\,520 \operatorname{sen} \left[\frac{\pi}{6} (t - 4,758) \right] + 28\,469$$

Donde t se mide en meses y $F(t)$ el caudal en m^3/s . Realice las siguientes operaciones:

a. ¿Cuál es el caudal para todo el año?

b. ¿En qué mes el caudal es máximo?

c. Declare otra función para t , cuando los caudales son de 35 000 m^3/s y 40 000 m^3/s .

36. La longitud de un arco s de un segmento parabólico ABC está representado por la ecuación:

$$s = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 + 16a^2} + \frac{b^2}{8a} \ln \left(\frac{4a + \sqrt{b^2 + 16a^2}}{b} \right)$$

Defina la función de la longitud del arco de la parábola cuando $a = 20$ cm y $b = 12$ cm, de modo que se pidan por consola estas variables y se arroje como resultado el nombre de la ecuación.

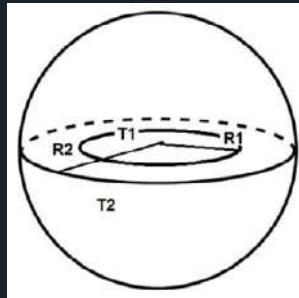
37. La temperatura de flujo radial esférico se calcula teniendo en cuenta las variaciones de radios R_1 y R_2 , donde $R_2 > R_1$. Las temperaturas T_1 y T_2 , donde $T_1 > T_2$ representa cómo el calor se concentra en el centro de la esfera y va decreciendo conforme se aleja de su fuente, tal como se indica en la figura. Por consiguiente, la temperatura total del sistema es:

$$T = T_1 + \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R}\right)$$

Donde $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

La fórmula para el flujo de calor es:

$$Q = 4\pi k \frac{T_1 - T_2}{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)}$$



Representación ejercicio 37

Determine la temperatura total y el flujo de calor cuando los diámetros de una esfera de acero son de 6 y 5 cm, y que está expuesta a unas temperaturas de 30 y 45, 50 y 75, 80 y 110 grados centígrados. El coeficiente de conductividad térmica para este caso es $k = 56,8$ W/(m.K) [watts/(metro kelvin)].

Para la entrada del programa cree el *script* que pida al usuario que introduzca valores de las temperaturas y los radios. Para la salida del programa que muestre el mensaje: *“la temperatura de flujo radial en grados centígrados es: ”*.

38. *Isla de calor*. Es el análisis realizado al entorno urbano, en el cual se evalúa la acumulación de calor por causa de las construcciones de hormigón, asfalto, concreto y demás materiales absorbentes de calor que interactúan con la atmósfera circundante, de manera que se crean situaciones de estabilidad por la acción de un anticiclón térmico. Por consiguiente, la diferencia de temperatura T (°C) entre dos zonas urbanas y rurales de una ciudad con una población que oscila entre 1000 y 1 000 000 habitantes, se describe por medio de la fórmula:

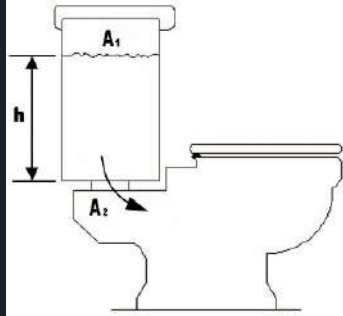
$$T = \frac{0,25P^{1/4}}{\sqrt{v}}$$

Donde v es el promedio de velocidad del viento (mi/h) > 1 , cree la función para calcular P cuando la temperatura es de 3,2 y $v = 5,23, 6,5$ y $4,87$ mi/h. Estos datos deben solicitarse por consola.

39. Una cisterna estándar tiene una sección rectangular de dimensiones 20 cm x 40 cm, donde el nivel del agua está a una altura $h = 20$ cm por encima de la válvula de desagüe, la cual tiene un diámetro $d_2 = 5$ cm.

La fórmula de la rapidez inicial de desagüe por la válvula en función de la altura de agua remanente en el tanque es:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2}}$$



Representación ejercicio 39

Donde g es la gravedad, y A_1 y A_2 son las áreas de carga y descarga de agua, respectivamente, tal como se indica en la figura.

Si al bajar la palanca se abre la válvula, ¿cuál es la rapidez inicial de desagüe cuando h varía entre 0 y 20? Tome valores de 5 en 5.

Describe la función e indique en la salida del programa que muestre el mensaje: "la velocidad de descarga de agua es: ".

Por consola se debe solicitar los valores de h .

40. La sensación térmica (T_{st}) es la temperatura del aire que se siente en la piel expuesta al viento.

$$T_{st} = 35,74 + 0,6215T - 35,75v^{0,16} + 0,4275Tv^{0,16}$$

Donde T es la temperatura en grados Fahrenheit F y v es la velocidad del viento en mi/h, cree una función en un *script* que calcule T_{st} . Para la entrada del programa, se pide al usuario que digite los valores de T y v . Para la salida del programa que muestre el mensaje: "la temperatura de sensación térmica es: ".

Como entrada vectorial pruebe estos valores para $T = [30,32,32]$ °F y $v = [12,12.5,13]$ mi/h.

41. *Interpolación*. Consiste en obtener nuevos puntos partiendo del conocimiento de un conjunto discreto de otros puntos. Por consiguiente, un punto se interpola usando la siguiente fórmula:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)(x - x_1)}{x_2 - x_1}$$

Los parámetros de entrada son las dos coordenadas conocidas y el valor de x deseado para interpolar. Tenga en cuenta que con esta fórmula también se puede extrapolar una coordenada en la misma línea.

Suponga que se tienen las coordenadas (50, 18,3) y (80, 21,5), donde los valores de x para interpolar son 63,2 y 85,4. Determine y en la que se soliciten todos los datos por consola. Para la salida del programa muestre el mensaje: *“la primera interpolación es: ”*.

42. *Acción dinámica del viento*. El periodo fundamental para edificios puede calcularse mediante fórmulas empíricas.

En edificios con estructura de tabiques de mampostería:

$$T = 0,06 \frac{h}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{h}{2L + h}}$$

Para edificios con estructura de tabiques de hormigón armado:

$$T = 0,08 \frac{h}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{h}{L + h}}$$

Para edificios con estructura de pórticos de hormigón armado se tiene:

$$T = 0,09 \frac{h}{\sqrt{L}}$$

Donde T es el periodo en segundos, L es la longitud del edificio en planta en la dirección del viento, expresada en metros, y h es su altura en metros.

Defina la función que permita evaluar los periodos fundamentales según las estructuras de los edificios, en la que se solicite por consola h y L , e indique en la salida del programa tres mensajes:

“El período fundamental para estructuras de tabiques de mampostería es: “, y así sucesivamente.

Pruebe para los valores de $h = 9,5$ m y $L = 2,1$ m.

43. El voltaje de salida V_{sal} de un amplificador diferencial se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$V_{sal} = -\frac{R_2}{R_1}V_{ent1} + \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_{ent2}$$

Donde R_1 y R_2 son las resistencias de entrada, que les corresponde sus respectivos voltajes V_{ent1} y $V_{ent1'}$, R_3 la resistencia de referencia y R_4 la resistencia a tierra.

Cree las funciones para cada caso, donde las constantes se pidan por consola.

a. Si $R_1 = 500 \Omega$, $R_2 = 750 \Omega$, $R_3 = 900 \Omega$ y $R_4 = 350 \Omega$, determine el voltaje de salida cuando los voltajes de entrada 1 y 2 son 12,5 V y 5,98 V.

b. Si el voltaje de salida es de 24,1 V, cual es el valor del voltaje 1, si el voltaje 2 es $1/3V_{sal}$. Tome los mismos valores de las resistencias del punto a.

c. Si $R_1 = 700 \Omega$, $R_2 = 650 \Omega$, $R_3 = 1 \text{ K}\Omega$, $V_{ent1} = 6,5 \text{ V}$, $V_{ent1'} = 4,45 \text{ V}$ y $V_{sal} = 3.2 \text{ V}$, determine el valor de R_4 .

44. La ecuación de Bernoulli se considera el principio de la conservación de la energía para el flujo de fluidos. Esta ecuación hace referencia al descenso de la presión del líquido en las regiones

donde la velocidad del flujo es mayor. Este descenso de presión obedece por un estrechamiento de una vía de flujo, lo cual puede parecer contradictorio, pero no tanto cuando se considera la presión como una densidad de energía.

En el flujo de alta velocidad a través de un estrechamiento se debe incrementar la energía cinética a expensas de la energía de presión. La ecuación que relaciona estos conceptos con base en la Figura 7.7 es:

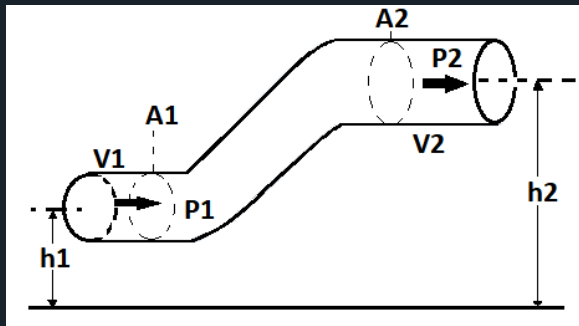


Figura 7.7. Sección de un tubo que relaciona las variables de la ecuación de Bernoulli.

Energía por unidad de volumen antes = energía por unidad de volumen después:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2$$

Donde P_1 y P_2 son las presiones medidas en pascales; ρ densidad del fluido (kg/m^3); v_1 y v_2 la rapidez del fluido en diferentes secciones medida en m/s ; h_1 y h_2 las alturas con respecto a la horizontal medida en metros.

Tabla 7.4 Datos ejercicio 44

Tipo de hormigón	Densidad (kg/m³)	Velocidad (m/s)	Área (m²)	Caudal (m³/s)
Apisonados	2000 a 2200			
Vibrados	2300 a 2400			
Centrifugados	2400 a 2500			
Proyectados	2500 a 2600			

Fuente: elaboración propia.

Complete el cuadro según las condiciones dadas.

- Si las presiones de un ducto son de 2,3 Mpa y 3,4 Mpa, determine las distintas velocidades del fluido (hormigón) en la sección más ancha, donde la diferencia de alturas es de 2,4 m y la velocidad del fluido es de 15 km/h.
- Calcule las áreas que tendría el ducto con base en los resultados del punto anterior.
- Dada el área A , sobre la cual fluye el fluido a una velocidad uniforme v con un ángulo θ desde la dirección perpendicular a A , la tasa del caudal volumétrico es:

$$Q = Av \cos \theta$$

El ángulo para todos los casos va a hacer de 38°.

Para la entrada del programa, el *script* debe pedir al usuario que digite los valores dados. Para la salida del programa debe mostrar el mensaje:

“La velocidad en m/s del ducto en la parte ancha es: “

“El área de la zona evaluada es: “

“El Caudal en m³/s es: “

45. La fuerza F_p que ejerce la pared vertical sobre una escalera de longitud L y peso mg está determinada por la ecuación:

$$F_p = \frac{1}{2} mg \tan \theta \left(1 - \frac{2v_o^2}{3gL \cos^3 \theta} \right)$$

Donde v_o es la velocidad de deslizamiento de la escalera que se apoya en el suelo, y θ el ángulo inicial que forma la escalera con la vertical.

La velocidad a los largo del eje y es:

$$v_y = -v_o \sqrt{\left(\frac{3gL}{2v_o^2}\right)^{2/3} - 1}$$

Defina la función que permita evaluar la fuerza F_p y la velocidad en y , en la que se solicite por consola la masa, la velocidad inicial, la longitud y el ángulo para los siguientes datos:

a. $m = 1,5$ kg, $v_o = 1,65$ m/s, $L = 2,5$ m y $\theta = 30^\circ$.

b. $M = 1,5$ kg, $v_o = 1,72$ m/s, $L = 2,5$ m y $\theta = 45^\circ$.

Indique en la salida del programa los siguientes mensajes:

• “La Fuerza que ejerce la pared es: “

• “La Velocidad en y de la escalera es: “

46. La concentración de electrones n_o en un semiconductor está representado por la ecuación:

$$n_o = N_c e^{-\frac{(E_c - E_f)}{kT}}, \text{ donde } N_c = 2 \left(\frac{m_n^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$$

N_c indica la densidad de estados efectivos en las bandas de conducción (en cm^{-3}); E_c indica la energía del nivel inferior de la banda de conducción (expresada en electronvoltio = eV); E_f indica la energía de Fermi (en eV) para semiconductores intrínsecos; T la temperatura del medio (en kelvin K); k es la constante de Boltzman; \hbar la constante de Planck reducida; y m_n^* la masa efectiva de los huecos.

Calcule la concentración de electrones para el silicio que se encuentra a una temperatura ambiente, donde se pide por consola la temperatura y las energías, teniendo en cuenta la condición que $E_f > E_c$. Como salida debe aparecer la oración: *“La concentración de electrones en el semiconductor es: ”*

Los datos de entrada son $T = 305$; $E_c = 2.45 \text{ eV}$; $E_f = 1,68 \text{ eV}$ y $m_n^* = 0,42$ veces la masa del electrón.

47. Dado un prisma rectangular de masa m y lados a , b y c , tal como se ilustra en la Figura 7.8, se calculan los momentos y los productos de inercia con respecto a los ejes coordenados, así:

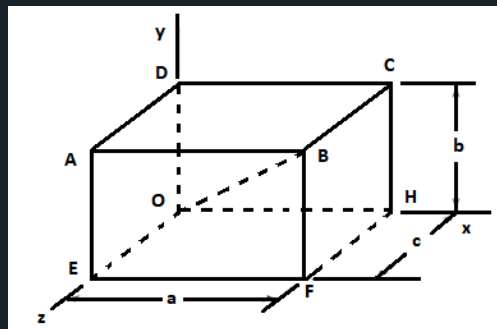


Figura 7.8. Prisma rectangular de lados a , b y c .

a. Los momentos de inercia coordenados son:

$$I_x = \frac{1}{3}m(b^2 + c^2); \quad I_y = \frac{1}{3}m(c^2 + a^2); \quad I_z = \frac{1}{3}m(a^2 + b^2);$$

b. Los productos de inercia son:

$$I_{xy} = \frac{1}{4}mab; \quad I_{yz} = \frac{1}{4}mbc; \quad I_{zx} = \frac{1}{4}mca$$

c. El momento de inercia con respecto a la diagonal OB es:

$$I_{OB} = \frac{1}{6}m \frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{a^2 + b^2 + c^2}$$

Determine los momentos de inercia, los productos de inercia y el momento de inercia con respecto a la diagonal OB mediante una función en la que se pida por consola la masa $m = 2,5$ kg y los lados $a = 1,5$ m, $b = 0,9$ m y $c = 2,2$ m.

Para la entrada del programa, en el mismo *script* que pida al usuario que digite los valores dados, para la salida del programa debe mostrar el mensaje:

“El momento de inercia en el eje x es: “

“El momento de inercia en el eje y es: “

“El momento de inercia en el eje z es: “

“El producto de inercia en los ejes xy es: “

“El producto de inercia en los ejes yz es: “

“El producto de inercia en los ejes zx es: “

“El momento de inercia con respecto a la diagonal OB es: “

48. *Crédito automotriz.* La tasa de interés de un crédito automotriz influye en el pago mensual. La función que relaciona dicho

pago en un préstamo a cinco años (60 meses) con la tasa de intereses mensual está dado por:

$$P(x) = \frac{Cx}{1 - \frac{1}{(x+1)^{60}}}$$

Donde x es la tasa de interés mensual (como un decimal), C es el monto del préstamo y $P(x)$ la cuota mensual (Aufmann y Lockwood, 2012, p. 346.)

49. La fuerza F_p que ejerce la pared vertical sobre una escalera de longitud L y peso mg está determinada por la ecuación:

$$F_p = \frac{1}{2} mgtan\theta \left(1 - \frac{2v_o^2}{3gL\cos^3\theta} \right)$$

Donde v_o es la velocidad de deslizamiento de la escalera que se apoya en el suelo, y θ el ángulo inicial que forma la escalera con la vertical.

La velocidad a los largo del eje y es:

$$v_y = -v_o \sqrt{\left(\frac{3gL}{2v_o^2}\right)^{2/3} - 1}$$

Defina la función que permita evaluar la fuerza F_p y la velocidad en y , en la que se solicite por consola la masa, la velocidad inicial, la longitud y el ángulo para los siguientes datos:

a. $m = 1,5$ kg, $v_o = 1,65$ m/s, $L = 2,5$ m y $\theta = 30^\circ$.

b. $m = 1,5$ kg, $v_o = 1,72$ m/s, $L = 2,5$ m y $\theta = 45^\circ$.

Indique en la salida del programa los siguientes mensajes:

“La Fuerza que ejerce la pared es: “

“La Velocidad en y de la escalera es: “

50. La concentración de electrones n_0 en un semiconductor está representado por la ecuación:

$$n_0 = N_c e^{-\frac{(E_c - E_F)}{kT}}, \text{ donde } N_c = 2 \left(\frac{m_n^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$$

N_c indica la densidad de estados efectivos en las bandas de conducción (en cm^{-3}); E_c indica la energía del nivel inferior de la banda de conducción (expresada en electronvoltio = eV); E_F indica la energía de Fermi (en eV) para semiconductores intrínsecos; T , la temperatura del medio (en kelvin K); k es la constante de Boltzman; \hbar la constante de Planck reducida y m_n^* la masa efectiva de los huecos.

Calcule la concentración de electrones para el silicio que se encuentra a una temperatura ambiente, donde se pide por consola la temperatura y las energías, teniendo en cuenta la condición $E_F > E_c$. Como salida debe aparecer la oración:

“La concentración de electrones en el semiconductor es: “

Los datos de entrada son $T = 305$, $E_c = 2,45$ ev, $E_F = 1,68$ ev, y $m_n^* = 0,42$ veces la masa del electrón.

51. Cree una función en la que se solicite por consola tanto el monto del préstamo que para este caso es de \$65 000 000, con una tasa de interés anual de 8,5%, 9%, 9,5% y 10%—.

La salida debe enunciar que la cuota mensual a pagar es:

Tenga en cuenta que la tasa es anual, por ende, debe dividirse entre 12 meses.

52. Las fuerzas F_x y F_y que se ejercen sobre la varilla en su eje de rotación están representadas por las siguientes ecuaciones:

$$F_x = \frac{3mg}{4} \operatorname{sen}\theta(3\cos\theta - 2\cos\theta_o)$$

$$F_y = mg \left[1 - \frac{3}{4}(1 + 2\cos\theta\cos\theta_o - 2\cos^2\theta) \right]$$

Donde m es la masa de la varilla, g la aceleración de la gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$), θ el ángulo de desplazamiento y θ_o el ángulo de posición inicial.

Cree una sola función que permita digitar los siguientes parámetros para hallar las fuerzas en x e y , $m = 2,3 \text{ kg}$; $\theta = 35^\circ$ y $\theta_o = 12,7^\circ$.

Para la entrada del programa, cree el *script* de nombre *Fuerzas*, el cual pida al usuario que digite los valores dados. Para la salida del programa debe mostrar los mensajes:

“la Fuerza en Newton en la posición x es: “

“la Fuerza en Newton en la posición y es: “

Función anónima

Matlab permite asignar métodos a variables de una función. Este método actúa como un tipo de dato que contiene toda la información necesaria para evaluar una función $f(x)$. Se emplean cuando se requiere que una función sea pasada como argumento de entrada a otra función. Para esto se crean añadiendo el carácter @ antes del nombre de la función, el cual representa la función anónima propiamente dicha. Su sintaxis es la siguiente:

$f=@(arg1,arg2,arg3,...)$ Ecuación

La función es anónima porque no tiene ningún nombre fijo; seguirá siendo la misma función independientemente del nombre de la variable. No debe subestimarse el uso de esta instrucción, ya que se aplica de manera rutinaria en temas como las ecuaciones diferenciales.

Ejemplos

1. Cree un manipulador de la función coseno y obtenga el valor de $\cos(\pi/3)$ a través del manipulador.

A fin de desarrollar el ejercicio se crea una variable $f1$, a la cual se le va asignar la función coseno, así:

$f1=@cos$

$f1 =$

$@cos$

En este momento la variable $f1$ actúa como interfaz a la función $@cos$, o sea, ahora es la función coseno. Para verificarlo solo basta con evaluar el valor del ángulo, dado en radianes en este caso.

```
y=f1(pi/3)
```

```
y = 0.5000
```

```
>> whos f1
```

```
  Name  Size  Bytes Class  Attributes
```

```
  f1    1x1    32 function_handle
```

2. Sea $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$, evalúe la función para los siguientes casos:

a. $f(2,5486)$ y $f(-1,451)$

```
f = @(x) 2*x.^2 - 3*x + 1;
```

```
y=f(2.5486)
```

```
y=f(-1.451)
```

```
y =
```

```
 6.3449
```

```
y =
```

```
 9.5638
```

b. Valores de -2 , -1 , 0 , 1 y 2 . Se puede expresar directamente como vector, tomando en cuenta que debe ajustar la función para que reciba la variable x como vector.

```
f = @(x) 2*x.^2 - 3*x + 1;
```

```
x=[-2,-1,0,1,2];
```

```
y=f(x)
```

```
y =
```

15 6 1 0 3

c. Vector directo [-2,2].

`f = @(x) 2*x.^2 - 3*x + 1`

`x = -2:2;`

`y = f(x)`

`y =`

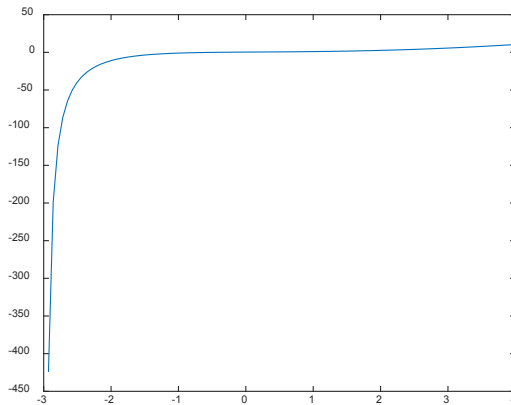
6 1 0 3

3. Dibuje la curva $f(x) = \frac{x^3+2x+1}{x+3}$ para $x \in [-3,4]$ con 200 puntos.

`f = @(x) (x.^3+2*x+1)./(x+3);`

`x = linspace(-3,4,200);`

`plot(x,f(x))`



Representación ejercicio 3

4. Dadas las funciones f_1 y f_2 , implemente las funciones anónimas respectivas:

$$f_1(x, y) = x e^{-(x^2+y^2)} \quad f_2(x, y, z) = f_1(x, y) \sqrt{z+3}$$

Calcule $f_1(2,0,6)$ y $f_2(2,2,12)$:

```
f1=@(x,y) x.*exp(-(x.^2+y.^2));
```

```
f1(2,0.6)
```

```
ans =
```

```
0.0256
```

```
%%
```

```
f2=@(x,y,z) f1(x,y)*sqrt(z+3);
```

```
f2(2,2,12)
```

```
ans =
```

```
0.0026
```

5. Con la función *handles* se puede crear estructuras de datos con funciones. Así, por ejemplo, cree un conjunto de celdas en las que los elementos sean las seis funciones trigonométricas evaluada para el ángulo $\pi/4$.

```
funtrig={@sin,@cos,@tan,@cot,@sec,@csc}
```

```
funtrig{6}(pi/4)
```

```
ans =
```

```
1.4142
```

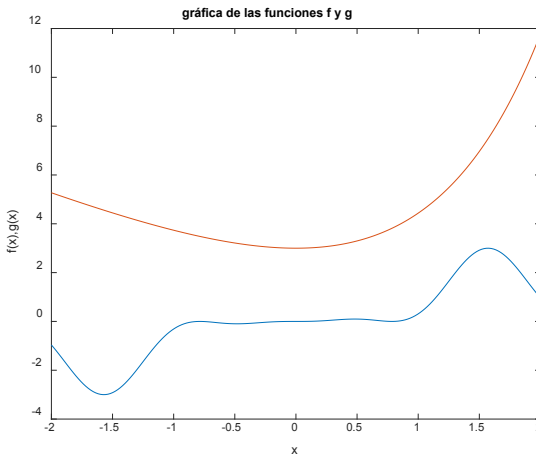
6. Dadas las funciones $f(x) = 3 \sin^3(x) \cos^2(2x)$ y $g(x) = 2e^x - 2x + 1$ para $x \in [-2, 2]$ con 300 puntos, grafique en la misma ventana:

```
f = @(x) 3*sin(x).^3.*cos(2*x).^2;
```

```

g = @(x) 2*exp(x) - 2*x + 1;
x = linspace(-2,2,300);
plot(x,f(x),x,g(x))
xlabel('x'),ylabel('f(x),g(x)')
title('gráfica de las funciones f y g')

```



Representación ejercicio 6

7. *Parametrización de funciones anónimas.* Hace referencia a que las variables del área de trabajo se usan dentro en conjunto con la función anónima. Por ejemplo, calcule el peso de un cuerpo cuya masa es de 3 kg. La solución es la siguiente:

```
g=9.81;
```

```
p=@(m) m*g;
```

```
p(3)
```

```
ans =
```

```
29.4300
```

8. Implemente el algoritmo de integración por el método del trapecio, de tal forma que la función por integrar sea un argumento de entrada del tipo manipulador de función.

```
function I = trapecio(fhandle, a, b, N)
% Se calcula la integral por el método del trapecio
% Entradas:
%—fhandle:función a integrar
%—a:límite inferior
%—b:límite superior
%—N:número de particiones
%
% Salida:
%—I:Integral aproximada
h = (b—a)/N;
S = sum(feval(fhandle,a+(1:N—1)*h));
I = (feval(fhandle,a) + 2*S + feval(fhandle,b))*h/2;
```

9. Para el acceso a las variables desde las funciones anónimas, las variables internas no tienen ninguna relación con las variables del resto del entorno de ejecución; por ejemplo, se desea definir la siguiente función de dos variables:

$$f(x, y) = 2xe^{\sqrt{x+y}}$$

A partir de una función anónima se procede a crear el manipulador:



```
f=@(x,y) 2*x.*exp(sqrt(x+y));
```

Luego se llama a la nueva función del modo usual:

```
f(sin(30),cos(-30))
```

```
ans =
```

```
-1.2079 - 1.5639i
```

```
f(5,3)
```

```
ans =
```

```
169.1883
```

Estas variables son locales para la función.

Ahora bien, se puede reducir el número de variables de una función definiendo algunas de ellas externamente de la siguiente manera:

```
a=1;
```

```
f=@(x) 2*x.*exp(sqrt(x+a));
```

De este modo, se pide que la función tome una variable que en realidad es externa como propia. Al evaluar en algún punto se tiene:

```
f(log(10))
```

```
ans =
```

```
28.3459
```

10. Dada la función $y = x \sec(x)$, determine:

a. $f(\pi/5)$, $f(f(\pi/7))$, $f(5\pi/12)$. Declare la salida como un vector.

```
y=@(x) x.*sec(x);
```

```
x=[pi/5,pi/7,5*pi/12];
```

```
S=y(x)
```

```
S =
```

```
0.77664 0.49813 5.0576
```

b. Grafique y .

```
ezplot(y)
```

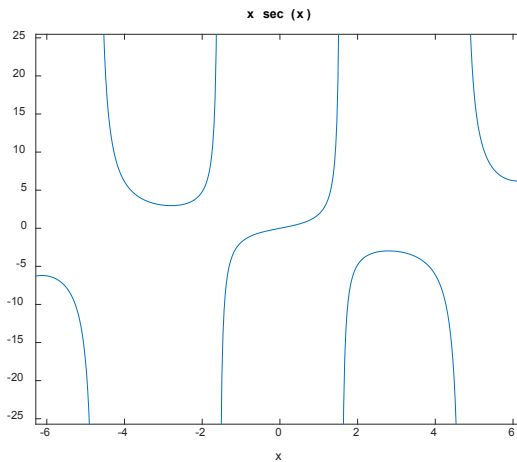


Figura 7.9. Gráfica de la función $y = x \sec(x)$.

11. Cree un manipulador relacionándolo con un programa en un *script* para la función:

$$g(x) = -2x^{2,15} + 53,12(x+1)^{-2}$$

A fin de desarrollar este ejercicio, se debe crear un archivo *.m* de la función que modele a $g(x)$.

```
function g = fun(x)
```

```
g = -2*x.^2.15 + 53.12*(x+1).^(-2);
```


Una vez creada la función, se procede a digitar desde la línea de comandos o desde un *script* el manipulador de la función *fun*; posteriormente, se podrá utilizar este manipulador para evaluar dicha función, así:

```
f2=@fun
```

```
g=fun(0)
```

```
f2 =
```

```
@fun
```

```
g =
```

```
53.1200
```

Si quisiera graficar la función para un intervalo de [0,6], en el *script* solo basta agregar la siguiente línea:

```
ezplot(@fun, [0,6])
```

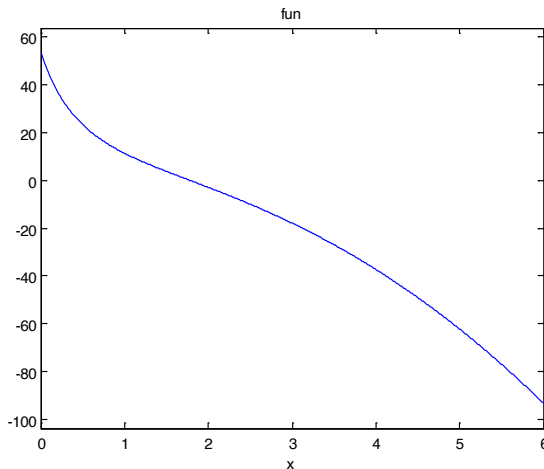


Figura 7.10. Gráfica de la función $g = -2x^{2.15} + 53.12(x+1)^{-2}$.

12. Cuando una función requiere a otra como argumento puede asignarle también por nombre o por la sentencia *inline*, aunque

lo recomendable es utilizar la función *handle*. Así, por ejemplo, resuelva la integral mediante la función *quad*:

$$I = \int_{-\pi/3}^{\pi} \cos(x) dx$$

```
I=quad('cos(x)',-pi/3,pi)
```

```
I =
```

```
0.8660
```

```
I=quad(inline('cos(x)'),-pi/3,pi) % que ya casi no se emplea
```

```
I =
```

```
0.8660
```

```
I=quad(@cos,-pi/3,pi) % Es la forma recomendada
```

```
I =
```

```
0.8660
```

La tercera solución equivale a pasar antes la función *handle* con la función coseno a una variable, es decir:

```
f3=@cos
```

```
f3 =
```

```
@cos
```

```
I=quad(f3,-pi/3,pi)
```

```
I =
```

```
0.8660
```

Práctica 3

Desarrolle los ejercicios empleando la sintaxis de función anónima.

- Función seno y obtener el valor de $\text{sen}(5\pi/4)$.
- Función tangente y obtener el valor de $\text{tan}(-\pi/5)$.
- Función secante y obtener el valor de $\text{sec}(-7\pi/5)$.
- $f(x) = 3x^{3,458} - 15,512(x^2 + 1)^{-3}$, con $x = 0, 1, 2, 3, 4$.
- $f(x) = e^x - x^2$, con $x = [-3,3]$. Grafique $f(x)$.
- $g(x) = \text{sen}\sqrt{x} + \cos(2x)$, con $x = \pi(0, 1/3, 2/5, 7/3, 11/3)$.
- $h(x) = \sqrt[5]{x^3 - \frac{1}{x^{0.5}}}$, con $x = [-4,5]$. Grafique $f(x)$.
- $f(x) = \frac{x^5 - 5x^4 - 7x^3 - x^2 - 4x + 15}{5x^3 - 3x^2}$, con $x = 1, 2, 3, 4$.
- $f(x, y) = xe^{yx} + \text{sen}(3xy^2)$, con $f(1,2, 0,3)$, $f(-0,5, 3)$, $f(1/2, -1/3)$.
- $f(x) = 2\cos(x) + \log(x^2)$, con $x = [-5\pi, 3\pi]$. Grafique $f(x)$.
- $y = 5\cos\left[\frac{\pi}{2}(x + 1)\right]$, con $x = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.
- $f(x) = ax^2 + e^{bx}$, donde $a = 5$, $b = 0,5$, calcule $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ y $f(3)$.
- $f(x) = \frac{\text{sen}(x(1+\cos(2x)))}{\text{sen}(2x)}$, con $x = \pi(0, 1, 2/3, 7/3, 11/3)$. Grafique $f(x)$.
- $f(t) = h\cos\left[\frac{\pi}{6}t - \frac{11\pi}{12}\right]$, ¿cuál es el valor de $f(t)$, cuando $h = 0,5$ y $t = 0, 2, 4, 6$?
- $y = 2\text{sen}(2t) + 2\cos(3t + 5)$, con $t = 0, 3, 5, 7, 9$. Grafique $f(t)$.
- $y(t) = \cos(t) \left(e^{\text{sent}} - 2\cos 3t - \text{sen}^4 \frac{t}{12} \right)$. Grafique $y(t)$ para el intervalo $[0,10]$.
- Evalúe las funciones anónimas según las condiciones dadas:
 - $f(x) = 5x^2 + 7x + 2$, $f(-3,5478)$ y $f(2,587)$.
 - $f(x) = \sqrt{10x + 1}$, $f(0,45)$ y $f(1,748)$.
 - $g(x) = xe^{-0,51x} - 1$, $f(-3,78)$, $f(0,784)$ y $f(2,2541)$.
 - $h(x) = \frac{x+1}{x^2-3x+8}$, para el vector $[-3,3]$.
 - $h(x) = x\text{sen}(x^2 + 3x) - \cos(x)$, para el vector $[-\pi, \pi/4]$.
 - $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - z^2$ para $f(2,3,4)$, $f(-1,4,9)$.

$$g. f(x) = \frac{\frac{1+\frac{x+5}{x^2}}{x+2}}{x}, \text{ para el vector } [0,5].$$

$$h. g(t) = \frac{3t^2}{\sqrt{t^2+3t-1}}, g(-1,5), g(0,5), g(3/2) \text{ y } g(2,51).$$

18. La velocidad de giro de un tubo en U está definida por la ecuación:

$$v = \frac{2\sqrt{2gh}}{\sqrt{r_2^2 - r_1^2}}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$), h la altura, y r_1 y r_2 son los diámetros exterior e interior del tubo. Los datos de entrada por consola son $h = 0,48$, $r1 = 0,08$ y $r2 = 0,4$.

19. Si una masa que está unida a un resorte se eleva h_0 pies y se suelta con una velocidad vertical de v_0 (ft/s), entonces la posición h subsiguiente de la masa está dada por:

$$h = h_0 \cos(\omega t) + \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t)$$

Donde t es el tiempo en segundos y ω es la frecuencia angular.

Si $v_0 = 4,23 \text{ ft/s}$, $\omega = 12,45 \text{ rad/s}$ y $h_0 = 7,8 \text{ ft}$, ¿cuál es el valor de h cuando el tiempo t es 2, 2,5, 3, 3,5, 4, 5 y 5,25? Grafique h .

20. La distancia d (km) de una zona de baja presión a otra se expresa mediante la fórmula:

$$d = 2\pi \left(\frac{vR}{0,52 \cos \phi} \right)^{1/3}$$

Donde R es el radio de la Tierra, que es de aproximadamente de 6371 km, v es la velocidad horizontal del viento (km/h), y ϕ la latitud medida en grados, halle d para una latitud de 40° y 48° , si la velocidad del viento es de 40 y 45 km/h, respectivamente.

21. El número de horas de luz diurna $D(t)$ en un tiempo t del año se puede calcular mediante la ecuación:

$$D(t) = \frac{k}{2} \operatorname{sen} \left[\frac{2\pi}{365} (t - 79) \right] + 12, \quad 0 \leq t \leq 365$$

Donde k determina la variación total de duración del día, que depende de la latitud del lugar.

Para $t = 0$, que corresponde al 1 de enero, si $k = 6$ determine $D(t)$ para el 1 de mayo, el 3 de agosto, el 17 de octubre y el 25 de diciembre.

22. Un proyectil se dispara desde el nivel del suelo a una velocidad de v (ft/s), con un ángulo de θ grados con la horizontal. El alcance máximo del proyectil está dado por:

$$R = \frac{v^2}{16} \operatorname{sen}(\theta) \cos(\theta)$$

Si $v = 46,89$ pies/s, calcule el alcance para ángulos de 30, 45, 60 y 80 grados. Grafique R para el intervalo $[0, 80]$.

23. Desarrolle mediante la función anónima las siguientes integrales:

a. $I = \int_{-\pi/4}^{\pi} \operatorname{sen}(x) dx$

b. $I = \int_{-a}^a 4A^2 \cos^2(qx) dx$, donde $a = 3\pi/7$, $A = 12,5$, $q = \pi/3$

24. La vibración de una cuerda de longitud l se representa mediante la función:

$$f(x) = \operatorname{sen} \left(\frac{\pi n}{l} x \right) \cos \left(\frac{k \pi n}{l} t \right)$$

Donde n es un entero, k es una constante y t el tiempo.

Hallar $f(x)$ cuando $l = 35$ cm, $k = 0,2$ m, $x = 20$ cm y $n = 5, 10, 15$ y 20 .

25. Un objeto al ser lanzado verticalmente hacia arriba desde una altitud de h_0 pies, con una velocidad inicial v (ft/s), entonces la distancia $h(t)$ sobre el suelo después de t segundos es:

$$h(t) = -16t^2 + vt + h_0$$

Halle $h(t)$ cuando $v = 10$ ft/s y $h_0 = 10$ pies, en tiempos de 2,5 y 4,3 s.

26. En un terremoto se genera un desplazamiento horizontal total de S metros a lo largo de su línea de falla. Así, entonces, el movimiento horizontal M de un punto en la superficie de la Tierra a d kilómetros de la línea de falla y a D kilómetros de profundidad que corresponde al epicentro se puede calcular usando la fórmula:

$$M = \frac{S}{2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \frac{d}{D} \right)$$

a. Determine M cuando $S = 4,5$ m, $d = 1$ km y $D = 15,7$ km.

b. Calcule la profundidad D del punto focal de un terremoto que presenta un desplazamiento horizontal $S = 3,75$ m de un punto de la superficie de la Tierra a 6 km de la línea de falla, que se mueve a 0,8 m horizontalmente.

27. La fórmula para calcular el área superficial S de un paraboloide de revolución de un radiotelescopio de longitud focal p y diámetro de base $2a$ es:

$$S = \frac{8\pi p^2}{3} \left[\left(1 + \frac{a^2}{4p^2} \right)^{3/2} - 1 \right]$$

Halle S cuando un radiotelescopio tiene un diámetro de 250 pies y una longitud focal de 75 pies.

28. El número de partículas en el estado fundamental de un condensado Bose—Einstein es:

$$N_0 = N \left[1 - \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \right]$$

Donde $T < T_0$.

Determine el número de partículas inicial N_0 para un conjunto total N del condensado BE de 10^4 , donde la temperatura $T = 135$ K, y las temperaturas de entrada son 140, 145, 150, 155, 160 y 170 K.

29. El módulo de la velocidad v de una molécula se representa como la suma de los cuadrados de las velocidades coordenadas de la partícula:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Cada partícula sigue una distribución gaussiana, por consiguiente, la velocidad sigue una distribución de Maxwell—Boltzmann, así:

$$\rho(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Donde m es la masa de la partícula y kT viene dada por el producto de la constante de Boltzmann y la temperatura absoluta.

Determine $\rho(v)$ para una partícula cuya masa es 10,5 veces la masa del electrón, expuesta a una temperatura absoluta de 420 K, donde la velocidad coordenada es $(-2,3, 4, 5,1) \times 10^5$ m/s.

30. En una onda armónica, la magnitud física que la caracteriza es la variación en el tiempo en cada punto del espacio. Esto se puede expresar de la siguiente forma:

$$f(x,t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

Donde:

- A es la amplitud de la onda, que corresponde al valor máximo de la perturbación en un punto determinado;
- x es la posición;
- t es el tiempo;
- k es la magnitud denominada número de onda;
- ω es la magnitud denominada frecuencia angular;
- ϕ es la fase inicial, que indica el valor de la función de onda en el origen de coordenadas y en el instante inicial.

Cree un manipulador de la función $f(x,y)$, para $x = 0,5, 0,4$ y $0,1$, con tiempos respectivos $1,2, 1,45$ y $1,72$ s. Tome valores constantes de $k = 4 \text{ m}^{-1}$, $\omega = 0,35 \text{ rad/s}$, $\phi = 30^\circ$.

31. Dados f_1 y f_2 , implemente las funciones anónimas respectivas:

$$f_1(x, y) = \frac{3x-5y}{2ye^{0.2x-y+3x}} \quad f_2(x, y, z) = 2x^2\sqrt{2z^3 - y + 1} - \text{sen}(5yx)$$

Calcule $f_1(4,0,5)$ y $f_2(-2,2,10)$

32. La potencia H —medida en caballos de fuerza— que requiere un vehículo para vencer la resistencia al viento está representada por:

$$H(x) = 0,002147x^2 + 0,00531478x - 0,0291423$$

Donde $10 \leq x \leq 100$.

Determine $H(10)$, $H(25,5)$, $H(40,25)$, $H(67,2)$, $H(80)$ y $H(95,3)$. Exprese las respuestas como vector.

33. Dibuje la curva $f(x) = \frac{x^2+1}{x+3}$ para $x \in [-2,3]$.

34. Cree una función anónima para la ecuación de la ley de los cosenos.

a. Para hallar el lado a , conociendo los lados b, c y el ángulo A .

b. Para el ángulo A , conociendo los lados, a, b y c .

35. Dados f_1 y f_2 , implemente las funciones anónimas respectivas:

$$f_1(x, y, z) = 3x \operatorname{sen}(3y) - z \operatorname{cos}(2x) \quad f_2(x, y, z, w) = \frac{xy^2 + \ln |yz - w - 10|}{5 \tan(x + y)}$$

Calcule $f_1(10, 4, -9)$ y $f_2(0.8, 7, -5, 8)$.

36. La temperatura crítica de un sistema físico se representa mediante la fórmula:

$$T_c(J) = \frac{2J}{K_B \log(\sqrt{2} + 1)}$$

Donde K_B es la constante de Boltzmann. Determine $T_c(-1)$, $T_c(2)$.

37. Dadas las funciones f_1 y f_2 , implemente las funciones anónimas respectivas:

$$f_1(x, y) = \ln \left| \frac{2x^2 - y^2}{1 - y} \right| \quad f_2(x, y, z) = f_1(x, y) 2e^{-0.5z + 0.7}$$

Calcule $f_1(3, 0, 75)$ y $f_2(-2, 3, 7)$.

38. La fórmula para medir el desplazamiento oscilatorio de un cuerpo suspendido de un resorte es:

$$M(t) = 87,251 + 8,541 \operatorname{sen}(0,51247t - 2,5874)$$

Halle $M(0)$, $M(1,52)$, $M(3,6)$, $M(5,47)$, $M(7,15)$ y $M(9,6)$. Exprese las respuestas como vector.

39. La resistencia eléctrica (medida en ohms) en función de la temperatura (medida en grados Celsius) es:

$$R(T) = \sqrt{0,001215T^4 - 4,1T + 100}$$

Determine $R(55,5)$, $R(65,89)$, $R(70,45)$ y $R(82,6)$.

40. Dadas las funciones $f(x) = 2\tan(3x) + 3\text{sen}(2x)$ y $g(x) = \frac{1}{1+2x}$ para $x \in [-3,3]$, grafique en la misma ventana.

41. La concentración de dióxido de carbono (en partes por millón) en la atmósfera terrestre en un periodo de tiempo del 2015 al 2030, se estima que está representado por la fórmula:

$$y(t) = 695,25 + 0,785t + 0,02785t^2$$

Donde $t = 0$ representa a 2015. Halle $y(2018)$, $y(2022)$, $y(2025)$, $y(2030)$.

42. Cree la función anónima para calcular el área y volumen de un icosaedro, cuyas aristas son de 3, 5 y 7 cm.

43. La velocidad media v_m de viaje de ida y vuelta de un vehículo está representado por la ecuación:

$$v_m = \frac{27,5v}{v - 27,5}$$

Donde v es la velocidad media del vehículo, calcule $v_m(30,5)$, $v_m(42,75)$, $v_m(53,91)$ y $v_m(62,7)$.

44. El movimiento armónico de un cuerpo está descrito por la ecuación:

$$y(t) = \frac{2}{3\cos(15t)} - \frac{1}{4}\text{sen}(15t)$$

Determine $y(2\pi/7)$, $y(\pi/8)$, $y(3\pi/5)$.

45. El costo de pedido y transporte C (en miles de dólares) para los componentes empleados en un proceso de manufactura se representa por la fórmula:

$$C(x) = 12.5 \left(\frac{1}{x} + \frac{1,15x}{x + 3,5} \right)$$

Donde x representa el tamaño del pedido en cientos, determine $C(3)$, $C(6)$ y $C(10)$.

46. Cree la función anónima para calcular el área y el volumen de un dodecaedro, cuyas aristas son de 8, 9, 5 y 10,2 cm.

47. En la Figura 7.11 se muestra la sección transversal de un canal de irrigación.

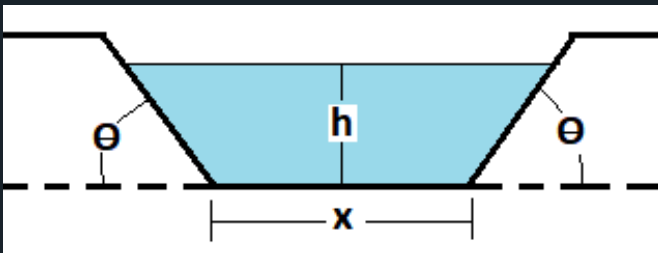


Figura 7.11. Sección transversal de un canal de irrigación.

El área de la sección transversal del canal es de 100 ft². A fin de reducir el costo del concreto x se ha minimizado la longitud perimetral L del canal.

$$x = \frac{1}{h} \left(100 - \frac{h^2}{\tan\theta} \right); \quad L = \frac{100}{h} - \frac{h}{\tan\theta} + \frac{2h}{\sin\theta}$$

Determine los valores de x y L cuando la profundidad h del canal es de 1,5, 2,5, 3,5 y 4 ft. Tome el ángulo de inclinación de 48 grados. Exprese las respuestas como vector.

48. La distancia x recorrida por un proyectil se expresa mediante la ecuación:

$$x(\theta) = 18,25\cos\theta \left(\operatorname{sen}\theta + \sqrt{\operatorname{sen}^2\theta + 1} \right)$$

Determine $x(15,5)$, $x(28,9)$, $x(60)$, $x(70,59)$ y $x(85,1)$. Expresar las respuestas como vector.

49. Cree una función anónima para calcular el voltaje de un capacitor según la función $v(t)$, para tiempos de 0, 0,6, 0,9, 1, 1,5 y 2 s:

$$v(t) = 10e^{-\frac{t}{0,05}}\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi t}{0,03}\right)$$

50. Dado $x = 2, 4, 6, 8, 10$, y $y = 3, 6, 9, 12, 15$, calcule el valor de z según la ecuación dada:

$$z = \left(\frac{2y}{3x}\right)^2 + x \left(\frac{3x + y}{5x}\right)^{\left(\frac{y-x}{0,4x}\right)}$$

51. Determine el área y el volumen de un icosaedro, cuyas aristas son de 3, 5 y 7 cm.

52. Cree una función anónima para probar las siguientes funciones:

a. $f(x, y) = \operatorname{sen}(x + y)\cos(x - y)$

b. $f(x, y) = x - e^y + \cos\frac{x}{|x+y|+1}$

c. $f(x, y) = \left(\frac{x + y + \operatorname{sen}(x - y)}{x - y + 2\cos(x + y)}\right)$

Subfunciones o funciones anidadas

Una función base o primaria puede contener otras funciones llamadas *subfunciones*, las cuales son visibles solo por la función principal y cualquier otra subfunción. Es decir, las funciones anidadas se definen dentro de otras funciones, llamadas funciones contenedoras, donde cada una de ellas debe terminar con un *end*. De no hacerlo, la función contenedora no funcionará.

Ahora bien, una función puede contener varias funciones anidadas en el mismo nivel y una función anidada puede también ser contenedora, es decir, contener a su vez una o más funciones anidadas.

En cuanto a las variables, estas son de carácter local, por lo que no pueden ser vistas por otras funciones o subfunciones. Por consiguiente, las funciones contenedoras pueden modificar las variables locales. Como regla general, una variable definida en una función anidada pertenece al espacio de trabajo de la función contenedora más exterior que, *a posteriori*, accede a dicha variable.

Se debe ser cuidadoso a la hora de definir unas funciones anidadas porque se puede cometer errores al declarar y direccionar a las variables locales.

Su sintaxis general es:

```
function [ ... ] = funcionprincipal(...)
```

```
% Documentacion de la funcion principal
```

```
%...
```

```
...
```

```

end

function [ ... ] = subfuncion1(...)

% Documentacion de la subfuncion1

%...

...

end

function [ ... ] = subfuncion2(...)

% Documentacion de la subfuncion2

%...

...

end

```

Ejemplos

1. Cree la función *comprobar_raices* a la que se le pasa los coeficientes a , b y c de la ecuación de segundo grado y devuelva los cocientes $-b/a$ y c/a de la suma y producto de las dos raíces x_1 y x_2 . Cree las subfunciones *calcula_raiz1* y *calcula_raiz2* en el fichero *comprobar_raices.m*. Adicione las instrucciones que muestren por pantalla las respuestas de las raíces y los valores de la comprobación.

```

function [r1,r2]=comprobar_raices(a,b,c)

    dis=sqrt(b*b-4*a*c);

    function calcula_raiz1

```

```

    disp('La raiz x1 es: ')
    x1=(-b+dis)/(2*a)
end
function calcula_raiz2
    disp('La raiz x2 es: ')
    x2=(-b-dis)/(2*a)
end
calcula_raiz1;
calcula_raiz2;
r1=x1+x2;
r2=x1*x2;
disp('La comprobación de las raices es: ')
end

```

Pruebe para la ecuación $x^2 - x - 6 = 0$.

```
[r1,r2]=comprobar_raices(1,-1,-6)
```

La raiz x1 es:

x1 =

3

La raiz x2 es:

x2 =

-2

La comprobación de las raíces es:

$r1 =$

1

$r2 =$

—6

2. Cree una función anidada de la ecuación $y = x^2$ y $z = 3y$ cuando $x = 10$.

```
function z=tresxcuadrado(x)
```

```
    function [y]=cuadrado(x)
```

```
        y=x*x;
```

```
    end
```

```
    z=3*cuadrado(x);
```

```
end
```

Prueba:

```
x=10;
```

```
tresxcuadrado(x)
```

```
ans =
```

```
    300.00
```

3. Cree una función anidada para la pareja ordenada $(5, -3)$ de la ecuación $x = 2y + 3z - 5$.

```
function y=funprincipal(a,b)
```



```

y=subfun1(a,b);
end
function x=subfun1(y,z)
x=subfun2(y,z);
end
function x=subfun2(y,z)
x=2*y+3*z-5;
end
funprincipal(5,-3)
ans =
    -4.00

```

4. Cree las subfunciones que evalúan la media y la mediana.

```

function[avg, med] = medmed(u) % FunciónPrimaria
%medmed Encuentra la media y la mediana
n = length(u);
avg = mean(u, n);
med = median(u, n);
function a = mean(v, n)%Subfunción 1
%Calcula el promedio.
a = sum(v)/n;
function m = median(v, n)%Subfunción 2

```

```
%Calcula la mediana.  
w = sort(v);  
    if rem(n, 2) == 1  
m = w((n+1) / 2);  
    else  
m = (w(n/2) + w(n/2+1))/2;  
    end
```

Por ejemplo, las entradas de prueba son:

```
medmed(10)
```

```
ans =
```

```
    10
```

```
mean(5,6)
```

```
ans =
```

```
    5
```

```
median(5,6)
```

```
ans =
```

```
    5
```

Práctica 4

1. Dadas las fórmulas de caída libre, cree las subfunciones o funciones anidadas donde se soliciten las variables de cada ecuación, excepto la gravedad.

- Distancia h recorrida por un objeto en caída libre con tiempo t :

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

- Tiempo t transcurrido por un objeto en una distancia de caída h :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

- Velocidad instantánea v_i de un cuerpo en caída libre después de un tiempo t :

$$v_i = gt$$

- Velocidad instantánea v_i de un cuerpo en caída libre que ha recorrido una distancia h :

$$v_i = \sqrt{2gh}$$

- Velocidad promedio v_a de un cuerpo que ha caído en un tiempo t :

$$v_a = \frac{1}{2}gt$$

- Velocidad promedio v_a de un cuerpo en caída libre que ha recorrido una distancia h :

$$v_a = \frac{\sqrt{2gh}}{2}$$

2. Dada la ecuación de Bernoulli, cree las funciones anidadas según los datos suministrados:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Donde P_1 y P_2 son las presiones medidas en pascales; ρ la densidad del fluido (kg/m^3); v_1 y v_2 la rapidez del fluido en diferentes secciones medida en m/s ; y h_1 y h_2 la altura con respecto a la horizontal medida en metros.

a. Si las presiones de un ducto son de 2,3 Mpa y 3,4 Mpa, determine las distintas velocidades del fluido (hormigón) en la sección más ancha, donde la diferencia de alturas es de 2,4 m y la velocidad del fluido es de 15 km/h.

b. Calcule las áreas que tendría el ducto con base en los resultados del punto anterior.

c. Dada el área A , sobre la cual fluye el fluido a una velocidad uniforme v con un ángulo θ desde la dirección perpendicular a A , la tasa del caudal volumétrico es:

$$Q = Av\cos\theta$$

El ángulo para todos los casos va a hacer de 38° .

Funciones locales (*inline functions*)

Se pueden crear funciones locales en la ventana de comandos, en *scripts* y en funciones. La ventaja es que no hace falta guardarlas en un fichero aparte, pero presentan el inconveniente de que no se pueden anidar y solo tienen un argumento de salida. Es por esto que, si bien esta instrucción está activa en las últimas versiones de Matlab, se sugiere trabajar con funciones anónimas, ya que lo más factible es que sea retirada.

Ejemplos

1. La función local *func1* implementa la siguiente expresión:

$$f(x) = x^2 \cos\left(ax - \frac{\pi}{5}\right) - b$$

```
func1=inline('x.^2.*cos(a*x—pi/5)—b','x','a','b')
```

```
func1 =
```

Inline function:

$$func1(x,a,b) = x.^2.*cos(a*x—pi/5)—b$$

2. En la ejecución de la función para un intervalo dado, por ejemplo $[0, 2\pi]$, con particiones de $\pi/3$, donde $a = 5$ y $b = 1$.

```
func1=inline('x.^2.*cos(a*x—pi/5)—b','x','a','b');
```

```
f=func1([0:pi/3:2*pi],5,1)
```

```
f =
```

```
—1.0000 —1.1146 —5.0073 —8.9847 0.8341 24.0454 30.9387
```

3. Minimice la función $x^3 - 2x - 3$ en el intervalo $(0, 2)$ y calcule el valor mínimo que toma la función en el intervalo dado, en la

que se muestre la información sobre las iteraciones de la optimización realizada.

```
f=inline('x.^3-2*x-3');
[x,fval]=fminbnd(f,0,2,optimset('Display','iter'))
```

<i>Func</i>	<i>count</i>	<i>x</i>	<i>f(x)</i>	<i>Procedure</i>
1	0.763932	-4.08204	<i>initial</i>	
2	1.23607	-3.58359	<i>golden</i>	
3	0.472136	-3.83903	<i>golden</i>	
4	0.786475	-4.08648	<i>parabolic</i>	
5	0.823917	-4.08853	<i>parabolic</i>	
6	0.8167	-4.08866	<i>parabolic</i>	
7	0.81645	-4.08866	<i>parabolic</i>	
8	0.816497	-4.08866	<i>parabolic</i>	
9	0.81653	-4.08866	<i>parabolic</i>	

Optimization terminated:

the current x satisfies the termination criteria using OPTIONS.TolX of 1.000000e-04

x =

0.8165

fval =

-4.0887

Instrucción *fminbnd*

Esta instrucción permite buscar un mínimo de una función de una sola variable en un intervalo fijo. Esta función devuelve un valor x que es un minimizador local de la función, que es evaluada en un intervalo $x_1 < x < x_2$.

La sintaxis general es:

- $X = \text{fminbnd}(\text{fun}, x1, x2)$. Devuelve un valor x que actúa como un minimizador local de la función de un valor escalar que se describe en la instrucción *fun* (función) en el intervalo $x1 < x < x2$.
- $X = \text{fminbnd}(\text{fun}, x1, x2, \text{opciones})$. Minimiza las opciones de optimización. Puede utilizar la instrucción *optimset*.
- $X = \text{fminbnd}(\text{problem})$. Encuentra el mínimo para la instrucción *problem*, donde esta representa una estructura, condicionada bajo los campos que se presentan en la Tabla 7.5.

Tabla 7.5 Campos condicionantes instrucción *fminbnd*

Campo	Entrada
<i>objective</i>	Función objetivo
<i>X1</i>	Punto extremo izquierdo
<i>X2</i>	Punto extremo derecho
<i>solver</i>	<i>fminbnd</i>
<i>options</i>	Estructura de opciones que es devuelta a través de la instrucción <i>optimset</i>

Fuente: elaboración propia.

- $[X,fval] = fminbnd (...)$. Para cualquier argumento de entrada devuelve el valor de la función objetivo calculado en función de la solución x .
- $[X,fval,exitflag] = fminbnd (...)$. Devuelve el valor *exitflag* que describe la condición de salida.
- $[X,fval,exitflag,output] = fminbnd (...)$. Devuelve una estructura *output* que contiene información acerca de la optimización realizada sobre la función.

Ejemplos

1. Encuentre la localización del punto mínimo de la función $\tan(x)$ para el intervalo $[0,2\pi]$.

```
f = @tan;
```

```
[x,fval] = fminbnd(f,1,2*pi)
```

```
x =
```

```
1.5708
```

```
fval =
```

```
-3.7193e+04
```

2. Encuentre el punto en que la función $\cos(x)$ toma su valor mínimo en el rango $[0,2\pi]$.

```
fun = @cos;
```

```
x1 = 0; x2 = 2*pi;
```

```
x = fminbnd(fun,x1,x2)
```


$x =$

3.1416

3. Devuelva toda la información sobre la instrucción *fminbnd* de la función $\tan(x)$ para el intervalo $[0,\pi]$.

$f = @\tan;$

$x1 = 0;$

$x2 = \pi;$

$op = \text{optimset}('PlotFcns',@optimplotfval);$

$[x,fval,\text{exitflag},\text{output}] = \text{fminbnd}(f,x1,x2,op)$

$x =$

1.5708

$fval =$

-6.6006e+04

$\text{exitflag} =$

1

$\text{output} =$

iterations: 23

funcCount: 24

algorithm: 'golden section search, parabolic interpolation'

message: 'Optimization terminated:'

the current x satisfies the termination criteria using `OPTIONS.TolX` of $1.000000e-04$

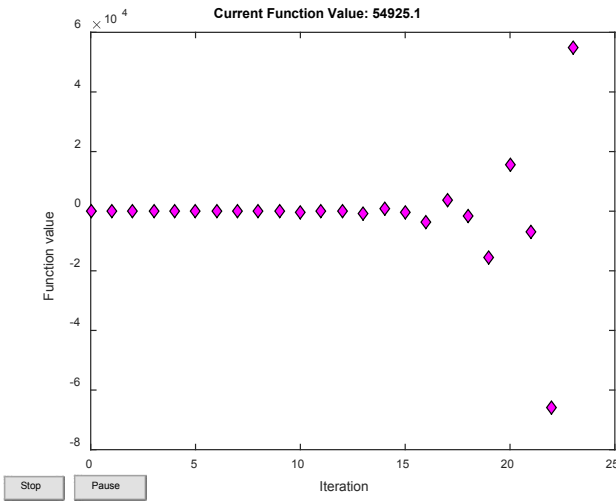


Figura 7.12. Interfaz gráfica de la instrucción `fminbnd`.

4. Optimice las salidas de la función $\cos(x)$ para el intervalo $[0, 2\pi]$.

```
f = @cos;
x1 = 0;
x2 = 2*pi;
op = optimset('Display','iter');
x = fminbnd(f,x1,x2,op)
```

Func—count	x	f(x)	Procedure
1	2.39996	-0.737369	initial
2	3.88322	-0.737369	golden

```

3  4.79993  0.0874257  golden
4  3.14159   -1    parabolic
5  3.14163   -1    parabolic
6  3.14156   -1    parabolic

```

Optimization terminated:

the current x satisfies the termination criteria using OPTIONS.TolX of 1.000000e-04

x =

```
3.1416
```

La instrucción *Display* permite visualizar el texto y las expresiones numéricas.

Instrucción *optimset*

Esta instrucción permite crear o editar la estructura de opciones de optimización. Esta función crea una estructura de opciones de optimización llamada *opciones*, en la que se declaran unos parámetros (*param*). La sintaxis general es:

```
options = optimset('param1',valor1,'param2',valor2,...)
```

Crea una estructura de opciones de optimización en la que los parámetros (*param*) tienen valores especificados. Cualquier parámetro no especificado se establece en *[]* (los parámetros con valor *[]* indican que se utiliza el valor predeterminado). Es suficiente escribir solo caracteres iniciales suficientes para definir el nombre del parámetro.

- *Optimset*. Sin argumentos de entrada o salida muestra una lista completa de parámetros con sus valores válidos.
- *options = optimset*. (Sin argumentos de entrada) crea una estructura de opciones donde todos los campos están establecidos en `[]`.
- *options = optimset(optimfun)*. Crea opciones con todos los nombres de los parámetros y los valores por defecto relevantes para la optimización *optimfun*.
- *options = optimset(olddopts,'param1',value1,...)*. Crea una copia *olddopts*, modificando los parámetros especificados con los valores dados.
- *options = optimset(olddopts,newopts)*. Combina una estructura de opciones existentes *olddopts* con una nueva estructura de opciones *newopts*. Cualquier parámetro en *newopts* con valores no vacíos sobrescribe los parámetros antiguos correspondientes en *olddopts*.

Ejemplos

1. Esta sentencia crea una estructura de opciones de optimización llamada *options* en la que se establecen diversos parámetros.

```
options = optimset('Display','iter','TolX',1e-8)
```

2. Esta declaración hace una copia de la estructura de opciones de llamada (*options*), cambiando el valor de la *TolX* opción y el almacenamiento de nuevos valores en *optnew*:

```
optnew = optimset(options,'TolX',1e-4);
```

3. Esta instrucción devuelve una estructura de opciones de optimización (*options*) que contiene todos los nombres y valores predeterminados correspondientes a la función *fminbnd*:

```
options = optimset('fminbnd')
```

Práctica 5

1. Minimice la función $4x^2 - 7x + 1$ en el intervalo $(0,2)$ y calcule el valor mínimo que toma la función en el intervalo dado, en la que se muestre la información sobre las iteraciones de la optimización realizada.

2. Halle en un entorno de $x = 1,4$ un cero de la función.

$$f(x) = \frac{1}{(x - 0,3)^2 + 0,02} + \frac{1}{(x - 0,9)^2 + 0,03} - 3$$

Minimice la función para el intervalo $(0,3)$. Ayuda: para el primer caso se define la estructura como:

```
[x,fval]=fzero(inline('función', valores de contorno,optimset('Display','iter')))
```

En el segundo caso, la misma estructura que el punto 1. Grafique $f(x)$ para el intervalo $[-2,2]$ con particiones de 0,1.

8. Cálculo matricial en Matlab



Matrices

Una matriz es un vector de vectores o un arreglo bidimensional de números. Para digitar y visualizar una matriz A en Matlab es importante dejar un espacio entre los números y separar las filas mediante el símbolo del punto y coma (;).

```
>> A=[4 6 5;8 1 -3]
```

A =

4 6 5

8 1 -3

También puede colocar una coma (,) entre los números si lo prefiere:

```
>> A=[4,6,5;8,1,-3]
```

A =

4 6 5

8 1 -3

Otra forma de realizar lo anterior es combinar dos vectores:

```
>> C=[4 6 5];
```

```
>> D=[8 1 -3];
```

```
>> B=[C;D]
```

B =

4 6 5

8 1 -3



Como se aprecia, la matriz es un conjunto de vectores.

Ahora bien, se pueden construir matrices mediante programación a través de un sencillo ciclo *for*, tal como se muestra a continuación:

```
for i=1:5
    for j=1:5
        t(i,j) = i/j;
    end
end
```

No se produce un resultado de salida puesto que la línea $t(i,j) = i/j$; termina en $;$. Al retirar el $;$ Matlab muestra en el espacio de trabajo una matriz 25 veces.

Es importante señalar que en una matriz es posible operar funciones de forma directa, sin tener en cuenta su tipo o clase, así:

```
>> A=[pi, -4*j, sqrt(2);
log(-1), sin(pi/2), cos(pi/2)
asin(0.5), acos(0.8), exp(0.8)]
A =
3.1416 + 0.0000i 0.0000 - 4.0000i 1.4142 + 0.0000i
0.0000 + 3.1416i 1.0000 + 0.0000i 0.0000 + 0.0000i
0.5236 + 0.0000i 0.6435 + 0.0000i 2.2255 + 0.0000i
```

Nota 11. Una vez definida la matriz esta pasa al espacio de trabajo o Workspace, por lo que estará disponible para realizar cualquier operación.

Sea la matriz $A = [2 \ 5 \ -9 \ 8; \ -1 \ 0 \ 3 \ 4; \ 0 \ 4 \ -2 \ 7]$.



Figura 8.1. Creación de una variable matricial que se almacena de forma temporal en el Workspace.

Como se observa, al digitar la matriz en la Command Window y después de dar Enter, en el Workspace aparece la misma matriz (como lo indica la flecha) organizada en formato de celdas. A fin de mirar su contenido solo debe dar doble clic en la celda (véase la Figura 8.2).

	1	2	3	4	5
1	2	5	-9	8	
2	-1	0	3	4	
3	0	4	-2	7	
4					

Figura 8.2. Matriz cargada en el Workspace de Matlab.

Se puede llamar la matriz almacenada en el Workspace las veces que se desee, siempre y cuando esté cargada en este. Es decir, se debe tener cuidado de no usar los comandos *clear* o *clear all*, ya

que, de forma automática, limpiará todo lo que esté almacenado en el Workspace si no se ha guardado.

Traspuesta de una matriz

La traspuesta representa el intercambio de filas por columnas. En Matlab se emplea un comilla sencilla que se adiciona a la matriz original A .

Ejemplo

```
A =
    2  5  4
   -9  8  6
    0  2 -6

>> A'

ans =
    2 -9  0
    5  8  2
    4  6 -6
```

Nota 12. Matlab introduce por defecto una variable llamada (*ans*), de *answer*, sobre la cual también se puede operar.

```
A=[2 5 4;-9 8 6;0 2 -6]
```

```
A =
```



```

2 5 4
-9 8 6
0 2 -6

>> ans

ans =

2 -9 0
5 8 2
4 6 -6

```

Matlab permite crear matrices vacías:

```

>> A=[]

A =

[]

>> whos A

Name Size Bytes Class Attributes
A 0x0 0 double

```

Acceder a valores puntuales de Matlab (indexación)

Los elementos de una matriz pueden ser accedidos mediante tres métodos de indexación:

- *Indexación de subíndice.* Consiste en especificar la posición de los elementos y colocar los índices entre paréntesis se-

parados por coma, de manera que el primero indica la fila y el segundo la columna. Esta es una herramienta muy importante porque facilita mucho las operaciones matemáticas sin necesidad de realizar bucles.

```
>> A=[2 5 4;-9 8 6;0 2 -6]
```

```
A =
```

```
 2  5  4
-9  8  6
 0  2 -6
```

```
>> A(2,3)
```

```
ans =
```

```
 6
```

```
>> A(1,1)
```

```
ans =
```

```
 2
```

Para el caso en el cual se desee seleccionar una fila o columna se procede de la siguiente manera:

```
A=[2 5 4;-9 8 6;0 2 -6];
```

```
A(1,:) % se selecciona la primera fila
```

```
ans =
```

```
2 5 4
```

A(3,:) % se selecciona la tercera fila

```
ans =
```

```
0 2 -6
```

A(:,2) % se selecciona la segunda columna

```
ans =
```

```
5
```

```
8
```

```
2
```

A(:,1) % se selecciona la primera columna

```
ans =
```

```
2
```

```
-9
```

```
0
```

A(2, 2:end) % esta instrucción le indica a Matlab que de la fila 2 muestre los últimos dos números

```
ans =
```

```
8 6
```

Cuando se desea suprimir filas y columnas se pueden utilizar los paréntesis cuadrados. Por ejemplo, para suprimir la segunda columna de la matriz A :

```
>> A(:,2)=[]
```

```
A =
```

```
2 4
```

```
—9 6
```

```
0 —6
```

A fin de suprimir la segunda columna y tercera fila de la matriz A :

```
>> A(3,:)=[]
```

```
A =
```

```
2 4
```

```
—9 6
```

Para saber el tamaño de un matriz, se digita `size(nombre de la matriz)`:

```
>> size(A)
```

```
ans =
```

```
3 3
```

- *Indexación lineal.* En este caso la matriz se toma como un vector sin tener en cuenta sus dimensiones, por lo que se puede especificar la posición de uno de sus elementos con un solo número.

$A(4)$

$ans =$

5

- *Indexación lógica.* Se emplea una matriz lógica, por ende, este tipo de matriz solo contiene valores falsos o verdaderos.

$A>2$

$ans =$

3×3 logical array

0 1 1

0 1 1

0 0 0

Para indexar A y devolver valores reales, se procede a realizar lo siguiente:

$A(A>2)$

$ans =$

5

8

4

6

Elementos de variables matriciales

Matlab permite la selección de elementos de variables matriciales de dimensión $m \times n$ que permite evaluar y analizar mediante comandos de inserción, extracción, reenumeración y manipulación de sus elementos. El uso de los comandos se resume en la Tabla 8.1.

Tabla 8.1. Instrucciones para conversión a diferentes espacios coordenados

Instrucción	Descripción
$A(m,n)$	Define el elemento (m,n) de la matriz A (fila m y columna n). <pre>>> A = [1 -3 2 5; -8 5 1 -4; 7 1 0 6; 9 -2 4 7]</pre> $A =$ $\begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 & 5 \\ -8 & 5 & 1 & -4 \\ 7 & 1 & 0 & 6 \\ 9 & -2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$ <pre>>> A(2,3)</pre> $ans =$ 1
$A(a:b,c:d)$	Define la submatriz de A formada por las filas que hay entre la a -ésima y la b -ésima, así como por las columnas que se encuentran entre la c -ésima y la d -ésima. <pre>>> A(2:2,2:3)</pre> $ans =$ $5 \quad 1$

$A([ab],[c d])$	<p>Define la submatriz de A formada por la intersección de las filas a-ésima y b-ésima y las columnas c-ésima y d-ésima.</p> <pre>>> A([1 3],[1 3]) ans = 1 2 7 0</pre>
$A([a b c \dots], [e f g \dots])$	<p>Define la submatriz de A formada por la intersección de las filas a, b, c, \dots y las columnas e, f, g, \dots.</p> <pre>>> A([2 3],[1 2 4]) ans = -8 5 -4 7 1 6</pre>
$A(:,c:d)$	<p>Define la submatriz de A formada por todas las filas de A y por las columnas que se encuentran entre la c-ésima y la d-ésima.</p> <pre>>> A(:,1:3) ans = 1 -3 2 -8 5 1 7 1 0 9 -2 4</pre>
$A(:,[c d e \dots])$	<p>Define la submatriz de A formada por todas las filas de A y por las columnas c, d, e, \dots.</p> <pre>>> A(:, [3,4]) ans = 2 5 1 -4 0 6 4 7</pre>

$A(a:b,:)$	<p>Define la submatriz de A formada por todas las columnas de A y por las filas que hay entre la a-ésima y la b-ésima.</p> <pre>>> A(1:2, :)</pre> <pre>ans =</pre> <pre> 1 -3 2 5</pre> <pre> -8 5 1 -4</pre>
$A([a b c \dots],:)$	<p>Define la submatriz de A formada por todas las columnas de A y por las filas a, b, c, \dots</p> <pre>>> A([2,3], :)</pre> <pre>ans =</pre> <pre> -8 5 1 -4</pre> <pre> 7 1 0 6</pre>
$A(a,:)$	<p>Define la fila a-ésima de la matriz A.</p> <pre>>> A(2, :)</pre> <pre>ans =</pre> <pre> -8 5 1 -4</pre>
$A(:,b)$	<p>Define la columna b-ésima de la matriz A.</p> <pre>>> A(:, 4)</pre> <pre>ans =</pre> <pre> 5</pre> <pre> -4</pre> <pre> 6</pre> <pre> 7</pre>

A(:)	<p>Define un vector columna cuyos elementos son las columnas de A situadas por orden una debajo de otra.</p> <pre>> A(:) ans = 1 -8 7 9 -3 5 1 -2 2 1 0 4 5 -4 6 7</pre>
A(:,:)	<p>Equivale a toda la matriz A.</p> <pre>>> A(:,:) ans = 1 -3 2 5 -8 5 1 -4 7 1 0 6 9 -2 4 7</pre>
A(end,:)	<p>Extrae todos los elementos de la última fila.</p> <pre>>> A(end,:) ans = 9 -2 4 7</pre>

[A,B,C,...]	Define la matriz formada por las submatrices A, B, C, \dots >> $A=[2\ 5; -9\ 8], B=[6\ 5; -9\ 3]$ $A =$ 2 5 -9 8 $B =$ 6 5 -9 3 >> $[A,B]$ $ans =$ 2 5 6 5 -9 8 -9 3
--------------------	---

Fuente: elaboración propia.

Práctica 1

Dadas las matrices:

$A=$

$$\begin{matrix} 4 & 5 & -9 & 6 & 8 \\ 1 & -3 & 0 & 4 & -7 \\ 9 & 1 & 3 & 8 & -1 \\ 5 & 6 & 9 & -3 & -2 \\ -6 & 5 & 7 & 4 & 6 \end{matrix}$$

$B=$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & -2 & 7 & 9 & 6 \\ -5 & 3 & 8 & -7 & 1 \\ 8 & -1 & 6 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 2 & 9 \end{matrix}$$

1. Aplique cada instrucción citada en la Tabla 8.1.
2. Grafique A y B .
3. Emplee la instrucción $isequal(A,B)$, la cual devuelve 1 si A y B son iguales.
4. Emplee la instrucción $isempty(A)$, la cual devuelve 1 si la matriz A está vacía.

Nota 13. *Subíndice:* el elemento de la fila i y la columna j de una matriz puede ser llamado de la forma $A(i,j)$.

Así, por ejemplo, a fin de calcular la suma de todos los elementos de la tercera columna de la matriz A se debe realizar la siguiente operación:

5. Calcule $A(1,3) + A(2,3) + A(3,3) + A(4,3) + A(5,3)$

6. Para la matriz B , calcule $B(1,4) + B(2,4) + B(3,4) + B(4,4) + B(5,5)$

7. $A(:,4)$

8. $A(3,:)$

9. $B(:,3)$

10. $B(2,:)$

Funciones matriciales específicas

En Matlab se emplea un grupo de funciones matriciales predefinidas que facilitan el trabajo en determinados procesos matemáticos. Las más importantes se muestran en la Tabla 8.2.

Tabla 8.2. *Funciones matriciales*

Instrucción	Descripción
diag(v)	<p>Crea una matriz diagonal con el vector v en la diagonal.</p> <pre>diag([2 6 4]) ans = 2 0 0 0 6 0 0 0 4</pre>
eye(n)	<p>Crea la matriz identidad de orden n.</p> <pre>>> eye(3) ans = 1 0 0 0 1 0 0 0 1</pre>
eye(m,n)	<p>Crea la matriz de orden $m \times n$ con unos en la diagonal principal y ceros en el resto.</p> <pre>>> eye(2,3) ans = 1 0 0 0 1 0</pre>

<p>diag(A)</p>	<p>Extrae e introduce las diagonales en una matriz A como vector columna.</p> <pre>>> A=[2 5 6;-8 6 0;1 -7 4] A = 2 5 6 -8 6 0 1 -7 4 >> diag(A) ans = 2 6 4 >> m = 5; >> diag(-m:m) + diag(ones(2*m,1),1) + diag(ones(2*m,1),-1) ans = -5 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -4 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -3 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 -1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 3 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 4 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 5</pre>
<p>zeros(m,n) Para una matriz cuadrada zeros(n)</p>	<p>Crea la matriz nula de orden $m \times n$.</p> <pre>>> zeros(3,2) ans = 0 0 0 0 0 0</pre>

<p>ones(m,n)</p> <p><i>Para una matriz cuadrada</i></p> <p>ones(n)</p>	<p>Crea la matriz de orden $m \times n$ con todos sus elementos 1.</p> <pre>>> ones(3,2) ans = 1 1 1 1 1 1</pre>
<p>flipud(A)</p>	<p>Devuelve la matriz cuyas filas están colocadas en orden inverso (de arriba abajo) a las filas de A.</p> <pre>>> flipud(A) ans = 1 -7 4 -8 6 0 2 5 6</pre>
<p>fliplr(A)</p>	<p>Devuelve la matriz cuyas columnas están colocadas en orden inverso (de izquierda a derecha) a las de A.</p> <pre>>> fliplr(A) ans = 6 5 2 0 6 -8 4 -7 1</pre>
<p>rot90(A)</p>	<p>Rota 90 grados la matriz A.</p> <pre>>> rot90(A) ans = 6 0 4 5 6 -7 2 -8 1</pre>

<i>reshape</i> <i>(A,m,n)</i>	<p>Devuelve la matriz de orden $m \times n$ extraída de la matriz A tomando elementos consecutivos de A por columnas.</p> <pre>>> reshape(A,3,3) ans = 2 5 6 -8 6 0 1 -7 4</pre>
<i>size(A)</i>	<p>Devuelve el orden (tamaño) de la matriz A. Se aplica tanto a vectores como a matrices. Devuelve un vector de dos elementos: cantidad de filas y cantidad de columnas.</p> <pre>>> size(A) ans = 3 3</pre>

<code>[I,J,V]=find(A)</code>	<p>Encuentra las filas y columnas donde están los elementos no nulos de A y los almacena en I y J, respectivamente. En V coloca el vector de elementos no nulos.</p> <pre>>> [I,J,V]=find(A) I = 1 2 3 1 2 3 1 3 J = 1 1 1 2 2 2 3 3 V = 2 -8 1 5 6 -7 6 4</pre>
-------------------------------------	--

<i>length(v)</i>	<p>Devuelve la longitud del vector v. Se aplica solo a vectores. Devuelve el largo del vector (es igual para filas y columnas).</p> <pre>>> v=[2 -5 6 8 7 0 1 6]; >> length(v) ans = 8</pre>
<i>tril(A)</i>	<p>Devuelve la parte triangular inferior de la matriz A.</p> <pre>>> tril(A) ans = 2 0 0 -8 6 0 1 -7 4</pre>
<i>triu(A)</i>	<p>Devuelve la parte triangular superior de la matriz A.</p> <pre>>> triu(A) ans = 2 5 6 0 6 0 0 0 4</pre>
A'	<p>Devuelve la matriz transpuesta de A.</p> <pre>>> A' ans = 2 -8 1 5 6 -7 6 0 4</pre>
$A.'$	<p>Calcula la transpuesta (sin conjugar) de la matriz A. Si la matriz A es de números reales $A.'$ y A' producen el mismo resultado.</p> <pre>>> A.' ans = 2 -8 1 5 6 -7 6 0 4</pre>

$inv(A)$	<p>Devuelve la matriz inversa de A.</p> <pre>>> inv(A) ans = 0.0472 -0.1220 -0.0709 0.0630 0.0039 -0.0945 0.0984 0.0374 0.1024</pre>
$trace(A)$	<p>Devuelve la traza de la matriz cuadrada A.</p> <pre>>> trace(A) ans = 12</pre>
$[m,n]=size(A)$	<p>Devuelve el número de filas m y de columnas n de una matriz rectangular A.</p> <pre>>> [m,n]=size(A) m = 3 n = 3</pre>
$Numel(A)$	<p>Devuelve el número de elementos de la matriz A.</p> <pre>>> numel(A) ans = 9</pre>
$A(:,n)=[]$	<p>Elimina la columna n de la matriz A.</p> <pre>A=[2 5 6;-8 6 0;1 -7 4]; A(:,3)=[] A = -8 6 0 1 -7 4</pre>
$A(1,:)=[]$	<p>Elimina la n fila de la matriz A.</p> <pre>A(:,3)=[] A = 2 5 -8 6 1 -7</pre>

Repmat (A,m,n)	<p>Replica la matriz A tres veces verticalmente y dos veces horizontalmente.</p> <pre>A=[2 5 6;-8 6 0;1 -7 4]; repmat(A,2,3) ans = 2 5 6 2 5 6 2 5 6 -8 6 0 -8 6 0 -8 6 0 1 -7 4 1 -7 4 1 -7 4 2 5 6 2 5 6 2 5 6 -8 6 0 -8 6 0 -8 6 0 1 -7 4 1 -7 4 1 -7 4</pre>
---------------------------------	--

Fuente: elaboración propia.

Instrucción *rand*

El comando *rand* genera números aleatorios uniformemente distribuidos con valores que están en el rango de 0 y 1. El comando se puede utilizar para asignar estos números a un escalar, un vector o una matriz, tal como se muestra en la Tabla 8.3.

Tabla 8.3. Cuadro de la instrucción *rand*

Instrucción	Descripción
<i>rand</i>	<p>Genera un solo valor aleatorio, cuyo número está entre 0 y 1.</p> <pre>>> rand ans = 0.3816</pre>

<i>rand(1,n)</i>	<p>Genera un vector fila de n números aleatorios entre 0 y 1.</p> <pre>>> rand(1,4) ans = 0.7655 0.7952 0.1869 0.4898</pre>
<i>rand(n)</i>	<p>Genera una matriz $n \times n$ de números aleatorios entre 0 y 1 distribuidos uniformemente.</p> <pre>>> rand(2) ans = 0.4456 0.7094 0.6463 0.7547</pre>
<i>rand(m,n)</i> <i>Para una matriz cuadrada aleatoria</i> <i>rand(n)</i>	<p>Crea una matriz aleatoria uniforme de orden $m \times n$.</p> <pre>>> rand(3,3) ans = 0.8147 0.9134 0.2785 0.9058 0.6324 0.5469 0.1270 0.0975 0.9575</pre>
<i>randperm(n)</i>	<p>Genera una permutación aleatoria, cuyo resultado es un vector fila con n elementos enteros entre 1 y n.</p> <pre>>> randperm(5) ans = 3 2 4 1 5 >> randperm(6,3) ans = 4 2 6</pre>

<i>randn(m)</i>	<p>Crea una matriz de números aleatorios normalmente distribuidos, cuyos valores pueden ser positivos y negativos.</p> <pre>>> randn(2) ans = -0.2991 -0.2620 0.0229 -1.7502</pre>
<i>randn(m,n)</i>	<p>Crea una matriz aleatoria normal de orden $m \times n$.</p> <pre>>> randn(4,5) ans = 2.7694 -0.0631 1.4897 -1.2075 1.0347 -1.3499 0.7147 1.4090 0.7172 0.7269 3.0349 -0.2050 1.4172 1.6302 -0.3034 0.7254 -0.1241 0.6715 0.4889 0.2939</pre>

Fuente: elaboración propia.

Se debe tener en cuenta que se pueden combinar operaciones siempre y cuando el orden de las matrices y/o vectores sean equivalentes.

Ejercicios resueltos

1. Analice las siguientes operaciones:

$$A = \text{diag}([6,2,3,5]) + \text{eye}(4,4)$$

$A =$

7 0 0 0

0 3 0 0

0 0 4 0

0 0 0 6

$\gg A = \text{reshape}(1:16,4,4)'$

$A =$

1 2 3 4

5 6 7 8

9 10 11 12

13 14 15 16

$\gg \text{trace}(A)$

$\text{ans} =$

34

$\gg \text{diag}(A)$

$\text{ans} =$

1

6

11

16

```
>> triu(A)
```

```
ans =
```

```
1 2 3 4
0 6 7 8
0 0 11 12
0 0 0 16
```

```
>> tril(A)
```

```
ans =
```

```
1 0 0 0
5 6 0 0
9 10 11 0
13 14 15 16
```

2. ¿Cuál es el resultado de $v=5*\text{randn}(2,5)+40$?

```
>> v=5*randn(2,5)+40
```

```
v =
```

```
39.6607 38.9120 40.1152 44.1303 42.3346
39.0239 38.4845 40.2565 47.6349 38.9514
```

3. Genere gráficos de datos aleatorios. Para esto se procede a crear una matriz de diagrama de dispersión *plotmatrix*. Esta función crea una matriz de *subaxes* que contienen diagramas de dispersión de las columnas de x contra las columnas de y .

```
x = randn(50,3);
y = x*[-1 2 3;-2 3 1;0 -2 3]';
plotmatrix(y,'r')
```

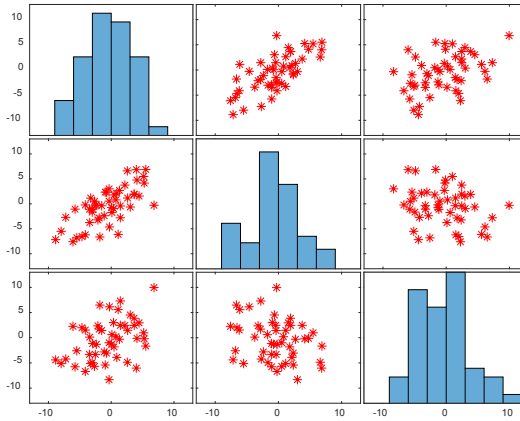


Figura 8.3. Gráficos de datos aleatorios.

4. *Distribución normal.* Una distribución normal tiene dos parámetros asociados a ella: la media y la varianza. El comando *randn* genera números aleatorios que tienen una media de cero y una varianza de unidad.

Por ejemplo, cree un vector de 1 x 1000 de números aleatorios y grafique en un histograma.

```
x = randn(1,1000);
hist(x,12), xlabel('x'),ylabel('y'), title('Histograma')
```

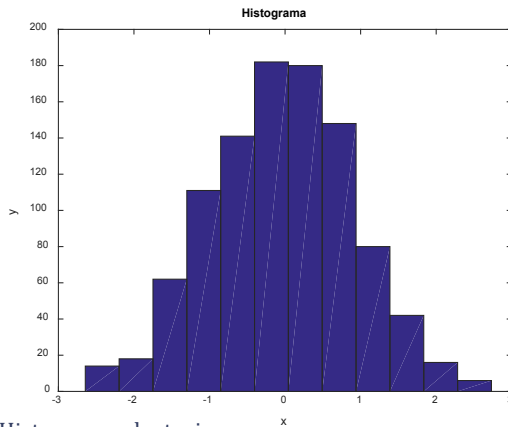


Figura 8.4. Histograma aleatorio.

La mediana y varianza son, respectivamente:

$$mn = \text{mean}(x)$$

$$v = \text{var}(x)$$

$$mn =$$

$$0.01$$

$$v =$$

$$1.02$$

Estos son valores muy cercanos a lo que se esperaba.

5. Medición acerca del tiempo necesario que le toma a los procesadores en conjunto resolver un sistema de 1000 ecuaciones con 1000 incógnitas.

$$n=1000;$$

$$A=\text{rand}(n); b=\text{rand}(n,1);$$

$$x=\text{zeros}(n,1);$$

$$\text{tini}=\text{clock};$$

```

x=A\b; t=etime(clock, tini)

time=cputime;

x=A\b; time=cputime—time

tic;

x=A\b; toc

```

La salida por consola son los tiempos parciales y el tiempo transcurrido (estos tiempos difieren en pruebas con diferente computador).

```

t =

    0.0430

time =

    0.1406

```

Elapsed time is 0.036127 seconds.

6. Cree un vector v de 1×500 de números aleatorios y grafique en un histograma y diagrama de barras para la función $X = -\log(v)/2$, en el intervalo $[0,3]$, con particiones de $0,1$. Cambie el ancho de las barras para que corresponda con la densidad de probabilidad teórica.

```

n = 500;

v = rand(1,n); % Genera las variables aleatorias.

X = -log(v)/2;

```

```
x=0:0.1:3;
```

```
% Esta es una función del Statistics Toolbox.
```

```
y=exppdf(x,1/2);
```

```
[N,h]=hist(X,10);
```

```
% Se obtiene la información del histograma.
```

```
% Se cambia el ancho de las barras para hacer que corresponda  
con la densidad de probabilidad teórica.
```

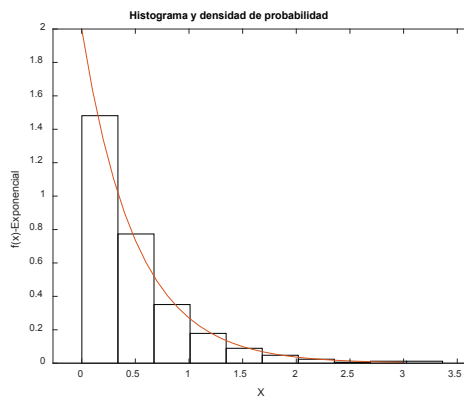
```
N=N/(h(2)-h(1))/n;
```

```
bar(h,N,1,'w'), hold on
```

```
plot(x,y), hold off
```

```
xlabel('X'),ylabel('f(x)—Exponencial'),
```

```
title('Histograma y densidad de probabilidad')
```



Representación ejercicio 6

7. Existe un par de funciones en Matlab que permiten calcular el tiempo en segundos de una operación. Estas funciones son *tic* y *toc*. Veamos un ejemplo: tomemos 5000 números aleatorios y calculemos sus inversas de manera recurrente. Con este simple ejercicio se va evaluar cuánto tarda Matlab en hallar la solución.

```
tic;
```

```
inv(inv(inv(randn(5000))));
```

```
toc
```

Elapsed time is 24.265223 seconds.

8. El tiempo de operaciones está relacionado directamente con la capacidad computacional del equipo. Por consiguiente, se puede establecer cuál es el tiempo que tardan los procesadores o CPU en realizar las operaciones. La sintaxis es *cputime*:

```
t=cputime;
```

```
inv(inv(inv(randn(5000))));
```

```
e=cputime—t
```

```
e =
```

```
157.5000
```

Densidad de potencia espectral

La densidad espectral de una señal es una función matemática que permite evaluar su distribución de potencia (densidad espectral de potencia [PSD]) o energía (densidad espectral de energía) en distintas frecuencias de las que está formada, es decir, su espectro.

Se puede evaluar una señal de una función armónica empleando las instrucciones *randn*, *periodogram* y *pwelch*.

Periodogram

Esta instrucción permite estimar la densidad espectral de potencia. Para esto se realiza una estimación sobre una función p_{xx} , de la señal de entrada x , evaluada en una ventana rectangular. La sintaxis de referencia es la siguiente:

```
p = periodogram(x)
```

```
p = periodogram(x,window)
```

Ejemplos

1. Obtenga el periodograma modificado de una señal de entrada que consiste en una senoide de tiempo discreto con una frecuencia angular de $\pi/3$ y ruido blanco aditivo $N(0,1)$.

La señal tiene una longitud de 420 muestras. Obtenga el periodograma utilizando una ventana Hamming y longitud DFT (transformada discreta de Fourier) predeterminada. La longitud DFT es la potencia de dos mayor que la longitud de la señal, o 512 puntos. Debido a que la señal es de valor real y tiene longitud uniforme, el periodograma es unilateral y hay $512/2 + 1$ puntos.

```
n = 0:419;
```

```
x = cos(pi/3*n)+randn(size(n));
```

```
periodogram(x,hamming(length(x)))
```

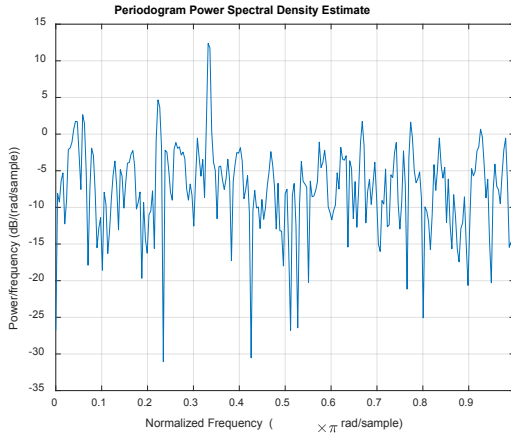


Figura 8.5. Periodograma de una señal bajo una ventana de Hamming y longitud DTF.

2. Genere 520 muestras de una señal multicanal que consta de tres funciones sinusoidales evaluadas con ruido blanco aditivo $N(0,1)$. Las frecuencias de las sinusoides son $\pi/2, \pi/3$ y $\pi/4$. Estime el PSD de la señal utilizando el periodograma y trácelo.

```
N = 520; n = 0:N-1;
```

```
w = pi./[2;3;4];
```

```
x = cos(w*n)'+ randn(length(n),3); periodogram(x)
```

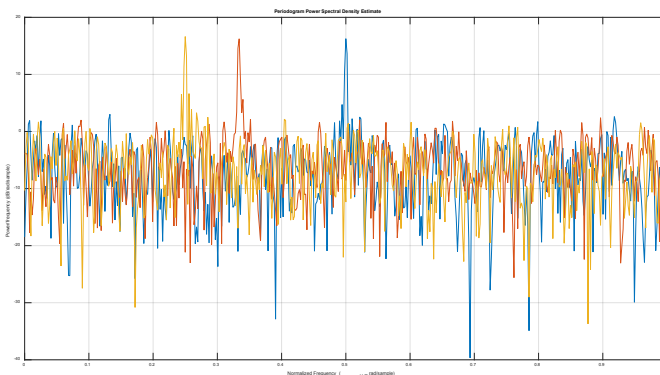


Figura 8.6. Periodograma de una señal.

3. *Periodograma en un determinado conjunto de frecuencias normalizadas.* Obtenga el periodograma de una señal de entrada que consta de dos sinusoides de tiempo discreto con una frecuencia angular de $\pi/4$ y $\pi/2$ y ruido blanco aditivo $N(0,1)$. Obtenga las estimaciones del periodograma de dos lados en las frecuencias dadas. Tome 520 muestras.

```
n = 0:519;
x = cos(pi/4*n)+0.5*sin(pi/2*n)+randn(size(n));
[p,w] = periodogram(x,[],[pi/4 pi/2]);
p
[p1,w1] = periodogram(x);
plot(w1/pi,p1,w/pi,2*p,'o')
legend('p1','2 * p')
xlabel('\omega / \pi')
```

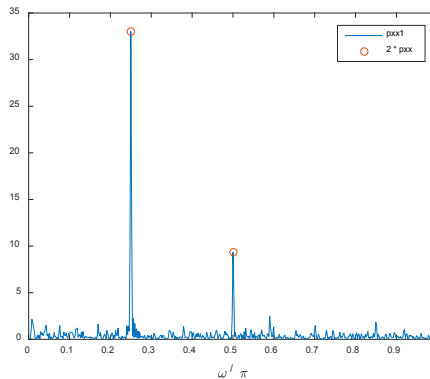


Figura 8.7. Periodograma en un determinado conjunto de frecuencias normalizadas.

```
pxx =
```

```
4.6714
```

4. *Límites de confianza con el periodograma.* Cree una señal consistente en la superposición de ondas senoidales de 120 Hz y 170 Hz con ruido blanco aditivo $N(0,1)$. La amplitud de las dos ondas sinusoidales es 2. La frecuencia de muestreo es de 1 kHz.

Obtenega el periodograma con un 95 % de límites de confianza. Trace el periodograma junto con el intervalo de confianza y acerque la región de frecuencia de interés cerca de los 120 y 170 Hz.

```
fs = 1000;
```

```
t = 0:0.001:1—0.001;
```

```
x = cos(2*pi*120*t)+sin(2*pi*170*t)+randn(size(t));
```

```
[pxx,f,pxxc] = periodogram(x,rectwin(length(x)),length(x),fs,...
```

```
 'ConfidenceLevel', 0.95);
```

```
plot(f,10*log10(pxx))
```

```
hold on
```

```
plot(f,10*log10(pxxc),'r—.', xlim([85 175])
```

```
xlabel('Hz'), ylabel('dB'), title('Periodograma con 95% de límite de Confianza')
```

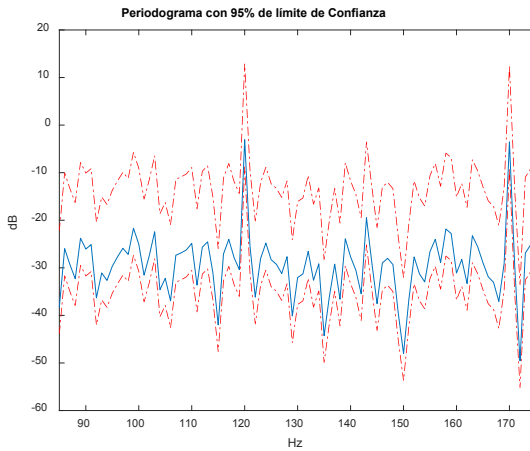


Figura 8.8. Límites de confianza con un periodograma.

5. Obtenga el periodograma de una señal usando la ventana rectangular para la función $x = \cos(2\pi ft)$, en el intervalo $[0,0,4]$ con particiones de $1/1000$. La frecuencia de la señal es de 250 Hz. Tome 512 muestras.

```
Fs = 1000; t = 0:1/Fs:0.4;
```

```
% Una señal coseno de 200Hz más ruido
```

```
x = cos(2*pi*t*250)+randn(size(t));
```

```
periodogram(x,[],'twosided',512,Fs);
```

```
% twosided Convierte un espectro unilateral en un espectro de dos caras.
```

```
% Se usa la ventana por defecto
```

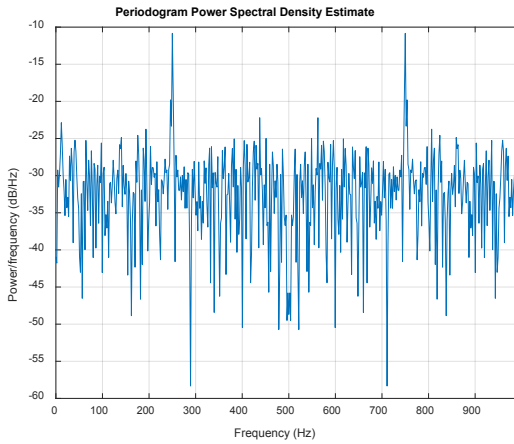


Figura 8.9. Periodograma de una señal.

Pwelch

Esta instrucción permite estimar la densidad espectral de potencia. La función devuelve la estimación de densidad espectral de potencia de la señal de entrada x usando el estimador promedio del segmento superpuesto de Welch. Su sintaxis general es la siguiente:

$$px = pwelch(x)$$

$$px = pwelch(x,window)$$

Ejemplos

1. *Estimación de Welch usando entradas predeterminadas.* Obtenga la estimación PSD de Welch de una señal de entrada que consiste en una senoide de tiempo discreto con una frecuencia angular de $\pi/4$ y un ruido blanco aditivo $N(0,1)$.

Restablezca el generador de números aleatorios a fin de obtener resultados reproducibles. La señal tiene una longitud de 420 muestras.

```

n = 0:419;
x = cos(pi/4*n)+randn(size(n));
px = pwelch(x);
plot(10*log10(px),'k'),
xlabel('x'),ylabel('y'), grid, title('Estimación de Welch ')

```

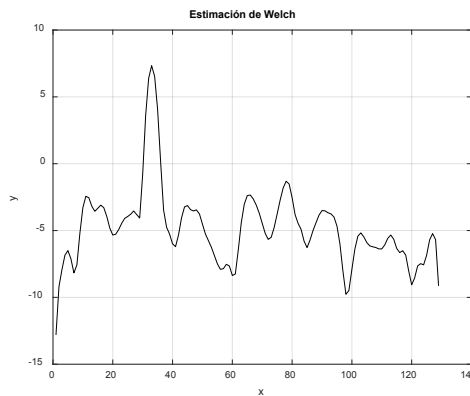


Figura 8.10. Señal obtenida bajo la estimación de Welch.

2. *Espectro de potencia centrado en DC.* Cree una señal que consista en una senoide de 220 Hz con ruido aditivo blanco $N(0,1/4)$. Restablezca el generador de números aleatorios para obtener resultados reproducibles. La frecuencia de muestreo es de 1 kHz y la señal tiene una duración de 5 s.

Obtenga el espectro de potencia DC—centrado utilizando el método de Welch. Utilice una longitud de segmento de 500 muestras con 300 muestras superpuestas y una longitud DFT de 500 puntos. Trace el resultado.

```

fs = 1000;
t = 0:1/fs:5—1/fs;
nvar = 1/4;

```

```

x = cos(2*pi*220*t)+sqrt(nvar)*randn(size(t));
[px,f] = pwelch(x,500,300,500,fs,'centered','power');
plot(f,10*log10(px))
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Magnitud (dB)')
grid

```

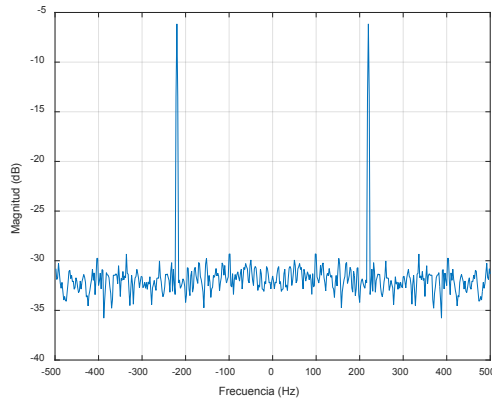


Figura 8.11. Ejemplo de señal bajo el concepto de espectro de potencia centrado en DC.

3. Dada la función $x = \text{sen}(2\pi f t)$, en el intervalo $[0,0,3]$ con particiones de $1/1000$, y la frecuencia de la señal es de 300 Hz, tome 512 muestras.

```
Fs = 1000; t = 0:1/Fs:.3;
```

% Una señal coseno de 200 Hz más ruido

```
x = sin(2*pi*t*300)+randn(size(t));
```

```
pwelch(x,[],[],[],Fs,'twosided');
```

% Ventana por defecto, solapamiento y NFFT.

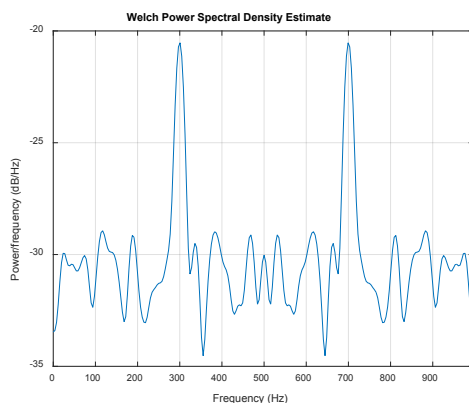


Figura 8.12. Señal obtenida bajo la estimación de potencia espectral de densidad de Welch.

Randi

El comando *randi* genera un entero pseudoaleatorio uniformemente distribuido. Esta función devuelve un número entero escalar pseudoaleatorio entre 1 y *max*. También se puede utilizar para asignar números a un escalar, un vector o una matriz, tal como se muestra en la Tabla 8.4.

Tabla 8.4. Cuadro de instrucciones para el comando *randi*

Instrucción	Descripción
$X=randi(imax)$ <i>imax</i> es un entero.	Genera un solo número aleatorio entre 1 e <i>imax</i> .
$X=randi(imax,n)$	Genera una matriz aleatoria de $n \times n$, cuyos valores son enteros que están entre 1 e <i>imax</i> .
$X=randi(imax,m,n)$	Genera una matriz aleatoria de $m \times n$, cuyos valores son enteros que están entre 1 e <i>imax</i> .

<i>randi</i> \ <i>(imax,sz1,...,szN)</i> :	Devuelve una matriz <i>sz1-by ...-by-szN</i> , donde <i>sz1,..., szN</i> indica el tamaño de cada dimensión. Así, por ejemplo, <i>randi (10, 3, 4)</i> devuelve un conjunto de 3 por 4 de números enteros pseudoaleatorios entre 1 y 10.
<i>X = randi(imax,sz)</i>	Devuelve una matriz donde el tamaño del vector <i>sz</i> define el tamaño de (<i>X</i>). Por ejemplo, <i>randi (10, [3,4])</i> devuelve una matriz de 3 por 4 de números enteros pseudoaleatorios entre 1 y 10.
<i>X = randi(imax,classname)</i>	Devuelve un entero pseudoaleatorio donde <i>classname</i> especifica el tipo de datos. <i>Classname</i> puede ser de tipo <i>'single'</i> , <i>'doble'</i> , <i>'int8'</i> , <i>'uint8'</i> , <i>'int16'</i> , <i>'uint16'</i> , <i>'int32'</i> o <i>'uint32'</i> .
<i>X = randi(imax,n,-classname)</i>	Devuelve una matriz <i>n</i> \times <i>n</i> del tipo de datos <i>classname</i> .
<i>X = randi(imax,-,sz1,...,szN,classname)</i>	Devuelve una matriz <i>sz1-by ...-by-szN</i> del tipo de datos <i>classname</i> .
<i>X = randi(imax,sz,-classname)</i>	Devuelve una matriz donde el tamaño de vector <i>sz</i> define el tamaño de (<i>X</i>) y <i>classname</i> define la clase de (<i>X</i>).

$X = \text{randi}(\text{imax}, 'like', p)$	Devuelve un entero pseudoaleatorio como p , es decir, con el mismo tipo de datos (clase).
$X = \text{randi}(\text{imax}, n, 'like', p)$	Devuelve un <i>array</i> $n \times n$ como p .
$X = \text{randi}(\text{imax}, \text{sz1}, \dots, \text{szN}, 'like', p)$	Devuelve un <i>array</i> $\text{sz1} \text{--by } \dots \text{--by } \text{szN}$ como p
$X = \text{randi}(\text{imax}, \text{sz}, 'like', p)$	Devuelve un <i>array</i> como p donde el tamaño del vector sz define el tamaño de (X) .
$X = \text{randi}([\text{imin}, \text{imax}], _)$	Devuelve una matriz que contiene números enteros extraídos de la distribución uniforme discreta en el intervalo $[\text{imin}, \text{imax}]$, utilizando cualquiera de las sintaxis anteriores.

Fuente: elaboración propia.

La secuencia de números producida por el comando *randi* está determinada por los ajustes del generador uniforme de números aleatorios que subyace en otros comando tales como *rand*, *randn* y *randi*.

La función *randi* emplea un valor aleatorio uniforme para crear cada valor aleatorio entero. Se puede controlar el generador de números aleatorios mediante las instrucciones *rng* (*Control random number generation*).

Ejemplos

1. Genere una matriz 5×5 de números enteros aleatorios entre 1 y 10. La primera entrada a *randi* indica el entero más grande en

el intervalo de muestreo (el entero más pequeño en el intervalo es 1).

```
>> r = randi(10,5)
```

```
r =
```

```
1 2 2 7 5
```

```
1 6 8 3 1
```

```
6 5 4 7 3
```

```
8 1 6 7 10
```

```
10 4 2 8 2
```

2. Genere un número pseudoaleatorio para un valor máximo de 20.

```
>> a=randi(20)
```

```
a =
```

```
7
```

3. Cree una matriz de 3 por 2 por 3 de números enteros aleatorios uniformemente distribuidos entre 1 y 100.

```
>> X = randi(100,[3,2,3])
```

```
X(:,:,1) =
```

```
10 32
```

```
83 96
```

```
70 4
```

$X(:, : , 2) =$

44 80

39 19

77 49

$X(:, : , 3) =$

45 76

65 28

71 68

4. Cree un vector 1 x 5 de números aleatorios cuyos elementos son de tipo *Int16*, inferior a 200.

```
>> r = randi(200,1,5,'int16')
```

$r =$

151 52 102 140 179

5. Genere unos vectores columna de 5 por 1 de números enteros aleatorios uniformemente distribuidos a partir del intervalo de muestra $[-4,4]$.

```
>> r = randi([-4,4],5,1)
```

$r =$

-2

2

```

2
-1
1

```

6. Genere una matriz aleatoria de 3 x 2, cuyos valores son enteros que están entre 1 y 20.

```
>> b=randi(20,3,2)
```

```
b =
```

```

11 13
3 8
18 11

```

7. Cree dos matrices aleatorias, una cuadrada y la otra de 10 x 4, que se multipliquen entre sí. Luego, plotee los datos y grafique las áreas de las curvas en color. Esta operación debe realizarse toda de una vez, ¿por qué?

```
a=randi(30)*randi(10,4)
```

```
figure(1)
```

```
plot(a), grid on;
```

```
colormap winter % puede cambiarse por summer, autumn, spring
```

```
figure(2), area(a)
```

```
a =
```

```

36 90 108 18
54 36 90 18

```

```
162 180 18 108  
18 144 126 18  
  
plot(a)
```

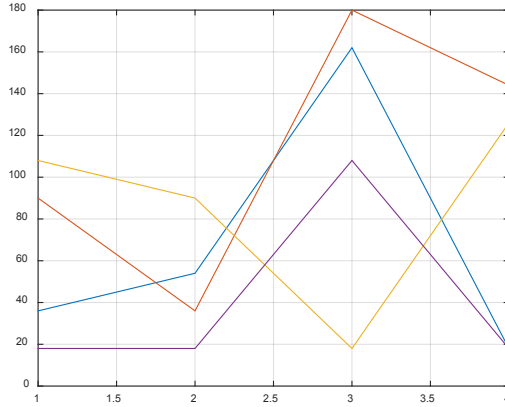


Figura 8.13. Gráfica con la instrucción `plot` y `mesh`.

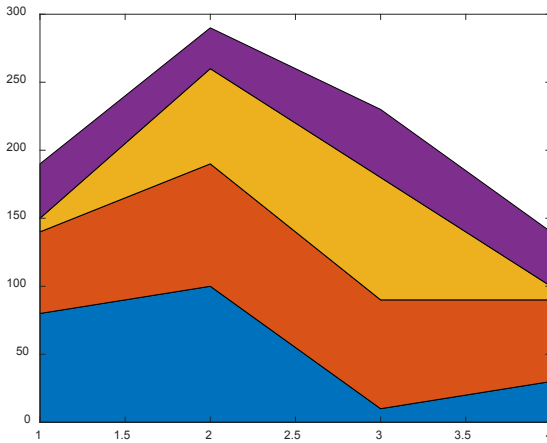


Figura 8.14. Área de las curvas en color.

8. Cree una matriz p de 2×2 de enteros con signo de 8 bits. Luego, cree una matriz de enteros aleatorios que tengan el mismo tamaño y tipo de datos que la matriz p .

```

>> p = int8([3 2; -2 1]);
>> X = randi(10,size(p),'like',p)

X =

     9    10
     6     1

>> class(X)

ans =

    int8

```

Existe una función denominada *randint* muy parecida a la anterior, que ya es obsoleta, por lo cual en las próximas versiones de Matlab puede ser eliminada.

Ejemplo de *randint*

Cree una señal matricial de 100*100 en la que se evalúen los errores, con un rango de 4.

```

x = randint(100,100,4); % Señal original

% Los errores pueden ser 1, 2, o 3.

err = (rand(100,100) > 0.9); % Se procede a colocar los errores

Ve = randint(100,100,[1,3]); % Valor del error

errores = err.*Ve;

y = rem(x+errores,4); % Señal y error sumadas mod 4

% Análisis de errores

```



```
format short
```

```
[num_bit,ratio_bit] = biterr(x,y,2)
```

```
[num_sym,ratio_sym] = symerr(x,y)
```

```
num_bit =
```

```
1337
```

```
ratio_bit =
```

```
0.0669
```

```
num_sym =
```

```
1001
```

```
ratio_sym =
```

```
0.1001
```

Práctica 2

1. Sea una matriz mágica A de tamaño 2, aplique las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, inversa y transpuesta con otra matriz B aleatoria de 2×2 .
2. Cree una matriz identidad de 4×4 y multiplique por una matriz aleatoria del mismo tamaño.
3. Cree una matriz aleatoria de tamaño 5 y multiplique por 10.
4. Genere unos vectores columna de 6 por 2 de números enteros aleatorios uniformemente distribuidos a partir del intervalo de muestra $[-6,6]$.
5. Cree una matriz aleatoria de 3×4 .
6. Genere una matriz 6×6 de números enteros aleatorios entre 1 y 15.
7. Cree una matriz aleatoria de tamaño 4 y reste de una matriz mágica del mismo tamaño.
8. Genere un número pseudoaleatorio para un valor máximo de 32.
9. Cree un vector fila de tamaño 3 y multiplique por una matriz aleatoria del mismo tamaño.
10. Calcule $\text{rand} * \text{rand}(3)$.
11. Etiquete y grafique la función $y = \text{rand}(4,3)$.
12. Genere una matriz aleatoria de 5×4 , cuyos valores son enteros que están entre 1 y 18.
13. Sea la ecuación $u = (a - b) * \text{rand}(a)$, determine el valor de u cuando $a = 7$ y $b = 12$.

14. Cree una matriz de 3 x 3 de números enteros aleatorios uniformemente distribuidos entre 1 y 300.

15. Etiquete y grafique la función $rand(2)*rand(2)$.

16. Cree una matriz aleatoria de grado 6 y luego evalúe el resultado de tal manera que:

a. Devuelva la parte triangular inferior.

b. Devuelva la parte triangular superior.

c. ¿Cuál es la traza de la matriz?

d. ¿Cuál es el número de elementos de la matriz?

e. ¿Cuál es el número de filas y de columnas?

17. En análisis de regresión lineal multivariante aparece la siguiente fórmula:

$$H = X(X^T X)^{-1} X^T$$

Calcule la diagonal y la traza de H .

$$X = \begin{bmatrix} 27 & 35 & 6 \\ 7 & 10 & 9 \\ 11 & 31 & 19 \\ 15 & 24 & 3 \end{bmatrix}$$

18. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 9 & -3 \\ 5 & 6 & 2 & 10 \\ 8 & 4 & 7 & 11 \\ -1 & 3 & 6 & -12 \end{pmatrix}$$

Subplotee la matriz A que aparece en 2D, 3D y el área (esta última que ocupe toda la segunda fila, empleando como color de referencia la estación de verano). Etiquete todas las gráficas incluyendo la grilla.

19. Dada la función $x = \text{sen}(2\pi ft) \cos(\pi ft)$, en el intervalo $[0,0,5]$ con particiones de $1/1000$, si la frecuencia de la señal es de 250 Hz, tome 512 muestras. Obtenga el espectro de potencia mediante la instrucción *pwelch*.

20. Cree una función que pida por consola el ingreso de una matriz cuadrada A , luego efectúe los siguientes cálculos: la matriz que se ingrese se multiplique punto a punto con la matriz identidad I del mismo grado que A , y luego se reste con una matriz mágica del mismo grado que I .

La salida debe enunciar lo siguiente: *La solución matricial total es:*

21. Cree una matriz de 2×4 de números aleatorios cuyos elementos son de tipo *Int8*, *Int16* e *Int32*.

22. Obtenga el periodograma de una señal usando la ventana rectangular para la función $x = \text{sen}(2\pi ft)$, en el intervalo $[0,0,4]$, con particiones de $1/1000$. La frecuencia de la señal es de 450 Hz, tome 512 muestras.

23. Subplotee una matriz mágica de grado 5 de modo que aparezca la gráfica en 2D, 3D, el área y el histograma. Para el caso del histograma tome divisiones de 5. Se debe respetar el orden para que el punto sea válido. Etiquete todas las gráficas incluyendo la grilla.

24. Cree una función que pida por consola el ingreso de una matriz aleatoria A , de números enteros positivos, a fin de efectuar los siguientes cálculos: la matriz que se ingrese se multiplique su inversa con la matriz identidad I del mismo grado que A , luego se sume con una matriz mágica del mismo grado que I , y, finalmente, la salida debe estar rotada a 90 grados.

Funciones que actúan sobre vectores y matrices

Matlab dispone de un conjunto de instrucciones que permite revisar las condiciones de un vector o una matriz, en cuanto a cómo están declarados sus elementos en términos matemáticos; es decir, permite verificar su continuidad, su no existencia, el tipo de variables o funciones, etc. Estas instrucciones se resumen en la Tabla 8.5.

Tabla 8.5. Instrucciones que permiten revisar las condiciones de un vector o una matriz

Instrucciones	Descripción
<i>isglobal(A)</i>	Esta función devuelve un 1 lógico (verdadero) si <i>A</i> se ha declarado como una variable global en el contexto del cual se llama <i>isglobal</i> , y 0 lógico (falso) en caso contrario.
<i>ischar(A)</i>	Determina si una variable es una cadena de caracteres (<i>string</i>) de la matriz. Esta función devuelve un 1 lógico (verdadero) si <i>A</i> es una matriz de caracteres y 0 lógico (falso) de lo contrario.
<i>isempty(A)</i>	Determina si el <i>array</i> está vacío. Esta función devuelve un 1 lógico (verdadero) si <i>A</i> es una matriz vacía y 0 lógico (falso) de lo contrario.
<i>isfinite(A)</i>	Determina si los valores de la matriz son finitos. Esta función devuelve una matriz del mismo tamaño que <i>A</i> que contiene un 1 lógico (verdadero) donde los elementos de la matriz <i>A</i> son finitos y 0 lógicos (falso) donde son infinitas o <i>NaN</i> .

<i>isinf(A)</i>	Verifica si en la matriz hay elementos infinitos. Esta función devuelve una matriz del mismo tamaño que <i>A</i> que contiene un 1 lógico (<i>true</i>) donde los elementos de <i>A</i> son <i>+Inf</i> o <i>-Inf</i> y 0 (<i>false</i>) lógico donde no lo son.
<i>isnan(A)</i>	Verifica si en la matriz hay elementos que son <i>NaN</i> . Esta función devuelve una matriz del mismo tamaño que <i>A</i> que contiene un 1 lógico (<i>true</i>) donde los elementos de <i>A</i> son <i>NaNs</i> y 0 lógico (<i>false</i>) donde no lo son.
<i>exist(A)</i>	Comprueba la existencia de una variable, una función, una carpeta o una clase. Esta función devuelve el estado del nombre: <i>exist name</i> ("existe nombre"). <i>exist name kind</i> ("existe nombre bueno"). <i>A = exist('name','kind')</i>

Fuente: elaboración propia.

Ejemplos

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -5 & 0 & 7 \end{pmatrix}$, emplee las instrucciones citadas en la Tabla 8.5.

A=[1 3 4;-5 0 7];

ischar(A)

ans =

0

isempty(A)

ans =

0

isfinite(A)

ans =

1 1 1

1 1 1

isinf(A)

ans =

0 0 0

0 0 0

isnan(A)

ans =

0 0 0

0 0 0

Operaciones matriciales básicas

La operación se realiza elemento a elemento, por lo que los vectores o matrices deben ser de dimensiones compatibles, con la excepción que uno de ellos sea un escalar.

Ejemplos

Dadas las matrices $A = [1 \ 0 \ 9; -4 \ 1 \ 6; -8 \ 1 \ 3]$ y $B = [3 \ -8 \ 4; 1 \ 5 \ 9; 6 \ 2 \ 7]$. Resuelva las siguientes operaciones.

Suma

$$C = A+B$$

$$C =$$

$$4 \ -8 \ 13$$

$$-3 \ 6 \ 15$$

$$-2 \ 3 \ 10$$

Para el caso de números complejos:

$$C = A+B*i;$$

$$\text{vpa}(C)$$

$$\text{ans} =$$

$$[\ 1.0 + 3.0i, \ -8.0i, \ 9.0 + 4.0i]$$

$$[-4.0 + 1.0i, \ 1.0 + 5.0i, \ 6.0 + 9.0i]$$

$$[-8.0 + 6.0i, \ 1.0 + 2.0i, \ 3.0 + 7.0i]$$

Resta

$$D=A-B$$

$$D =$$

$$-2 \ 8 \ 5$$



$$-5 \quad -4 \quad -3$$

$$-14 \quad -1 \quad -4$$

Para el caso de números complejos:

$$C = A - B * i;$$

$$\text{vpa}(C)$$

$$\text{ans} =$$

$$[\quad 1.0 - 3.0i, \quad 8.0i, 9.0 - 4.0i]$$

$$[-4.0 - 1.0i, 1.0 - 5.0i, 6.0 - 9.0i]$$

$$[-8.0 - 6.0i, 1.0 - 2.0i, 3.0 - 7.0i]$$

Multiplicación

$$E = A * B$$

$$E =$$

$$57 \quad 10 \quad 67$$

$$25 \quad 49 \quad 35$$

$$-5 \quad 75 \quad -2$$

Para el caso de números complejos:

$$C = A * B * i;$$

$$\text{vpa}(C)$$

$$\text{ans} =$$

$$[57.0i, 10.0i, 67.0i]$$

```
[ 25.0i, 49.0i, 35.0i]
```

```
[ -5.0i, 75.0i, -2.0i]
```

Si se multiplica la matriz A como arreglo por ella misma se obtiene:

```
A.*A
```

```
ans =
```

```
1 0 81
```

```
16 1 36
```

```
64 1 9
```

Inversa

La inversa de una matriz A^{-1} se calcula con la función $inv(A)$.

```
inv(A)
```

```
ans =
```

```
-0.0909 0.2727 -0.2727
```

```
-1.0909 2.2727 -1.2727
```

```
0.1212 -0.0303 0.0303
```

Otra forma de evaluar la inversa es:

```
A^-1
```

```
ans =
```

```
-0.0909 0.2727 -0.2727
```

```

-1.0909  2.2727  -1.2727
0.1212  -0.0303  0.0303

```

División

A fin de realizar la división se debe tener en cuenta quién divide a quién, pues el orden de los datos cambia, es decir, $A B^{-1}$ y $A^{-1}B$ son totalmente diferentes.

Para el caso $A B^{-1}$:

```
C = A/B
```

```
C =
```

```

0.5378  0.9657  -0.2632
0.4325  1.3341  -1.1053
0.3959  1.5492  -1.7895

```

Para el caso $A^{-1}B$:

```
D = A\B
```

```
D =
```

```

-1.6364  1.5455  0.1818
-8.6364  17.5455  7.1818
0.5152  -1.0606  0.4242

```

A fin de dividir cada elemento de una matriz por los elementos de ella misma se debe realizar la siguiente operación:

```
A./A
```

```
ans =
```

```

1 NaN 1
1 1 1
1 1 1

```

De igual manera, se puede dividir con números complejos:

```
C = A/B*i;
```

```
vpa(C)
```

```
ans =
```

```
[ 0.54i, 0.97i, -0.26i]
```

```
[ 0.43i, 1.3i, -1.1i]
```

```
[ 0.4i, 1.5i, -1.8i]
```

Determinante de una matriz

```
det(A)
```

```
ans =
```

```
33
```

Ejercicios resueltos

El siguiente *script* resume las instrucciones matriciales vistas hasta ahora. Se sugiere al lector expandir el programa a otras propiedades que se verán a continuación.

```
disp('Diferentes Cálculos con matrices')
```

```
(' ');
```

```
disp('Transpuesta de una matriz-----1')
```

```
disp('Inversa de una matriz -----2')
```

```

disp('Diferencia de matrices-----3')
disp('Suma de matrices-----4')
disp('Producto de matrices-----5')
disp('División de matrices-----6')
disp('Determinante de la matriz-----7')
(' ');
opciones=input('Elija una opción: ');
switch opciones
    case 1
        disp('Transpuesta de una matriz ')
        m1=input('Ingrese la matriz ');
        t=m1';
        disp('La transpuesta de la matriz es...');
        disp(t)

    case 2
        disp('Inversa de una matriz ')
        m2=input('Ingrese la matriz ');
        b=inv(m2);
        disp('La inversa de la matriz es...');
        disp(b)

```

case 3

```
disp('Diferencia de matrices ');  
matriz1=input('Ingrese la primera matriz: ');  
matriz2=input('Ingrese la segunda matriz: ');  
d1=matriz1—matriz2;  
disp('La diferencia de las matrices es...');  
disp(d1)
```

case 4

```
disp('Suma de matrices ');  
matriz1=input('Ingrese la primera matriz: ');  
matriz2=input('Ingrese la segunda matriz: ');  
d2=matriz1+matriz2;  
disp('La Suma de las matrices es...');  
disp(d2)
```

case 5

```
disp('Producto de matrices ');  
matriz1=input('Ingrese la primera matriz: ');  
matriz2=input('Ingrese la segunda matriz: ');  
d3=matriz1*matriz2;
```

```
disp('El producto de las matrices es...');
```

```
disp(d3)
```

```
case 6
```

```
disp('División de matrices ')
```

```
matriz1=input('Ingrese la primera matriz: ');
```

```
matriz2=input('Ingrese la segunda matriz: ');
```

```
d4=matriz1/matriz2;
```

```
disp('El producto de las matrices es...');
```

```
disp(d4)
```

```
case 7
```

```
disp('Determinante de la matriz ')
```

```
matriz1=input('Ingrese la matriz: ');
```

```
d5=det(matriz1);
```

```
disp('El determinante de la matriz es...');
```

```
disp(d5)
```

```
otherwise
```

```
disp('No es una opción, intente de nuevo')
```

```
end
```

La salida del programa es:

Diferentes Cálculos con matrices

Transpuesta de una matriz—————1

Inversa de una matriz —————2

Diferencia de matrices—————3

Suma de matrices—————4

Producto de matrices—————5

División de matrices—————6

Determinante de la matriz—————7

Elija una opción: 4

Suma de matrices

Ingrese la primera matriz: [4 5;8 3]

Ingrese la segunda matriz: [0 1; —7 6]

La Suma de las matrices es..

4 6

1 9

Potencia

Para elevar cada elemento de una matriz a la potencia deseada se debe realizar la siguiente operación:

$A.^3$

ans =


```

1 0 729
-64 1 216
-512 1 27

```

Escalar elevado a la variable matricial

```

3.^A
ans =
1.0e+04 *
0.0003 0.0001 1.9683
0.0000 0.0003 0.0729
0.0000 0.0003 0.0027

```

Identidad

Realizar una matriz identidad de 4 x 4.

```

eye(4)
ans =
1 0 0 0
0 1 0 0
0 0 1 0
0 0 0 1

```

Si queremos una matriz de unos:

```

ones(4)

```

```
ans =
```

```
1 1 1 1
```

```
1 1 1 1
```

```
1 1 1 1
```

```
1 1 1 1
```

```
ones(2,5,'int8')
```

```
ans =
```

```
1 1 1 1 1
```

```
1 1 1 1 1
```

Para conocer las características de la matriz, recuerde que se emplea la instrucción *whos*:

```
whos ans
```

```
Name Size Bytes Class Attributes
```

```
ans 2x5 10 int8
```

Cuadrado de una matriz

```
A.^2
```

```
ans =
```

```
1 0 81
```

```
16 1 36
```

```
64 1 9
```

Otra forma de calcular el cuadrado de una matriz es con `power(A,n)`:

```
A = [1 0 9; -4 1 6; -8 1 3];
```

```
power(A,2)
```

```
ans =
```

```
1 0 81
```

```
16 1 36
```

```
64 1 9
```

Matriz lógica o verdadera

```
true(4)
```

```
ans =
```

```
1 1 1 1
```

```
1 1 1 1
```

```
1 1 1 1
```

```
1 1 1 1
```

Para verificar se digita `whos ans`; mostrará que es efectivamente lógica.

```
whos ans
```

```
Name Size Bytes Class Attributes
```

```
ans 4x4 16 logical
```

Matriz mágica

Esta debe ser cuadrada y su generación es semialeatoria. Matriz mágica ($n \times n$): 1 hasta N^2 con sumas iguales en filas, columnas y diagonales.

$M = \text{magic}(6)$

$M =$

```
35  1  6 26 19 24
 3 32  7 21 23 25
31  9  2 22 27 20
 8 28 33 17 10 15
30  5 34 12 14 16
 4 36 29 13 18 11
```

Raíz cuadrada de una matriz

La sintaxis para calcular la raíz cuadrada de una matriz real no negativa es:

$Y = \text{realsqrt}(X)$

$M = \text{magic}(3)$

$y = \text{realsqrt}(M)$

$M =$

```
8  1  6
 3  5  7
 4  9  2
```

$y =$

2.8284 1.0000 2.4495

1.7321 2.2361 2.6458

2.0000 3.0000 1.4142

Matriz aleatoria

Este tipo de matriz se genera a través de la instrucción *rand (i,j)*

rand(4,4)

ans =

0.8147 0.6324 0.9575 0.9572

0.9058 0.0975 0.9649 0.4854

0.1270 0.2785 0.1576 0.8003

0.9134 0.5469 0.9706 0.1419

Operación elemento a elemento

Como se observó en la operación $A*B$, se realiza el producto matricial. En este caso en particular, lo que se quiere es que cada elemento de A quede multiplicado por cada elemento de B (suponiendo que tienen las mismas dimensiones), así:

$F=A.*B$

$F =$

3 0 36

—4 5 54

—48 2 21

Ahora $A*B$:

$A*B$

$ans =$

57 10 67

25 49 35

—5 75 —2

Como se aprecia, se puede notar la diferencia entre una operación y otra. Si se antepone un punto al operador, la operación se realiza elemento a elemento. La división (/) y la potencia (^) también permiten este uso. Es importante tener en cuenta esta diferencia y uso.

División componente a componente:

$G=A./B$

$G =$

0.3333 0 2.2500

—4.0000 0.2000 0.6667

—1.3333 0.5000 0.4286

$H=A.^B$

$H =$

1 Inf 6561

—4 1 10077696

262144 1 2187

Matriz simbólica

Una matriz simbólica se caracteriza porque sus elementos son variables o constantes y variables. Dicho de otra manera, al operar una matriz simbólica, lo que se espera es obtener una ecuación matricial general en la que se emplea la instrucción *syms*.

Este tipo de matriz es muy útil en diversos problemas físicos o de ingeniería en los que se requiere determinar la descomposición de fuerzas sobre un sistema, en problemas de tensores, jacobianos, etc.

Ejemplos

1. Exprese la matriz A en el formato de salida de Matlab:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & a \\ b & t \end{bmatrix}$$

syms a b t

$A=[5, a; b, t]$

$A =$

$[5, a]$

$[b, t]$

2. Cree una matriz simbólica de funciones trigonométricas de orden 2×2 , con variables a y b , luego calcule el determinante.

syms a b x

$A=[\sin(a*b*x), \cos(b*x);-\sin(a*x), \cos(a*b*x)]$

$B=\det(A)$

A =

$$\begin{bmatrix} \sin(a*b*x), & \cos(b*x) \\ -\sin(a*x), & \cos(a*b*x) \end{bmatrix}$$

B =

$$\sin(a*b*x)*\cos(a*b*x) + \cos(b*x)*\sin(a*x)$$

3. Tomando el ejercicio anterior, calcule la inversa y represente el resultado de forma ordenada:

`syms a b x`

`A=[sin(a*b*x), cos(b*x);-sin(a*x), cos(a*b*x)];`

`pretty(inv(A))`

$$\begin{array}{cc} / \cos(a b x) & \cos(b x) \backslash \\ | \text{-----} & \text{-----} | \\ | \#1 & \#1 | \\ | & | \\ | \sin(a x) & \sin(a b x) | \\ | \text{-----} & \text{-----} | \\ \backslash \#1 & \#1 / \end{array}$$

where

$$\#1 == \sin(a b x) \cos(a b x) + \cos(b x) \sin(a x)$$

4. Dada la matriz A , determine A' , A^{-1} , A^2 , traza, rango y determinante. Calcule la matriz A para los valores de $a = 2$, $b = -1$ y $c = 4$.

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ 5c & 2a - 3c & 3b \\ 2b & -3b + 2c & 2a - 5c \end{bmatrix}$$

syms a b c

*A=sym('[a,b,c;5*c,2*a-3*c,3*b;2*b,-3*b+2*c,2*a-5*c]')*

A =

[a, b, c]

*[5*c, 2*a - 3*c, 3*b]*

*[2*b, 2*c - 3*b, 2*a - 5*c]*

Ahora se procede a calcular lo que pide el ejercicio.

Transpuesta:

>> transpose(A)

ans =

*[a, 5*c, 2*b]*

*[b, 2*a - 3*c, 2*c - 3*b]*

*[c, 3*b, 2*a - 5*c]*

La inversa:

>> inv(A)

ans =

$$\begin{aligned} & [(4*a^2 - 16*a*c + 9*b^2 - 6*b*c + 15*c^2)/(4*a^3 - 16*a^2*c \\ & + 9*a*b^2 - 20*a*b*c + 15*a*c^2 + 6*b^3 + 16*b*c^2 + 10*c^3), \\ & (2*(c^2 + b*c - a*b))/(4*a^3 - 16*a^2*c + 9*a*b^2 - 20*a*b*c \\ & + 15*a*c^2 + 6*b^3 + 16*b*c^2 + 10*c^3), \quad (3*b^2 + 3*c^2 - \\ & 2*a*c)/(4*a^3 - 16*a^2*c + 9*a*b^2 - 20*a*b*c + 15*a*c^2 + \\ & 6*b^3 + 16*b*c^2 + 10*c^3)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [(6*b^2 + 25*c^2 - 10*a*c)/(4*a^3 - 16*a^2*c + 9*a*b^2 - \\ & 20*a*b*c + 15*a*c^2 + 6*b^3 + 16*b*c^2 + 10*c^3), \quad -(-2*a^2 \\ & + 5*c*a + 2*b*c)/(4*a^3 - 16*a^2*c + 9*a*b^2 - 20*a*b*c + \\ & 15*a*c^2 + 6*b^3 + 16*b*c^2 + 10*c^3), \quad -(-5*c^2 + 3*a*b)/ \\ & (4*a^3 - 16*a^2*c + 9*a*b^2 - 20*a*b*c + 15*a*c^2 + 6*b^3 + \\ & 16*b*c^2 + 10*c^3)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [-(-10*c^2 + 9*b*c + 4*a*b)/(4*a^3 - 16*a^2*c + 9*a*b^2 \\ & - 20*a*b*c + 15*a*c^2 + 6*b^3 + 16*b*c^2 + 10*c^3), \quad (2*b^2 \\ & + 3*a*b - 2*a*c)/(4*a^3 - 16*a^2*c + 9*a*b^2 - 20*a*b*c + \\ & 15*a*c^2 + 6*b^3 + 16*b*c^2 + 10*c^3), \quad -(-2*a^2 + 3*c*a + \\ & 5*b*c)/(4*a^3 - 16*a^2*c + 9*a*b^2 - 20*a*b*c + 15*a*c^2 + \\ & 6*b^3 + 16*b*c^2 + 10*c^3)] \end{aligned}$$

Al organizar la salida, se tiene:

```
>> pretty(inv(A))
```

$$\begin{array}{|c|}
 \hline
 \begin{array}{l}
 \begin{array}{ccc}
 \frac{4a^2 - 16ac + 9b^2 - 6bc + 15c^2}{\#1}, & \frac{(c + bc - ab)^2}{\#1}, & \frac{3b + 3c - 2ac}{\#1} \\
 \hline
 \begin{array}{ccc}
 \frac{6b^2 + 25c^2 - 10ac}{\#1}, & \frac{-2a + ca^5 + 2bc}{\#1}, & \frac{-5c + 3ab}{\#1} \\
 \hline
 \begin{array}{ccc}
 \frac{-10c + 9bc + 4ab}{\#1}, & \frac{2b + 3ab - 2ac}{\#1}, & \frac{-2a + ca^3 + 5bc}{\#1} \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

where

$$\#1 == 4a^3 - 16a^2c + 9a^2b - 20abc + 15ac^2 + 6b^2 + 16bc + 10c^3$$

El cuadrado de la matriz:

>> A^2

ans =

$$[a^2 + 7*b*c, a*b + b*(2*a - 3*c) - c*(3*b - 2*c), 3*b^2 + a*c + c*(2*a - 5*c)]$$

$$[6*b^2 + 5*a*c + 5*c*(2*a - 3*c), 5*b*c + (2*a - 3*c)^2 - 3*b*(3*b - 2*c), 3*b*(2*a - 3*c) + 3*b*(2*a - 5*c) + 5*c^2]$$



$$[2*a*b + 2*b*(2*a - 5*c) - 5*c*(3*b - 2*c), 2*b^2 - (2*a - 5*c)*(3*b - 2*c) - (2*a - 3*c)*(3*b - 2*c), 2*b*c + (2*a - 5*c)^2 - 3*b*(3*b - 2*c)]$$

Al organizar la salida, se tiene:

```
>> pretty(A^2)
```

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & 2 & & 2 & \\ \hline | & a + 7bc, & ab + b^2 - c^2, & 3b + ac + c^2 & | \\ \hline | & & & & | \\ \hline | & 2 & 2 & 2 & | \\ \hline | & 6b + 5ac + 5c^2, & 5bc + c^2 - b^2, & b^2 + b^2 + 5c & | \\ \hline | & & & & | \\ \hline | & & 2 & 2 & | \\ \hline \backslash & 2ab + b^2 - c^2, & 2b - c, & 2bc + c^2 - b^2 & / \\ \hline \end{array}$$

where

$$\begin{aligned} \#1 &== 3b - 2c \\ \#2 &== 2a - 5c \\ \#3 &== 2a - 3c \end{aligned}$$

Si prueba estas instrucciones en *Live Script*, los datos de salida se muestran más organizados.

Traza:

```
>> trace(A)
```

ans =

$$5*a - 8*c$$

Rango:

```
>> rank(A)
```

```
ans =
```

```
3
```

Determinante:

```
>> pretty(det(A))
```

```
3 2 2      2 3 2 3
```

```
4 a - 16 a c + 9 a b - 20 a b c + 15 a c + 6 b + 16 b c + 10 c
```

Calcule la matriz A para los valores de $a = 2$, $b = -1$ y $c = 4$.

```
a=2; b=-1; c=4;
```

```
A=[ a,    b,    c]
```

```
[ 5*c, 2*a - 3*c,    3*b]
```

```
[ 2*b, 2*c - 3*b, 2*a - 5*c]
```

```
A =
```

```
2 -1 4
```

```
ans =
```

```
20 -8 -3
```

```
ans =
```

```
-2 11 -16
```

Práctica 3

Dada las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 & -2 \\ -2 & 6 & 7 & 0 \\ 3 & -8 & 1 & 4 \\ 3 & -9 & 5 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,8 & 7 & 5,2 & 0,2 \\ 0,7 & 1 & 4 & -0,1 \\ 0,5 & 0,1 & 5 & 2 \\ 8 & 2 & 0,5 & -7 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 & 6 \\ 0,2 & 0 & 5 & -5 \\ 0,5 & 9 & 2 & 9 \\ 3 & -2 & 8 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\alpha=3, \beta=-4$$

1. Calcule:

$$A+B+C$$

$$(\alpha A - 2B) \beta C$$

$$A.*B+A*B$$

$$A.^2+C.^3$$

$$A^{-1}+B^{-1}+C$$

$$(AA')^{-1}$$

$$A(CC')^3B$$

$$\text{sen}(A)\cos(C)$$

$$\cos(B)+\text{Tan}(C)$$

$$AB' + BC^2$$

$$AB - 1 \alpha$$

$$B.*C + A'+1/2B' \alpha - C$$

$$B^2 - \beta A^3$$

$$A./B + A/B$$

$$B^C + A^B - C^A$$

$$A/C*B$$

$$\text{ones}(4)+B$$

$$\text{Cmagic}(4)$$

$$5^A + 4^C$$

$$\det(A) + 7.5$$

$$\det(B).C$$

2. $Z = A'*B$ %. Producto de matrices $3 \times 1 \times 1 \times 3 =$ matriz 3×3 .

3. Pruebe las siguientes propiedades, donde A es una matriz de $n \times n$, con $\alpha=2$ y $\beta=-5$.

$$(\alpha+\beta)A = \alpha A + \beta A$$

$$\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$$

$$\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$$

4. Analice las siguientes instrucciones:

$$A = 5*\text{ones}(3,3)$$

$$B = \text{zeros}(2,4)$$

$$C = 10 * \text{rand}(3,5)$$

$$I = 2 * \text{eye}(2,4)$$

$$G = \text{diag}(-3:3) + \text{diag}(\text{ones}(6,1),1) + \text{diag}(-1 * \text{ones}(6,1),-1)$$

$$\text{diag}(G), \text{diag}(G,1), \text{diag}(G,-1)$$

$$v = [1 \ 2 \ 3 \ 4]; \text{ calcular } \text{diag}(v) \text{ y } \text{diag}(v,1)$$

5. Dadas las matrices:

$$U = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 5 \\ -9 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

Calcule:

$$A * V$$

$$V / A$$

$$A.^V$$

$$V.*A+A$$

$$(AA')^U - U$$

$$U^5 - U^3$$

$$3AA' + 4U^{-2}$$

6. Dada la matriz A , determine A' , A^{-1} , A^2 , traza, rango y determinante. Calcule la matriz A para los valores de $a = -3$, $b = 2$ y $c = 5$.

$$A = \begin{bmatrix} 3ab & -2b + 1 & 4c - bc \\ 5c + b & 2a - 3c & 3bac \\ 2b - 1 & 3ab + 2c & 2a + c \end{bmatrix}$$

7. A continuación, se presentan un conjunto de matrices que describen las rotaciones en cada uno de los tres ejes x , y , z del sistema de referencia de un satélite.

$$T_{0 \rightarrow 1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad T_{1 \rightarrow 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \text{sen}\phi \\ 0 & -\text{sen}\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

$$T_{2 \rightarrow 3} = \begin{bmatrix} \cos\psi & \text{sen}\psi & 0 \\ \text{sen}\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Obtenga la matriz $T_{0 \rightarrow 3'}$, la cual equivale al producto de las tres matrices.

8. Calcule el determinante del tensor de Faraday que representa la transformación de un campo electromagnético.

$$F^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 1 \end{bmatrix}$$

Descomposición de valor singular (svd)

Es un tipo de descomposición de la matriz asociada al nombre de la función integrada *svd*. El comando es `Typing[U,S,V] = svd(A)`, produce una matriz diagonal *S*, de la misma dimensión que *A* y con elementos de la diagonal no negativos en orden decreciente y matrices unitarias *U* y *V*, de modo que $A = U * S * V'$.

$$[u, s, v] = svd(A)$$

u =

0.5906 -0.7094 0.3847

0.5932 0.0585 -0.8029

0.5471 0.7024 0.4554

s =

12.2399 0 0

0 7.6851 0

0 0 0.3508

v =

-0.5032 -0.8540 -0.1327

0.0932 0.0990 -0.9907

0.8592 -0.5108 0.0297

Concatenación de vectores y matrices

La concatenación se emplea cuando se quiere formar una matriz con diferentes vectores o matrices de dimensiones compatibles, o cuando se quiere unir dos vectores para formar uno más extenso. Esto puede desarrollarse de la siguiente manera:

Sean los vectores fila a y b :

$$a = [-1 \ 5 \ 3];$$

$$b = [8 \ -2 \ 0];$$

- *Primera forma de concatenar.* Unir uno a continuación del otro:

$$c=[a,b]$$

$$c =$$

$$-1 \ 5 \ 3 \ 8 \ -2 \ 0$$

- *Segunda forma de concatenar.* Unir los vectores de tal manera que queden organizados en forma matricial. Para ello, solo basta interponer un punto y coma entre ambos vectores:

$$c=[a;b]$$

$$c =$$

$$-1 \ 5 \ 3$$

$$8 \ -2 \ 0$$

Cuando se quiere añadir una columna a la matriz se procede a crear un vector, se aplica la traspuesta y luego se adiciona.

Sea $A = [1 \ 5 \ 6; 3 \ 8 \ -9]$, y se quiere adicionar el vector $B = [5, 7]$.

$$A=[1 \ 5 \ 6; 3 \ 8 \ -9];$$

$$B=[5, 7];$$

$$B=B'$$

$$B =$$

5

7

$$A=[A,B]$$

$$A =$$

1 5 6 5

3 8 -9 7

Un ejemplo de variante de concatenación es, en teoría de juegos, la que se utiliza para calcular la ganancia esperada.

Supongamos que R usa la estrategia p y que C usa la estrategia q para el juego cuya matriz de pagos A está representada por $m \times n$. Luego la ganancia esperada para R , descrita por $E(p,q)$ está dada por:

$$E(p,q) = pAq$$

Como A es una matriz de $m \times n$, y q es un vector de n componentes (es una matriz de $n \times 1$), el producto Aq es una matriz $m \times 1$ y pAq es, por consiguiente, una matriz $(1 \times m) \times (m \times 1) = 1 \times 1$, o sea, un número real.

Calcule la ganancia esperada para R en el juego de matriz 3×4 :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Si R adopta la estrategia $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ y C adopta la estrategia .

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Solución:

$$E(p, q) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & 2 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} \\ \frac{1}{8} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

En Matlab:

$$A=[3 -2 4 1;1 -1 -1 3;1 4 0 -2];$$

$$p=[1/6 1/2 1/6];$$

$$q=[1/4 1/8 1/8 1/2]';$$

$$E=p*A*q$$

$$E =$$

$$0.9583$$

Función (cat)

La función (*cat*) se emplea para concatenar matrices a lo largo de una dimensión especificada $n = 1, 2$ ó 3 . Al igual que el operador (*:*) es de gran utilidad cuando se trabaja con matrices.

Ejemplo

Halle las posiciones numéricas: 1: abajo; 2: a la derecha de una matriz.

Sea la matriz:

$A =$

$$\begin{matrix} 2 & 8 & 6 & 11 & 15 & 8 \\ 0 & -2 & 4 & 8 & 5 & -6 \\ 0 & -1 & 6 & 7 & 9 & -5 \\ -6 & 3 & -7 & 2 & 1 & 8 \\ 1 & 5 & 3 & 8 & 9 & -7 \\ -3 & 0 & 2 & 1 & 5 & 7 \end{matrix}$$

Entonces:

$$B=A(1:2,1:2); C=A(5:6,5:6);$$

$$\text{cat}(1,B,C)$$

$ans =$

$$\begin{matrix} 2 & 8 \\ 0 & -2 \end{matrix}$$

```
9 -7
```

```
5 7
```

```
cat(2,B,C)
```

```
ans =
```

```
2 8 9 -7
```

```
0 -2 5 7
```

Gráfica de matrices en 3D

Para graficar una matriz en tres dimensiones se emplea la función *surf(M)*.

```
M=magic(4)
```

```
M =
```

```
16 2 3 13
```

```
5 11 10 8
```

```
9 7 6 12
```

```
4 14 15 1
```

```
surf(M)
```

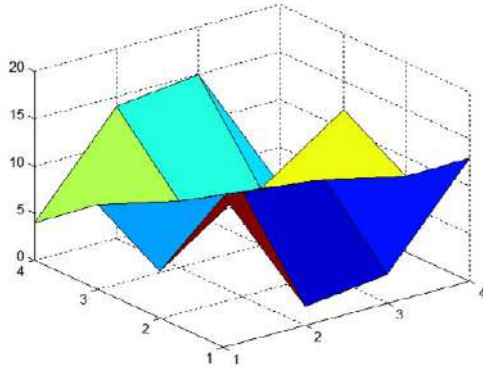


Figura 8.15. Gráfica en 3D de una matriz.

Otra opción es *mesh*.

```
z=[2 5 -9 6 7 1 4 5;-1 5 7 1 4 6 8 3;8 9 4 2 3 1 7 5];
```

```
mesh(z)
```

```
xlabel('eje-X'), ylabel('eje-Y'), zlabel('eje-Z');
```

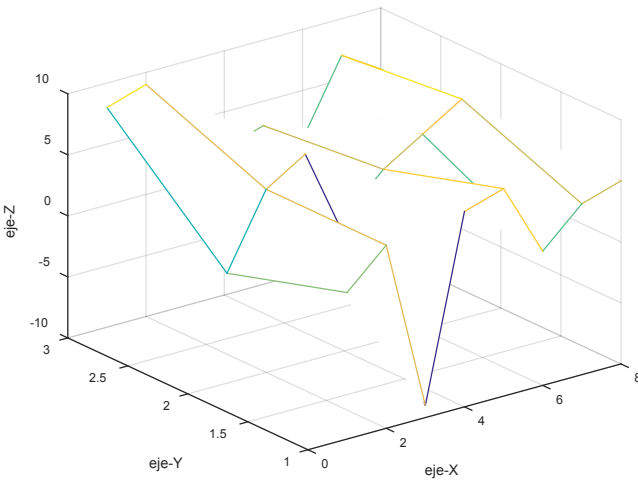


Figura 8.16. Gráfica en 3D de una matriz con la instrucción *mesh*.

Analice el código del siguiente programa:

```
a = zeros(40,40);

a(:,15) = 0.2*ones(40,1);

a(7,:) = 0.1*ones(1,40);

a(15,15) = 1;

mesh(a)

xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

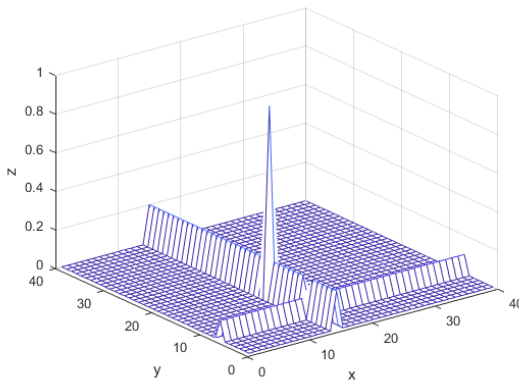


Figura 8.17. Gráfica para animar.

Podemos dar animación a la gráfica de la Figura 8.17 de la siguiente manera:

```
a = zeros(40,40);

a(:,15) = 0.2*ones(40,1);

a(7,:) = 0.1*ones(1,40);

a(15,15) = 1;

el = 40;

for
```



```
az = -37.5:15:-37.5+360
```

```
mesh(a), view(az, el)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
pause(0.5)
```

```
end
```

Para graficar un polígono en 3D conformado por matrices, se emplea la instrucción *fill3*.

Sea las matrices, *X*, *Y* y *Z*, grafique en 3D.

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}; \quad Z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

```
x = [0 0 0 0;1 1 -1 1;1 -1 -1 -1];
```

```
y = [0 0 0 0;4 4 4 4;4 4 4 4];
```

```
z = [0 0 0 0;1 1 -1 -1;-1 1 1 -1];
```

```
fillcolor=rand(3,4);
```

```
fill3(x,y,z,fillcolor), grid on,view (120,30)
```

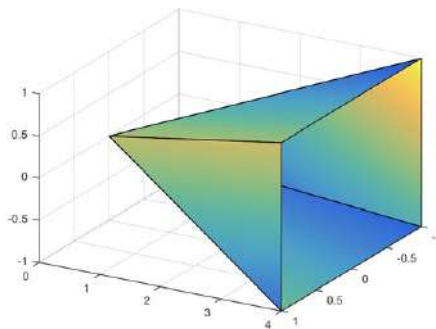


Figura 8.18. Gráfica en 3D empleando la instrucción *fill3*.

Otra opción de graficar una matriz es mediante la instrucción *patch*, vista en el capítulo anterior. Sea los vectores x, y, z :

$$x = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ .4; 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ .4; 1 \ .6 \ .6 \ .4 \ .4 \ .6; 0 \ .4 \ .6 \ .6 \ .4 \ .6];$$

$$y = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ .4; 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ .6; 1 \ .6 \ .4 \ .4 \ .6 \ .6; 1 \ .6 \ .6 \ .4 \ .4 \ .4];$$

$$z = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1; 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1; 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1];$$

Solución:

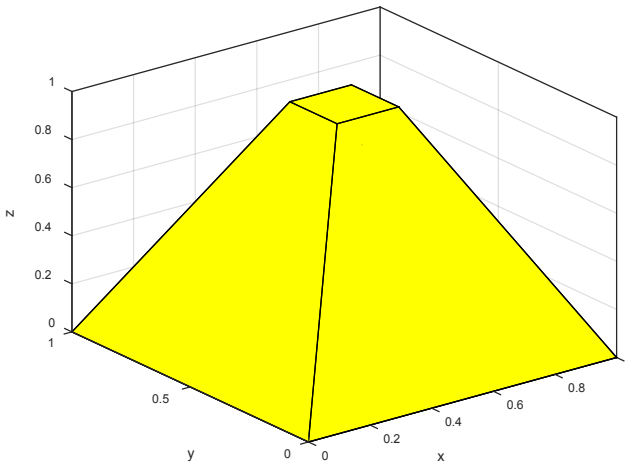
$$x = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ .4; 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ .4; 1 \ .6 \ .6 \ .4 \ .4 \ .6; 0 \ .4 \ .6 \ .6 \ .4 \ .6];$$

$$y = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ .4; 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ .6; 1 \ .6 \ .4 \ .4 \ .6 \ .6; 1 \ .6 \ .6 \ .4 \ .4 \ .4];$$

$$z = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1; 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1; 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1; 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1];$$

patch(x,y,z,'y'), view(3), grid

box xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')



Representación ejercicio

Matrices especiales

Las librerías de Matlab disponen de un conjunto amplio de instrucciones muy útiles en operaciones matemáticas de álgebra lineal, por lo cual se recomienda familiarizarse con estas instrucciones.

Tabla 8.6 *Matrices especiales*

Instrucción	Matriz
<i>compan</i>	Complementaria
<i>diag</i>	diagonal
<i>eye</i>	identidad
<i>gallery</i>	Galería de matrices de prueba
<i>hadamard</i>	Hadamard
<i>hankel</i>	Hankel
<i>hilb</i>	Hilbert
<i>invhilb</i>	Inversa de Hilbert
<i>linspace</i>	Vectores linealmente espaciados
<i>logspace</i>	Vectores espaciados logarítmicamente
<i>magic</i>	Matriz cuadrada mágica
<i>ones</i>	Unitaria
<i>pascal</i>	Pascal
<i>rand</i>	Elementos aleatorios
<i>toeplitz</i>	Matriz no simétrica
<i>vander</i>	Vandermonde
<i>zeros</i>	zero

Fuente: elaboración propia.

Ejercicios resueltos

1. Sea el polinomio $2x^3 - 5x + 3$, determine la matriz complementaria.

$$u = [2 \ 0 \ -5 \ 3];$$

$$A = \text{compan}(u)$$

$$A =$$

$$0 \ 2.5 \ -1.5$$

$$1 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 1 \ 0$$

2. Los valores propios son las raíces polinómicas:

$$s = \text{eig}(\text{compan}(u))$$

$$s =$$

$$-1.8229$$

$$1.0000$$

$$0.8229$$

Esta respuesta se obtiene también al aplicar la instrucción de la raíz polinómica:

$$\text{roots}(u)$$

$$\text{ans} =$$

$$-1.8229$$

$$1.0000$$

$$0.8229$$



3. *Galería de matrices*. Esta instrucción cuenta con diversas configuraciones para el desarrollo de matrices que están relacionadas con funciones matemáticas muy específicas e importantes en el campo de la física y la ingeniería. Aquí se citan algunas instrucciones.

a. *Binomial*—múltiplo de matriz *involutiva*. Devuelve una matriz $n \times n$, con entradas enteras tales que $A^2 = 2^{n-1} \text{eye}(n)$.

Por tanto, $B = A * 2^{(1-n)/2}$ es involutiva, es decir, $B^2 = \text{eye}(n)$.

La instrucción por defecto a trabajar en este caso es la siguiente:

```
A = gallery('binomial',n)
```

Sea

```
>> n=5;
```

```
>> A = gallery('binomial',n)
```

A =

```

1  4  6  4  1
1  2  0  -2  -1
1  0  -2  0  1
1  -2  0  2  -1
1  -4  6  -4  1
```

b. *Matriz de Cauchy*. Devuelve una matriz $n \times n$, $C(i,j)=1/(x(i)+y(j))$. Los argumentos de x y y son vectores de longitud n . Si se pasa a valores escalares, se interpretan como vectores $1:x$ y $1:y$. Su sintaxis es:

```
C = gallery('cauchy',x,y)
```

La otra sintaxis:

```
C = gallery('cauchy',x)
```

Devuelve lo mismo que arriba con $y = x$. Es decir, el comando devuelve $C(i,j)=1/(x(i)+x(j))$.

```
>> x=3;
```

```
>> C = gallery('cauchy',x)
```

```
C =
```

```
0.5000 0.3333 0.2500
```

```
0.3333 0.2500 0.2000
```

```
0.2500 0.2000 0.1667
```

c. *Matriz de diferenciación espectral de Chebyshev (chebspec)*. Devuelve una matriz de diferenciación espectral de Chebyshev de orden n . El argumento del interruptor (*switch*) es una variable que determina el carácter de la matriz de salida. De forma predefinida, $switch = 0$. La sintaxis es la siguiente:

```
C = gallery('chebspec',n,switch)
```

Para $switch = 0$ ("sin condiciones de contorno"), C es nilpotente ($C^n = 0$) y tiene el vector nulo $(n,1)$. La matriz C es similar a un bloque de Jordan de tamaño n con valor propio cero.

Para $switch = 1$, C es no singular y bien acondicionado, y sus valores propios tienen partes reales negativas.

La matriz de eigenvectores propios de la matriz de diferenciación espectral de Chebyshev está mal condicionada.

```
>> C = gallery('chebspec',2,0)
```

```
C =
```

```
0.50 -0.50
```

```
0.50 -0.50
```

```
>> C = gallery('chebspec',2,1)
```

```
C =
```

```
0.00 -0.50
```

```
2.00 -1.50
```

d. *Matriz simétrica de Hankel (ris)*. Devuelve una matriz simétrica Hankel de $n \times n$ con elementos $A(i,j)=0.5/(n-i-j+1.5)$. La sintaxis es:

```
A = gallery('ris',n)
```

```
>> A = gallery('ris',2)
```

```
A =
```

```
0.33 1.00
```

```
1.00 -1.00
```

e. *Matrices de Wilkinson (Wilk)*. Devuelve una matriz o sistema lineal diferente dependiendo del valor de n . La sintaxis es:

```
gallery('wilk',n)
```

Las condiciones para n se resumen en la Tabla 8.7.

Tabla 8.7 Condiciones para n

$n = 3$	Sistema triangular superior $Ux = b$ que ilustra la solución inexacta.
$n = 4$	Sistema triangular inferior $Lx = b$, mal condicionado.
$n = 5$	Hilb (6) (1: 5,2: 6) * 1,8144. Una matriz positiva simétrica.
$n = 21$	W21+, una matriz tridiagonal. Problema del autovalor.

Fuente: elaboración propia.

```
>> gallery('wilk',4)
```

```
ans =
```

```
0.0001      0      0      0
0.8762 0.0001      0      0
0.7943 0.8143 0.0001      0
0.8017 0.6123 0.7165 0.0001
```

f. *Matriz tridiagonal de la ecuación de Poisson (sparce)*. Devuelve el bloque tridiagonal (*sparce*) de una matriz de orden n^2 , que es resultante de la discretización de la ecuación de Poisson con el operador de 5 puntos en una malla $n \times n$. La sintaxis es:

```
A = gallery('poisson',n)
```

Para $n = 2$ se tiene:

```
>> A = gallery('poisson',2)
```


$A =$

(1,1) 4

(2,1) -1

(3,1) -1

(1,2) -1

(2,2) 4

(4,2) -1

(1,3) -1

(3,3) 4

(4,3) -1

(2,4) -1

(3,4) -1

(4,4) 4

g. *Matriz Pei*. La sintaxis es $A = \text{gallery}('pei', n, \alpha)$. Donde α es un escalar. *Pei* devuelve la matriz simétrica $\alpha \cdot \text{eye}(n) + \text{ones}(n)$. El valor predeterminado para α es 1. La matriz es singular para α igual a 0 ó $-n$.

`>> A = gallery('pei', 2, 1)`

$A =$

2 1

1 2

h. *Matriz de circulación o circulante.* Una matriz circulante tiene la propiedad de que cada fila se obtiene de la anterior mediante la permutación cíclica de las entradas. Su sintaxis es:

```
C = gallery('circul',v)
```

Esta instrucción devuelve la matriz circulante cuya primera fila es el vector *v*.

Si *v* es un escalar, entonces:

```
C = gallery('circul',1:v)
```

El eigensistema de $C(n \times n)$ se conoce explícitamente: si *t* es una raíz *n*-ésima, entonces el producto interno de *v* y $w = [1 \ t \ t^2 \dots \ t^{(n-1)}]$ es un autovalor de *C* y $w \ (n: -1: 1)$ es un vector propio.

```
>> C = gallery('circul',3)
```

```
C =
```

```
1 2 3
```

```
3 1 2
```

```
2 3 1
```

```
>> C = gallery('circul',1:4)
```

```
C =
```

```
1 2 3 4
```

```
4 1 2 3
```

```
3 4 1 2
```

```
2 3 4 1
```

i. *Matriz aleatoria, ortogonal superior de Hessenberg*. Devuelve una matriz real, aleatoria, ortogonal de Hessenberg de $n \times n$. Su sintaxis es:

```
H = gallery ('randhess', n)
```

Si x es un vector arbitrario, real, de longitud n con $n > 1$, construye un H no aleatorio usando los elementos de x como parámetros, así:

```
H = gallery ('randhess', x)
```

La matriz H se construye a través de un producto de rotaciones de $n-1$ rotaciones.

```
>> H = gallery ('randhess',3)
```

```
H =
```

```
0.6982  0.6124  -0.3707
-0.7159  0.5973  -0.3615
0  0.5178  0.8555
```

j. *Bloque de Jordan (jordbloc)*. Devuelve el bloque de Jordan $n \times n$ con un eigenvalor λ . El valor predeterminado para λ es 1. Los autovalores de A se agrupan alrededor de $\pi / 2$ y $-\pi / 2$. Esta matriz fue inventada por F. N. Ris.

```
>> A = gallery('jordbloc',3,1)
```

```
A =
```

```
1  1  0
0  1  1
0  0  1
```

k. *Matriz Hadamard*. Devuelve la matriz de Hadamard de orden n . Tiene aplicaciones en varias áreas diferentes, incluyendo combinatoria, procesamiento de señales y análisis numérico. La sintaxis es:

$$H = \text{hadamard}(n)$$

Las matrices de Hadamard son matrices de 1 y -1 cuyas columnas son ortogonales.

$$\gg H = \text{hadamard}(2)$$

$$H =$$

$$1 \quad 1$$

$$1 \quad -1$$

4. *Matriz de Hankel*. Una matriz de Hankel es una matriz simétrica y constante a través de las antidiagonales, que tiene elementos $h(i,j) = p(i+j-1)$, donde el vector $p = [cr(2:end)]$ determina completamente la matriz de Hankel. La sintaxis es:

- $H = \text{hankel}(c)$. Devuelve la matriz cuadrada de Hankel cuya primera columna es c y sus elementos son cero debajo de la primera antidiagonal.
- $H = \text{hankel}(c,r)$. Devuelve una matriz de Hankel cuya primera columna es c y su última fila es r . Si el último elemento de c difiere del primer elemento de r , prevalece el último elemento de c .

$$c = 1:4; r = 8:12;$$

$$h = \text{hankel}(c,r)$$

$$h =$$

```

1 2 3 4 9
2 3 4 9 10
3 4 9 10 11
4 9 10 11 12

```

5. Matriz de Pascal

- $A = \text{pascal}(n)$. Devuelve una matriz de Pascal de orden n , es decir, una matriz definida positiva simétrica con entradas enteras tomadas del triángulo de Pascal. La inversa de A tiene entradas enteras.
- $A = \text{pascal}(n,1)$. Devuelve el factor de Cholesky triangular inferior (hasta los signos de las columnas) de la matriz de Pascal. Es involuntario, es decir, es su propio inverso.
- $A = \text{pascal}(n,2)$. Devuelve una versión transpuesta y permutada de pascal $(n, 1)$. A es una raíz cúbica de la matriz de identidad.

```
>> A = pascal(3)
```

```
A =
```

```

1 1 1
1 2 3
1 3 6

```

```
>> A = pascal(3,2)
```

```
A =
```

```

1 1 1

```

```

-2 -1 0
 1  0  0
>> A = pascal(3,1)

```

```

A =
 1  0  0
 1 -1  0
 1 -2  1

```

6. *Matriz de Toeplitz*. Una matriz Toeplitz se define por una fila y una columna. Una matriz simétrica de Toeplitz se define por una sola fila. La sintaxis es:

- $T = \text{toeplitz}(c,r)$. Devuelve una matriz no asimétrica que tiene c como su primera columna y r como su primera fila. Si los primeros elementos de c y r son diferentes, se imprime un mensaje y se utiliza el elemento de columna.

Para un vector real r , se define la siguiente sintaxis:

- $T = \text{toeplitz}(r)$. Devuelve una matriz simétrica formada a partir del vector r , donde r define la primera fila de la matriz.

Para un vector complejo con un primer elemento real, la instrucción devuelve la matriz de hermitiana *Toeplitz* formada a partir de r . Cuando el primer elemento de r no es real, la matriz resultante es hermitiana fuera de la diagonal principal.

```
c = [1 -2 4 -6 8];
```

```
r = [1.5 2.3 3.1 4.5 5.7];
```

```
T=toeplitz(c,r)
```

$T =$

```

1.00  2.30  3.10  4.50  5.70
-2.00  1.00  2.30  3.10  4.50
4.00  -2.00  1.00  2.30  3.10
-6.00  4.00  -2.00  1.00  2.30
8.00  -6.00  4.00  -2.00  1.00

```

$r = [i \ 3 \ 5i];$

$T = \text{toeplitz}(r)$

$T =$

```

0.00 + 1.00i  3.00 + 0.00i  0.00 + 5.00i
3.00 + 0.00i  0.00 + 1.00i  3.00 + 0.00i
0.00 - 5.00i  3.00 + 0.00i  0.00 + 1.00i

```

7. *Matriz de Hilbert.* Es un ejemplo de una matriz mal condicionada. Los elementos de las matrices de Hilbert son $H(i,j) = 1/(i+j-1)$. La sintaxis es:

$H = \text{hilb}(n)$. Devuelve la matriz de Hilbert de orden n .

$\gg H = \text{hilb}(3)$

$H =$

```

1.00  0.50  0.33
0.50  0.33  0.25
0.33  0.25  0.20

```

Para el caso de calcular la matriz inversa, se emplea la instrucción:

```
H = invhilb(n)
```

```
>> H = invhilb(3)
```

```
H =
```

```
9 -36 30
```

```
-36 192 -180
```

```
30 -180 180
```

Cree una matriz de Hilbert de orden 5.

```
x = 5;
```

```
H = zeros(x);
```

```
for n = 1:x
```

```
  for m = 1:x
```

```
    H(m,n) = 1/(m+n-1);
```

```
  end
```

```
end
```

8. *Matriz de Vandermonde*. Devuelve una Matriz tal que sus columnas son potencias del vector v . La sintaxis es $A = \text{vander}(v)$.

```
v = 1:.5:3
```

```
A = vander(v)
```

```
A =
```



```
1.0000 1.0000 1.0000 1.0000 1.0000
5.0625 3.3750 2.2500 1.5000 1.0000
16.0000 8.0000 4.0000 2.0000 1.0000
39.0625 15.6250 6.2500 2.5000 1.0000
81.0000 27.0000 9.0000 3.0000 1.0000
```

Práctica 4

1. Calcule las matrices de Wilkinson según las condiciones dadas de n en la Tabla 8.7.

2. Dado el vector $r = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$, calcule $T = \text{toeplitz}(r) \cdot \text{rand}(n)$.

3. Cuál de las siguientes familias de matrices son positivas definidas:

- $M = \text{magic}(n)$
- $H = \text{hilb}(n)$
- $P = \text{pascal}(n)$
- $I = \text{eye}(n,n)$
- $R = \text{randn}(n,n)$
- $R = \text{randn}(n,n); A = R' * R$
- $R = \text{randn}(n,n); A = R' + R$
- $R = \text{randn}(n,n); I = \text{eye}(n,n); A = R' + R + n * I$

4. Dadas las instrucciones para $n = 4$, verifique si es viable o no la operación:

- $s = \text{gallery}('randhess',n) * \text{invhilb}(n)$
- $s = \text{pascal}(n) / \text{magic}(n)$
- $s = \text{gallery}('randhess',n) * \text{hadamard}(n)$
- $s = \text{gallery}('poisson',n) \text{ restar } \text{hilb}(n)$
- $s = \text{gallery}('randhess',n) * \text{magic}(n)$
- $s = \text{gallery}('circul',n) * \text{magic}(n)$

5. Grafique el resultado de la siguiente operación en 2D y 3D:

- $x = 5\text{magic}(3)\text{hilb}(3) - 2\text{rand}(3) + \text{pascal}(3)$
- $y = [10\text{eye}(n)\text{invhilb}(n) - 2\text{magic}(n)\text{ones}(n) + 2],^2$ para $n = 5$

5. Grafique las matrices $A = [1 \ -5 \ 3; 4 \ 0 \ 1; 8 \ 7 \ 6]$ y $B = [7 \ 2 \ 4; -1 \ 3 \ -5; -2 \ 1 \ 5]$ empleando las instrucciones *plot*, *mesh* y *surf*. Cree una función en un *script*, en la que se pidan los datos dados y las opciones de gráfica. Etiquete debidamente los ejes.

6. Dadas las matrices:

- $x = [0 \ 0 \ .5 \ 0; .5 \ .5 \ 1 \ 1; 1 \ .5 \ .5 \ .5]$
- $y = [0 \ 0 \ 1 \ 0; 1 \ 1 \ 0 \ 0; 0 \ .5 \ .5 \ .5]$
- $z = [0 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 1 \ 1]$

a. Grafique x , y , z empleando la instrucción *patch*, donde la figura aparezca en amarillo. Adicione al código las instrucciones *view(3)* y *box*.

b. Grafique x , y , z empleando *fill3*.

Importar datos desde un archivo de Excel a Matlab o viceversa

Excel permite elaborar tablas y formatos que incluyen cálculos matemáticos mediante fórmulas. Estos datos, que están organizados en tablas, pueden exportarse a Matlab para posteriores análisis propios de esta herramienta. Con este fin, el archivo de Excel debe guardarse en la carpeta Matlab antes de cualquier operación. Esto se hace por comodidad y agilidad a la hora de leer o ingresar información desde o hacia Matlab.

Con el propósito de verificar la existencia del archivo de Excel en la carpeta de Matlab se emplea la instrucción *ls*.

Cree un archivo de Excel llamado prueba.

```
>> ls
```

```
...      prueba.xlsx
```

Luego para acceder al contenido del archivo de Excel se digita la instrucción:

```
>> A = xlsread('prueba.xlsx')
```

Para este caso en particular la información va aparecer en la Command Window y en el Workspace de Matlab, tal como se observa en la Figura 8.19. Entonces, al dar doble clic en el Workspace se despliega la matriz, sobre la cual se puede modificar directamente la información de requerirse.

También, con la matriz *A* cargada, se puede realizar cualquier operación que se desee con ella o con otras matrices.

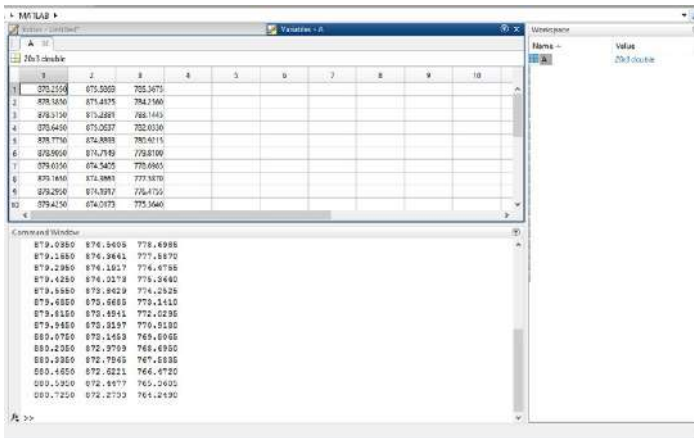


Figura 8.19. Matriz cargada desde Excel.

Para el caso en el cual se desea cargar más tablas que se encuentran en el mismo archivo de Excel, pero en diferentes hojas, se emplea la siguiente instrucción:

```
>> B = xlsread('prueba.xlsx',2)
```

Con esta instrucción se indica cargar la tabla que se encuentra en la hoja 2, y así sucesivamente. Note que esta nueva matriz se ha cargado en el Workspace en conjunto con la matriz A.

A fin de escribir datos en Excel desde Matlab se procede a emplear la instrucción:

```
>> C = xlswrite('prueba.xlsx', rand(1,10),3)
```

C =

1

Este resultado indica que se ha creado una matriz. Para verificar, abra el archivo prueba y verifique el libro 3.

Para ingresar un matriz, se puede realizar lo siguiente:

```
>> C=xlswrite('prueba.xlsx',[1 4 5 1;-4 6 8 7;1 5 8 0],4)
```

C =

1

Otra manera de cargar información de Matlab a Excel es la siguiente. Supongamos que no hay nada en las hojas de Excel, cuyo nombre es prueba1, vamos a ingresar una matriz aleatoria x en la primera hoja, una matriz unitaria en la segunda hoja sin restricción y en la tercera hoja con parámetros de ubicación, tal como se indica en la instrucción. Finalmente, en la hoja cuatro se ingresa una matriz diagonal de orden 11 con restricción de ubicación.

```
x=rand(12,20)';
```

```
y=ones(12,22);
```

```
z=eye(11);
```

```
xlswrite('prueba1.xlsx',x);
```

```
xlswrite('prueba1.xlsx',y,'Hoja2');
```

```
xlswrite('prueba1.xlsx',y,'Hoja3','B2:W13');
```

```
xlswrite('prueba1.xlsx',z,'Hoja4','B2:U10');
```

Otra opción para cargar un archivo de Excel es dirigirse a la pestaña Home y ubicar el botón Import Data, en la que automáticamente se despliega una ventana donde aparece el archivo representado en forma de tabla equivalente a la de Excel.

En la pestaña Output type muestra un conjunto de opciones para trabajar los datos: Table, Column Vectors, Numerix Matrix, String Array, Cell Array. Por ejemplo, con el fin de graficar columnas se seleccionan de forma equivalente a como se realiza en Excel, lue-

go se oprime el botón Import Selection y, acto seguido, los datos se cargan en el Workspace. Una vez allí, se dirige a la pestaña Plots para realizar diferentes gráficas según se desee.

En el caso de importar datos en formato *.txt* se procede de la siguiente manera: en el blog de notas cree una tabla con los datos mostrados y guarde con el nombre *prueba.txt*.

<i>Lunes</i>	<i>Martes</i>	<i>Miércoles</i>	<i>Jueves</i>	<i>Viernes</i>	<i>Sábado</i>	<i>Domingo</i>
45	8.5	12.3	39.2	19.3	12.6	42.2
12.3	18.9	15.7	43.8	35.4	16.8	13.5
45.5	17.2	21.6	17.5	24.1	27.6	18.3
78.4	25.1	10.7	22.2	12.3	31.1	36.2
15.2	32.8	8	10	5.2	15.6	25.1
47.8	39.2	7.5	13.2	10.9	20.2	9.1

Para cargar los datos en Matlab se digitan las siguientes instrucciones:

```
format bank
```

```
nombearchivo='prueba.txt';
```

```
delimitar=' ';
```

```
encabezado=1;
```

```
A=importdata(nombearchivo,delimitar,encabezado);
```

```
for n=[1:7]
```

```
disp(A.colheaders{1,n})
```

disp(A.data(:,n)') % si se retira el apostrofe, la representación de los datos cambia.

disp('')

end

La salida es:

Lunes

45.00 12.30 45.50 78.40 15.20 47.80

Martes

8.50 18.90 17.20 25.10 32.80 39.20

Miercoles

12.30 15.70 21.60 10.70 8.00 7.50

Jueves

39.20 43.80 17.50 22.20 10.00 13.20

Viernes

19.30 35.40 24.10 12.30 5.20 10.90

Sábado

12.60 16.80 27.60 31.10 15.60 20.20

Domingo

42.20 13.50 18.30 36.20 25.10 9.10

Otra manera de cargar o importar los datos *.txt*, u otra extensión como *.xlsx*, a Matlab, es guardar en el Current Folder, se da clic de-recho y se selecciona Import Data. Una vez realizado este paso, se

abre una ventana denominada Import, se dirige al botón Import Selection y Matlab importa los datos al Workspace.

Ejercicios resueltos

1. *Construyendo tablas.* Las operaciones con arreglos son útiles para construir tablas. Sea n un vector columna evaluado entre 0 y 8, construya una tabla bajo las siguientes operaciones: n , n^2 , 2^n , $n-1$.

$$n = (0:8)';$$

$$A = [n \ n.^2 \ 2.^n \ n-1]$$

$$A =$$

$$0 \ 0 \ 1 \ -1$$

$$1 \ 1 \ 2 \ 0$$

$$2 \ 4 \ 4 \ 1$$

$$3 \ 9 \ 8 \ 2$$

$$4 \ 16 \ 16 \ 3$$

$$5 \ 25 \ 32 \ 4$$

$$6 \ 36 \ 64 \ 5$$

$$7 \ 49 \ 128 \ 6$$

$$8 \ 64 \ 256 \ 7$$

2. En la tabla se muestra las velocidades límites según Litschvan y Levediev para material granular usado en la construcción de una carretera.



Tabla 8.8 Velocidades límites según Litschvan y Levediev para material granular

Tipo de material del suelo	Diámetro medio de las partículas (mm)	Profundidad hidráulica (A/T),m					
		0.4	1	2	3	5	Más de 10
Grava fina	40	1,5	1,85	2,1	2,3	2,45	2,7
Guijarro fino	75	2	2,4	2,75	3,1	3,3	3,6
Guijarro medio	100	2,45	2,8	3,2	3,5	3,8	4,2

Fuente: Prado (s. .f.).

- Cree un vector relacionado con el diámetro de las partículas de 40 a 100.
- Cree una matriz de la profundidad hidráulica con los datos remarcados en negro.
- Halle la matriz resultante del producto del vector por la matriz.

Solución:

a. $D=[40 \ 75 \ 100];$

b. $Ph=[1.5 \ 1.85 \ 2.1 \ 2.3 \ 2.45; 2 \ 2.4 \ 2.75 \ 3.1 \ 3.3; 2.45 \ 2.8 \ 3.2 \ 3.5 \ 3.8];$

c. $E=D*Ph$

$E =$

$455.00 \ 534.00 \ 610.25 \ 674.50 \ 725.50$

- Las funciones matemáticas básicas operan con arreglos elemento a elemento. Sea x un vector evaluado entre 1 y 1,8, con particiones de 0,1. Construya la tabla de logaritmos base 10 y base 2.

```
format short
```

```
x=(1:0.1:1.8)';
```

```
y=[x log10(x) log2(x)]
```

```
y =
```

```
1.0000    0    0
```

```
1.1000  0.0414  0.1375
```

```
1.2000  0.0792  0.2630
```

```
1.3000  0.1139  0.3785
```

```
1.4000  0.1461  0.4854
```

```
1.5000  0.1761  0.5850
```

```
1.6000  0.2041  0.6781
```

```
1.7000  0.2304  0.7655
```

```
1.8000  0.2553  0.8480
```

4. Otra forma de crear una tabla es mediante la carga de un fichero de datos ASCII, el cual tendrá forma matricial. Para esto se emplean los comandos *save* y *load*.

Sea las funciones $y = x$; $z = x^2$; $w = x^3$ evaluadas en el intervalo $[1,10]$.

```
x = 1:10;
```

```
y = x;
```

```
z = x.^2;
```

```
w = x.^3;
```

% Se procede a convertir en ficheros columna las funciones

$x = x'$;

$y = y'$;

$z = z'$;

$w = w'$;

% Luego se une en una sola variable M

$M = [x,y,z,w]$

$M =$

1	1	1	1
2	2	4	8
3	3	9	27
4	4	16	64
5	5	25	125
6	6	36	216
7	7	49	343
8	8	64	512
9	9	81	729
10	10	100	1000

```
>> save M
```

Una vez guardada esta tabla, se puede cargar en memoria:

```
clear all
```

```
load M.dat
```

```
M
```

```
x = M(:,1) % solo se cargará las dos primeras columnas, se deja al  
lector cargar las restantes
```

```
y = M(:,2)
```

```
x =
```

```
1
```

```
2
```

```
3
```

```
4
```

```
5
```

```
6
```

```
7
```

```
8
```

```
9
```

```
10
```

```
y =
```

```
1
```

2
3
4
5
6
7
8
9
10

5. Números complejos.

Dadas las matrices $M = \begin{bmatrix} 6 - 6i & 5 + 2i \\ 3 - i & -7 + 4i \end{bmatrix}$ y $N = [6 - 2i, -3i]$, determine:

M' $M*N'$ $3iM$

`>> M=[6-6i 5+2i;3-i -7+4i]`

$M =$

$6.0000 - 6.0000i \quad 5.0000 + 2.0000i$

$3.0000 - 1.0000i \quad -7.0000 + 4.0000i$

`>> M'`

$ans =$

$6.0000 + 6.0000i \quad 3.0000 + 1.0000i$

$-2.0000i \quad -7.0000 \quad -4.0000i$



```

>> M*N'

ans =

42.0000 — 9.0000i
—21.0000i

>> 3i*M

ans =

18.0000 +18.0000i —6.0000 +15.0000i
3.0000 + 9.0000i —12.0000 —21.0000i

```

6. Una matriz de Hadamard tiene elementos que son 1 y -1. Un mapa de colores con solo dos entradas es apropiado cuando se muestra una parcela en pseudocolor de esta matriz.

```

pcolor(hadamard(24))

colormap(gray(2))

axis ij

axis square

```

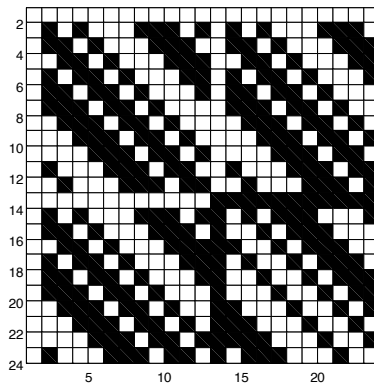


Figura 8.20. Ejemplo de matriz de Hadamard.

Pruebe cambiando el tamaño de la matriz de Hadamard.

7. *Genere números primos.* La sintaxis es: $p = \text{primes}(n)$, devuelva un vector fila de los números primos. Un número primo es aquel que tiene factores distintos de 1 y de sí mismo. Sea $n = 38$, entonces la cantidad de números primos es:

```
>> p = primes(38)
```

```
p =
```

```
2 3 5 7 11 13 17 19 23 29 31 37
```

8. En un circuito se consideran dos tensiones V_1 y V_2 , por la que circulan corrientes I_1 e I_2 . Las ecuaciones de las tensiones en términos de la corrientes e impedancias son:

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

La tensión resultante vectorial es:

$$V = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = ZI = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Dada la matriz de impedancias y vector de corrientes, calcule la tensión resultante en voltios.

$$Z = \begin{bmatrix} 2000 & 500 \\ -10^6 & 10^4 \end{bmatrix} \Omega \quad I = \begin{bmatrix} 5.8\mu A \\ 4.2\mu A \end{bmatrix} \text{ (MicroAmperios)}$$

```
Z=[2e3 5e2;-1e6 1e4];
```

```
I=[5.8e-6 4.2e-6];
```

```
V=I*Z
```


$V =$

—4.1884 0.0449

9. *Gráfica de un vector y matriz.* Sea x un vector—columna y A es una matriz. Se gráficas tantas curvas (x, A_{ij}) , $i = 1, \dots, n$ como columnas tenga la matriz A .

Grafique $0 \leq x \leq 4\pi$, con particiones de $\pi/100$, sobre la matriz A :

$$A = \begin{pmatrix} \text{sen}(x) & \text{sen}\left(\frac{x}{2}\right) \\ \text{sen}\left(\frac{x}{3}\right) & \text{sen}\left(\frac{x}{4}\right) \end{pmatrix}$$

$x = 0:\pi/100:4*\pi;$

$A = [\sin(x); \sin(x/2); \sin(x/3); \sin(x/4)];$

$\text{plot}(x,A)$

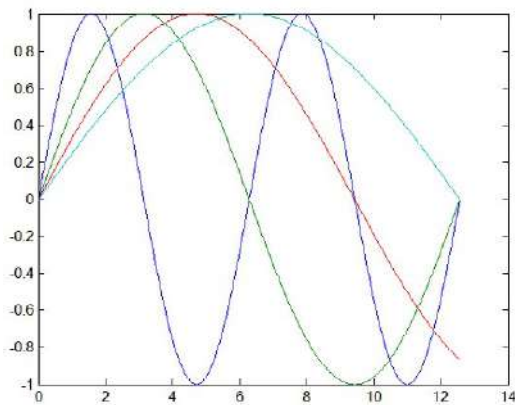


Figura 8.21. Representación gráfica de cuatro funciones armónicas en una misma ventana.

10. Condicionales.

< menor que

> mayor que

<= menor o igual que

>= mayor o igual que

`==` igual que `~=` distinto que (`~` = Alt—Graph 126)

`&` and `|` or

`~` negación lógica

Sea la matriz $B = \begin{pmatrix} 1 & -5 & 6 \\ 8 & 1 & -6 \\ 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}$.

`B>0`

`ans =`

1 0 1

1 1 0

1 1 1

`B<=0`

`ans =`

0 1 0

0 0 1

0 0 0

`B~=0`

`ans =`

1 1 1

1 1 1

1 1 1

$(B < 0 \mid B > 0)$

ans =

1 1 1

1 1 1

1 1 1

11. Sea la matriz $x = [1:4; 5:8; 9:12]$, analice las instrucciones y los resultados obtenidos.

$x =$

1 2 3 4

5 6 7 8

9 10 11 12

$x(2,3)$

ans =

7

Se ha seleccionado el número ubicado en la fila 2, columna 3:

$y = x(3,3)$

$y =$

11

Se está seleccionando el número ubicado en la fila 3, columna 3:

$x(3,2) = 68$

Se cambia el número ubicado en la fila 3, columna 2, por 68:

$x =$

1 2 3 4

5 6 97 8

9 68 11 12

12. Dadas las matrices A y B . $A = [1\ 2; 3\ 4; 5\ 6]$ y $B = [9\ 8; 7\ 6; 5\ 4]$, determine la matriz $C = [A\ B; B\ A]$:

$A = [1\ 2; 3\ 4; 5\ 6];$

$B = [9\ 8; 7\ 6; 5\ 4];$

$C = [A\ B; B\ A]$

$C =$

1 2 9 8

3 4 7 6

5 6 5 4

9 8 1 2

7 6 3 4

5 4 5 6

Como se observa, se obtiene una matriz de 6×4 , en la cual los términos se ubican según la posición original de A y B , sin que se presente cambio alguno en algún número u organización, tal como se resalta en color amarillo y azul.

13. Cree una matriz de 5×5 conformada por ceros y unos. Observe las instrucciones y el resultado de esta.

```
diag(ones(1,4),1)+diag(ones(1,4),-1)
```

```
%Matriz tridiagonal 5x5 con 0 en la diagonal principal y 1 en la
sub y superdiagonal
```

```
ans =
```

```
0 1 0 0 0
```

```
1 0 1 0 0
```

```
0 1 0 1 0
```

```
0 0 1 0 1
```

```
0 0 0 1 0
```

14. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 & 5 \\ 8 & 7 & 9 & 2 \\ 4 & -2 & 1 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 5 \end{pmatrix}$$

Observe y analice los resultados.

a. Cree un vector columna a partir de la diagonal de la matriz A.

```
A=[1 -3 0 5;8 7 9 2;4 -2 1 8;1 3 9 5];
```

```
B=diag(A)
```

```
B =
```

```
1
```

```
7
```

```
1
```

```
5
```

b. Devuelva las dimensiones de la matriz como un vector fila:

$$C=size(A)$$

$$C =$$

$$4 \quad 4$$

c. Devuelva la mayor de las dos dimensiones de la matriz:

$$D=length(A)$$

$$D =$$

$$4$$

d. Traza de la matriz:

$$E=trace(A)$$

$$E =$$

$$14$$

e. Rango de la matriz:

$$F=rank(A)$$

$$F =$$

$$4$$

f. Obtenga la matriz simétrica de A con la suma y la multiplicación:

$$A+A'$$

$$ans =$$

$$2 \quad 5 \quad 4 \quad 6$$

```

5 14 7 5
4 7 2 17
6 5 17 10

```

Al multiplicar la matriz transpuesta por la matriz original se obtiene de nuevo una matriz simétrica:

```

A'*A
ans =
82 48 85 58
48 71 88 -2
85 88 163 71
58 -2 71 118

```

g. Invierta el orden de las columnas de la matriz A :

```

M=flipr(A)
M =
5 0 -3 1
2 9 7 8
8 1 -2 4
5 9 3 1

```

h. Calcule la matriz ortogonal de A . Se definen las columnas P , que son una base ortonormal del espacio de columnas de A . El número de columnas de P es el rango de A , para esto se emplea la instrucción $orth(A)$:

$P = \text{orth}(A)$

$P =$

$-0.0818 \quad -0.5613 \quad -0.0212 \quad -0.8233$

$-0.7642 \quad 0.3727 \quad 0.4907 \quad -0.1908$

$-0.2916 \quad -0.7378 \quad 0.3099 \quad 0.5240$

$-0.5695 \quad -0.0417 \quad -0.8141 \quad 0.1060$

i. $A > 5$

$x = A > 5$

$x =$

$0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$

$1 \quad 1 \quad 1 \quad 0$

$0 \quad 0 \quad 0 \quad 1$

$0 \quad 0 \quad 1 \quad 0$

j. Compruebe que los elementos del vector o matriz A cumplen una determinada condición. Devuelve un uno o un cero:

$\text{any}(x)$

$\text{ans} =$

$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$

$\text{any}(A)$

$\text{ans} =$

$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1$

Otra manera es:

```
all(A)
```

```
ans =
```

```
1 1 0 1
```

Para este caso comprueba si todos los elementos del vector o matriz A cumplen una condición. Devuelve un uno o un cero.

k. Genere una variable con el mismo número de elementos de A , con ceros y unos según el correspondiente elemento de A sea distinto de cero o no.

```
logical(A)
```

```
ans =
```

```
1 1 0 1
```

```
1 1 1 1
```

```
1 1 1 1
```

```
1 1 1 1
```

15. Busque índices correspondientes a los elementos del vector o matriz A que cumplen una condición n . El resultado es un vector con los índices que cumplen la condición n . Para esto se emplea la instrucción $find(X>n)$:

```
find(A>3)
```

```
ans =
```

```
2
```

```
3
```

6

10

12

13

15

16

a. Reducción mediante el método de Gauss:

$$G = \text{rref}(A)$$

$$G =$$

$$1 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 1 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 1 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 1$$

b. Convierta en ceros todos los elementos que quedan por encima de la diagonal principal y guardelos en la variable H .

$$H = \text{tril}(A)$$

$$H =$$

$$1 \ 0 \ 0 \ 0$$

$$-8 \ 7 \ 0 \ 0$$

$$4 \ -2 \ 1 \ 0$$

$$1 \ 3 \ 9 \ 5$$



c. Convierta en ceros todos los elementos que quedan debajo de la diagonal principal y guárdelos en la variable J .

$$J = \text{triu}(A)$$

$$J =$$

$$1 \quad -3 \quad 0 \quad 5$$

$$0 \quad 7 \quad 9 \quad 2$$

$$0 \quad 0 \quad 1 \quad 8$$

$$0 \quad 0 \quad 0 \quad 5$$

d. Gire la matriz 90° :

$$I = \text{rot90}(A)$$

$$I =$$

$$5 \quad 2 \quad 8 \quad 5$$

$$0 \quad 9 \quad 1 \quad 9$$

$$-3 \quad 7 \quad -2 \quad 3$$

$$1 \quad -8 \quad 4 \quad 1$$

e. Gire la matriz 270° ($90^\circ \times 3 = 270^\circ$):

$$K = \text{rot90}(A, 3)$$

$$K =$$

$$1 \quad 4 \quad -8 \quad 1$$

$$3 \quad -2 \quad 7 \quad -3$$

$$9 \quad 1 \quad 9 \quad 0$$

$$5 \quad 8 \quad 2 \quad 5$$

f. Valores propios de la matriz A :

```
>> R=eig(A)
```

```
R =
```

```
13.1878 + 0.0000i
```

```
—2.3627 + 0.0000i
```

```
1.5875 + 3.6428i
```

```
1.5875 — 3.6428i
```

El mayor valor propio es 13,1878, esto se debe a que un vector propio está compuesto de unos, como se puede apreciar:

```
>> v=ones(4,1)
```

```
v =
```

```
1
```

```
1
```

```
1
```

```
1
```

```
>> A*v
```

```
ans =
```

```
3
```

```
26
```

```
11
```

```
18
```

La matriz puede ser normalizada al dividirla por su máximo valor propio:

```
>> C=A/13.1878
```

C =

```
0.0758 -0.2275 0 0.3791
0.6066 0.5308 0.6824 0.1517
0.3033 -0.1517 0.0758 0.6066
0.0758 0.2275 0.6824 0.3791
```

Este tipo de matrices representa la transición de probabilidades en los procesos de Markov.

g. Calcule el coseno de cada elemento de la matriz:

```
L=funm(A,@cos)
```

L =

```
-0.3425 -0.1491 0.2548 0.2151
-0.7245 0.2038 1.0078 0.1754
0.4535 -0.0957 -0.2270 0.6280
0.0508 0.1759 0.7234 0.2829
```

h. Matriz exponencial:

```
N=expm(A)
```

N =

```
1.0e+05 *
```

```
0.1707 0.0406 0.4476 0.5614
0.8102 0.2517 2.2798 2.8078
0.5149 0.1386 1.3928 1.7327
0.8916 0.2551 2.4514 3.0369
```

16. Una forma de graficar una matriz es mediante el comando *mesh(Z)*, el cual dibuja los valores de la matriz *Z* sobre sus coordenadas. Los valores de *Z* se muestran como la altura sobre la rejilla *xy*. Sea la matriz:

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 9 & -3 \\ 5 & 6 & 2 & 10 \\ 8 & 4 & 7 & 11 \\ -1 & 3 & 6 & -12 \end{pmatrix}$$

```
Z = [0 1 9 -3;5 6 2 10;8 4 7 11;-1 3 6 -12];
```

```
mesh(Z)
```

```
title('Matriz usando mesh')
```

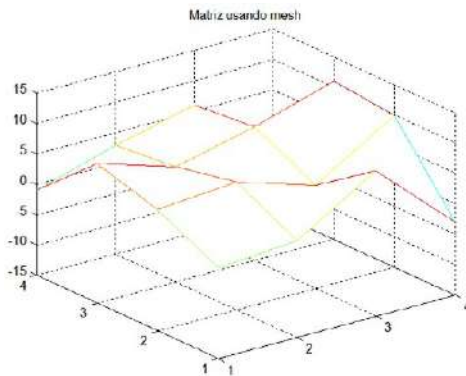


Figura 8.22. Gráfica en 3D de la matriz usando la función *mesh*.

3. Obtenga un vector *X* con los coeficientes del polinomio característico de una matriz cuadrada *A*. Para esto, se emplea la función *poly(A)*.

```
A=[2 -9 1;8 -5 3;0 2 4];
```

```
X=poly(A)
```

```
X =
```

```
-1.00 44.00 -252.00
```

4. *Grafique líneas de matrices de datos.* La función `plot` se puede utilizar con una matriz como argumento que permite graficar una línea por cada columna de la matriz. Donde el eje x se rotula con el índice del vector fila, $1:m$, con m el número de filas de la matriz.

Así, por ejemplo, sea la matriz C dada por la función $\cos(x)$ evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$ con particiones de 0,01 e incrementos de $\pi/3$, $\pi/4$ y $3\pi/5$:

```
C=cos([(0:0.01:2*pi)' (0:0.01:2*pi)'+pi/3 0:0.01:2*pi)'+pi/4  
(0:0.01:2*pi)'+3*pi/5]);
```

```
plot(C)
```

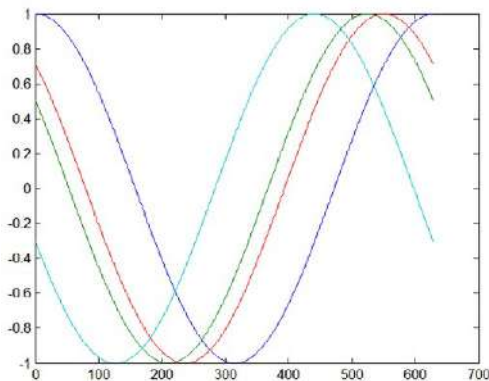


Figura 8.23. Gráfica de la función coseno en una misma ventana con diferentes desfases.

También se puede graficar matrices con pares como argumentos, así:

```
y=1:length(C);  
plot(y,C,y,C+pi/8,y,C+pi/14)
```

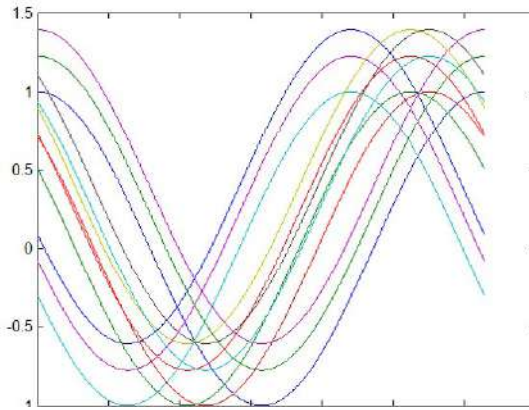


Figura 8.24. Gráfica de matrices con pares como argumentos.

Análisis de datos (funciones estadísticas)

En Matlab se pueden realizar análisis de datos estadístico y probabilístico. Entre estos análisis se encuentran cálculos de medias, máximos, mínimos, desviaciones estándar, etc.

Sea un conjunto de datos A :

$A =$

20 28 12 36

15 17 12 14

12 34 15 10

10 36 13 16

12 9 12 8

Determine:

1. Representación gráfica en 2D de A .
2. Representación gráfica en 3D de A .
3. Ordene los elementos de menor a mayor.
4. Media.
5. Mediana.
6. Valor máximo de la muestra.
7. Valor mínimo de la muestra.
8. Desviación estándar.
9. Varianza.
10. Evalúe una serie x (vector) de valores con la función de acumulación de una variable aleatoria normal de la media μ y varianza σ^2 .
11. Histograma.
12. Diagrama de barras en 2D y 3D.
13. Diagrama tipo tarta en 2D y 3D.

Solución:

1. Representación gráfica en 2D de A :

```
plot(A)  
title('Matriz A')
```

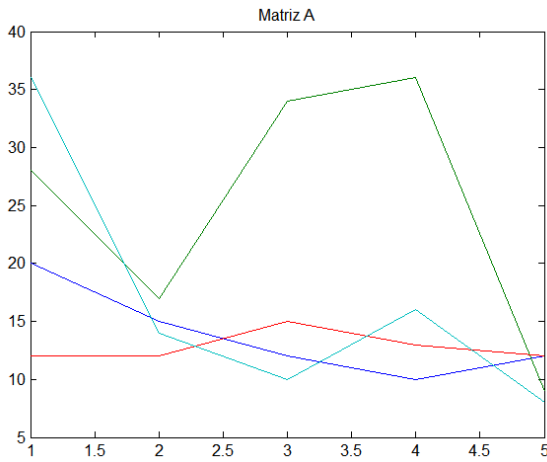


Figura 8.25. Gráfica en 2D de una matriz.

2. Representación gráfica en 3D de A:

```
surf(A)
```

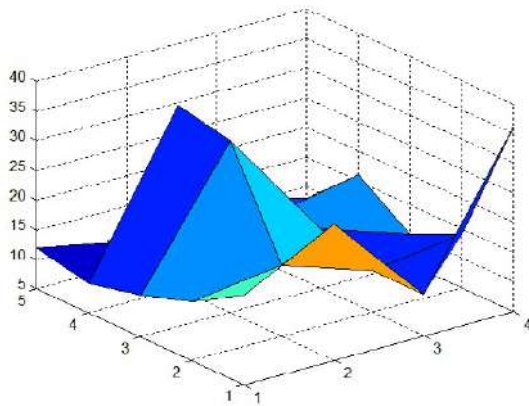


Figura 8.26. Gráfica en 3D de una matriz.

3. Para ordenar los elementos de menor a mayor se emplea la instrucción *sort*.

```
sort(A)
```

```
A =
```

```
20 28 12 36
```

```
15 17 12 14
```

```
12 34 15 10
```

```
10 36 13 16
```

```
12 9 12 8
```

```
ans =
```

```
10 9 12 8
```

```
12 17 12 10
```

```
12 28 12 14
```

```
15 34 13 16
```

```
20 36 15 36
```

4. A fin de calcular la media de una muestra de datos se emplea la instrucción *mean*:

```
media=mean(A)
```

```
media =
```

```
4.8000 12.8000 16.8000
```

5. Para calcular la mediana de la muestra se emplea la instrucción *median*:

```
mediana=median(A)
```

```
mediana =
```

```
12 28 12 14
```

6. Valor máximo de la muestra:

```
max(A)
```

```
ans =
```

```
36 15 36
```

7. Valor mínimo de la muestra:

```
min(A)
```

```
ans =
```

```
9 12 8
```

8. Desviación estándar. Se emplea la instrucción *std.std(A)*:

```
ans =
```

```
1.5195 1.3038 11.1893
```

8. Covarianza:

```
Sigma=cov(A)
```

```
Sigma =
```

```
15.2000 -5.0500 -2.3000 36.7000
```

```
-5.0500 132.7000 9.7000 37.7000
```

```

-2.3000  9.7000  1.7000  -5.3000
7.7000  -5.3000 125.2000

```

9. Función de acumulación:

```
normcdf(A)
```

```
ans =
```

```

1.0000  1.0000  1.0000  1.0000
1.0000  1.0000  1.0000  1.0000
1.0000  1.0000  1.0000  1.0000
1.0000  1.0000  1.0000  1.0000
1.0000  1.0000  1.0000  1.0000

```

10. Histograma:

```
A=[20 28 12 36;15 17 12 14;12 34 15 10;10 36 13 16;12 9 12 8];
```

```
hist(A), xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
title('Histograma')
```

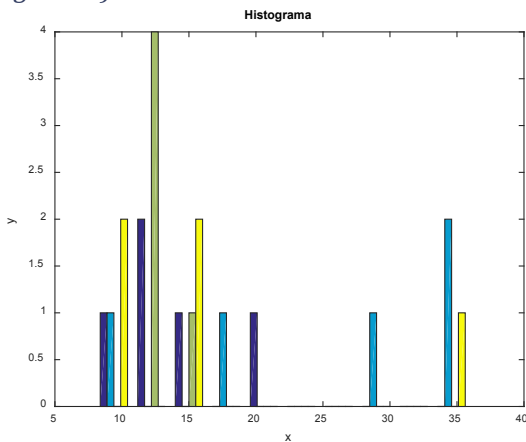


Figura 8.27. Histograma.

Se puede agrupar en parejas las barras del histograma. Para esto se emplea la instrucción $hist(A,n)$, donde n indica el número de agrupación:

```
hist(A,3)
```

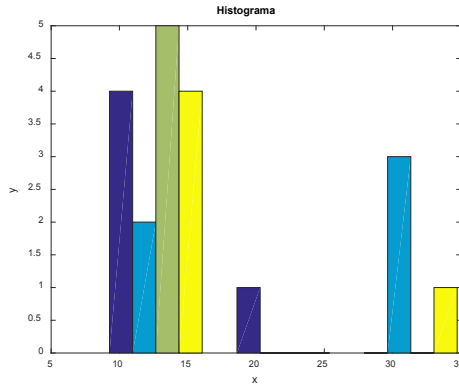


Figura 8.28. Histograma con agrupación de barras para mejorar la presentación de los datos.

11. Diagrama de barras en 3D:

```
bar3(A)
```

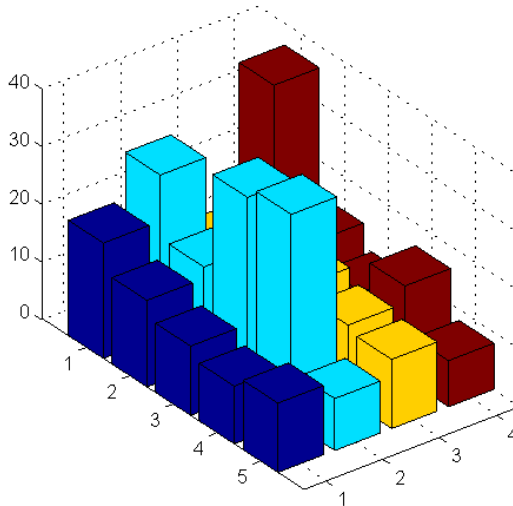


Figura 8.29. Representación de un histograma en 3D.

Es posible realizar gráficos de barra 3D agrupados. Para esto solo se indica de la siguiente manera:

```
bar3(A,'group')
```

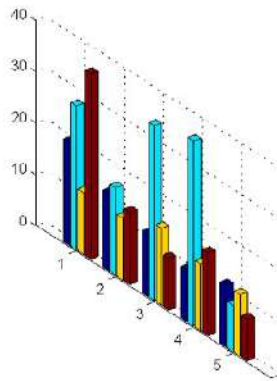


Figura 8.30. Histograma con barras en 3D agrupados.

Es posible apilar las barras con el fin de observar mejor cuál es la contribución de cada elemento. La instrucción es:

```
bar(A,'stack')
```

```
grid on
```

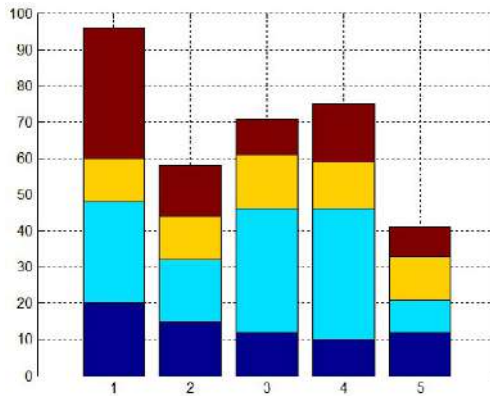


Figura 8.31. Histograma con aplicación de barras.

Una variante del histograma anterior es mostrar la información de manera horizontal, tal como se muestra en la Figura 8.32.

`barh(A)`

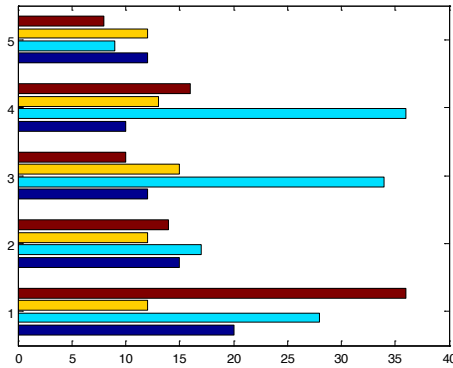


Figura 8.32. Representación de un histograma en forma horizontal.

11. Cabe anotar que se puede emplear la instrucción `bar3` a fin de expresar la curva de una función, como, por ejemplo:

`x=-4:1:12;`

`y=sin(x); bar3(x,y,'b'); title('y=sin(x)')`

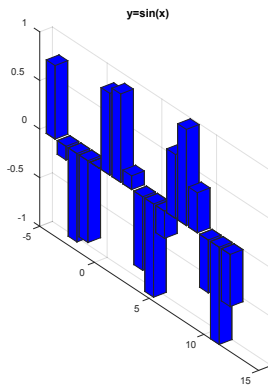


Figura 8.33. Empleo de la instrucción `bar3` a fin de expresar la curva de una función.

12. Diagrama tipo torta en 2D y 3 D. Para esto se emplea la instrucción *pie(A)* y *pie3(A)*:

pie(A)

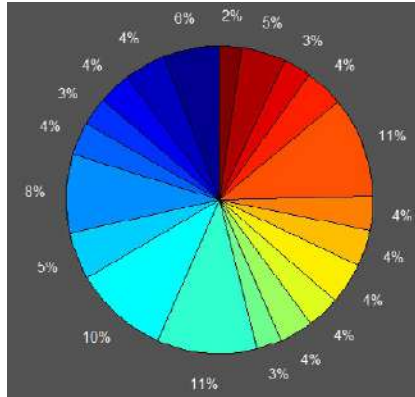


Figura 8.34. Diagrama estadístico tipo torta.

pie3(A)

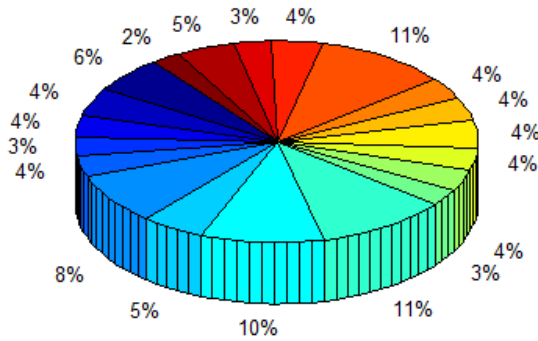


Figura 8.35. Diagrama estadístico tipo torta en 3D.

Práctica 5

Dadas las matrices A , B y C , con las contantes $\alpha = -5$; $\beta = 2$:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 9 & -2 \\ -2 & 6 & 7 & 0 \\ 3 & -8 & 1 & 4 \\ 3 & -9 & 5 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0,8 & 7 & 5,2 & 0,2 \\ 0,7 & 1 & 4 & -0,1 \\ 0,5 & 0,1 & 5 & 2 \\ 8 & 2 & 0,5 & -7 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 7 & -1 & 4 & 6 \\ 0,2 & 0 & 5 & -5 \\ 0,5 & 9 & 2 & 9 \\ 3 & -2 & 8 & -3 \end{bmatrix}$$

1. Calcule:

a. $Bmagic(4)$ y grafique el resultado.

b. $SVD(A) + SVD(B) - SVD(C)$.

c. Grafique A , B y C en 2D.

d. Grafique A , B y C en 3D.

2. Tomando los valores de las matrices del punto anterior, determine:

a. Ordenar los elementos de menor a mayor.

b. Media.

c. Mediana.

d. Valor máximo de la muestra.

e. Valor mínimo de la muestra.

f. Desviación estándar.

g. Varianza.

h. Evaluar una serie x (vector) de valores la función de acumulación de una variable aleatoria normal de la media u y varianza σ .

i. Histograma.

j. Diagrama tipo tarta en 2D y 3D.

3. Con base en las matrices del punto 1, calcule:

$$A |B| \quad C^{-1}B+A \quad B^TCA \quad \alpha AB^{-1}C^T$$

4. Sea la matriz $A = [4 \ 5 \ -9; 5 \ 6 \ 8; 2 \ -6 \ 9]$, analice y documente las siguientes instrucciones especiales en un *script*:

$$\begin{array}{lll} [m,n] = \text{size}(A) & \text{numel}(A) & \text{tril}(A) \\ \text{triu}(A) & \text{null}(A) & \text{fliplr}(A) \\ \text{blkdiag}(A,b) & \text{logm}(A) & \text{sqrtm}(A) \\ \text{expm}(A) & \text{mpower}(A,7) & \text{log}(A) \\ \text{sort}(A) & \text{exp}(A) & \text{power}(A,3) \\ \text{sqrt}(A) & & \end{array}$$

5. Sea n un vector columna evaluado entre 0 y 10, construya una tabla bajo las siguientes operaciones: n^2 , 3^n , n .

6. Desarrolle la siguiente operación:

$$A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7. Sea x un vector columna evaluado entre 0 y 6, construya una tabla bajo las siguientes operaciones: $\text{sen}(x)$, $\text{cos}(x)$, $\text{tan}(x)$, e^x .

8. Sea x un vector evaluado entre 4 y 5,6, con particiones de 0,1, construya la tabla de funciones $f = x$, $g = x^2$, $h = \sqrt{x}$, $m = 1/x$, $n = e^x$.

9. Dada la tabla sobre viscosidades dinámicas y cinemáticas absolutas del agua expresada en unidades MKS de la Tabla 8.9.

Tabla 8.9 *Tabla sobre viscosidades dinámicas y cinemáticas absolutas del agua expresada en unidades del Sistema Internacional*

Temperatura T (°F)	Viscosidad dinámica – μ – (lb_f s/ft²) x 10⁻⁵	Viscosidad cinemática – ν – (ft²/s) x 10⁻⁵
32	3,732	1,924
40	3,228	1,664
50	2,730	1,407
60	2,344	1,210
70	2,034	1,052
80	1,791	0,926
90	1,580	0,823
100	1,423	0,738
120	1,164	0,607
140	0,974	0,511
160	0,832	0,439
180	0,721	0,383
200	0,634	0,339
212	0,589	0,317

Temperatura T (°C)	Viscosidad dinámica – μ – (Pa s, N s/m²) x 10⁻³	Viscosidad cinemática – ν – (m²/s) x 10⁻⁶
0	1,787	1,787
5	1,519	1,519
10	1,307	1,307
20	1,002	1,004
30	0,798	0,801
40	0,653	0,658
50	0,547	0,553
60	0,467	0,475
70	0,404	0,413
80	0,355	0,365
90	0,315	0,326
100	0,282	0,29

Fuente: Wikipedia (s. f.).



$1 \text{ cP} = 0.01 \text{ poise} = 0.01 \text{ gramos por cm segundo} = 0.001 \text{ Pascal segundo} = 1 \text{ milliPascal segundo} = 0.001 \text{ N.s/m}^2$

$1 \text{ N s/m}^2 = 1 \text{ Pa s}$

$1 \text{ m}^2 / \text{s} = 1 \times 10^4 \text{ cm}^2 / \text{s} = 1 \times 10^4 \text{ Stokes} = 1 \times 10^6 \text{ centistokes.}$

- a. Cree un vector temperatura (T) y una matriz de las viscosidades, efectué el producto y grafique el resultado de ambas tablas.
- b. Divida y grafique las viscosidades cinemática y dinámica: (ν/μ) .
- c. Divida y grafique las viscosidades cinemática y dinámica: (ν/μ) .
- d. De la primera tabla multiplique $(T*\nu)$.
- e. De la primera tabla multiplique $(T.*\nu)$.

10. Cree una función en un *script* que al ingresar una matriz muestre subploteada las siguientes gráficas: 3D, diagrama de torta en 3D, 3D con bordes en color e histograma en 3D. Etiquete cada gráfica y adicione su respectiva grilla según el caso. Tenga en cuenta que la matriz debe ingresarse por consola.

11. Cálculo hidráulico de la red ramificada (se selecciona un material de tubería de PVC con una constante de HW de 150).

Tabla 8.10 Cálculo hidráulico de la red ramificada

Tramo	Long.	Caudal	Diámetro		hp	V	C	Hp/km
	m	lps	plg	cm	m	m/s		
BC	100	1,09	4	10	0,02	0,13	150	0,2
BD	160	9,98	6	15	0,3	0,55	150	1,9
DF	120	3,04	4	10	0,18	0,37	150	1,5
FG	80	0,87	4	10	0,01	0,11	150	0,1

DE	180	1,95	4	10	0,12	0,24	150	0,7
AB	110	13,89	6	15	0,38	0,76	150	3,4

Fuente: Lanza (2012).

Grafique el producto de:

- Longitud contra caudal.
- Longitud contra velocidad.
- Diámetro en pulgadas contra velocidad.
- Diámetro en cm contra velocidad.

Determine:

- Longitud por caudal.
- Longitud por velocidad.

12. Dados los datos sobre un cuerpo en caída libre en la Tierra:

- Distancia d recorrida por un objeto en caída libre con tiempo t :

$$d = \frac{1}{2}gt^2$$

- Velocidad instantánea v_i de un cuerpo en caída libre después de un tiempo t :

$$v_i = gt$$

- Velocidad promedio v_a de un cuerpo que ha caído en un tiempo t :

$$v_a = \frac{1}{2}gt$$

- Velocidad instantánea v_i de un cuerpo en caída libre que ha recorrido una distancia d :

$$v_i = \sqrt{2gd}$$

- Velocidad promedio v_a de un cuerpo en caída libre que ha recorrido una distancia d :

$$v_a = \frac{\sqrt{2gd}}{2}$$

- Tiempo t transcurrido por un objeto en una distancia de caída d :

$$t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$$

a. Construya una tabla cuando t oscila entre 1 y 6, con particiones de 0,1. Para esto tome las primeras tres ecuaciones.

b. Construya una tabla cuando d oscila entre 10 y 80 km. Para esto tome las tres últimas ecuaciones.

c. Grafique los datos organizados en las tablas.

13. Dada la matriz de impedancias y vector de corrientes, calcule la tensión resultante en voltios.

$$Z = \begin{bmatrix} 5 \times 10^5 & -6.3 \times 10^6 & 10^4 \\ 3 \times 10^6 & 10^5 & -2.78 \times 10^5 \\ 7.25 \times 10^3 & 1.45 \times 10^4 & 8.95 \times 10^6 \end{bmatrix} \Omega$$

$$I = \begin{bmatrix} 8.69 \mu A \\ 3.125 \mu A \\ -1.254 \mu A \end{bmatrix} \text{ (MicroAmperios)}$$

14. La función costo de un producto está definida por las ecuaciones:

a. $C(x) = 180 - 0,05x$

b. $C(x) = 15000 + 13x + 0,03x^2$

c. $C(x) = 5000 + 15x - 0,01x^2 + 0,0001x^3$

d. $C(x) = 2\sqrt{x} + \frac{x^2}{850}$

e. $C(x) = 10000 + 8x - 4x^{3/2}$

Determine los costos cuando el producto presenta los siguientes valores: 0, 1, 1,5, 2, 2,5, 3, 3,5, 4, 4,5 y 5.

Una instrucción que permite graficar datos de forma escalonada es:

stairs (intervalo, función)

a. Grafique las funciones anteriores bajo el intervalo dado. Etiquete cada ventana.

b. Subplotee las cuatro primeras gráficas.

15. Grafique las siguientes funciones empleando la instrucción *plot* de las dos maneras explicadas.

a. $\text{Sen}(x)$, para el intervalo $[-2\pi:\pi]$, con particiones de $\pi/3$, e incrementos en el intervalo de $\pi/2, 2\pi/3, 4\pi/3, 5\pi/3$.

b. $\text{Tan}(x)$, para el intervalo $[-2\pi:2\pi]$, con particiones de $\pi/14$, e incrementos en el intervalo de $\pi/3, \pi/4, \pi/5, 5\pi/6$.

16. Dada las matrices A, B y C :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 6 \\ 1 & -5 & 8 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -6 & 3 \\ -2 & 5 & 9 \\ -1 & 7 & 8 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 10 & -3 & 7 \\ 12 & 15 & -9 \\ -2 & -6 & 14 \end{pmatrix}$$

Verifique las siguientes propiedades:

$$(A^T)^T = A \qquad (A \pm B)^T = A^T \pm B^T$$

$$(AB)^T = B^T A^T \qquad (ABC)^T = C^T B^T A^T$$

17. Dada la matriz A , que representa un operador lineal $R^3 \rightarrow R^3$, determine la operación $(A - I)(A + I)$, donde I es la matriz identidad:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

18. Tomando la matriz del punto anterior, verifique las siguientes propiedades, donde $c = 12$ y B una matriz mágica grado 3.

$$(A^{-1})^{-1} = A \qquad (cA)^{-1} = \frac{A^{-1}}{c} \text{ con } c \neq 0$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1} \qquad (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

19. Un pórtico está compuesto por vigas y columnas sometido a la acción de cargas de gravedad (normalmente distribuidas de forma uniforme) y sísmicas (normalmente crecientes hacia arriba).

Las uniones entre elementos permiten la transmisión de fuerzas horizontales, verticales y momentos. Para este tipo de sistema se toman ciertos factores físicos críticos para el diseño de una estructura, como son: el módulo de elasticidad E , el momento de inercia I , el área $A = (h \cdot b)$ y la longitud(es) l que se conjugan en una matriz de rigidez.

$$k_e = \begin{pmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EAI}{l^3} & \frac{6EAI}{l^2} & 0 & -\frac{12EAI}{l^3} & \frac{6EAI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EAI}{l^2} & \frac{4EAI}{l} & 0 & -\frac{6EAI}{l^2} & \frac{2EAI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EAI}{l^3} & -\frac{6EAI}{l^2} & 0 & \frac{12EAI}{l^3} & -\frac{6EAI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EAI}{l^2} & \frac{2EAI}{l} & 0 & -\frac{6EAI}{l^2} & \frac{4EAI}{l} \end{pmatrix}$$

Determine la deformación de un pórtico de longitudes de 6, 8 y 6 m para un módulo de elasticidad considerado de 2×10^8 KN/m², donde el área considerada es de 0,0251 m² y el momento de inercia es de 0,0014 kgm².

20. Cree un programa que permita por consola digitar las variables de la matriz k_e del ejercicio anterior.

21. Verifique las propiedades del producto, tomado los valores de las siguientes matrices:

$$A = [2 \ 4 \ 3; -7 \ 5 \ 9; -1 \ 0 \ 8], B = [-4 \ 7 \ 3; 9 \ 1 \ 2; -10 \ 6 \ 8] \text{ y } C = [3 \ 6 \ 9; 2 \ 4 \ -6; -11 \ 8 \ -1].$$

$$(AB)C = A(BC)$$

$$A(B+C) = AB + AC$$

$$\alpha A(B+C) = \alpha AB + \alpha AC$$

$$AB \neq BA$$

$$AI = IA = A$$

$$A0 = 0A = 0$$

22. En las vigas, al suprimir las deformaciones axiales, se debe usar la matriz más simple de rigidez, así:

$$k_e = \begin{pmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{pmatrix}$$

Determine la deformación para un módulo de elasticidad de $3,5 \times 10^7$ KN/m², donde el área considerada es de $0,0354$ m², el momento de inercia de $0,002589$ kgm² y la longitud es de $5,4$ m.

23. Calcule el valor resultante de la matriz M , cuando $a = 2$, $b = -1$, $c = 3$ y $d = 1$.

$$M = \begin{pmatrix} 2(a^2 + b^2) - 1 & 2(bc - ad) & 2(bd + ac) \\ 2(bc + ad) & 2(a^2 - c^2) - 1 & 2(cd - ab) \\ 2(bd - ac) & 2(cd + ab) & 2(a^2 + d^2) - 1 \end{pmatrix}$$

Determine en valor de M y su determinante, el valor máximo y el valor mínimo. Cree una función en un *script*, en la que se pidan los datos dados a , b , c y d por la ventana de trabajo, y calcule la información solicitada.

24. Calcule la ganancia esperada para R en el juego de matriz 3×4 :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 2 \\ 2 & -2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Si R adopta la estrategia $\left(\frac{1}{3} \ \frac{1}{2} \ \frac{1}{6}\right)$

y C adopta la estrategia $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 4 \\ 1 \\ 8 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

25. Dada la matriz de rotación tridimensional $[R]$, evalúela cuando $\phi=72,5$, $\theta=54,8$ y $\psi=-38,1$.

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sen\psi & 0 \\ -\sen\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sen\theta \\ 0 & -\sen\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi & \sen\phi & 0 \\ -\sen\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

26. *Matriz de transformación del desplazamiento.* Esta matriz se emplea en el análisis de armaduras, cuya ecuación es:

$$d = TD = \begin{bmatrix} d_N \\ d_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{Nx} \\ D_{Ny} \\ D_{Fx} \\ D_{Fy} \end{bmatrix}$$

Halle d , si $\lambda_x = 0,5$; $\lambda_y = 0,7$; $D_{Nx} = 2$; $D_{Ny} = 3$; $D_{Fx} = 4$; $D_{Fy} = -2$.

27. *Rotación robótica: cuerpo 3D.* El movimiento en 3D del brazo de un robot está determinado por un conjunto de matrices que definen los ángulos de giro, las cuales están definidas por:

- rotación α sobre el eje z : $R_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sen\alpha & 0 \\ \sen\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- rotación β sobre el eje y : $R_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sen\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sen\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix}$

- rotación α sobre el eje x : $R_x(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sen\alpha & 0 \\ \sen\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Combine las matrices es suficiente para producir cualquier rotación:

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = R_z(\alpha) R_y(\beta) R_x(\gamma)$$

Determine el valor de $R(30,45,38)$. Luego, obtenga una matriz de transformación homogénea de 4×4 , si $v = 3$:

$$T = \begin{pmatrix} R(\alpha, \beta, \gamma) & v \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Translación} \\ \text{Perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix}$$

28. Cree un programa que permita por consola digitar los ángulos de R y el valor v del ejercicio anterior.

29. En un archivo de Excel ingrese por cada hoja las siguientes matrices:

a. Matriz mágica de grado 10.

b. Matriz aleatoria de 10 por x 15.

c. Matriz nula de grado 5 por x 6.

d. Matriz de Hilbert de grado 9, multiplicado por 10.

30. *Transformaciones de Lorenz*. Estas describen las ecuaciones de movimiento de un punto en línea recta y sobre el plano, conocida la velocidad de la luz.

$$(x', t') = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & \frac{-v}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ \frac{-v/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ t \end{pmatrix}; \quad y' = y; \quad z' = z$$

Donde $\beta = v/c$, determine (x', t') , cuando $v = 0,851c$, $x = 5,5$ (millones de kilómetros) y $t = 2$ (h), y c = velocidad de la luz.

31. *Teorema de Von Neumann*. Para un juego cuya matriz de $m \times n$ es A , existen estrategias p_0 y q_0 así como un número v denominado *valor del juego*, tal que $E(p_0, q) \geq v$ para cualquier estrategia q y $E(p, q_0) \leq v$ para cualquier estrategia p . Las estrategias p_0 y q_0 se denominan estrategias óptimas para R y C , respectivamente.

Si a_{ij} es un punto silla, entonces el valor del juego es a_{ij} y las estrategias óptimas son aquellas que son puras de jugar, donde el renglón i y la columna j se establecen con una probabilidad de 1.

Sea la matriz de 2×2 :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

Si la matriz A no es estrictamente determinada, las estrategias óptimas para R y C son:

$$p_o = \begin{pmatrix} \frac{a_{22} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} & \frac{a_{11} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \end{pmatrix}$$

$$q_o = \begin{pmatrix} \frac{a_{22} - a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \\ \frac{a_{11} - a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \end{pmatrix}$$

El valor del juego es:

$$v = \left(\frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{a_{11} + a_{22} - a_{12} - a_{21}} \right)$$

Determine las estrategias óptimas y el valor del juego de emparejar monedas (Cara (-1) y Sello (1)).

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Si la respuesta es 0 significa que el juego es justo.

32. *Rotaciones de Tait—Bryan.* Se aplican a fin de determinar el rumbo, la elevación y el balanceo de una aeronave en el espacio (x,y,z) que realiza rotaciones con respecto a determinados ejes. Estas rotaciones se consideran un caso particular, donde el primer y tercer ejes son perpendiculares entre sí, tal como se observa en la imagen de la Figura 8.36, tomando en cuenta los ejes de rumbo, elevación y balanceo.

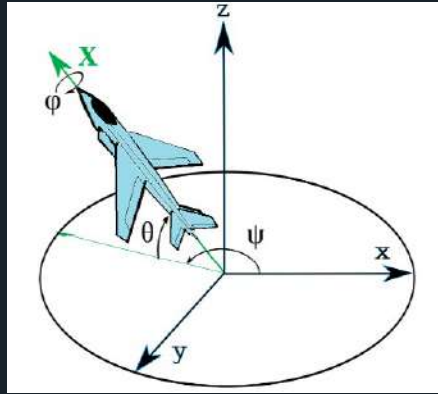


Figura 8.36. Ángulos de rumbo, elevación y balanceo que resultan al realizar rotaciones según los ejes (Z—Y'—X'').

Las rotaciones de Tait—Bryan en tres dimensiones se expresan matricialmente así:

$$R_x(\phi) = \text{Balanceo} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\text{sen}\phi \\ 0 & \text{sen}\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \text{Elevación} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \text{sen}\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_z(\psi) = \text{Rumbo} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\text{sen}\psi & 0 \\ \text{sen}\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cree un programa que calcule la matriz de rotaciones compuesta $M=R_x(\phi) R_y(\theta) R_z(\psi)$, cuando los ángulos de balanceo, elevación y rumbo son de 55, 48 y 27 grados, respectivamente. Estos ángulos deben ser solicitados por consola.

Instrucción Cell Arrays

Las celdas son matrices o hipermatrices de variables, que no son lo mismo que las matrices usuales, que son estructuras de argumentos del mismo tipo. Una celda puede contener matrices, cadenas de texto y argumentos lógicos a la vez, siempre y cuando estén en celdas separadas.

Las variantes de la función *cell* se resumen en la Tabla 8.11, donde m y n son números naturales, c celdas y x el vector o matriz.

Tabla 8.11 Variantes de la función *cell*

Instrucción	Descripción
<i>cell(m,n)</i>	Crea una matriz de celdas con m filas y n columnas vacías.
<i>celldisp(c)</i>	Muestra el contenido de todas las celdas de c .
<i>cellplot(c)</i>	Gráfica las celdas de c .
<i>cell2struct(c,{'var','var'})</i>	Muestra el contenido de la celda.
<i>cellfun('fun',c)</i>	Aplica una celda función a la matriz.
<i>iscell(c)</i>	Devuelve 1 si es una matriz de celdas y 0 en caso contrario.
<i>num2cell(x)</i>	Convierte el vector o matriz numérica en celdas

Fuente: elaboración propia.

Se pueden construir celdas de dos modos:

1. Declarar una variable como *cell* y asignar las dimensiones respectivas.

Sea una celda de 2 x 2, cuyos elementos se definen *a posteriori* en la estructura que se llamara A:

```
A = cell(2,2)
```

```
A =
```

```
 [] []
```

```
 [] []
```

Luego se procede a digitar cada *array* asignando los valores según requerimientos:

```
A = cell(2,2);
```

```
A{1,1}=pi;
```

```
A{1,2}=[-5,8;0,-3]
```

```
A{2,1}='Matlab'
```

```
A{2,2}=false
```

```
A =
```

```
 [3.1416] [2x2 double]
```

```
 'Matlab' [ 0]
```

2. Para iniciar una estructura de celdas se procede hacer lo mismo que con una matriz, pero se usan llaves en vez de corchetes:

```
A={pi, [-5,8;0,-3];'Matlab',false}.
```

```
A =
```

```
 [3.1416] [2x2 double]
```

```
 'Matlab' [ 0]
```

Las celdas pueden almacenar cualquier tipo de argumento, incluyendo funciones. Es más fácil y rápido escribirlos utilizando llaves.

Se puede encapsular en una estructura matricial tantos *cell arrays* como se desee. Pueden contener números y cadenas de texto, así como estructuras de datos u otras celdas; por ejemplo:

```
Estudiante1={'Angela Liliana Barbosa Díaz';'Bogotá';...
            {'DNI',80002458};...
            'Calle 154 # 14—25';...
            [3132695124,304587598]}
```

```
Estudiante1 =
    'Angela Liliana Barbosa Díaz'
    'Bogotá'
    {1x2 cell }
    'Calle 154 # 14—25'
    [1x2 double]
```

3. Cree una matriz de celdas vacías en la que, posteriormente, se escriba el contenido de las celdas de *c*.

```
c=cell (2,2);
celldisp (c)
c{1,1} =
    []
```

$$c\{2,1\} =$$

$$[]$$

$$c\{1,2\} =$$

$$[]$$

$$c\{2,2\} =$$

$$[]$$

4. Verifique si es una matriz de celdas y represente gráficamente para una matriz de 2 x 2, con valores por celda de 7, -6, 3 y 5.

$$A = \text{cell}(2,2);$$

$$A\{1,1\}=7;$$

$$A\{1,2\}=-6;$$

$$A\{2,1\}=3;$$

$$A\{2,2\}=5;$$

$$\text{iscell}(A)$$

$$\text{cellplot}(A)$$

$$\text{ans} =$$

$$1$$

7	-8
3	5

Representación ejercicio 4

5. Convertir una matriz numérica de celdas de 2 x 3 y un vector de 1 x 3.

```
A = eye (2,3);
```

```
num2cell (A)
```

```
ans =
```

```
[1] [0] [0]
```

```
[0] [1] [0]
```

```
B = eye (1,3);
```

```
num2cell (B)
```

```
ans =
```

```
[1] [0] [0]
```

A fin de generar hipermatrices se puede emplear algunas funciones como *rand*, *randn*, *zeros* y *ones*, las cuales admiten más de dos subíndices, al igual que las funciones *size* y *reshape*, entre otras. Para el caso de la función *cat* permite concatenar matrices según las distintas “dimensiones”.

Ejemplos

1. Defina dos matrices con las mismas dimensiones:

$$A = \text{zeros}(2,3)$$

$$B = \text{ones}(2,3)$$

$$A =$$

$$0 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0$$

$$B =$$

$$1 \ 1 \ 1$$

$$1 \ 1 \ 1$$

2. Concatene las matrices una debajo de la otra:

$$E = \text{cat}(1, A, B)$$

$$E =$$

$$0 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0$$

$$1 \ 1 \ 1$$

$$1 \ 1 \ 1$$

3. Concatene una matriz al lado de la otra:

$$F = \text{cat}(2, A, B)$$

$$F =$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1$$

$$0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1$$

4. Concatene como distintas capas de una hipermatriz:

$$G = \text{cat}(3, A, B)$$

$$G(:, :, 1) =$$

$$0 \ 0 \ 0$$

$$0 \ 0 \ 0$$

$$G(:, :, 2) =$$

$$1 \ 1 \ 1$$

$$1 \ 1 \ 1$$

5. Cree un conjunto de matrices que inicie en el número 11 hasta el 18, fraccionadas en dos partes. Luego, aplique una indexación lineal y una indexación con un *array*.

Para esto se procede a emplear la instrucción *reshape*, así:

$$M = \text{reshape}(\text{linspace}(11, 18, 8), [2, 2, 2])$$

$$M(:, :, 1) =$$

$$11 \ 13$$

$$12 \ 14$$

$$M(:, :, 2) =$$

$$15 \ 17$$

$$16 \ 18$$

Para la indexación lineal:

A=M(1) % devuelve el primer elemento de la matriz

B=M(8) % devuelve el octavo elemento de la matriz

C=M(5:8) % devuelve los elementos de la segunda matriz en forma de vector

D=M([1,3,4,8]) % devuelve los elemento 1,3 y 4 de la primera matriz y el octavo de la segunda matriz.

A =

11

B =

18

C =

15 16 17 18

D =

11 13 14 18

Indexación con un *array*:

D=M([1,3,4,8])

E=[1,5,2;8,3,2;7,4,6];

F=M(E)

D =

11 13 14 18

$F =$

11 15 12

18 13 12

17 14 16

6. Cree 18 armónicos a partir de un vector en el que se guarden todos los pasos intermedios como las filas de una matriz. Estos vectores se trazan en la misma figura a fin de mostrar la evolución de la onda cuadrada de Gibbs. Tome como función armónica seno, para un intervalo de $[0, \pi]$ con particiones de 0,01.

$t = 0:.01:3.14;$

$y = \text{zeros}(10, \text{length}(t));$

$x = \text{zeros}(\text{size}(t));$

for $k = 1:2:18$

$x = x + \sin(k*t)/k;$

$y((k+1)/2,:) = x;$

end

$\text{plot}(y(1:2:9,:))$,

$\text{title}(\text{'Construcción de una onda cuadrada de Gibbs'})$

$\text{xlabel}(\text{'x'}), \text{ylabel}(\text{'y'})$

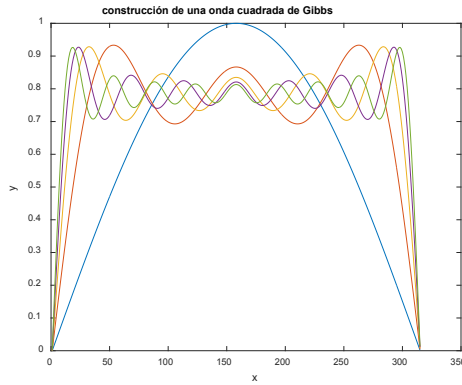


Figura 8.37. Gráfica de onda cuadrada de Gibbs.

La función anterior representada en una superficie 3D que muestra la transformación gradual de una onda sinusoidal en una onda cuadrada:

surf(y);

shading interp

axis off ij

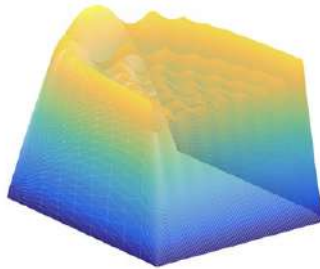


Figura 8.38. Gráfica de onda cuadrada de Gibbs en 3D.

Existe una serie de restricciones a la hora de evaluar su uso o no en el contexto de las hipermatrices:

- funciones que operan sobre escalares, como *sin*, *cos*, *tan*, etc., se aplican elemento a elemento, e igual cuando se emplean sobre vectores y matrices;

- funciones que operan sobre vectores, tales como *sum*, *max*, *imin*, etc., dan como resultado un *array* de una dimensión inferior;
- funciones matriciales del álgebra lineal, como, por ejemplo, *det*, *inv*, etc., no se pueden usar directamente en hipermatrices; para aplicarlas se debe extraer las matrices correspondientes.

Ecuaciones simultáneas

Al tener un sistema con el mismo número de ecuaciones que de incógnitas, entonces la matriz A de coeficientes es cuadrada y se puede escribir el sistema matricial así:

$$AX = b$$

Donde A , X y b son las matrices ya definidas de coeficientes, incógnitas y términos independientes, respectivamente. El objetivo es calcular la matriz X de incógnitas; el problema está resuelto si se consigue despejar X de dicha ecuación. Para esto se precisa solo cuando la matriz A posee inversa:

$$X = A^{-1}B$$

De lo anterior se deduce que si se puede calcular X , el sistema tendrá solución única. Si A no posee inversa, no se puede despejar X y el sistema no se puede resolver de esta manera.

En razón a lo anterior, una de las tantas funcionalidades matriciales que ofrece Matlab es la de resolver sistemas de ecuaciones simultáneas.

Ejercicios resueltos

1. Dado el sistema de ecuaciones, halle la solución.

$$3x - 4y = -6$$

$$2x + 4y = 16$$

En términos algebraicos, se procede de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}^{-1}$$

A fin de hallar los valores de x e y se debe calcular la traspuesta de la matriz, para luego operar el resultado con el vector columna b , lo cual queda para que el lector lo resuelva.

En el caso de Matlab, se definen las variables matriciales y vectoriales de la siguiente manera:

$$A=[3 \ -4;2 \ 4];$$

$$b=[-6;16];$$

$$x=inv(A)*b$$

$$x =$$

$$2.00$$

$$3.00$$

Lo que significa que los valores solución son: $x = 2, y = 3$.

Otra forma de evaluar el sistema de ecuaciones es por medio de la división matricial:

$$x=A \setminus b$$

$x =$

2.00

3.00

Otra manera adicional es mediante la instrucción $\text{linsolve}(A,b)$:

$x = \text{linsolve}(A,b)$

$x =$

2.00

3.00

Existe una cuarta manera estándar, por el método de determinantes, el cual se expondrá con detalle más adelante:

$A = [3 \ -4; 2 \ 4]; B = \det(A)$

$C = [-6 \ -4; 16 \ 4]; D = \det(C)$

$E = [3 \ -6; 2 \ 16]; F = \det(E)$

$x = D/B$

$y = F/B$

2. Cree una matriz con todos los productos de los elementos de un vector x por los elementos de un vector y . Para este ejercicio se emplea la instrucción $\text{kron}(x,y)$, que significa el producto del tensor de Kronecker, el cual indica que dada una matriz X de m por n y Y una matriz de p por q , entonces el producto tensor de Kronecker de X y Y del tipo $m * p \times n * q$, el cual está formado por la toma de todos los productos posibles entre los elementos de X y de Y .

$$X \otimes Y = \begin{bmatrix} x_{11}Y & x_{12}Y & \dots & x_{1n}Y \\ x_{21}Y & x_{22}Y & \dots & x_{2n}Y \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1}Y & x_{m2}Y & \dots & x_{mn}Y \end{bmatrix}$$

Por ejemplo, sean dos matrices X y Y de 2 x 2, el tensor de Kronecker será:

$$X = \begin{bmatrix} 5 & -9 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X \otimes Y = \begin{bmatrix} 5*1 & 5*-3 & -9*1 & -9*-3 \\ 5*4 & 5*2 & -9*4 & -9*3 \\ -1*1 & -1*-3 & 0*1 & 0*-3 \\ -1*4 & -1*2 & 0*4 & 0*2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -15 & -9 & 27 \\ 20 & 10 & -36 & -27 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ -4 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$X = [5 \ -9; -1 \ 0]; Y = [1 \ -3; 4 \ 2];$

$K = \text{kron}(X,Y)$

$K =$

$5 \ -15 \ -9 \ 27$

$20 \ 10 \ -36 \ -18$

$-1 \ 3 \ 0 \ 0$

$-4 \ -2 \ 0 \ 0$

Para el caso de vectores, el procedimiento es equivalente:

$x = [-5 \ 6 \ 8]; y = [4 \ 8 \ -2];$

$k = \text{kron}(x,y)$

$k =$

$-20 \ -40 \ 10 \ 24 \ 48 \ -12 \ 32 \ 64 \ -16$

3. Cree una matriz diagonal de bloques. Para esto, cree una matriz identidad de 4 x 4 y una matriz de 2 x 2 que se desea repetir a lo largo de la diagonal.

```
X = eye(4);
```

```
Y = [1 -1; -1 1];
```

```
K = kron(X,Y)
```

```
K =
```

```

1  -1  0  0  0  0  0  0
-1  1  0  0  0  0  0  0
0  0  1  -1  0  0  0  0
0  0  -1  1  0  0  0  0
0  0  0  0  1  -1  0  0
0  0  0  0  -1  1  0  0
0  0  0  0  0  0  1  -1
0  0  0  0  0  0  -1  1
```

4. La matriz de Vandermonde presenta una progresión geométrica en cada fila. Cree esta matriz a partir del vector x , cuyas columnas son las potencias de los elementos de x .

Para este ejercicio se emplea la instrucción `vander(x)`.

```
x = [-5 6 8];
```

```
vander(x)
```

```
ans =
```

$$25 \quad -5 \quad 1$$

$$36 \quad 6 \quad 1$$

$$64 \quad 8 \quad 1$$

5. Calcule el número de elementos del vector x .

Para este ejercicio se emplea la instrucción $length(x)$.

$$x=[-5 \ 6 \ 8];$$

$$length(x)$$

$$ans =$$

$$3$$

6. Coloque los vectores propios de la matriz A en las columnas de la matriz X y los valores propios en la diagonal de la matriz diagonal D .

Para este ejercicio se emplea la instrucción $[X,D]=eig(A)$.

$$A=[-3 \ 8 \ 7; 1 \ 2 \ 5; 0 \ 3 \ 9];$$

$$[X,D]=eig(A)$$

$$X =$$

$$-0.9805 \quad -0.7539 \quad 0.5913$$

$$0.1915 \quad -0.6123 \quad 0.4421$$

$$-0.0433 \quad 0.2382 \quad 0.6745$$

$$D =$$

$$-4.2528 \quad 0 \quad 0$$

$$0 \quad 1.2865 \quad 0$$


0 0 10.9663

7. Dado el sistema de ecuaciones, halle las soluciones de x, y, z :

$$4x + 2y - 7z = 15$$

$$3x + 8y + 10z = 30$$

$$-3x + 6y + 7z = 45$$

Se define la matriz A y el vector columna b , así:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -7 \\ 3 & 8 & 10 \\ -3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix}$$

Luego, el vector columna debe expresarse en su forma de transpuesta para operar con la matriz A .

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -7 \\ 3 & 8 & 10 \\ -3 & 6 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 30 \\ 45 \end{pmatrix}$$

Una forma de solucionar este sistema de ecuaciones es obtener el inverso de la matriz, es decir: A^{-1} .

Se procede a obtener los valores así:

$$A = [4 \ 2 \ -7; \ 3 \ 8 \ 10; \ -3 \ 6 \ 7];$$

$$b = [15 \ 30 \ 45]';$$

$$X = \text{inv}(A)*b$$

$$X =$$

$$-4.0777$$

$$8.0097$$

$$-2.1845$$

A fin de verificar los resultados, se puede usar la división matricial:

$$X = A \setminus b$$

$$X =$$

$$-4.0777$$

$$8.0097$$

$$-2.1845$$

Como se aprecia, los valores de x , y y z no son exactos, por lo que se procede a calcular el error cometido. La fórmula general es la siguiente:

$$\text{Error} = A * x - b$$

$$\text{Error} = A * X - b$$

$$\text{Error} =$$

$$1.0e-14 *$$

$$-0.1776$$

$$-0.7105$$

$$-0.7105$$

8. Dado el sistema de ecuaciones, resuelva por el método de Kramer:

$$x + 2y + 3z = 4$$

$$2x + 3y + 4z = 5$$

$$4x + 2y + 5z = 1$$

$$Q=[1\ 2\ 3;2\ 3\ 4;4\ 2\ 5];$$

$$R=[4;5;1];$$

$$D1=[R\ Q];$$

$$D1=[4\ 2\ 3;5\ 3\ 4;1\ 2\ 5];$$

$$D2=[1\ 4\ 3;2\ 5\ 4;4\ 1\ 5];$$

$$D3=[1\ 2\ 4;2\ 3\ 5;4\ 2\ 1];$$

$$S=[\det(D1),\det(D2),\det(D3)]/\det(Q)$$

$$S =$$

$$-1.40\ 1.80\ 0.60$$

9. Resuelva la ecuación anterior empleando la instrucción *equationsToMatrix*.

- *EquationsToMatrix*. Convierte un conjunto de ecuaciones lineales (*eqns*) en forma de matriz. La sintaxis general es:
- $[A,b] = \text{equationsToMatrix}(eqns,vars)$. Convierte *eqns* a la forma matriz. Aquí las ecuaciones deben ser lineales en *vars*.
- $[A,b] = \text{equationsToMatrix}(eqns)$. Convierte *eqns* a la forma matriz. Aquí *eqns* debe ser un sistema lineal de ecuaciones, donde la función simbólica juega un papel fundamental para declarar las variables, al igual que en las demás instrucciones.
- $A = \text{equationsToMatrix}(eqns,vars)$. Convierte *eqns* a una matriz y devuelve solo la matriz de coeficientes. Aquí las ecuaciones deben ser lineales en *vars*.

- $A = \text{equationsToMatrix}(\text{eqns})$. Convierte eqns a una matriz y devuelve solo la matriz de coeficientes. Aquí eqns debe ser un sistema lineal de ecuaciones en todas las variables.

`syms x y z`

`eqn1 = x + 2*y + 3*z == 4;`

`eqn2 = 2*x + 3*y + 4*z == 5;`

`eqn3 = 4*x + 2*y + 5*z == 1;`

`[A,B] = equationsToMatrix([eqn1, eqn2, eqn3], [x, y, z]);`

`X = linsolve(A,B)`

`X =`

`−7/5`

`9/5`

`3/5`

10. Liste las funciones matriciales del algebra lineal numérica (`help matfun`); luego, resuelva el sistema:

$$5x + 3y - z + 6w = 4$$

$$3x + y + 8z + 5w = 1$$

$$x - 2y + z + w = -2$$

$$y - w = 5$$

`A =`

`5 3 −1 6`



```

3 1 8 5
1 -2 1 1
0 1 0 -1

```

```
B=[4 1 -2 5]'
```

```
B =
```

```

4
1
-2
5

```

```
inv(A)
```

```
ans =
```

```

0.1129 -0.0645 0.6290 0.9839
0.0403 0.0484 -0.3468 0.1371
-0.0726 0.1129 0.0242 0.1532
0.0403 0.0484 -0.3468 -0.8629

```

Solución del sistema de ecuaciones:

```
c = inv(A)*B
```

```
c =
```

```

4.0484
1.5887

```

0.5403

-3.4113

$\det(A)$

$ans =$

-124

Rango de la matriz:

$rank(A)$

$ans =$

4

$rref(A)$

$ans =$

$1 \ 0 \ 0 \ 0$

$0 \ 1 \ 0 \ 0$

$0 \ 0 \ 1 \ 0$

$0 \ 0 \ 0 \ 1$

$[V,D]=eig(A)$

$V =$

$0.8760 + 0.0000i \quad -0.4576 - 0.0441i \quad -0.4576 + 0.0441i$
 $-0.6541 + 0.0000i$

$0.4787 + 0.0000i \quad 0.7265 + 0.0000i \quad 0.7265 + 0.0000i \quad -0.1483 +$
 $0.0000i$



$$-0.0036 + 0.0000i \quad 0.0567 + 0.4735i \quad 0.0567 - 0.4735i \quad -0.1657 + 0.0000i$$

$$0.0595 + 0.0000i \quad 0.0497 - 0.1762i \quad 0.0497 + 0.1762i \quad 0.7230 + 0.0000i$$

$$D =$$

$$7.0507 + 0.0000i \quad 0.0000 + 0.0000i \quad 0.0000 + 0.0000i \quad 0.0000 + 0.0000i$$

$$0.0000 + 0.0000i \quad 0.0772 + 3.8194i \quad 0.0000 + 0.0000i \quad 0.0000 + 0.0000i$$

$$0.0000 + 0.0000i \quad 0.0000 + 0.0000i \quad 0.0772 - 3.8194i \quad 0.0000 + 0.0000i$$

$$0.0000 + 0.0000i \quad 0.0000 + 0.0000i \quad 0.0000 + 0.0000i \quad -1.2051 + 0.0000i$$

$$x = A \setminus B$$

$$x =$$

$$4.0484$$

$$1.5887$$

$$0.5403$$

$$-3.4113$$

11. Se desea preparar tres tipos de compuesto: A , B y C , utilizando componentes x , y , z (entre otros ingredientes) en las cantidades que se indican:

- A: 3/4 de litro de x, 200 g de y, y 6z.
- B: 1/2 de litro de x, 130 g de y, y 8z.
- C: 1 litro de x y 250 g de y.

El precio al que se compran cada uno de los tres ingredientes es de \$15 000 el litro de x, \$30 000 de y y \$22 000 de z.

Obtenga matricialmente el gasto que supone cada uno de estos tres componentes (tenga en cuenta solo los tres ingredientes indicados).

Entonces, se procede a obtener las matrices:

$$\begin{array}{c}
 \text{L} \quad \text{A} \quad \text{Z} \\
 A = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & 200 & 6 \\ \frac{1}{2} & 130 & 8 \\ 1 & 250 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 15000 \\ 30000 \\ 22000 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$A = [3/4 \quad 200 \quad 6; 1/2 \quad 130 \quad 8; 1 \quad 250 \quad 0];$$

$$B = [15000 \quad 30000 \quad 22000];$$

$$C = A * B'$$

$$C =$$

$$6143250$$

$$4083500$$

$$7515000$$

Por tanto, se concluye que el compuesto A supone un costo de \$6 143 250, el B \$4 083 500 y el C \$7 515 000.

12. Tres familias, A, B, y C, van a ir de vacaciones a una ciudad en la que hay tres hoteles, H₁, H₂ y H₃. La familia A necesita dos ha-

bitaciones dobles y una sencilla, la familia B necesita tres habitaciones dobles y una sencilla, y la familia C necesita una habitación doble y dos sencillas.

En el primer hotel, el precio de la habitación doble es de \$24 000/día, y de la habitación sencilla 130 000/día. En el segundo hotel, la habitación doble es de \$260 000/día, y de la habitación sencilla 110 000/día. En el tercer hotel, la habitación doble es de \$280 000/día, y de la habitación sencilla 140 000/día.

Determine:

- Escriba en forma de matriz el número de habitaciones (dobles o sencillas) que necesita cada una de las tres familias.
- Expresa matricialmente el precio de cada tipo de habitación en cada uno de los tres hoteles.
- Obtenga, a partir de las dos matrices anteriores, una matriz en la que se refleje el gasto diario que tendría cada una de las tres familias en cada uno de los tres hoteles.

Solución:

$$\text{a. Hab} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{b. Hoteles} = \begin{pmatrix} 240000 & 260000 & 280000 \\ 130000 & 110000 & 140000 \end{pmatrix}$$

- El producto de las dos matrices anteriores nos da la matriz buscada:

$$\text{Hab}=[2 \ 1;3 \ 1;1 \ 2];$$

$$\text{Hoteles}=10000*[24 \ 26 \ 28;13 \ 11 \ 14];$$

$R=Hab*Hoteles$

$R =$

610000 630000 700000

850000 890000 980000

500000 480000 560000

Estos son los costos que deben pagar cada familia A, B y C (filas), en los tres hoteles (columnas).

13. Dado el tensor de tensiones (referido a un sistema cartesiano de referencia) en un punto de un sólido:

$$T = \begin{bmatrix} 12 & 5 & 3 \\ 5 & -8 & -1 \\ 3 & -2 & 7 \end{bmatrix} \text{MPa (MegaPascales)}$$

En donde $u = \frac{1}{\sqrt{3}}(i + j + k)$ vector unitario, determine el valor de las tensiones normal y tangencial que actúan sobre un plano paralelo al plano $x+y+z=0$ que pasa por las proximidades (distancia infinitesimal) del punto considerado.

Se inicia calculando el vector normal al plano:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = [T] * u = \begin{bmatrix} 12 & 5 & 3 \\ 5 & -8 & -1 \\ 3 & -2 & 7 \end{bmatrix} * \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$T=[12 \ 5 \ 3; 5 \ -8 \ -1; 3 \ -2 \ 7];$

$u=1/\text{sqrt}(3)*[1 \ 1 \ 1];$

$\text{delta}=T*u'$

$\text{delta} =$

11.5470

-2.3094

4.6188

Tensión normal: $T_n = \sigma u$.

$Tn = \text{dot}(\text{delta}, u)$

$Tn =$

8.0000 %MPa

Tensión tangencial: $T_t = \sqrt{|\sigma|^2 - T_n^2}$.

$Tt = \text{sqrt}(\text{norm}(\text{delta})^2 - Tn^2)$

$Tt =$

9.7980 % MPa

14. Determine las tensiones principales si sabe que el tensor de tensiones viene definido por:

$$\sigma = \begin{bmatrix} 20 & 40 & -30 \\ 40 & 30 & 25 \\ -30 & 25 & -10 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

Por definición, el tensor de tensores está representado a nivel general de la siguiente forma:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Entonces, se tiene que:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0$$

Donde:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$I_1 = 20 + 30 - 10$$

$$I_1 =$$

$$40 \text{ \% MPa}$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_x \sigma_z + \sigma_y \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{zx}^2 - \tau_{yz}^2$$

$$I_2 = 20 * 30 + 20 * (-10) + 30 * (-10) - (40)^2 - (-30)^2 - (25)^2$$

$$I_2 =$$

$$-3025 \text{ \% MPa}$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{zx} \tau_{yz} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2$$

$$I_3 = 20 * 30 * (-10) + 2 * 40 * (-30) * 25 - 20 * (25)^2 - 30 * (-30)^2 - (-10) * 40^2$$

$$I_3 =$$

$$-89500 \text{ \% MPa}$$

Con base en los resultados obtenidos se procede a evaluar:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0$$

Entonces:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma = I_3$$

$$\sigma(\sigma^2 - I_1 \sigma + I_2) = I_3$$

Luego:

$$\sigma(\sigma^2 - 40\sigma - 3025) = -89500$$



Se tiene que:

$$a=1;$$

$$b=-40;$$

$$c=-3025;$$

$$d1=(-b+\text{sqrt}(b^2-4*a*c))/(2*a)$$

$$d2=(-b-\text{sqrt}(b^2-4*a*c))/(2*a)$$

$$d1 =$$

$$78.5235$$

$$d2 =$$

$$-38.5235$$

$$\sigma_1=89500 \quad \% \text{ MPa}$$

$$\sigma_2=78.5235 \quad \% \text{ MPa}$$

$$\sigma_1=-38.5235 \quad \% \text{ MPa}$$

15. En un problema bidimensional, el punto elástico de la Figura 8.39 se encuentra sometido al estado tensional, tal como se indica. Se solicita:

- a. Expresión del tensor de tensiones bidimensional referido a los ejes x e y .
- b. Expresión del tensor de tensiones bidimensional referido a los ejes x' e y' (el eje x' forma un ángulo de $37,5^\circ$, en sentido antihorario, con el eje x).

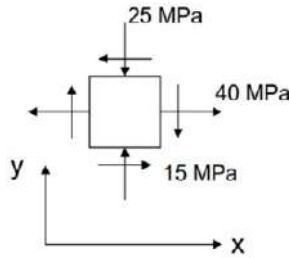


Figura 8.39. Distribución de presiones sobre un sólido.

Por consiguiente, se tiene una matriz W relacionada con el ángulo dado, así:

$$[W] = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

Al observar la figura se deduce que la expresión, en $x-y$, del tensor de tensiones es:

$$[T] = \begin{bmatrix} 40 & -15 \\ -15 & -25 \end{bmatrix}$$

La expresión de dicho tensor en ejes $x'-y'$ se obtiene de la siguiente manera:

$$T' = [W]^T [T] [W]$$

Entonces:

$$T=[40 \ -15; -15 \ -25];$$

$$A=37.5;$$

$$W=[\text{cosd}(A) \ -\text{sind}(A); \ \text{sind}(A) \ \text{cosd}(A)];$$

$$Tt=W'*T*W$$

$$Tt =$$

$$1.4227 \ -35.2749$$

$$-35.2749 \ 13.5773$$

16. Dado el circuito eléctrico de la Figura 8.40, calcule:

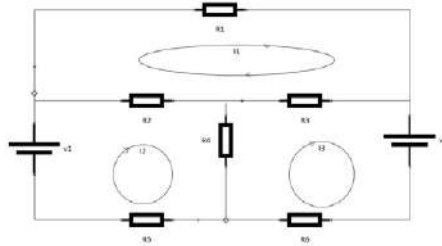


Figura 8.40. Circuito eléctrico tipo malla.

- Corriente en cada resistor y potencia disipada.
- Resistencia de cada fuente de voltaje que actúa en forma independiente, tal como se muestra en la Figura 8.40.

Los datos de la resistencia y las fuentes de voltaje son:

$$V1 = 24\text{v}, V2 = 10\text{v}, R1 = 230, R2 = 480, R3 = 560, R4 = 150, R5 = 410, R6 = 220.$$

El sistema de ecuaciones que permite calcular las corrientes está dado por:

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2 + R_3)I_1 - R_2I_2 - R_3I_3 &= 0 \\ -R_2I_1 + (R_2 + R_4 + R_5)I_2 - R_4I_3 &= V1 \\ -R_3I_1 - R_4I_2 + (R_3 + R_4 + R_6)I_3 &= -V2 \end{aligned}$$

En Matlab se tiene:

$$R1=230; R2=480; R3=560; R4=150; R5=410; R6=220;$$

$$V1=24; V2=10;$$

%Matriz de resistencias

$$R=[R1+R2+R3, -R2, -R3; -R2, R2+R4+R5, -R4; -R3, -R4, R3+R6+R4]$$

$R =$

$$\begin{matrix} 1270 & -480 & -560 \\ -480 & 1040 & -150 \\ -560 & -150 & 930 \end{matrix}$$

%vector columna de voltajes

$V=[0;V1;V2]$

$V =$

0

24

10

% Las corrientes I1, I2 e I3 se obtiene mediante la relación

$I=R \setminus V$

$I =$

0.0333

0.0439

0.0379

% Para calcular la potencia en cada resistencia se emplea la fórmula $P=I^2R$ (medida en Watts o Vatios)

$P1=((I(1))^2)*R1$

$$P2 = ((I(2) - I(1))^2) * R2$$

$$P3 = ((I(1) - I(3))^2) * R3$$

$$P4 = ((I(2) - I(3))^2) * R4$$

$$P5 = ((I(2))^2) * R5$$

$$P6 = ((I(3))^2) * R6$$

$$P1 = 0.2551$$

$$P2 = 0.0540$$

$$P3 = 0.0118$$

$$P4 = 0.0054$$

$$P5 = 0.7906$$

$$P6 = 0.3158$$

%Cálculo de la resistencia con respecto a V1

% Se hace V2=0 y se calcula las corrientes

$$V = [0; V1; 0];$$

$$I = R \setminus V$$

$$I =$$

$$0.0220$$

$$0.0360$$

$$0.0190$$



$$RV1=V1/I(2)$$

$$RV1 =$$

$$667.1043$$



Práctica 6

1. Halle la solución del sistema de ecuaciones empleando al menos dos métodos, calcule el error si los valores solución no son exactos.

$$3x + 4y = -2$$

$$4x + 3y = 17$$

$$2x + y = 4$$

$$x - 2y = -4$$

$$3x + 2y = 11$$

$$4x - y = -22$$

$$4x + 11y = -8$$

$$6x + 3y = 15$$

$$2x + y - z = -6$$

$$6x - 19y = -12$$

$$x + 2y = 20$$

$$3x - y + z = -5$$

$$4x + 2y - 2z = -1$$

$$7x - y + 8z = 20$$

$$4x - y + 3z = 6$$

$$x + y - z = -2$$

$$4x - 2y + 6z = -15$$

$$-8x + 3y - 5z = -6$$

$$2x - y + 3z = -5$$

$$-2x + 4y - 3z = 17$$

$$5x - 4y = -9$$

$$3x + 2z = -7$$

$$2x + y - z = 11$$

$$3x + 2y + z = 1$$

$$2x - 3y + 2z = -3$$

$$x - 3y = -20$$

$$5x + 3y + 4z = 2$$

$$-3x + 2y - 2z = 1$$

$$4x + 2y + 5z = 8$$

$$x + y - z = 1$$

$$4x + y - 3z = 6$$

$$5x - y + 3z - w = -5$$

$$x - 3/2y + 1/7z - 2w = 10$$

$$3x + 2y - z + 2w = 15$$

$$1/5x + 2/7y - 2/3z + w = 13$$

$$x - 3y + z - 2w = -8 \qquad 5x - 3/7y + 4z - 2w = -12$$

$$-x + y + 4z + 3w = 0 \qquad -3/5x + 7/2y + z + 3/5w = 20$$

2. Cree una matriz de Hilbert con el comando *hilb(n)*, donde *n* es el tamaño de la matriz. Luego aplique las operaciones básicas de suma, multiplicación, resta y división con una matriz mágica, donde *n* = 4.

3. Dado el sistema de ecuaciones que identifican un circuito eléctrico, determine los valores de las corrientes I_1 , I_2 e I_3 .

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0$$

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 = 15$$

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 = 24$$

Donde las resistencias tienen los valores $R_1 = 2K\Omega$, $R_2 = 3K\Omega$, $R_3 = 5K\Omega$.

4. Dado el sistema de ecuaciones lineales, encuentre las constantes de integración *A* y *B* de un sistema físico, donde *k* es el número de onda (en m^{-1}); *m*, la masa del cuerpo (en kg); ω , es la frecuencia angular (rad/s), y *c* una constante.

$$\begin{bmatrix} k - m\omega^2 & -c\omega \\ c\omega & k - m\omega^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si $k = 28655$, $m = 20,54$, $\omega = 23,5687$, $c = 72,4253$ y $F = 1350$.

Una vez halladas las constantes *A* y *B*, grafique la función $f(t)$ para el intervalo $[0,20]$ con particiones de $\pi/5$.

$$f(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

5. La utilidad neta en dólares está dada por el sistema de ecuaciones:

$$5500 = 700a + 30b + 2c$$

$$7650 = 800a + 80b + 3c$$

$$4900 = 350a + 110b + c$$

Determine los valores de a , b y c que representan niveles de producción. Pruebe las soluciones (use el formato bancario).

6. Una empresa tiene tres factorías, F_1 , F_2 , F_3 , en las que se fabrican diariamente tres tipos diferentes de productos, A , B y C , tal como se indica a continuación:

F_1 : 350 unidades de A , 50 de B y 60 de C .

F_2 : 220 unidades de A , 100 de B y 90 de C .

F_3 : 180 unidades de A , 80 de B y 50 de C .

Cada unidad de A que se vende proporciona un beneficio de \$30 000; por cada unidad de B se obtienen \$40 000 de beneficio, y por cada una de C \$35 000.

Sabiendo que la empresa vende toda la producción diaria, obtenga matricialmente el beneficio diario obtenido con cada una de las tres factorías.

7. Tres deportistas, A , B y C , compiten en un torneo de triatlón en el que deben correr, nadar y andar en bicicleta. La rapidez promedio de cada deportista se resume en la Tabla 8.12.

Tabla 8.12 Datos ejercicio 7

Rapidez promedio (mi/h)			
Triatlón	Carrera	Natación	Ciclismo
A	11	5	22
B	7,5	6	27
C	15	4,2	40

Fuente: elaboración propia.

El deportista A llega primero con un tiempo total de 2,3 horas, el B, con un tiempo de 2,45 horas, y el C con 3 horas. ¿Cuál es la distancia de cada parte de la competencia?

8. Dado el sistema de ecuaciones lineales que describen la relación de resistencias (medida en ohmios Ω) y corrientes (medida en amperios A), determine el valor de cada corriente i_1 , i_2 e i_3 .

$$\begin{aligned}(R_2 + R_4) i_1 - R_2 i_2 - R_4 i_3 &= V_1 \\ -R_2 i_1 + (R_1 + R_2 + R_3) i_2 - R_3 i_3 &= V_2 \\ R_4 i_1 - R_3 i_2 + (R_3 + R_4 + R_5) i_3 &= 0\end{aligned}$$

Donde $R_1 = 300$, $R_2 = 570$, $R_3 = 410$, $R_4 = 220$, $R_5 = 170$; $V_1 = 23,54$ voltios y $V_2 = -10,5$ voltios.

9. Tres personas, A, B, C, quieren comprar las siguientes cantidades de compuestos químicos:

- A: 1,7 kg de producto x, 1 kg de producto y, 6 kg de producto z;
- B: 2 kg de producto x, 2 kg de producto y, 4 kg de producto z;
- C: 1 kg de producto x, 1,5 kg de producto y, 3 kg producto z.

En las cercanías hay dos industrias químicas, F_1 y F_2 , que pueden proveer estos productos.

- en F_1 , x cuesta \$5000/kg, y cuesta \$7500/kg, y z cuesta \$8950/kg;
- en F_2 , x cuesta \$5800/kg, y cuesta \$6200/kg, y z cuesta \$6500/kg.

a. Exprese matricialmente la cantidad de productos (x, y, z) que quiere comprar cada persona (A, B, C) .

b. Escriba una matriz con los precios de cada tipo de producto en cada una de las dos industrias químicas.

c. Obtenga una matriz, a partir de las dos anteriores, en la que quede reflejado lo que se gastaría cada persona al realizar su compra en cada una de las dos industrias químicas.

10. Un supermercado quiere ofertar tres clases de bandejas: A, B y C. La bandeja A contiene 60 g de queso *mozzarella*, 170 g de roquefort y 100 g de *provolone*; la bandeja B contiene 120 g de cada uno de los tres tipos de queso anteriores, y la bandeja C contiene 140 g de queso *mozzarella*, 90 g de roquefort y 110 g de *provolone*. Si se quiere sacar a la venta 70 bandejas del tipo A, 80 de B y 96 de C, obtenga matricialmente la cantidad que necesitarán, en kilogramos, de cada una de las tres clases de quesos.

11. En una fábrica existen tres máquinas: m_1 , m_2 y m_3 . Estas se emplean para obtener chips avanzados de prueba. Cuando las tres máquinas están operando, se obtiene una producción de 6200 chips en una semana. Cuando están en operación m_1 y m_2 únicamente, se obtienen una producción de chips de 4500 a la

semana. Finalmente, cuando solo trabajan m_1 y m_3 se obtiene una producción de 3420 chips a la semana. ¿Cuántos chips puede producir cada máquina en una semana?

12. Considérese un edificio con cuatro plantas en vibración horizontal por la acción del viento. Las características son: masas, $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 4000$ kg. Coeficientes de elasticidad $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 5000$ N/m.

Un edificio se puede modelizar suponiendo que las paredes no poseen masa y que la masa se concentra en los suelos de forma que existe una rigidez horizontal. Por consiguiente, el problema es equivalente al de cuatro resortes y masas que se pueden expresar en forma matricial:

$$M = \begin{pmatrix} 4000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4000 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 10000 & -5000 & 0 & 0 \\ -5000 & 10000 & -5000 & 0 \\ 0 & -5000 & 10000 & -5000 \\ 0 & 0 & -5000 & 5000 \end{pmatrix}$$

Calcule $K_r = M^{-1}K$.

13. Una empresa de construcción vende 500 toneladas de cemento, 350 toneladas de gravilla y 820 toneladas de arena en un mes. El precio del cemento es de 260 dólares/tonelada, la gravilla 96 dólares/tonelada y la arena 65 dólares/tonelada.

El costo de vender una tonelada de cemento en dólares es de 180, de gravilla 71 y arena 40. Encuentre el ingreso, el costo y el beneficio semanal de la firma. Ayuda: al definir y ordenar los datos se tiene:

$$Q = \begin{bmatrix} 500 \\ 350 \\ 820 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 260 \\ 96 \\ 65 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 180 \\ 71 \\ 40 \end{bmatrix}$$

El ingreso total será PQ , pero esta operación no está definida. Entonces, se aplica la transpuesta de P . Solo así es posible la multiplicación:

$$I = P'Q$$

El costo total será:

$$C_t = C'Q$$

Entonces, el beneficio $B = I - C_t$.

14. Cree un programa que permita por consola digitar los vectores Q , P y C del ejercicio anterior y calcule I , C_t y B .

15. Una compañía tiene cuatro fábricas, cada una emplea supervisores (S) y trabajadores calificados (T) organizados como se muestra en la Tabla 8.13.

Tabla 8.13 Datos ejercicio 15

Tipo de empleado	Fábrica 1	Fábrica 2	Fábrica 3	Fábrica 4
Administradores (A)	2	2	1	1
Supervisores (S)	2	5	3	4
Trabajadores (T)	40	75	68	70

Fuente: elaboración propia.

Si los administradores devengan sueldos mensuales de USD 1000, los supervisores 850 y los trabajadores 700, ¿cuál es la nómina de cada fábrica?

16. Dado el tensor de tensiones en un punto de un sólido:

$$T = \begin{bmatrix} 9 & -4 & 8 \\ 3 & 10 & -2 \\ 7 & -5 & 6 \end{bmatrix} \text{MPa}$$

Donde $u = \frac{1}{\sqrt{3}}(i + j + k)$ es el vector unitario, determine el valor de las tensiones normal y tangencial que actúan sobre un plano paralelo al plano $x + y + z = 0$ que pasa por las proximidades (distancia infinitesimal) del punto considerado.

17. En un problema bidimensional, el punto elástico de la Figura 8.41 se encuentra sometido al estado tensional que se indica. Se pide:

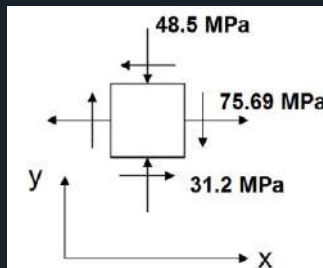


Figura 8.41. Distribución de presiones sobre un sólido.

a. Expresión del tensor de tensiones bidimensional referido a los ejes x, y .

b. Expresión del tensor de tensiones bidimensional referido a los ejes x', y' (el eje x' forma un ángulo de 35° , en sentido antihorario, con el eje x).

18. En una fábrica se producen tres artículos: sillas, libreros y mesas de noche, los cuales deben pasar por tres procesos: lijado, pintura y barnizado. Los tiempos requeridos para fabricar cada artículo se resumen en la Tabla 8.14.

Tabla 8.14 Datos ejercicio 18

	Lijado (min)	Pintura (min)	Barnizado (min)
Silla	10	6	12
Libreros	12	8	12
Mesa de noche	15	13	18

Fuente: elaboración propia.

Para el proceso de lijado se dispone de 16 horas/semana, para el de pintura de 12 horas/semana y para el barnizado 18 horas/semana, ¿cuántas unidades de cada artículo se fabrican por semana de tal manera que se ocupen todas las horas disponibles de los tres procesos?

19. Determine las tensiones principales al saber que el tensor de tensiones viene definido por:

$$\sigma = \begin{bmatrix} 17 & 50 & -40 \\ 50 & 40 & 35 \\ -40 & 35 & -22 \end{bmatrix} \text{ GPa}$$

Dado el tensor de deformaciones:

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0,003 & -0,001 & 0,002 \\ -0,001 & -0,002 & 0 \\ 0,002 & 0 & -0,002 \end{bmatrix}$$

Encuentre la deformación unitaria según la dirección:

$$m = (i + j + k) \frac{1}{\sqrt{3}}$$

La deformación se calcula así:

$$\varepsilon_m = m[\sigma]m'$$

Funciones de factorización y/o descomposición matricial

Existen varias formas de realizar la factorización y descomposición matricial, con distintos niveles de exigencia en el nivel de cálculo y de precisión en el resultado.

A fin de calcular el rango de la matriz es posible ejecutar las funciones que se presentan en la Tabla 8.15.

Tabla 8.15. Instrucciones para calcular el rango de una matriz

Instrucción	Descripción
<i>rref(A)</i>	El rango se calcula como el número de filas diferentes de cero.
<i>orth(A)</i>	El rango es el número de columnas del resultado (o n menos el número de columnas del resultado).
<i>null(A)</i>	El rango es el número de columnas del resultado (o n menos el número de columnas del resultado).
<i>pinv(A)</i>	Se utiliza la descomposición de valor singular, que es un método fiable pero más caro en tiempo de procesamiento y exigencia de la o los CPU. Esta función se basada en otra muy empleada como <i>rank(A)</i> .

Fuente: elaboración propia.

Práctica 7

Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} \text{sen}(x) & \log 10(x) & \log 2(x) \\ x^2 & 2x \cos(x) & \sqrt[3]{x-1} \\ x+2 & 3^x & \tan(3x) \end{pmatrix}$$

Donde $x = 60$, calcule el rango con las funciones indicadas en la Tabla 8.15. Compare los tiempos de ejecución con cada rango.

Normas de matrices

Existen diversas funciones para calcular la norma de una matriz, tal como se resume en la Tabla 8.16.

Tabla 8.16. Funciones para calcular la norma de una matriz

Instrucción	Descripción
<i>norm(A)</i>	Indica el máximo valor singular de A , $\max(\text{svd}(A))$.
<i>normest(A)</i>	Realiza una aproximación a la norma (A). Es útil para matrices grandes donde la función $\text{norm}(A)$ emplea demasiado tiempo para sus iteraciones.
<i>norm(A,2)</i>	Realiza lo mismo que $\text{norm}(A)$.
<i>norm(A,1)</i>	Es la máxima suma de valores absolutos de una columna de la matriz A , es decir: $\max(\text{sum}(\text{abs}((A))))$.
<i>norm(A,inf)</i>	Es la máxima suma de valores absolutos de la fila de la matriz, es decir: $\max(\text{sum}(\text{abs}((A'))))$.
<i>norm(x,p)</i>	Permite calcular la suma en valor absoluto del vector elevados a una potencia p , es decir, $\text{sum}(\text{abs}(x)^p)^{(1/p)}$.
<i>norm(x)</i>	Llamada norma euclídea, equivale al módulo o $\text{norm}(x,2)$.
<i>norm(x,inf)</i>	Calcula el máximo valor de la norma de un vector en valor absoluto, bien sea en fila o bien columna, $\max(\text{abs}(x))$.
<i>norm(x,1)</i>	Calcula la suma en valor absoluto de los elementos de un vector fila, $\text{sum}(\text{abs}(x))$.

Fuente: elaboración propia.

A fin de listar las funciones para matrices digite *help matfun*.

Práctica 8

Dada la matriz mágica de grado 4, calcule las normas indicadas en la Tabla 8.16, donde $p = 2$, y x es cualquier fila de la matriz.

- Calcule las normas con una matriz de Hilber grado 3 con $p = 3$.
- Calcule las normas con una matriz binomial con $n = 4$ y $p = 2$.
- Calcule las normas con una matriz de Cauchy con $x = 5$ y $p = 4$.

Rutinas de creación de matrices

En este apartado se citan varias funciones que permiten crear matrices de forma rápida y sencilla.

linspace(base,limit,n)

Devuelve un vector fila con n elementos equiespaciados entre $base$ y $limit$.

$A = \text{linspace}(1,36,8)$

$A =$

1 6 11 16 21 26 31 36

logspace(base,limit,n)

Devuelve un vector fila con n elementos espaciados exponencialmente entre 10^{base} y 10^{limit} .

$B = \text{logspace}(x+1, \exp(x), 5)$

$B =$

$1.0e+04 *$

0.0316 0.0990 0.3096 0.9689 3.0317

meshgrid(x,y)

Crea una malla equiespaciada en dos dimensiones a partir de los vectores x e y . Retorna dos matrices: una con la coordenada x y el otro con la coordenada y .

$x = [1 \ 2 \ \dots \ 6 \ 7 \ 8];$

```
y=[0 -8 6 2 4];
```

```
W=meshgrid(x,y)
```

```
W =
```

```
1 2 -6 7 8
```

```
1 2 -6 7 8
```

```
1 2 -6 7 8
```

```
1 2 -6 7 8
```

```
1 2 -6 7 8
```

Rand(x,n)

Recuerde que esta instrucción devuelve una matriz de las dimensiones solicitadas cuyos elementos son números aleatorios que oscilan entre 0 y 1.

Ejemplos

1. Genere una matriz aleatoria de 3 x 4.

```
C=rand(3,4)
```

```
C =
```

```
0.3922 0.7060 0.0462 0.6948
```

```
0.6555 0.0318 0.0971 0.3171
```

```
0.1712 0.2769 0.8235 0.9502
```


2. Genere un vector aleatorio de N bits de 1024; aplique la función gaussiana de ruido blanco y grafique los bits obtenidos.

```

N=1024;

Bits=rand(N,1)>0.5;

%Se convierte a símbolos

Tx=1-2*Bits;

% añadir ruido gaussiano blanco

P=0.4;

Nz=P*(randn(N,1)+i*randn(N,1));

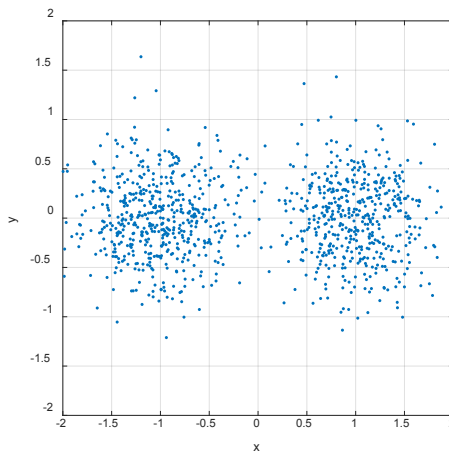
Rx=Tx+Nz;

% Se genera una constelación de bits

plot(Rx,'); axis([-2 2 -2 2]);

axis square,grid; xlabel('x'),ylabel('y')

```



Representación ejercicio 2

3. Cuando las matrices son demasiado grandes la resolución es costosa en términos computacionales, de modo que Matlab sor-
tea de manera ideal la resolución de sistemas de ecuaciones de
gran tamaño. Por ejemplo, tomemos un sistema de ecuaciones
con 1500 grados de libertad:

```
a=rand(1500);
```

```
b=rand(1500,1);
```

```
tic;a\b;toc
```

Elapsed time is 0.211754 seconds

Como se aprecia, se resuelve en menos de un segundo. En cuanto
a la precisión se tiene:

```
max((a*(a\b))-b)
```

Elapsed time is 0.153765 seconds.

```
ans =
```

```
1.1647e-11
```

4. De la matriz mágica de tamaño 6, calcule el promedio de las
filas múltiplos de tres.

```
>> a=1+fix(100*rand(6))
```

```
a =
```

```
82 28 96 80 68 71
```

```
91 55 49 96 76 4
```

```
13 96 81 66 75 28
```

```
92 97 15 4 40 5
```

```
64 16 43 85 66 10
10 98 92 94 18 83
>> mean(a(3:3:end,:))'
ans =
59.8333
65.8333
```

Matrices sparse

Una matriz es *sparse(A)* cuando el número de elementos no nulos es del orden de n , siendo esta el número de elementos de la matriz. Su uso consiste en ahorrar memoria desperdiciada al almacenar una matriz llena de ceros, así como para definir métodos que permitan desarrollar todas las operaciones disponibles en una matriz bajo el contexto de almacenamiento *sparse* y, por último, minimizar los errores de resolución en una determinada matriz.

Existen diversos métodos de almacenamiento de matrices *sparse*. Entre los más conocidos se encuentran:

- *Compressed Row Storage*
- *Compressed Column Storage*
- *Block Compressed Row Storage*
- *Compressed Diagonal Storage*
- *Jagged Diagonal Storage*
- *Skyline Storage*

Por ejemplo, sea la matriz $M = [0 \ 4 \ -9 \ 3; 0 \ 1 \ -5 \ 3; 3 \ 2 \ 0 \ 0]$.

$M =$

$0 \ 4 \ -9 \ 3$

$0 \ 1 \ -5 \ 3$

$3 \ 2 \ 0 \ 0$

$M_{sp} = \text{sparse}(M)$

$M_{sp} =$

$(3,1) \ 3$

$(1,2) \ 4$

$(2,2) \ 1$

$(3,2) \ 2$

$(1,3) \ -9$

$(2,3) \ -5$

$(1,4) \ 3$

$(2,4) \ 3$

El resultado muestra cómo la información ha sido almacenada en la matriz. Esta nueva matriz puede operar con matrices, sean estas *sparse* o convencionales; por ejemplo, opere el vector $v = [1 \ -2 \ 4 \ -3]$ con la matriz *sparce*.

$v = [1 \ -2 \ 4 \ -3]'$;

$M_{sp} * v$

```
ans =
-53
-31
-1
```

Determinantes

A fin de evaluar un sistema de ecuaciones por el método de los determinantes se debe seguir una serie de pasos para obtener los valores de las variables.

$$2x + 3y = 16$$

$$4x + y = -3$$

Sea $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$, luego el determinante se calcula mediante el comando $\det(A)$.

```
A=[2 3;4 1];
```

```
det(A)
```

```
ans =
```

```
-10
```

Para hallar los valores de x e y se procede, inicialmente, a definir los determinantes, así:

$$B = \begin{bmatrix} 16 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 16 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$$

```
B=[16 3;-3 1];
```

```
det(B)
```

ans =

25

$C=[2\ 16;4\ -3];$

$\det(C)$

ans =

-70

Luego se puede calcular los valores x e y .

$x = \det(B)/\det(A)$

$y = \det(C)/\det(A)$

$x =$

-2.5

$y =$

7

Práctica 9

1. Resuelva el sistema de ecuaciones por el método de determinantes.

$$6x + 10y = 20$$

$$18x + 20y = 38$$

$$2x + 5y = -8$$

$$6x - 8y = 23$$

$$x - 2y + z = 1$$

$$4x - 2y + 6z = 8$$

$$x + y - z = -1$$

$$2x + 8y + 2z = 4$$

$$x - 5y + 3z = 3$$

$$6x + 10y + 3z = 0$$

$$x + 3y - 3z = -5$$

$$-2x + 3y + 4z = -1$$

$$2x - 4y + 5z = 10$$

$$x - 2z + 2w = 1$$

$$-6x + 3y - 3z = 4$$

$$y + z - w = 0$$

$$3x + y - 2z - w = 3$$

2. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1,25 & 6,63 & 8,12 \\ 5,18 & -2,83 & 0,89 \\ 4,61 & -0,75 & -3,16 \end{pmatrix}$$

Calcule:

a. Determinante.

b. Inversa.

c. AA^{-1} .

3. Dada la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} \text{sen}(x) & \ln(x) & x - 10 \\ \log_{10}(x) & -\text{sen}(2x) & e^{-x} \\ \sqrt{x} & \tan(x) & \cos(x) \end{pmatrix}$$

Si $x = 12$, calcule el determinante de A y el producto AA^{-1} . Para esto cree una función en un *script* en la que se pida el valor de x por la ventana de trabajo, y el programa realice las operaciones solicitadas.

4. Dado el vector columna F y el jacobiano J :

$$F(a, b, c) = \begin{pmatrix} a + e^b + \cos(c) - 1,7458 \\ 4a + e^{2b} + \cos(2c) - 3,61025 \\ 9a + e^{3b} + \cos(3c) - 8,0578 \end{pmatrix}$$

$$J(a, b, c) = \begin{pmatrix} 1 & e^b & -\text{sen}(c) \\ 4 & 2e^{2b} & -2\text{sen}(2c) \\ 9 & 3e^{3b} & -2\text{sen}(3c) \end{pmatrix}$$

Donde $a = 0,4$, $b = -0,5$ y $c = 0,6$, determine el proceso iterativo $\Delta x = -\frac{F}{J}$ (emplee $\text{delta} = -J \setminus F$) y los factores:

$$a = a + \Delta(1)$$

$$b = b + \Delta(2)$$

$$c = c + \Delta(3)$$

5. Resuelva el determinante cuando x es igual a 30, 45 y 60 grados.

$$W = \begin{vmatrix} \cos x & \text{sen} x & 1 \\ -\text{sen} x & \cos x & 0 \\ -\cos x & -\text{sen} x & 0 \end{vmatrix}$$

6. Resuelva el determinante complejo.

$$W = \begin{vmatrix} 5 - 6i & 1 + 2i & -1 + 3i \\ 7 + i & -8 + 3i & 7i \\ -3 & 9i & 11 - 7i \end{vmatrix}$$

7. El wronskiano de las funciones $y_1(x) = e^{-5x}$, $y_2(x) = e^x$ y $y_3(x) = e^{2x}$ es:

$$W = \begin{vmatrix} e^{-5x} & e^x & e^{2x} \\ -5e^{-5x} & e^x & 2e^{2x} \\ 25e^{-5x} & e^x & 4e^{2x} \end{vmatrix}$$

Como se aprecia, la primera fila relaciona las funciones originales; la segunda fila muestra la primera derivada de las funciones originales; por su parte, la tercera fila la segunda derivada de las funciones originales. Calcule el determinante de W para los valores de x de 0, 1, -1, 2, -2, 3 y -3.

8. Dada la matriz de masas, halle el determinante cuando $m = 2,1$ y $L = 0,75$.

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & \frac{mL}{2} \\ 0 & \frac{mL}{2} & \frac{mL^2}{3} \end{bmatrix}$$

9. *Método de Gauss—Jordan.* Pruebe el *script* con diferentes tamaños de matriz.

```
fprintf('Mostrar la matriz aumentada\n\n');
f=input('Digite el número de filas la matriz: ');
c=input('Digite el número de columnas la matriz: ');
for k=1:c
    for j=1:f
```

```

fprintf('Fila : %x\n',j)
fprintf('Columna : %x',k)
r=input('Número de la fila y columna: ');
A(j,k)=r;
j=j+1;
end
k=k+1;
end
A
pause

for k=1:c-1
A(k,:)=A(k,+)/A(k,k);
for j=k+1:f
A(j,:)=A(j,)-A(k,)*A(j,k);
j=j+1;
A
pause
end

k=k+1;

```

```
A
pause
end
for k=f:-1:2
    for j=k-1:-1:1
        A(j,:)=A(j,:)-A(k,:)*A(j,k);
        j=j-1;
    A
    pause
end
k=k-1;
A
pause
end
fprintf('resultado\n');
```



9.

Gráficas de funciones en 2D



Tabla de contenido



Comandos de funciones en 2D

Para graficar una función, Matlab presenta varios comandos según los requerimientos de presentación. Es importante definir un intervalo representativo de la función, al igual que se requiere de un operador punto (.) para elevar a una potencia del vector x ; de no hacerlo, Matlab presentará un error de operación. Esta definición aplica cuando se trabaja con vectores y matrices.

Existen varias formas de graficar una función, lo cual va a depender de los requerimientos o los parámetros que se precisan para su representación. Con el propósito de graficar una función $f(x)$ en el intervalo $[a,b]$ Matlab dispone de varias herramientas, tales como:

- *Comando plot.* Dibuja el conjunto de puntos de coordenadas (x,y) , en la que se organizan en forma de vectores $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, y $y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$, y en la que se grafica el conjunto de puntos:

$$\{(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), (x_3, f(x_3)), \dots, (x_n, f(x_n))\}$$

La instrucción a emplear es $plot(x, f(x))$, o si se prefiere $plot(x, y)$.

Con la instrucción $plot(x, y, 'S')$ hace lo mismo que $plot(x, y)$, solo que se adiciona la condición especificada S , la cual permite modificar la forma en la que se muestra la gráfica.

Con la instrucción $plot(x_1, y_1, 'S_1', x_2, y_2, 'S_2', \dots, x_n, y_n, 'S_n')$, realiza lo mismo que la instrucción anterior, con el atenuante de que permite en una misma gráfica mostrar más de una función, personalizar el color y la forma de presentación (véanse las tablas de colores y de trazos, 9.3 y 9.5).



- *Comando linspace.* Para este caso se genera un vector en el que se emplean varias instrucciones $X=(a=x_1, x_2, x_3, \dots, x_n = b)$, todas ellas relacionadas:

$$y=linspace(a,b,n)$$

$$y=linspace(a,b)$$

$$x=a:h:b;$$

- *h.* Indica las particiones que se deben realizar en el intervalo; si no se coloca nada, por defecto Matlab asume el valor de 1.
- *Gráficos en forma simbólica.* Se indica que la variable es simbólica mediante el comando *syms*, en la que se define la función $f(x)$; para graficar se emplea el comando *ezplot*.

El comando completo es:

syms x,

ezplot(f(x), [a,b])

A fin de colocar textos en un gráfico se emplean las instrucciones que se describen en la Tabla 9.1.

Tabla 9.1 Instrucciones de texto

Instrucción	Descripción
<i>title ('texto')</i>	Permite colocar un título o rótulo en una gráfica que aparecerá en la parte superior.
<i>xlabel ('texto')</i>	Permite ubicar información sobre el eje x en la gráfica.
<i>ylabel ('texto')</i>	Permite ubicar información sobre el eje y en la gráfica.

<code>text(x,y,'texto')</code>	Se digita el texto que aparecerá en la gráfica en las coordenadas (x,y) definidas.
<code>gtext('texto')</code>	Permite ubicar la información en un punto seleccionado con el <i>mouse</i> en un gráfico.

Fuente: elaboración propia.

Con la finalidad de observar las funciones relacionadas con los objetos gráficos de Matlab en 2D digite la siguiente instrucción:

```
>>help graph2d
```

En el caso de funciones en tres dimensiones digite la instrucción:

```
>> help graph3d
```

Para explorar funciones relacionadas con gráficos especiales:

```
>> help specgraph
```

A fin de obtener información de comandos de bajo nivel:

```
>> help graphics
```

Instrucción *plot*

Cuando se tiene una tabla de valores con los pares ordenados (x,y) que representan, respectivamente, la variable independiente y dependiente, se pueden ingresar en Matlab mediante un arreglo representado por corchetes, como se muestra en el siguiente ejercicio resuelto.

Ejercicios resueltos

1. En la Tabla 9.2 se registran los siguientes datos.



Tabla 9.2 Datos ejercicio 1

x	2	4	6	8	10	12	14
y	4	7	9	12	18	21	27

Fuente: elaboración propia.

Para graficar se emplea el comando $plot(x,y)$, donde x indica el intervalo o variable independiente, y y la variable dependiente.

$x=[2,4,6,8,10,12,14];$

$y=[4,7,9,12,18,21,27];$

$plot(x,y)$

También pueden omitir las comas y obtener el mismo resultado; pruebe adicionando $plot(x,y,'v')$, $grid on$.

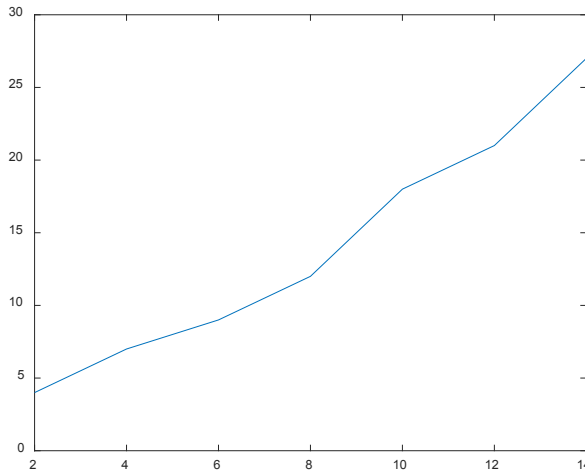


Figura 9.1. Gráfica de los datos de la tabla 9.2

Como se aprecia en la Figura 9.1, la gráfica es continua, ya que el programa une con segmentos de rectas los pares ordenados.

Nota 14. Si desea ver las coordenadas en la gráfica de la Figura 9.1, en el recuadro de la figura se ubica el ícono *data cursor* (véase el ejemplo 2), luego, con la ayuda del *mouse* posiciona el cursor en el punto coordinado deseado, hace clic y mostrará el valor de x e y .

2. Sean los vectores $x = [1\ 2\ 5\ 6\ 8]$ e $y = [4\ 5\ 8\ 9\ 10]$, grafique y adicione grilla.

```
x=[1 2 5 6 8];
```

```
y=[4 5 8 9 10];
```

```
plot(x,y), grid
```

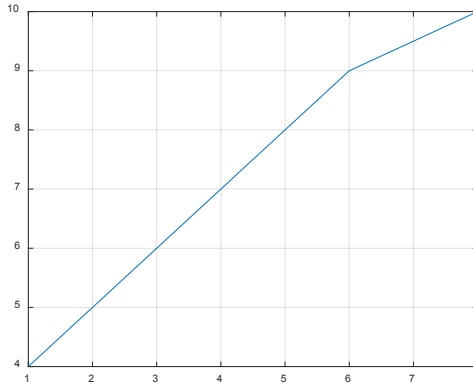


Figura 9.2. Gráfica de los vectores x e y .

Existen herramientas en la ventana gráfica que permiten explorar características puntuales de la curva de una función, al igual que personalizarla; explore estos recursos con este ejemplo.

En cuanto a su personalización de color en la figura, seleccione el ícono de *Brush/Selec Data*, el cual despliega la paleta de colores.

Para personalizar el color externo se puede agregar la siguiente instrucción:

```
>>set(gcf,'Color','c')
```

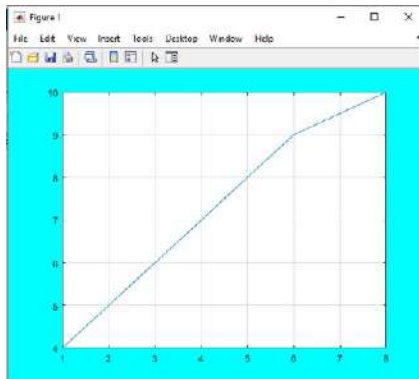


Figura 9.3. Herramientas en la ventana gráfica que permiten explorar características puntuales de la curva de una función.

Otra forma adicional de personalización es seguir la ruta *Edit*—*Figure Properties*....

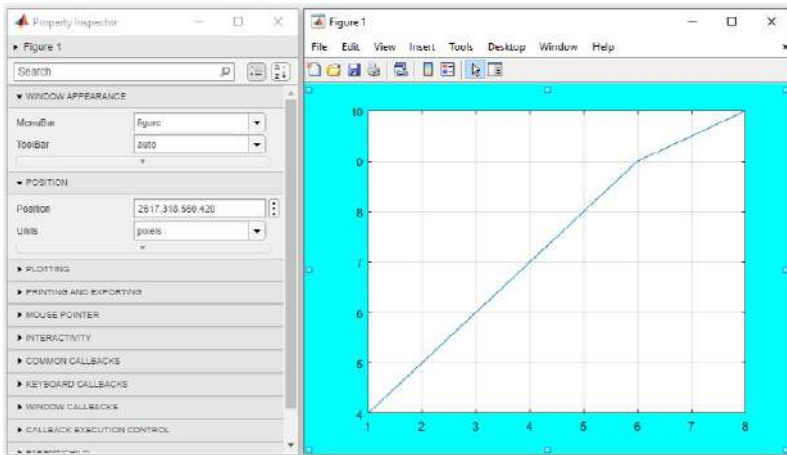


Figura 9.4. Personalización de una gráfica mediante el uso de la herramienta Property Inspector.

Asimismo, otra forma de graficar una función es definir un intervalo, tal como se muestra en el siguiente ejemplo.

3. Sea $f(x)=x^2 - 3$, grafique $f(x)$ para el intervalo $[-10,10]$ con particiones de 0,1.

$x=-10:0.1:10$;

$y=x.^2-3$;

`plot(x,y), xlabel('x'),ylabel('y')`

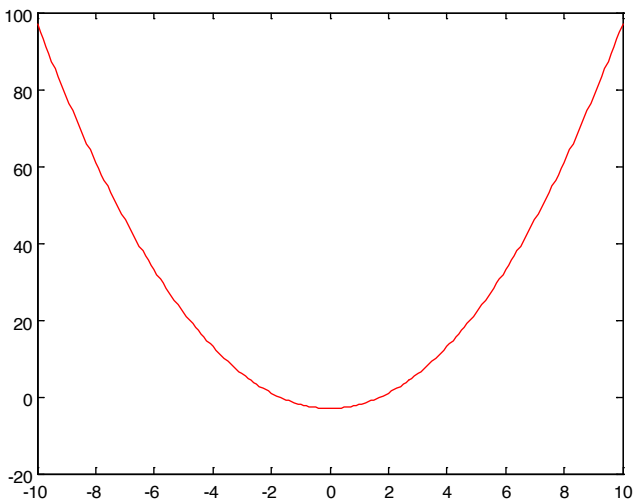


Figura 9.5. Gráfica de una función parabólica.

La función $f(x)$ se define en un intervalo $[a,b]$, con incrementos que los define el usuario. La estructura general es:

$X = \text{inicio intervalo} : \text{incremento} : \text{final intervalo}$

Nota 15. Se puede usar la función *get* con el fin de preguntar a Matlab las propiedades de la gráfica. La función regresa una lista de las propiedades que representan la curva que se dibujó en el eje, las cuales fueron colocadas en la ventana de la figura.

```
>> get(h)
```

```
DisplayName: ''
```

```
Annotation: [1x1 hg.Annotation]
```

```
Color: [0 0 1]
```

```
LineStyle: '-'
```

```
LineWidth: 0.5000
```

```
Marker: 'none'
```

```
MarkerSize: 6
```

```
MarkerEdgeColor: 'auto'
```

```
MarkerFaceColor: 'none'
```

```
XData: [1x201 double]
```

```
YData: [1x201 double]
```

```
ZData: [1x0 double]
```

```
BeingDeleted: 'off'
```

```
ButtonDownFcn: []
```

```
Children: [0x1 double]
```

Clipping: 'on'

CreateFcn: []

DeleteFcn: []

BusyAction: 'queue'

HandleVisibility: 'on'

HitTest: 'on'

Interruptible: 'on'

Selected: 'off'

SelectionHighlight: 'on'

Tag: ''

Type: 'line'

UIContextMenu: []

UserData: []

Visible: 'on'

Parent: 173.0402

XDataMode: 'manual'

XDataSource: ''

YDataSource: ''

ZDataSource: ''

Es importante anotar que la línea *Color: [0 0 1]* indica las intensidades de los colores primarios en la gráfica: rojo, verde y azul.

Entonces, el arreglo $[0\ 0\ 1]$ nos dice que no hay rojo ni verde, pero sí azul.

Nota 16. Manipulación de gráficos. Para ello se emplea la instrucción *set*, que permite cambiar las propiedades del objeto. *set* relaciona la variable del ploteo y luego las cadenas alternadas que especifican el nombre de la propiedad, seguidas por el nuevo valor.

Por ejemplo:

```
set(h,'color','red')
```

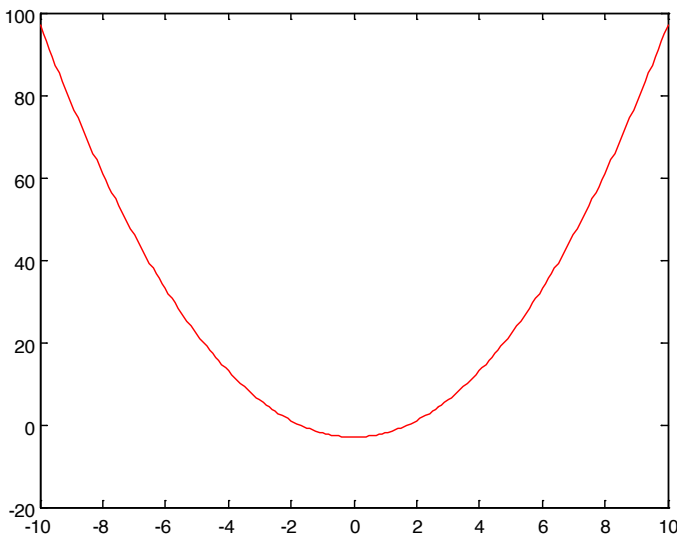


Figura 9.6. Personalización del color en una curva.

Lo que se observa es que esta instrucción le indica a Matlab que vaya a la gráfica llamada *h* y le cambie de color, tal como se observa en la Figura 9.6.

Si se desea cambiar alguna de las propiedades de la figura, se puede hacer bien sea con el nombre del *handle* (*h*) o bien con la función *gcf*. Así, por ejemplo, para cambiar el nombre de la figura, se usa la instrucción:

set(n_handle,'name','My Graph') o

set(gcf,'name','My Graph')

Otra forma más rápida es dirigirse de forma directa a la pestaña View en la ventana de la figura y seleccionar la propiedad más conveniente.

View —————> Property Editor

4. Sea $f(x)=e^{2x}$, evaluada en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$ con particiones de 0,1:

$x=0:0.1:2*\pi;$

$f=\exp(2*x);$

$\text{plot}(x,f,'*'), \text{title}(\text{'Función exponencial'})$

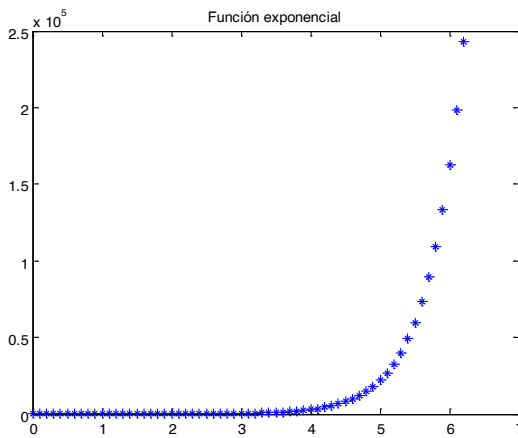


Figura 9.7. Personalización de una curva mediante la ayuda View.

Nota 7. En el propósito de crear una trama simple de línea en la que aparezca la gráfica se emplea la instrucción *line*. Esta instrucción es útil cuando se busca suprimir de-líneas cartesianos que no se requieren.

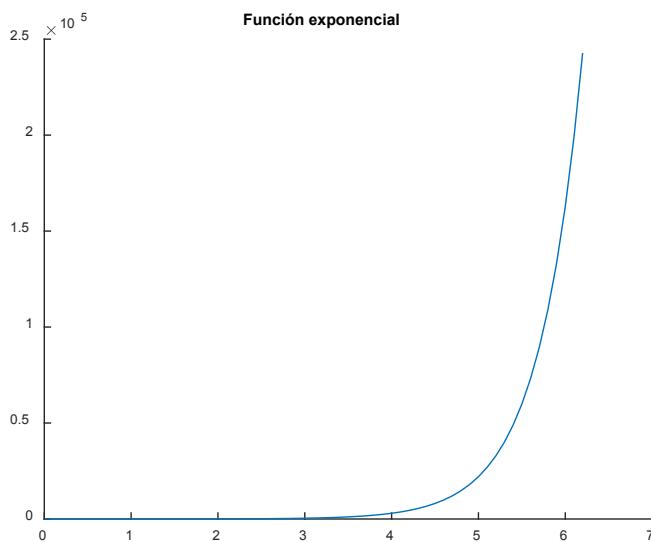
5. Retomando el ejercicio, al emplear la instrucción *line* se tiene:

```
x=0:0.1:2*pi;
```

```
f=exp(2*x);
```

```
line(x,f)
```

```
title('Función exponencial')
```



Representación ejercicio 5 I

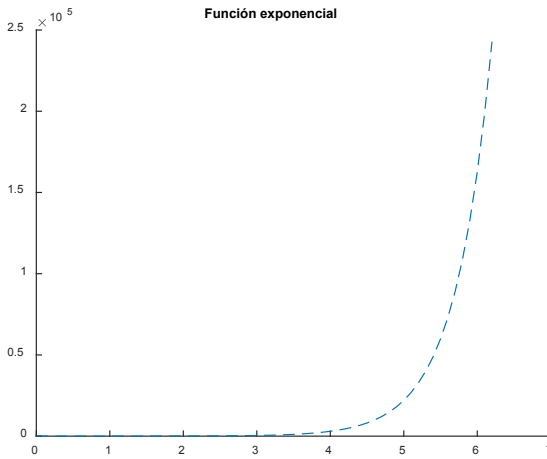
Se puede personalizar la curva de la función, a diferencia de *plot*, de la siguiente manera:




```

x=0:0.1:2*pi;
f=exp(2*x);
hl=line(x,f)
title('Función exponencial')
set(hl,'linestyle','--')

```



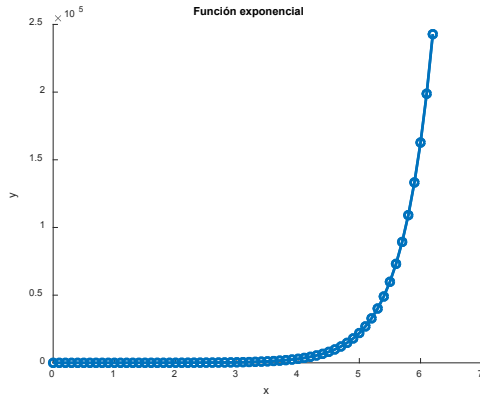
Representación ejercicio 5 II

A fin de cambiar el grosor de la línea y etiquetar ejes; en este último caso es equivalente al usar con *plot*:

```

x=0:0.1:2*pi;
f=exp(2*x);
hl=line(x,f)
title('Función exponencial')
xlabel('x'),ylabel('y')
set(hl,'linewidth',2,'marker','o')

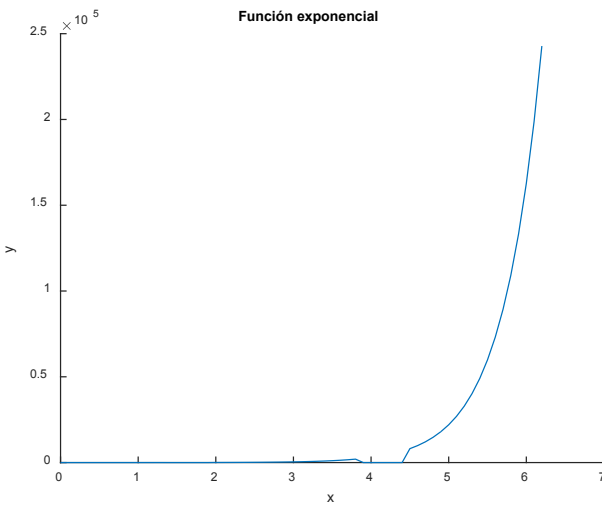
```



Representación ejercicio 5 III

Con el fin de cambiar los valores de algunas coordenadas y puntos de los datos dados:

```
yvec=get(hl,'ydata');  
yvec(35:40)=0;  
yvec(50:65)=0;  
set(hl,'ydata',yvec)
```



Representación ejercicio 5 IV

6. Sea $f(x) = 5x^3 - 3x - 8$ evaluada en el intervalo $-10 \leq x \leq 10$, con particiones de 0,01. Etiquete la gráfica, adicione grilla y personalice el grosor de la curva de $f(x)$ con un valor de 3.

```
x=-10:0.01:10;
```

```
y=5*x.^3-3*x-8;
```

```
plot(x,y,'linewidth',3), title('Función cúbica')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'), grid
```

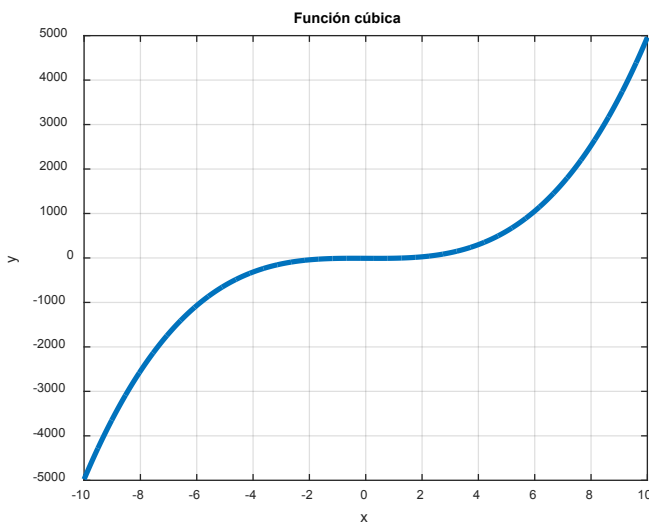


Figura 9.8. Personalización de la curva de una función.

Control de ejes coordenados

Definir los ejes en una gráfica es importante cuando se desea resaltar detalles de esta, o simplemente suprimirlos a fin de observar mejor la curva de la función. La instrucción estándar es *axis*, la cual ajusta la escala de los ejes x e y según el intervalo definido.

Las expresiones de la instrucción *axis* son las siguientes:

- *axis*. Muestra como salida un vector que define los valores:
 $axis([xmin, xmax, ymin, ymax])$
- *axis(axis)*. Mantiene los ejes de la gráfica en sus valores actuales, de manera que se espera la adición de otras gráficas por medio del comando *hold on*.
- *axis('ij')*. Emplea el concepto de *ejes de pantalla*, en la que se especifica el origen de la gráfica en la esquina superior izquierda y el eje *j* describe la dirección vertical descendente.
- *axis('xy')*. Emplea los ejes cartesianos estándar, en los que el origen queda definido en la esquina inferior izquierda, y el eje *y* vertical ascendente.
- *axis('equal')*. Permite crear un escalado equivalente en ambos ejes.
- *axis('square')*. Muestra la ventana de la gráfica de forma cuadrada.
- *axis('image')*. Redimensiona la ventana, de tal manera que se tiene las proporciones de la imagen manteniendo el escalado de los ejes.
- *axis('normal')*. Elimina las restricciones establecidas por las instrucciones *'equal'* y *'square'*.
- *axis('off')*. Elimina etiquetas, números y ejes.
- *axis('on')*. Restablece etiquetas, números y ejes.

Ejemplo

1. Sean las funciones $x = \text{sen}(th)$ y $y = \text{sen}\left(2th + \frac{\pi}{4}\right)$, evaluadas en el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de 0,01. Grafique con y sin grilla, sin caja y sin ejes.

```
th=0:0.01:2*pi;
```

```
x=sin(th);
```

```
y=sin(2*th+pi/4);
```

```
plot(x,y,'k—')
```

```
grid on
```

```
%%
```

```
box off, axis off
```

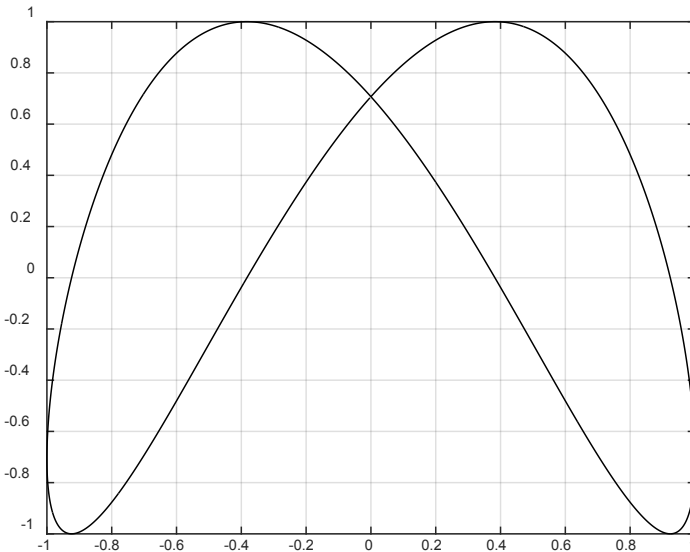


Figura 9.9. Función con grilla.

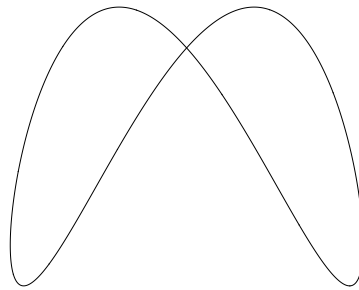


Figura 9.10. Función sin grilla.

2. Dada la función $y = x \sin(2x) \cos(x)$ grafique en el intervalo $[-\pi, 4\pi]$, con particiones de 0,1. Emplee las diversas variantes de *axis*:

```
x=-pi:0.1:4*pi;
y=x.*sin(2*x).*cos(x);
plot(x,y,'k'), title('y=x.*sin(2*x).*cos(x)')
xlabel('x'),ylabel('y')
ans =
    -4    14   -10     8
```

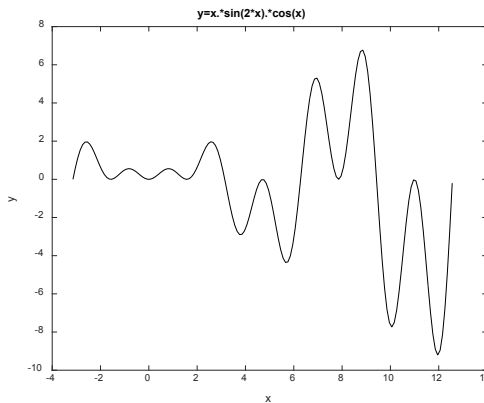


Figura 9.11. *axis*.

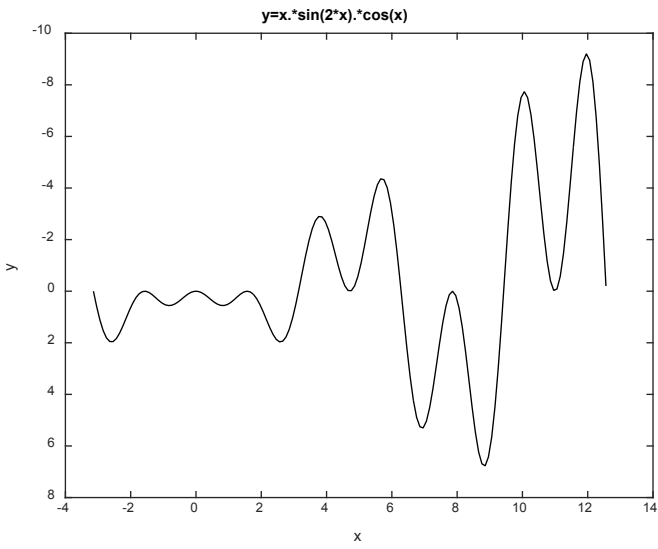


Figura 9.12. *axis('ij')*.

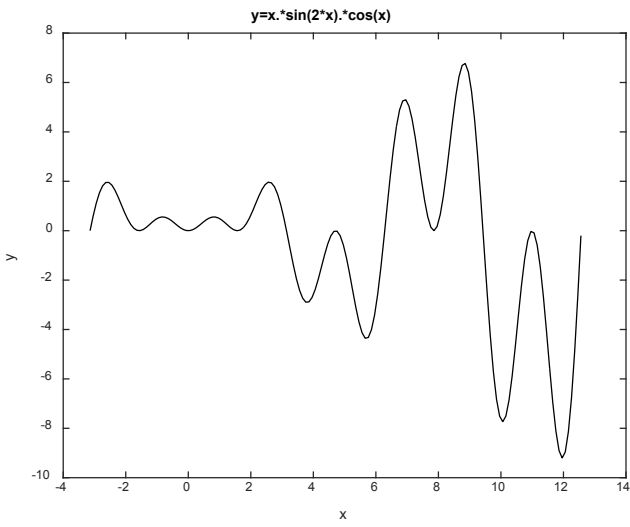


Figura 9.13. *axis('xy')*

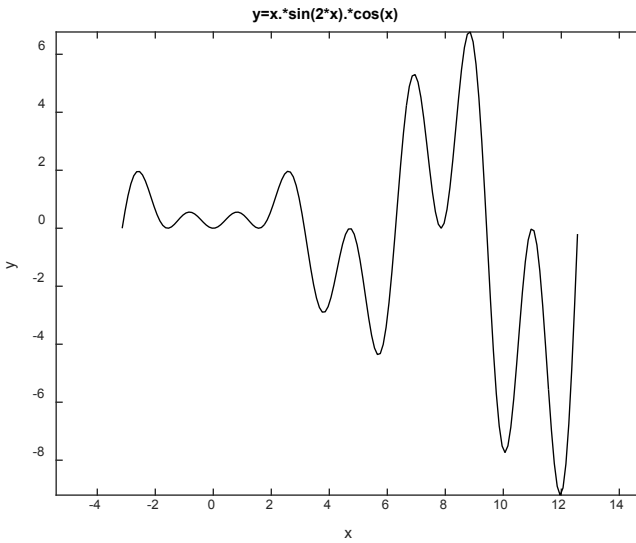


Figura 9.14. *axis('equal')*

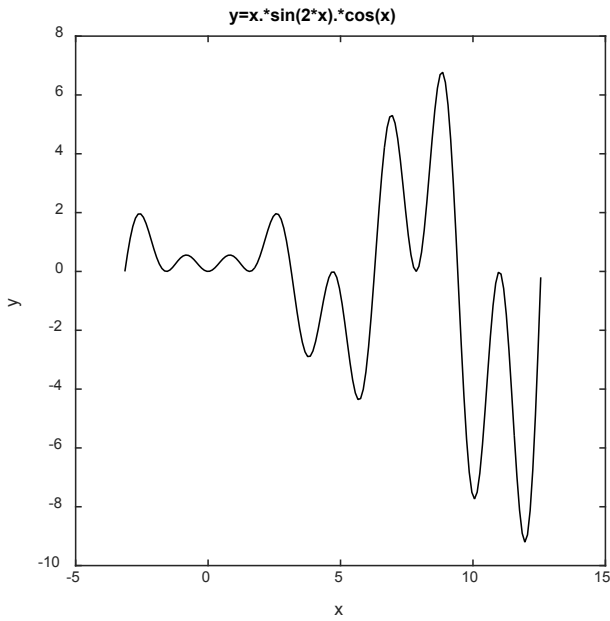


Figura 9.15. *axis('square')*

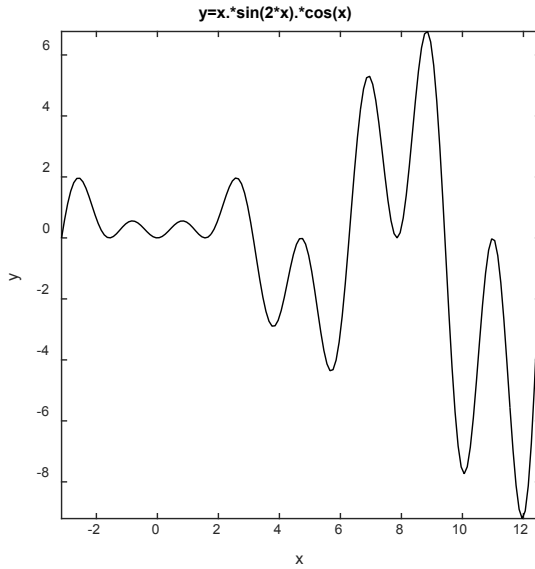


Figura 9.16. `axis('image')`

`axis('off')`

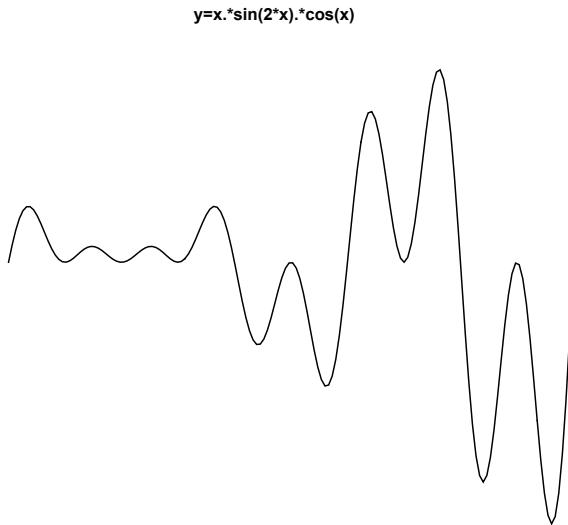


Figura 9.17. `axis('off')`

Se quiere graficar un conjunto de parejas ordenadas, $(1,3)$, $(4,7)$, $(3,-2)$, $(-5,-6)$, $(-9,5)$, $(0,-4)$, con asteriscos de color negro, pero sin dibujar la línea que los une. Etiquete ejes y ajuste la gráfica.

Se procede a organizar en un arreglo las componentes x , y en otro arreglo las componentes en y .

```
x=[1 4 3 -5 -9 0]; y=[3 7 -2 -6 5 -4];
```

```
plot(x,y,'k*')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
title('Plano de Números Reales')
```

```
axis([-11 4 -7 8]) % para ajustar la gráfica
```

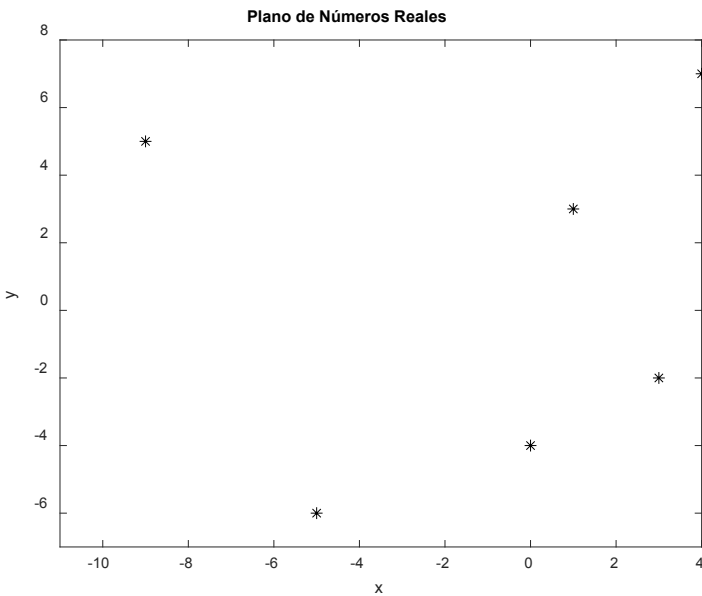


Figura 9.18. Gráfica de arreglos en un plano de números reales.

Práctica 1

Dada la función $f(x)$, aplique cada variante de axis.

$f(x) = \sqrt{x}\text{sen}(x)$ evaluada en el intervalo $[0,6\pi]$ con particiones de 0,1

Gráficas en una misma ventana

Dado que cada gráfico se realiza por defecto en una ventana diferente, en ocasiones interesa superponer varias gráficas en una misma ventana. Para esto se hace uso de las órdenes:

- *hold on*. Esta instrucción mantiene activa la ventana gráfica actual.
- *hold off*. Cada gráfico se realiza en una ventana diferente. Es una opción por defecto en la que se restablece el estado de bloqueo.
- *hold*. Intercambia las instrucciones *hold on* y *hold off*.

Ejemplos

1. Sean las funciones $y_1 = \sin(x)$ y $y_2 = \cos(x)$ grafique en la misma ventana las dos funciones en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$, con particiones de $\pi/10$.

```
x = -2*pi:pi/10:2*pi;
```

```
y1 = sin(x); y2 = cos(x);
```

```
plot(x,y1); hold on
```

```
plot(x,y2); hold off
```

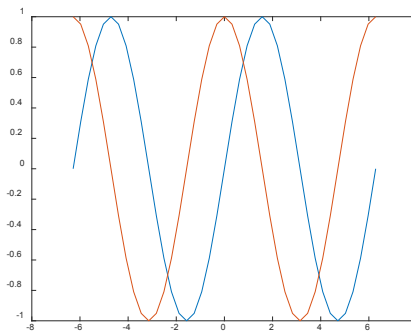


Figura 9.19. Gráfica de las funciones y_1 y y_2 .

2. Otra forma de graficar la función anterior es unir las instrucciones del ploteo en una sola:

```
x = -2*pi:pi/10:2*pi;
```

```
y1 = sin(x);y2 = cos(x);
```

```
plot(x,y1,x,y2); hold off
```

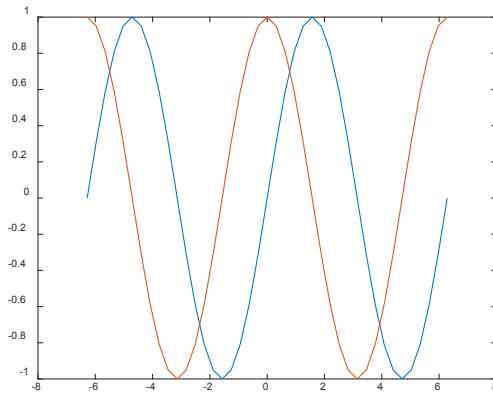


Figura 9.20. Gráfica de las funciones y_1 y y_2 .

Nota 8. A fin de guardar y recuperar datos en Matlab se usan los comandos *save* y *load*.

En el caso del comando *save*, guarda todas las variables en el Workspace en un fichero llamado *misdatos.mat*.

Ejemplo:

```
>> x=1:10;
```

```
>> y=x.^3+1;
```

```
>> save xy
```

Se crea un fichero *xy.mat* que se guarda en el Current Directory. Nótese que la extensión *es.MAT*. también puede guardar solo algunas variables:

```
>> save y_datos y
```

```
>> save xy_datos x y
```

Así, los valores o datos se guardan en formato binario, de modo que solo pueden leerse por Matlab.

Para el caso en el que se requiere trabajar los datos en otras aplicaciones, lo ideal es transformarlos en formato ASCII (American Standard Code for Information Interchange), por lo que se guardan con la extensión *.dat*:

```
>> save xy.dat x y -ascii
```

A fin de recuperar las variables guardadas se emplea el comando *load*:

```
>> load xy.mat
```

```
>> x
```

```
x =
```

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

```
>> y
```

```
y =
```

```
1 4 9 16 25 36 49 64 81 100
```

Práctica 2

Corra el código anterior, luego modifique los intervalos y las funciones aumentando o disminuyendo sus ángulos. Cambie de color la figura y etiquete la gráfica.

Color en una gráfica

Si desea cambiar el color de la gráfica que por defecto es azul, solo debe adicionar en el comando *plot* la primera letra del color en inglés entre comillas sencillas (véase la Tabla 9.3), el comando queda entonces *plot(x,y,'r')*, lo cual indica que la gráfica salga en color rojo (*red*) para este caso.

Tabla 9.3 Símbolos de color para personalizar la curva de una función

Color	Símbolo
Amarillo (Yellow)	y
Azul (Blue)	b
Rojo (Red)	r
Magenta (Magenta)	m
Verde (Green)	g
Turquesa (Turquoise)	c
Blanco (Write)	w
Negro (Black)	k

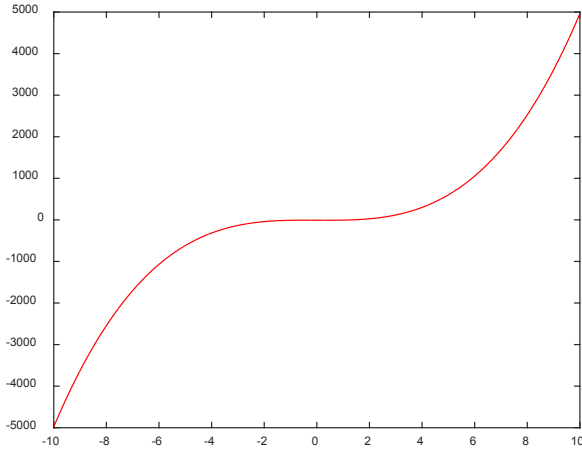
Fuente: elaboración propia.

Retomando la función $y=5x^3 - 3x - 8$, al cambiar el color queda:

$x=-10:0.01:10;$

$y=5*x.^3-3*x-8;$

plot(x,y,'r')



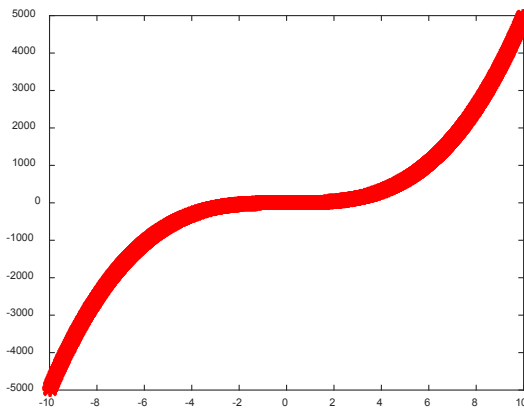
Representación ejercicio

Si desea resaltar más la gráfica cambiando la línea continua por discontinua con asteriscos y gruesa, se procede de la siguiente manera:

$$x = -10:0.01:10;$$

$$y = 5 * x.^3 - 3 * x - 8;$$

$$\text{plot}(x,y,'—r*',\text{linewidth},2,\text{markersize},8)$$



Representación ejercicio

Con el fin de verificar el cambio, realice *zoom* reiteradas veces sobre la curva de la función.

Creación de gráficos de forma interactiva

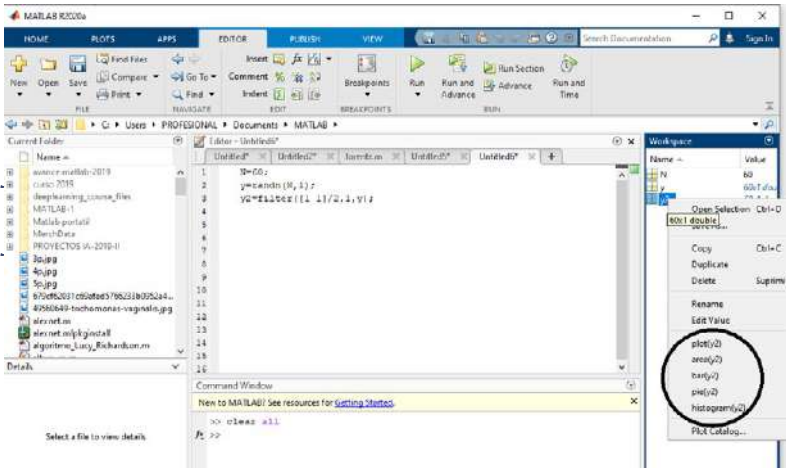
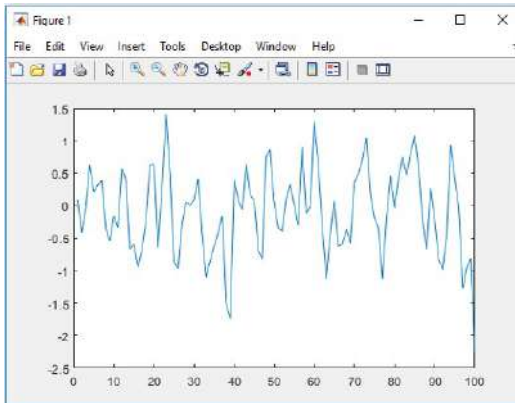


Figura 9.21. Opciones para graficar una función empleando la ayuda directa de Matlab.

Una vez escogida la instrucción, en este caso *plot(y2)*, esta aparece en la Command Window, al igual que la gráfica, tal como se observa en la figura.



Representación ejercicio

Se puede modificar el tipo de gráfico desplegando la Cinta de Herramientas en la pestaña Plots, escogiendo la gráfica y luego al hacer clic sobre ella; en este caso se seleccionó Área.

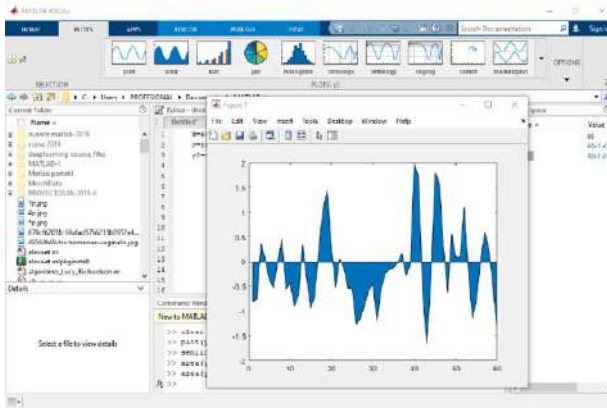


Figura 9.22. Representación gráfica del área de una función.

Copiar una gráfica

Cuando se quiere exportar la imagen hecha en Matlab a un procesador de palabras como Word, se emplea la orden Copy Figure. En este caso la imagen se exporta con el fondo en blanco, que es lo más recomendable.

El procedimiento se diagrama en la Figura 9.23.

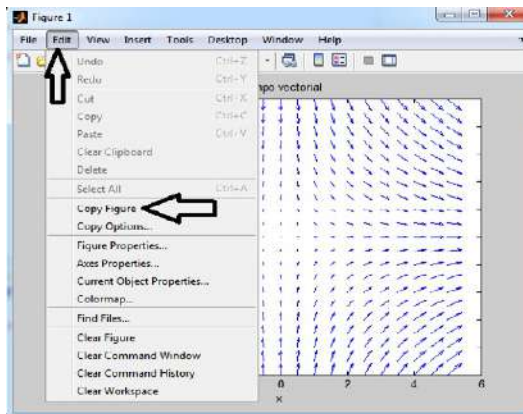
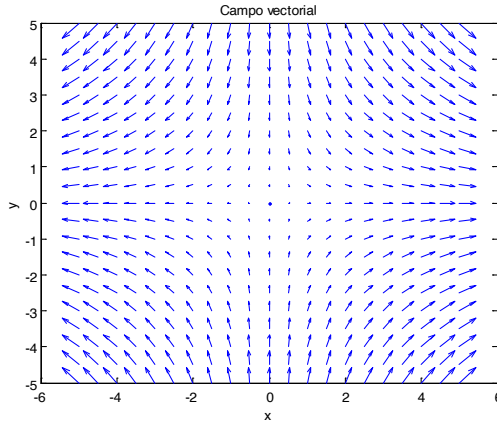


Figura 9.23. Para copiar una figura directamente desde Matlab.

Luego se dirige al procesador de texto y pega (Ctrl + v), de modo que queda de la siguiente forma:



Representación ejercicio

Si desea exportar la imagen con el color de fondo por defecto o personalizado debe configurar en el ícono Editar esta opción. Para esto, seleccione Copy Options y se despliega un cuadro tal como se muestra en la Figura 9.24. Luego se realizan los cambios tal como se señala en esta figura.

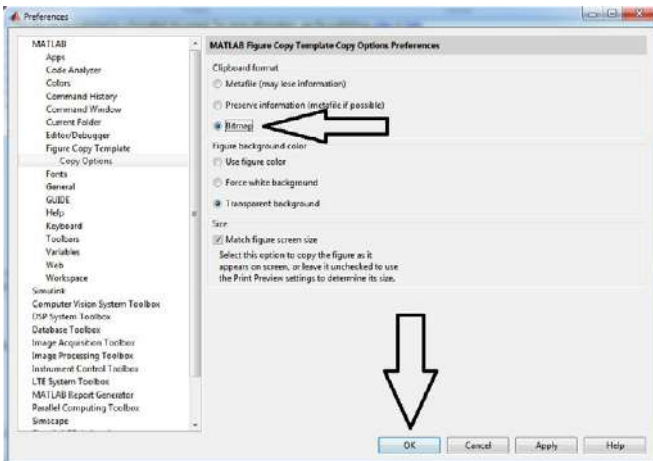
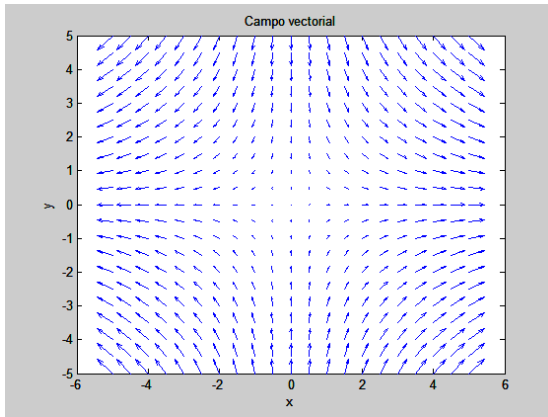


Figura 9.24. Ventana Preferences para realizar cambios personalizados en una gráfica.

Una vez hecho esto, la imagen se copia con la opción Copy Figure y se pega en el procesador de texto, de modo que queda de la siguiente forma:



Representación ejercicio

Cambio de presentación de una gráfica

Si desea cambiar la presentación de la curva de una función se puede hacer mediante líneas o marcas (véase la Tabla 9.4), por lo que el comando `plot` toma la forma `plot(x, y, 'líneas o marcas')`. Los especificadores de marcador se resumen en la Tabla 9.4.

Tabla 9.4 Líneas o marcas para personalizar la gráfica de una función

Marca	Símbolo	
Punto	.	Point
Círculo	o	Circle
Asterisco	*	Star
Más	+	Plus
Equis	x	x-mark
Cuadrado	s	Square

Rombo	d	Diamond
Triángulo hacia abajo	v	Triangle (down)
Triángulo hacia arriba	^	Triangle (up)
Triángulo a izquierda	<	Triangle (left)
Triángulo a derecha	>	Triangle (right)
Estrella de cinco puntas	p	Pentagram
Estrella de seis puntas	h	Hexagram

Tabla 9.5 Símbolos para personalizar la gráfica de una función

Línea	Símbolo	
Continua	—	Solid
A trazos	--	Dashed
Raya y punto	-.	Dashdot
Punteada	:	Dotted

Fuente: elaboración propia.

Se puede combinar las marcas con el color en una gráfica mediante la instrucción $\text{plot}(x,y,'marca\ y\ color')$. Así, por ejemplo:

- $\text{plot}(x,y, '---b')$. Dibuja una línea discontinua en azul.
- $\text{plot}(x,y, 's')$. Dibuja solo los puntos como cuadrados.
- $\text{plot}(x,y, '+r')$. Dibuja solo los puntos como cruces en rojo.
- $\text{plot}(x,y, 'g')$. Dibuja una línea continua en verde.

Grafique la función $y = 5x^3 - 3x - 8$ con línea discontinua y en rojo en el intervalo $[-10,10]$ con particiones de 0,01.

$x=-10:0.01:10; y=5*x.^3-3*x-8; \text{plot}(x,y,'---r')$

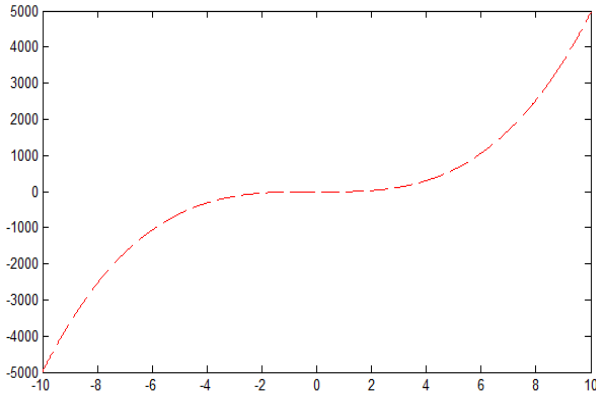


Figura 9.25. Gráfica de la función $y= 5x^3 - 3x - 8$.

Rejillas o grilla

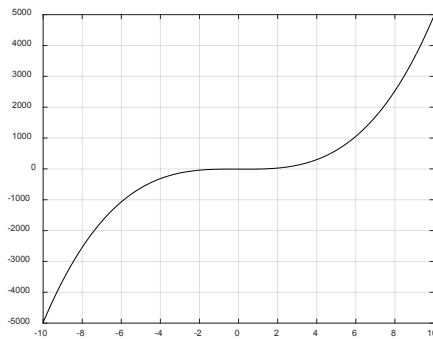
En el nivel de las matemáticas es importante establecer en la gráfica un patrón de cuadrículas o rejillas. Esto con el propósito de resaltar o diferenciar aspectos propios de la función, tales como máximos y mínimos, concavidades, continuidades, etc. El comando a emplear es *grid on*.

`x=-10:0.01:10;`

`y=5*x.^3-3*x-8;`

`plot(x,y,'k')`

`grid on`



Representación ejercicio



Captura de coordenadas

A fin de capturar los valores de las coordenadas x, y de una gráfica, se emplea la función *ginput* (*graphics input*). Cuando se ejecuta aparece un cursor sobre la gráfica actual.

Con el *mouse* se van capturando puntos y, cuando se tienen los suficientes, se pulsa *Enter* a fin de volver a la ventana de comandos y observar las coordenadas capturadas.

```
x=-2*pi:0.01:2*pi;
```

```
x=cos(x);
```

```
y=-log(2*x.^2);
```

```
plot(x,y,'k-')
```

```
grid on, ginput
```

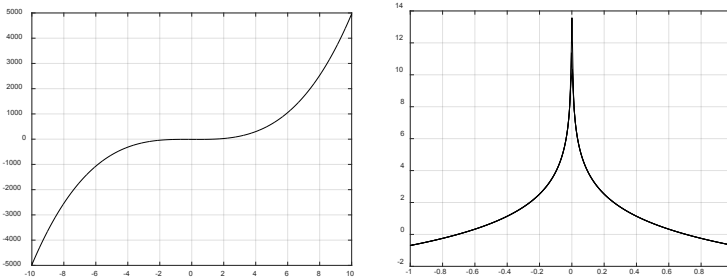


Figura 9.26. Ejemplo de captura de coordenadas.

```
ans =
```

```
-0.9700 -0.5773
```

```
-0.7811 -0.2041
```

```
-0.5369 0.4956
```

```
-0.2696 1.9417
```


-0.0115 8.0525

0.0069 12.6239

-0.0023 13.6501

0.0346 6.3732

0.0760 4.1808

0.3065 1.7085

0.3065 1.7085

0.5138 0.7755

Ejercicios resueltos

Grafique las funciones dadas usando la instrucción *plot*.

1. Sean las funciones $y_1 = x + 4$ y $y_2 = x^2 - 4$ evaluadas con particiones de 0,1, en el intervalo $[-4,4]$, plotee y adicione la grilla con las correspondientes etiquetas de sus ejes, de modo que el título sea “*Intersección de funciones*”.

Como segundo ejercicio, cambie el formato de presentación de las curvas, en la que aparezcan valores discretos.

$x = -4:0.1:4;$

$y1 = x + 4;$

$y2 = x.^2 - 4;$

$plot(x,y1,'b',x,y2,'r')$

$grid on$

$title('Intersección de funciones')$

`xlabel('x'), ylabel('y')`

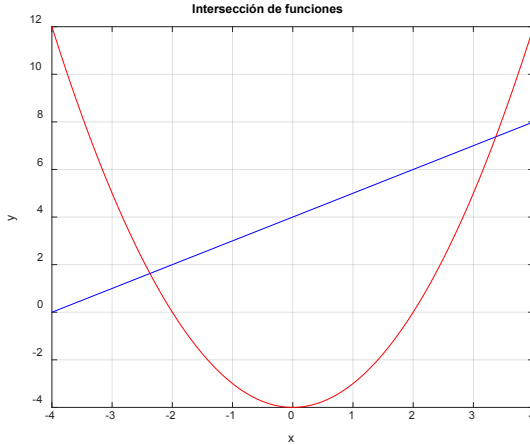


Figura 9.27. Intersección de dos funciones, lineal y cuadrática.

La figura en la que las curvas de las funciones aparecen como incrementos discretos es:

`plot(x,y1,'bo', x,y2,'ro')`

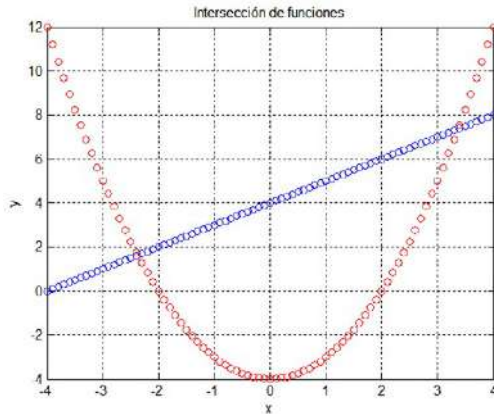


Figura 9.28. Intersección de funciones.

Otro comando que se recomienda emplear cuando se grafica más de una función, y que acompaña a `grid on`, es `hold on`, que mantiene el gráfico previo, tal como se explica más adelante.

También es posible adicionar otros comandos que permiten rotular o etiquetar los ejes coordenados de la gráfica, usando para ello `xlabel('x')`, `ylabel('y')` y `zlabel('z')`, descritos anteriormente. Es importante anotar que no es necesario el uso de los paréntesis, pero a nivel de orden en el código de programación se sugiere emplearlos.

2. Dada la función $y=5x^3-3x-8$, grafique en el intervalo $[-10,10]$ con particiones de 0,01; personalice la gráfica.

```
x=-10:0.01:10;
```

```
y=5*x.^3-3*x-8;
```

```
plot(x,y,'--r')
```

```
grid on, hold on
```

```
xlabel 'x';ylabel 'y';
```

```
title 'función cúbica'
```

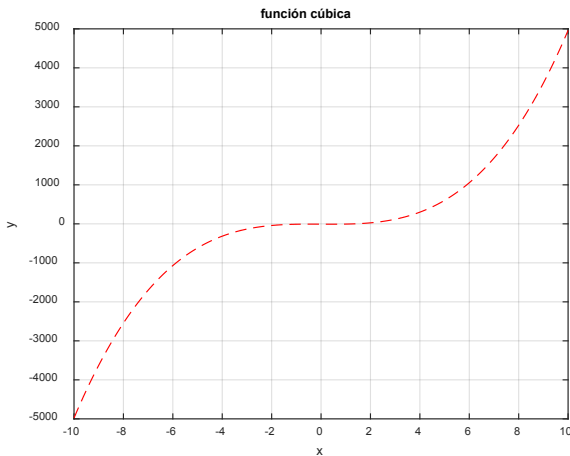


Figura 9.29. Función cúbica.

Nota 9. Para ubicar varias funciones en una misma figura, el comando *hold on* es bastante útil; de no colocarse, se borran las figuras anteriores.

Nota 10. La instrucción *close all* indica que, al colocarla en el inicio de una operación, si hay una figura abierta esta se cerrará.

3. Sean las funciones $y=x+12$, $y_1=x^2+1$, $y_2=x^3-10$, $y_3=-x^2$, grafique en la misma ventana en el intervalo $[-4,4]$ con particiones de 0,001. Diferencie cada curva con un color diferente.

hold on % se debe colocar al principio

$x=-4:0.001:4;$

$y=x+12; \text{plot}(x,y,'r')$

$y1=x.^2+1; \text{plot}(x,y1,'b')$

$y2=x.^3-10; \text{plot}(x,y2,'k')$

$y3=-x.^2; \text{plot}(x,y3,'g'), \text{grid}$

$\text{title}('Gráficas de funciones'), \text{xlabel}('x'), \text{ylabel}('y')$

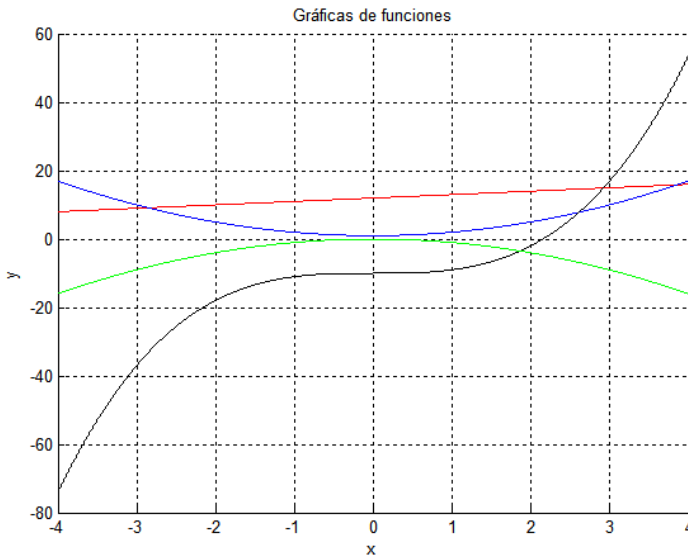


Figura 9.30. Gráfica de múltiples funciones en una misma ventana.

4. Con base en el ejercicio anterior, personalice las gráficas.

close all, clc

hold on % se debe colocar al principio

x=-4:0.1:4;

y=x+12; plot(x,y,'-hr')

y1=x.^2+1; plot(x,y1,'^b')

y2=x.^3-10; plot(x,y2,'-ok')

y3=-x.^2; plot(x,y3,'+g')

grid, title('Gráficas de funciones'),xlabel('x'),ylabel('y')

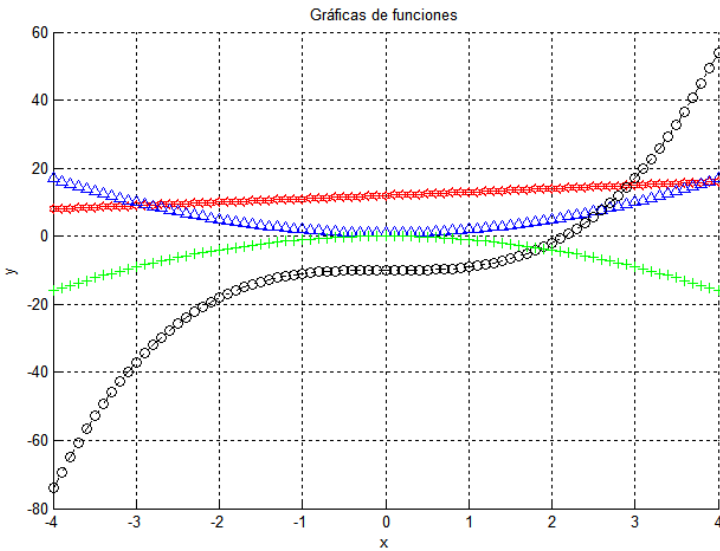


Figura 9.31. Gráficas de funciones.

Nota 11. La instrucción *legend* permite colocar una leyenda sobre la gráfica, su estructura es *legend('información')*. Si desea adicionar más elementos utilice *legend('información_1', 'información_2', ..., 'información_n')*.

Nota 12. Recuerde que para reducir los ejes coordenados, con el fin de representar mejor la curva de una función, se usa la instrucción *axis*, a la cual se le adicionan los valores máximos y mínimos *axis([xmin xmax ymin ymax])*.

5. Grafique en una sola ventana las funciones $\text{acos}(x)$, $\text{asin}(x)$ y $\text{atan}(x)$, en el intervalo $-1 < x < 1$, con particiones de 0,001.

```
x = -1:0.0001:1;
```

```
y1 = acos(x);
```

```
y2 = asin(x);
```

```
y3 = atan(x);
```

```
y4 = acot(x);
```

```
y5 = asec(x);
```

```
y6 = acsc(x);
```

% Se convierte los ángulos de radianes a grados:

```
y1 = 180*y1/pi;
```

```
y2 = 180*y2/pi;
```

```
y3 = 180*y3/pi;
```

```
y4 = 180*y4/pi;
```

```
y5 = 180*y5/pi;
```

```
y6 = 180*y6/pi;
```

```
plot(y1,x,y2,x,y3,x,y4,x,y5,x,y6,x),grid
```

```
legend('asin(x)','acos(x)','atan(x)','acot(x)','asec(x)', 'acsc(x)')
```

```
xlabel('\theta en grados')
```

```
ylabel('x, El argumento de la función')
```

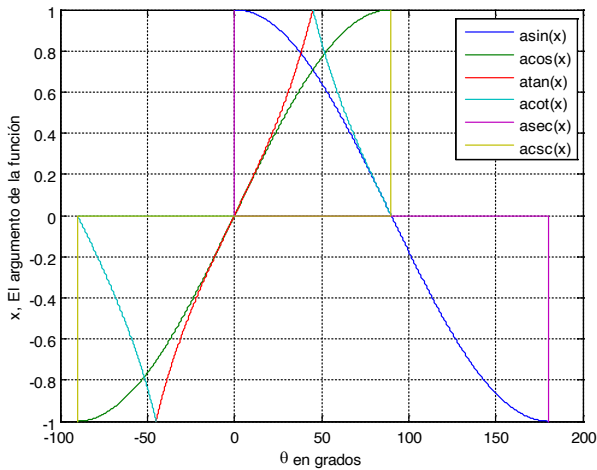


Figura 9.32. Gráficas de funciones con etiquetas internas y externas.

6. Sean las funciones $y=x^2+2$, $y_1=x^2-3$, $y_2=x^2$, $y_3=-x^2+2$, $y_4 = -\frac{1}{2}x^2 + 3$, todas evaluadas en el intervalo $[-3,3]$, con particiones de 0,01, personalice las gráficas, coloque leyendas alusivas a las funciones y reduzca los ejes coordenados.

hold on

$x=-3:0.1:3;$

$y=x.^2+2; \text{plot}(x,y,'-hr')$

$y1=x.^2-3; \text{plot}(x,y1,'--sb')$

$y2=x.^2; \text{plot}(x,y2,'-k')$

$y3=-x.^2+2; \text{plot}(x,y3,'+g')$

$y4=-1/2*x.^2+3; \text{plot}(x,y4,'--xy')$

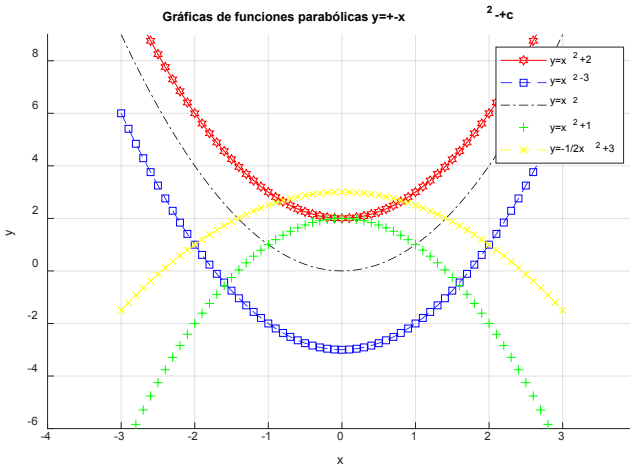
$\text{axis}([-4 \ 4 \ -6 \ 9])$ % este ajuste se hizo una vez vista la gráfica original


```
legend('y=x^2+2','y=x^2-3','y=x^2','y=x^2+1','y=-1/2x^2+3')
```

```
grid
```

```
title('Gráficas de funciones parabólicas y=+-x^2+-c')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```



Representación ejercicio 6

7. Una lámina homogénea R tiene una densidad constante $\rho = 1$, la cual está limitada por la parábola $y=x^2$ y la recta $y=x$. Halle la masa y el centro de gravedad de R .

```
x=-1.5:0.1:1.5;
```

```
y1=x.^2;
```

```
y2=x;
```

```
plot(x,y1,'k',x,y2,'b')
```

```
text(1/2,2/5,'C*')
```

```
title('Centro de Gravedad'), xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
axis square
```

% La recta y la parábola se cortan en el origen y en el punto (1,1)

% Como la densidad es igual a 1, se tiene:

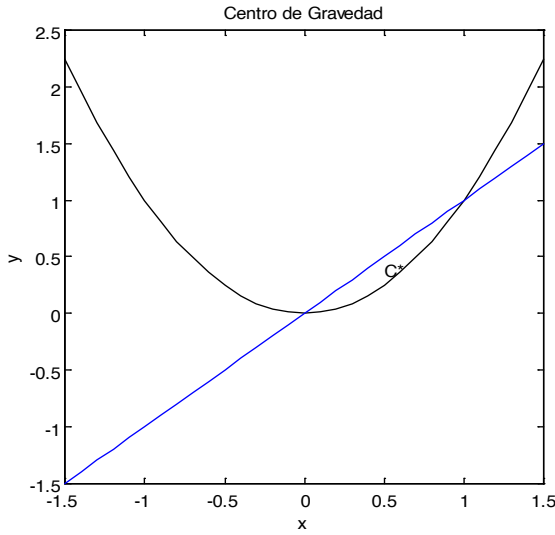


Figura 9.33. Centro de gravedad.

%% Se calcula la masa

`syms x`

$$m = \text{int}(x - x^2, x, 0, 1)$$

$m =$

$$1/6$$

%% Los momentos de inercia son:

$$My = \text{int}(x * (x - x^2), x, 0, 1)$$

$$Mx = 1/2 * \text{int}(x^2 - x^4, x, 0, 1)$$

$M_y =$

$1/12$

$M_x =$

$1/15$

%% El centro de gravedad calculado es

$C = [M_y/m, M_x/m]$

$C =$

$[1/2, 2/5]$

8. *Gráfica con marcadores.* Para crear un gráfico en el que se destaquen las propiedades de línea, analice cada instrucción usando información directamente desde Matlab a través de su ayuda o en la página oficial de esta:

$x = -2 * \pi : 0.2 : 2 * \pi;$

$plot(x, 2 * \sin(2 * x), '—mo', 'LineWidth', 2, 'MarkerEdgeColor', 'k', ...$

$'MarkerFaceColor', [49 1 .63], 'MarkerSize', 8)$

$title('Función armonica')$

$xlabel('x'), ylabel('y')$

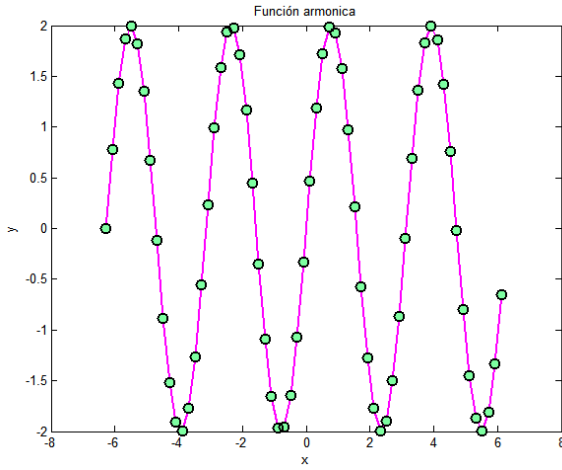


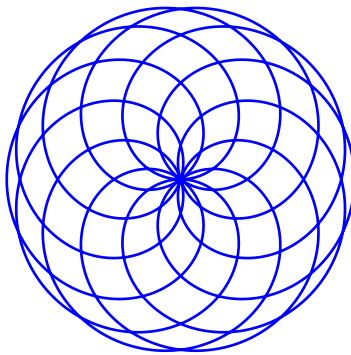
Figura 9.34. Función armónica.

9. Grafique la ecuación $x = \text{sen}\left(\frac{5t}{8}\right) \cos(t)$; $y = \text{sen}\left(\frac{5t}{8}\right) \text{sen}(t)$ en el intervalo $0 \leq t \leq 16\pi$, con particiones de $\pi/100$.

$t=0:\pi/100:16*\pi;$

$x = \sin(5*t/8).*\cos(t); y = \sin(5*t/8).*\sin(t);$

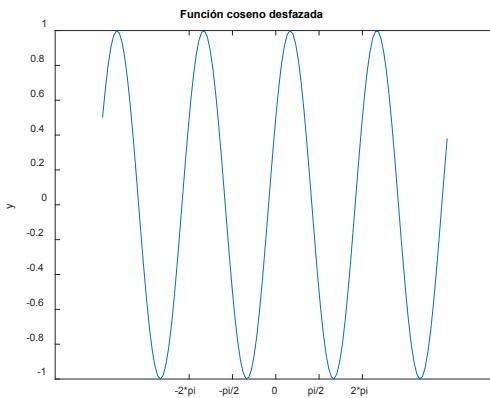
$\text{plot}(x,y,'b—','Linewidth',2); \text{axis equal}; \text{axis off};$



Representación ejercicio 9

10. Realice un gráfico, modificando los ejes y las marcas de los ejes de la función $y = \cos(2x - \frac{\pi}{3})$ en el intervalo $-2\pi \leq x \leq 2\pi$, con particiones de 0,1.

```
x = -2*pi:1:2*pi;
y = cos(2*x-pi/3); plot(x,y)
set(gca,'XTick',-pi:pi/2:pi),
set(gca,'XTickLabel',{'-2*pi','-pi/2','0','pi/2','2*pi'})
title('Función coseno desfasada'), ylabel('y')
```



Representación ejercicio 10

11. En la Tabla 9.6 se muestran los datos de la presión de vapor saturado p_s (torr) a varias temperaturas.

Tabla 9.6. Datos de la presión de vapor saturado a varias temperaturas

Líquido	10 °C	15 °C	20 °C	25 °C	30 °C
Acetona	115,6	147,1	184,8	229,2	282,7
Éter	291,7	360,7	442,2	537,0	647,3
Tetracloruro de carbono	53,1	68,7	86,5	109	137

Fuente: Wikipedia (2017).

Grafique los datos como un vector, diferenciándolos con un color diferente y debidamente etiquetados.

```
Temp=[10,15,20,25,30]; %temperatura en grados centígrados
Acetona=[115.6,147.1,184.8,229.2,282.7];
Eter=[291.7,360.7,442.2,537,647.3];
TC=[53.1,68.7,86.5,109,137];
plot(Temp, Acetona,'r', Temp,Eter,'b',Temp,TC,'k'), grid
xlabel('Temperatura'),ylabel('Líquidos')
title('vapor saturado (torr) para varias temperaturas')
gtext('Acetona'), gtext('Eter'),gtext('TC')
```

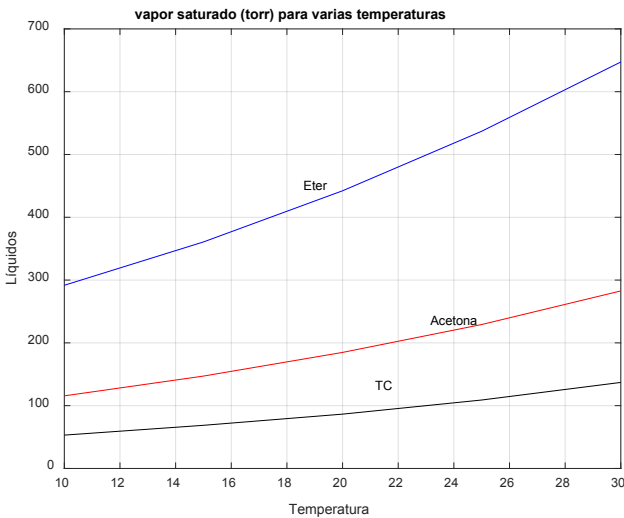


Figura 9.35. Representación gráfica de los valores de la Tabla 9.6.

12. La energía cinética total es la suma de las energías cinéticas de cada una de las partículas. Esta suma se puede expresar de forma simple en términos del momento de inercia y la velocidad angular de rotación, así:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Grafique la energía cinética total de rotación para un momento de inercia de $7,95 \text{ kgm}^2$ donde la frecuencia angular está evaluada para el intervalo $[-1,54, 3,45]$ rad/s con particiones de $0,01$. Etiquete la gráfica.

```
omega=-1.54:0.01:3.45;
```

```
I=7.95;
```

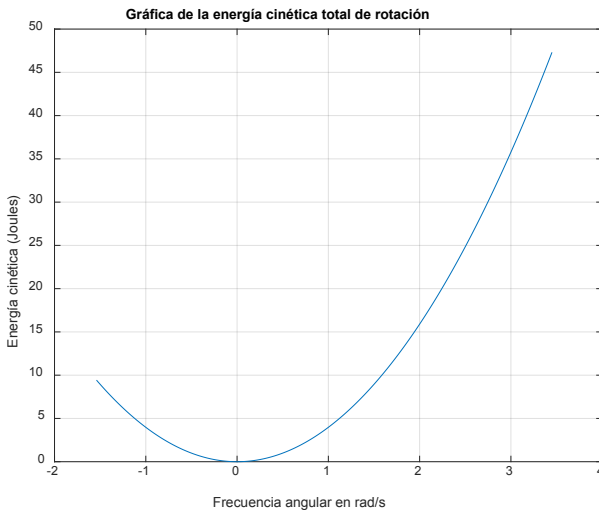
```
Ek=1/2*I*omega.^2;
```

```
plot(omega,Ek), grid
```

```
xlabel('Frecuencia angular en rad/s'),
```

```
ylabel('Energía cinética (Joules)')
```

```
title('Gráfica de la energía cinética total de rotación')
```



Representación ejercicio 12

13. La ecuación de desplazamiento $x(t)$ de un cuerpo está representada por la fórmula:



$$x(t) = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

Donde v_i representa la velocidad inicial (en m/s), t el tiempo (en segundos) y a la aceleración del cuerpo (en m/s²).

Cree una función en un *script*, en la cual se solicite por consola los datos de la ecuación, incluyendo el intervalo con la partición dada y, posteriormente, grafique la función. Etiquete debidamente la ventana, de manera que la curva aparezca en negro.

Los datos de entrada son $v_i = 10$ m/s, $a = 2,5$ m/s², y el tiempo oscila entre 0 y 8 s, con particiones de 0,4.

```
function x=distancia
tmin=input('Digite el valor mínimo del tiempo= ');
tmax=input('Digite el valor máximo del tiempo= ');
particion=input('Digite la partición entre elementos del tiempo= ');
vi=input('Digite la velocidad inicial en m/s= ');
a=input('Digite la aceleración en m/s^2= ');
t=tmin:particion:tmax;
x=vi*t+1/2*a*t.^2;
plot(t,x,'k');
grid
title('x=vi*t+1/2*a*t^2')
xlabel('Tiempo en s'), ylabel('Distancia en m')
end
```


Al ejecutar el *script* se tiene:

>> *distancia*

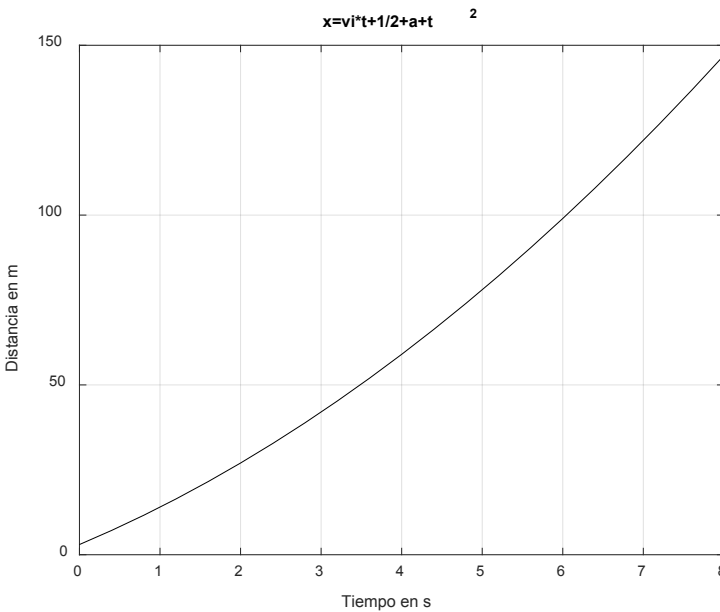
Digite el valor mínimo del tiempo= 0

Digite el valor máximo del tiempo= 8

Digite la partición entre elementos del tiempo= 0.4

Digite la velocidad inicial en m/s= 10

Digite la aceleración en m/s²= 2.5



Representación ejercicio 13



Gráfica interactiva

Para trabajar con una gráfica interactiva en Matlab se requiere que estén definidas las variables en el Workspace, tal como se observa en la Figura 9.36, en la que se declara, por ejemplo, una función $f(x) = -x^2+3$, definida en el intervalo $[-3,3]$ con particiones de 0,1.

Una vez creadas las variables, se procede a seleccionarlas en el Workspace oprimiendo *shift* de manera sostenida y luego marcando con el *mouse* las respectivas variables, las cuales van a cambiar a un color azul.

Tenga en cuenta el orden al seleccionar las variables: recuerde, primero la variable independiente (x), y luego la variable dependiente (y).



Figura 9.36. Declaración de funciones en un *script* que se almacenan temporalmente en el Workspace.

El siguiente paso es hacer clic en la pestaña Plots, en la que se despliegan los tipos de gráficas que están disponibles y se selecciona el que más convenga; por ejemplo, área, luego barras, y automáticamente se despliegan las figuras, tal como se muestra en las figuras 9.37 y 9.38.

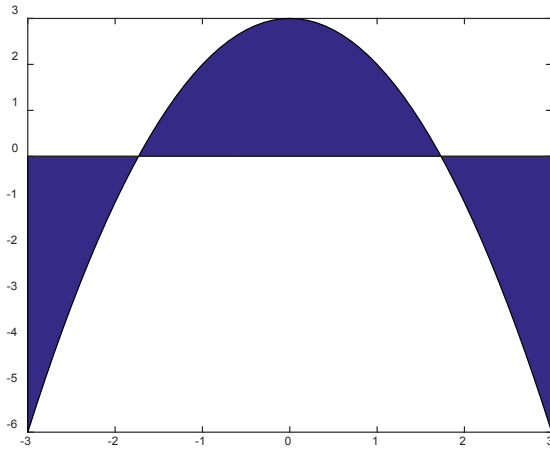


Figura 9.37. Representación gráfica del área de una función sombreada en color azul.

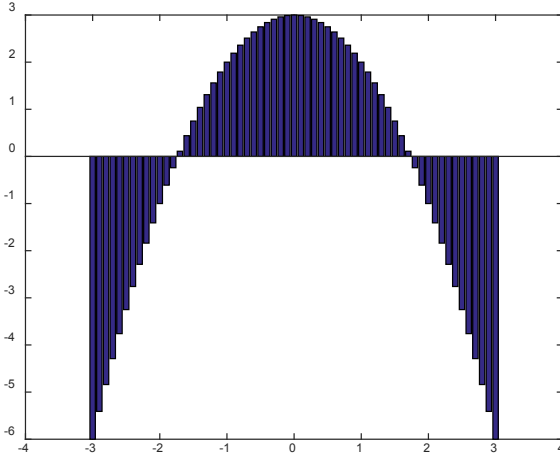


Figura 9.38. Representación gráfica de una función mediante barras.

El comando usado se muestra en la ventana de comandos (Command Window).

Práctica 3

1. Grafique las funciones indicadas según el intervalo dado, con particiones de 0,1; adicione grilla, cambie el color de la curva, adicione etiquetas y título. Las curvas deben aparecer gruesas.

a. $f(x) = \frac{4}{5}x - 2 \quad -8 \leq x \leq 8$

b. $f(x) = 9x^2 + 5x + 5 \quad -10 \leq x \leq 10$

c. $f(x) = \sqrt{x^2 + x} \quad 0 \leq x \leq 9$

d. $f(x) = (\sqrt{x})^{\log x^3} \quad 1 \leq x \leq 100$

e. $f(x) = (8x^3 - 2x - 10)^5 \quad -15 \leq x \leq 15$

f. $f(x) = x \cos\left(\frac{1}{x}\right) \quad -\pi/4 \leq x \leq \pi/4$

g. $f(x) = 3 \frac{x-3}{1+(x-3)^2} \quad -4 \leq x \leq 5$

h. $g(x) = \log\sqrt{5x^2 + 3x + 7} \quad -3 \leq x \leq 6$

i. $f(x) = \text{sen}(2x + 10) \quad -3\pi \leq x \leq 3\pi$

j. $f(x) = 3\cos(x) - \text{sen}(2x) + \tan(x) \quad -3\pi \leq x \leq 4\pi$

k. $f(x) = \frac{7x^2 + 5x - 10}{3x + 6} \quad -1 \leq x \leq 12$

l. $f(x) = \frac{5e^{0.5x} + 2}{x + 1} \quad -4 \leq x \leq 5$

m. $f(x) = 8e^{-3x} + 2 \quad -4 \leq x \leq 4$

n. $f(x) = 2x^5 + 1.52x^4 - 3.68x^3 - 4.25x^2 + 0.78x + 1.58 \quad -18 \leq x \leq 20$

o. $f(x) = 3.25x^3 + 6.5x^2 - 3.2x + 6.58 \quad -12 \leq x \leq 12$

p. $f(x) = 3x^8 - 8.69x^5 - 0.98x^4 + x^3 + 1.5x - 10.25 \quad -14 \leq x \leq 14$

q. $g(x) = (\text{asen}(3x))^2 \quad -5 \leq x \leq 5$

r. $h(x) = \frac{2\tan(x)-1}{\sec(3x)} \quad -2\pi \leq x \leq 2\pi$

2. Grafique las funciones de la a hasta la f, en la que solo se muestre el plano cartesiano básico con los ejes etiquetados, el título y la grilla.



3. Del punto anterior, restrinja las funciones con intervalos para que las gráficas aparezcan segmentadas. Personalice las curvas con color y presentación diferentes.
4. Grafique en una misma ventana los puntos a , b , c y f del punto anterior en el intervalo $[-5,6]$, con particiones de 0,3. Personalice cada curva y adicione la leyenda respectiva haciendo referencia a cada función.
5. Grafique las funciones del punto 2 sin grilla, caja y ejes.
6. Grafique en una misma ventana los puntos g , h , j y k del punto 1, tomando el intervalo $[-3,4]$, con particiones de 0,5. Personalice cada curva y adicione la leyenda respectiva en la que aparezca cada función. Seleccione puntos de las gráficas al azar para que aparezca en la Command Window.
7. Grafique las parejas ordenadas $(9,4)$, $(-5,6)$, $(3,-1)$, (2) , (-3) , $(-2,-7)$ y $(1,0)$. Etiquete ejes y coloque la grilla.
8. Halle el punto de corte de las funciones $y_1=500+100x$ y $y_2=1000+50x$. Etiquete cada función diferenciándola con un color en el intervalo $[0,10]$, con particiones de 0,1.
9. Dadas las ecuaciones lineales, verifique de manera gráfica si son paralelas o se intersecan en un punto:
 - a. $x + 2y = 4$; $x + 2y = -2$;
 - b. $x + y = 3$; $2x - y = 0$;
 - c. $y = 3x + 6$; $y = -2x - 4$;
 - d. $x + y = 4$; $x - y = -2$;
 - e. $3x + 4y = 14$; $2x + y = 1$;

10. Grafique en la misma ventana las funciones $y=(x-5)^2+3$ y $z=-(x-5)^2+4$. Etiquete cada función diferenciándola con un color en el intervalo $[-3,5]$, con particiones de 0,1.

11. *Óptica*. Si una sola hoja de vidrio cancela el 3,151 % de la luz que pasa por ella, el porcentaje p de luz que pasa por n hojas sucesivas está dado, aproximadamente, por la ecuación:

$$P(n)=100e^{-0,03n}$$

a. Grafique el porcentaje de luz para 3, 4, 5, 6, 7 y 8 hojas de vidrio.

b. Si el porcentaje de la luz es del 60 %, ¿cuántas hojas de vidrio fueron empleadas? Acerque al entero más cercano.

12. Dado el siguiente código, analice y verifique la salida.

`x = 1:5;`

`y1 = [1 10 5 8 2]; y2 = [4 5 8 6 2];`

`figure(1), bar(x,y1), xlabel('x'), ylabel('y')`

`figure(2), plot(x,y1,'k'), hold on`

`plot(x,y2,'ro'), xlabel('x'), ylabel('y'), grid on`

`legend('y','y2')`

13. La oferta y de cierto producto está dada por la ecuación $y = 3x+8$, donde x es el número de días transcurridos. Si la demanda está dada por $y = 4x$, ¿en cuántos días la oferta iguala a la demanda? Tome un intervalo de $[0,12]$. Etiquete la ventana según los datos dados.

14. Grafique en la misma ventana las funciones $y_1 = \cos x$, $y_2 = \cos 2x$ y $y_3 = 2\cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2}$, etiquete cada función diferen-

ciándola con un color en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$, con particiones de 0,1.

15. Sobre una partícula actúa una fuerza que deriva de la siguiente energía potencial: $U(x) = 3x^2 - x^3$.

Trace la gráfica para el intervalo $[0, 15]$ con particiones de 0,1.

16. Dada la función $y = 10 \left(1 - e^{-\frac{x}{3}} \operatorname{sen}(10x) \right)$, definida en el intervalo $[0, 12]$, grafique con particiones de 0,01. Etiquete los ejes y adicione como título la misma gráfica.

17. Dado el vector $A = [\operatorname{sen}(\pi x); 0,2 + 0,5x^2; 1/x; x^3]$, grafique en el intervalo $[-5, 5]$, con particiones de 0,1.

18. Grafique las funciones $\operatorname{sen}(x)$, $\operatorname{sen}(2x)$ y $\operatorname{sen}(3x)$, en el intervalo $[0, 2\pi]$, diferenciando cada gráfica tanto en color como en el aspecto.

19. Grafique las funciones e^{-x^2} , $x^2 e^{-x^2}$, $x e^{-x^2}$ y e^{-x} , en el intervalo $[0, 4]$ con particiones de 0,5, diferenciando cada gráfica tanto en color como en aspecto. Adicione leyenda y ubique cada función en su respectiva curva.

20. La función densidad medida en g/cm^3 está dada por:

$$\rho(r) = \frac{m}{V}$$

Donde m es la masa en gramos y V el volumen en cm^3 , grafique $\rho(r)$ para una esfera cuyo radio varía según el intervalo $[1, 10]$ y la masa es de 0,589 gramos. Para esto, cree una función en un *script*, en la cual se solicite por consola los datos de la ecuación, incluyendo el intervalo con la partición dada y, posteriormente, grafique la función. Etiquete debidamente la ventana, de modo que la curva aparezca en rojo.

21. Grafique en la misma ventana las funciones $y_1 = 4x^2 + x$; $y_2 = 2x - 1$; $y_3 = e^{2x-1}$ Etiquete cada función diferenciándola con un color en el intervalo $[-4, 2]$, con particiones de 0,1.

22. Grafique las funciones según las condiciones dadas, $y = 2 + 3\text{sen}(x)$ en el intervalo $[-10, -5]$; $m = e^z$, en el intervalo $[-5, -2]$; y $n = \log(u^2 + 2)$ en el intervalo $[2, 10]$. Todos los intervalos con particiones de 0,1. Adicione grilla, etiquete ejes y, como título, coloque "Funciones definidas a trozos".

23. La fuerza centrífuga F_c dirigida a lo largo del radio de una circunferencia que describe, y en sentido hacia afuera, está descrita por la ecuación:

$$F_c = m\omega^2 x$$

Siendo ω la velocidad angular constante de rotación de la Tierra, x es la distancia con respecto al centro de la circunferencia.

Si la masa de un cuerpo es 2 kg y la velocidad angular es de $7,293 \times 10^{-5}$ rad/s, grafique el comportamiento de la fuerza centrífuga para valores de x que oscilan entre 10 cm y 1,5 m, con particiones de 0,1.

24. Grafique en la misma ventana, personalizando las curvas en el intervalo $[3, 10]$. Tome particiones de 0,2.

a. $f(x) = \frac{1}{1 - \cos(2x)}$ Calcule $f\left(\frac{3\pi}{7}\right)$.

b. $f(x) = \frac{5}{|x^2 - 15|}$ Calcule $f(3)$.

c. $f(x) = \frac{x^3(1 - \log x)}{4 \log x}$ Calcule $f(100)$.

25. La temperatura de una bahía está dada por la ecuación:

$$g(x) = -1,85x^3 + 2,98x^2 + 3,9x - 40,2$$

Definida en el intervalo $4 \leq x \leq 30$ con particiones de 0,01; grafique la función debidamente etiquetada.

26. Las funciones de altura que se citan a continuación pertenecen a dos planetas, en la que se calcula que si un objeto cae desde una altura de 25 m después de t s son:

$$h_1(t) = 25 - 5,26t^2 \text{ y } h_2(t) = 25 - 14,31t^2$$

Grafique en la misma ventana las funciones cuando t varía en el intervalo $[0,5, 1,3]$, con particiones de 0,1.

27. La distancia x que requiere un automóvil al frenar deteniéndose con seguridad varía directamente con la velocidad v . Dada la tabla de distancia y velocidad, grafique los datos debidamente etiquetados.

Tabla 9.7. Datos ejercicio 27

X (millas)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
V (mph)	25	43	67	84	98	120	189	225	230

Fuente: elaboración propia.

28. *Radio de Schwarzschild.* Se toma como la medida del tamaño de un agujero negro de Schwarzschild, es decir, un agujero negro que tiene simetría esférica y además es estático. El tamaño de este tipo de agujero negro depende de la energía absorbida por él, es decir, cuanto mayor es la masa del agujero negro, tanto mayor es el radio de Schwarzschild, representado por la ecuación:

$$R_s = \frac{2GM}{c^2}$$

Donde G es la constante gravitatoria, M es la masa de la estrella (kg) y c es la velocidad de la luz. Grafique en una misma ventana el radio de Schwarzschild para los ocho planetas del sistema solar. Etiquete y personalice cada gráfica.

29. *Disipador de fluido viscoso.* Reduce los esfuerzos y la deflexión al mismo tiempo, de manera que la fuerza del disipador varía con la velocidad. Por consiguiente, la respuesta del amortiguador está dada por la ecuación:

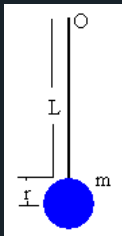
$$F = CV^\alpha$$

Donde F es la fuerza del disipador medida en lb; V , la velocidad relativa entre el amortiguador medido en pulg/seg; C , la constante de amortiguamiento (lb x seg/pulg); y α , el exponente de velocidad [0,3, 1].

Realice la gráfica de F para el intervalo dado del exponente de velocidad, con particiones de 0,001, si $C = 0,12$ lb.seg/pulg y una velocidad de 0,05 pulg/seg.

30. Un péndulo consiste en una varilla de masa M y longitud L , y una lenteja de forma cilíndrica de masa m y radio r . El péndulo puede oscilar alrededor de un eje perpendicular a la varilla que pasa por su extremo O , tal como se ilustra en la figura.

La ecuación del momento de inercia es:



$$I = \left[\frac{1}{12} ML^2 + M \left(\frac{L}{2} \right)^2 \right] + \left[\frac{1}{2} mr^2 + m(L + r)^2 \right]$$

Representación ejercicio 30

Si la masa de la varilla es de 350 g y la masa de la lenteja es de 80 g, determine en forma gráfica el momento de inercia según los siguientes datos, con particiones de 0,1:

a. $r = 5 \text{ cm}$ y $10 \leq L \leq 50 \text{ cm}$.

b. $L = 50 \text{ cm}$ y $1 \leq r \leq 10 \text{ cm}$.

c. Grafique las dos funciones en una misma ventana.

31. *Ley de Newcomb Ben Ford*. Se define como la probabilidad de que un número en una serie de datos comience por el dígito d , el cual está representado por la ecuación:

$$p(d) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{d} \right). \text{ Con } 0 \leq d \leq 9$$

Grafique según el intervalo dado con particiones de 0,02.

32. Para calcular la entropía (S) o grado de desorden presente en un agujero negro se emplea la fórmula de Bekenstein—Hawking que relaciona un conjunto de constantes universales, así:

$$S = \frac{1}{4} \frac{c^3 k}{G \hbar} A$$

Donde c es la velocidad de la luz, k la constante de Boltzmann, G la constante de gravitación universal y \hbar la constante reducida o racionalizada de Planck.

Grafique la entropía cuando el radio del agujero negro varía entre 1000 y 50 000 km. Suponga que el agujero negro es esférico. Personalice la gráfica etiquetando correctamente los ejes según los datos dados.

33. La Tabla 9.8 presenta el movimiento de un avión; grafique los datos debidamente etiquetados. Personalice la gráfica con colores diferentes.

Tabla 9.8. Datos ejercicio 33

Tiempo (s)	0	10	20	30	40	50	60
Velocidad (m/s)	0	60	120	180	240	300	360

Fuente: elaboración propia.

34. Grafique en la misma ventana las funciones:

$$y1 = \sqrt{1 - (|x| - 1)^2} \text{ y } y2 = -2,5\sqrt{1 - \sqrt{|x|}/2}.$$

Etiquete cada función diferenciándola con un color en el intervalo $[-2,2]$, con particiones de 0,1.

35. Deflexión de un haz de luz al pasar cerca de un cuerpo masivo.

El método aproximado para calcular la fuerza entre dos cuerpos masivos en los que un haz de luz los recorre con un ángulo θ es:

$$F = \frac{GMm}{R^2} \cos^3 \theta$$

Donde G es la constante de gravitación universal $6,674 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$, M la masa del Sol $1,991 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, m la masa de la Tierra $5,9722 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y $R = 6,9 \cdot 10^9 \text{ m}$.

Grafique el comportamiento de F cuando el ángulo varía entre 3 y 42,5 grados, con particiones de 0,01.

36. Dados los datos de altura y tiempo en movimiento de caída libre de un cuerpo, grafique y etiquete. Personalice la gráfica con colores diferentes.

Tabla 9.9. Datos ejercicio 36

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y (m)	0	0,47	0,75	0,96	1,05	1,18	1,25	1,36	1,42

Fuente: elaboración propia.



37. El momento flexionante de una estructura está definido por la función:

$$M_x = -0,2569874x^3 + 3,2454x^2 - 7,25487x$$

Grafique la función según la condición $0 \leq x \leq 5$ con particiones de 0,01. Etiquete debidamente la función.

38. La velocidad del sonido en el aire seco está dado, aproximadamente, por la ecuación:

$$v = 331,4 + 0,6T \text{ [m/s]}$$

Donde T es la temperatura medida en grados centígrados, grafique la velocidad en función de la temperatura, si esta varía entre 0 y 60 grados, con particiones de 0,5.

39. La interacción entre un átomo y la superficie está descrita por la energía potencial del átomo:

$$U(x) = U \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{b} \right)$$

Donde $U(x)$ es la energía potencial final medida en electronvoltios (eV), U la energía potencial inicial, y b la posición inicial base (m).

Grafique $U(x)$ para una energía inicial de 2,4 eV y $b = 1,5$ nm, en un intervalo de [0,100] nm, con particiones de 0,01. Para ello se solicita que se cree una función en un *script*, en la cual se solicite por consola los datos de la ecuación, incluyendo el intervalo con la partición dada y, posteriormente, grafique la función. Etiquete debidamente la ventana, de manera que la curva aparezca en negro.

40. La densidad de corriente se representa por la ecuación:



$$j(d) = \frac{4I}{\pi d^2}$$

Donde I es la corriente medida en amperios (A), d el diámetro del conductor eléctrico medido en metros (m), grafique $j(d)$ bajo la condición $0,001 \leq d \leq 0,2$, donde la corriente es de 10 mA. Etiquete la gráfica según los datos dados y tome particiones de 0,0001.

41. Para calcular la potencia eléctrica (Watt) mínima de un aerogenerador se emplea la fórmula:

$$P_e = \frac{1}{2} C_p \rho \pi R^2 V^3$$

Donde $C_p = 0,35$, ρ es la densidad del aire, R el radio del aerogenerador (m) y V la velocidad de rotación (m/s).

Tabla 9.10. Densidad en función de la temperatura

Temperatura [°C]	Densidad [kg/m3]
0	1,29
50	1,09
100	0,946
150	0,835
200	0,746
250	0,675
300	0,616
400	0,525
500	0,457

Fuente: Wikipedia.

Grafique la potencia en función de las densidades tomando $R = 1,4$ y la velocidad de $12,125$ m/s.

42. A fin de calcular las máximas fuerzas verticales (medidas en Newton/mm) sobre un puente, se tiene en cuenta la geometría del pilar, es decir, si es circular o rectangular, así:

- para una sección circular: $F_v = 0,3d^2 + 0,0169Rd^{1,25}$;
- para una sección rectangular: $F_v = 2,3 \cdot 10^{-3} d^{1,25}$.

Donde d representa el espesor del hielo en mm y R el radio de la sección en mm.

Grafique las dos funciones y compare los resultados de las dos ecuaciones para un radio constante de 820 mm y un espesor del hielo que oscila entre 10 y 100 mm. Tome particiones de $0,0001$. Etiquete de forma apropiada los ejes, adicione un título, una grilla y una leyenda.

43. La Tabla 9.11 muestra los parámetros climáticos promedio del Observatorio Meteorológico Nacional de Bogotá (1971—2000). Grafique en una sola ventana los datos mostrados, distinguiendo la información con diferente color; etiquete la información a fin de que sea fácil su análisis y comprensión.

- Temperatura máxima absoluta, máxima—media y media.
- Temperatura mínima media y mínima absoluta.
- Precipitación total y días de lluvia.

Tabla 9.11. *Parámetros climáticos promedio del Observatorio Meteorológico Nacional de Bogotá (1971—2000)*

Mes	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anual
Temperatura máxima absoluta (°C)	26,4	25,2	26,6	24,4	25,0	28,6	25,0	23,3	26,0	25,1	25,6	24,4	28,6
Temperatura máxima media (°C)	20,2	20,3	20,4	20,1	20,0	19,2	18,6	18,8	19,2	19,5	19,6	19,9	19,6
Temperatura media (°C)	14,3	14,5	14,9	14,9	15,0	14,5	14,6	14,1	14,3	14,3	14,4	14,6	14,5
Temperatura mínima media (°C)	7,6	8,4	9,5	9,7	9,7	9,5	9,2	8,9	8,7	9,0	9,2	8,0	9
Temperatura mínima absoluta (°C)	-1,5	-5,2	-0,4	0,2	0,2	1,1	0,4	0,4	0,3	1,8	0,5	-1,1	-5,2
Precipitación total (mm)	50	68	91	135	120	54	35	45	70	137	127	81	1013
Días de lluvias (≥ 1 mm)	9	12	14	18	19	17	15	14	16	21	16	11	182

Fuente: Ideam (s. f).

44. La población de un país t años después de 1990, se puede calcular mediante la ecuación:

$$N(t) = 23e^{0,00687t}$$

Determine gráficamente el comportamiento de la función para el 2020, debidamente etiquetado, con fondo de la gráfica en azul claro y la curva en rojo.

45. Factores de capacidad de carga en una estructura. Donde N_q , N_c y N_γ representan las capacidades de carga adimensionales que están en función del ángulo ϕ de fricción del suelo, que oscila entre 0 y 25 grados.

$$N_q = \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) e^{\pi \tan \phi} \quad N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \phi$$



Grafique estos tres casos en una misma ventana con particiones de 0,1. Etiquete cada curva con su respectiva ecuación.

46. El periodo de movimiento T de un péndulo simple y frecuencia f están descritos por las ecuaciones:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad f = \frac{1}{T}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad, grafique el periodo cuando la longitud L varía entre 0,1 y 0,8 m con particiones de 0,01.

Grafique la frecuencia y el periodo con base en los datos dados. Tenga en cuenta que f es función de T , por lo cual el orden es fundamental.

47. Dadas las funciones $y = 3x \operatorname{sen}(x) \cos(x)$, $z = \ln|\cos(2x)|$, $h = e^{-0.2x}$, $y+1 = w = z^2 \tan(x)$, evaluadas en el intervalo $[-\pi, 3\pi]$, con particiones de $\pi/30$, grafique en la misma ventana identificando cada curva con su respectiva función y colores, así: azul, rojo, negro y verde, respectivamente.

48. Digite en el editor la siguiente instrucción:

```
function y=f1(x)
```

```
y=1 ./ ((x-0.3).^2+0.01) + 1 ./ ((x-0.9).^2+0.04)-6;
```

```
end
```

Una vez guardado el fichero, calcule la función en un intervalo $[1, -2]$, con particiones de 0,1; grafique y etiquete ejes.

49. Las cargas vivas especificadas mediante un código establecido para diferentes edificios se representan mediante una estimación conservadora de la carga máxima que se puede generar

para su funcionamiento. Por tanto, cuando el área de influencia del elemento estructural es mayor o igual a 35 m^2 , y la carga viva sea superior a $1,8 \text{ kN/m}^2$ (180 kgf/m^2), e inferior a 3 kN/m^2 (300 kgf/m^2), la carga viva puede reducirse utilizando la ecuación:

$$L = L_o \left(0,25 + \frac{4,6}{\sqrt{A_i}} \right)$$

Donde A_i representa el área tributaria del elemento en m^2 ($A_i \geq 35 \text{ m}^2$), L la carga viva reducida en kN/m^2 , y L_o la carga viva, sin reducir, en kN/m^2 .

La carga viva reducida no puede ser menor del 50 % del valor de L_o en elementos que soporten un piso, ni del 40 % de L_o en otros elementos. Sea el intervalo $35 \text{ m}^2 \leq A_i \leq 150 \text{ m}^2$ grafique L para el intervalo dado con particiones de 0,2, donde la carga viva sin reducir es de 2,5.

50. La velocidad v de un cuerpo de masa m que se desliza por un plano inclinado de ángulo α y coeficiente de rozamiento dinámico μ está descrita por la ecuación:

$$v = \sqrt{mgx(\text{sen}\alpha - \mu\text{cos}\alpha)}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad y x la distancia recorrida por el cuerpo, dado un cuerpo de masa de 5 kg que recorre 50 cm sobre una superficie de caucho—cemento, cuyo coeficiente de rozamiento dinámico es 0,8, grafique el comportamiento de la velocidad cuando los ángulos de inclinación varían entre 0 y 72 grados con particiones de 0,1. Etiquete la gráfica.

51. La ecuación para medir el comportamiento del viento en función de la densidad y la velocidad es:

$$P_D = \frac{\rho V^3}{2}$$

Donde P_D es la densidad de potencia (Watt = W), ρ la densidad de potencia del viento (W/m^2), y V la velocidad del viento (m/s), determine de forma gráfica la densidad de potencia cuando el viento tiene una velocidad de 40 km/h, donde el rango de densidad de potencia del viento está definido en el intervalo $0 \leq \rho \leq 2000$. Etiquete debidamente la gráfica.

52. La población de peces en un determinado lago se modela mediante la función:

$$p(t) = \frac{8,95}{1 + 3,56e^{-0,751t}}$$

Donde p es el número de peses en miles y t el tiempo en años desde que el lago fue provisionado, grafique $p(t)$ para el intervalo $[0,5]$ con particiones de 0,01. Etiquete debidamente la gráfica.

53. Un cuerpo describe un movimiento parabólico. Donde la velocidad con que es lanzado es de 100 km/h (gravedad $g = 9,81m/s^2$), grafique la altura máxima y el alcance máximo para el intervalo $20^\circ \leq x \leq 90^\circ$ con particiones de 0,1 (en la misma ventana). Etiquete las curvas y la ventana.

- Alcance horizontal $x_{max} = \frac{v_0^2 \text{sen}(2\theta)}{g}$
- Alcance vertical $y_{max} = \frac{v_0^2 \text{sen}^2(\theta)}{2g}$

54. El tiempo (en segundos) que requiere un bloque para que resbale sobre un plano inclinado está dado por la siguiente ecuación:

$$t = \sqrt{\frac{2l}{g \text{sen}\theta \cos\theta}}$$

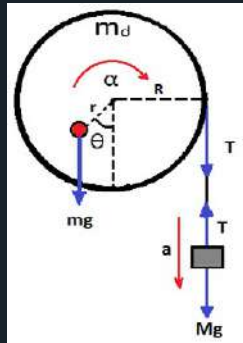
Donde l indica la longitud (m), g la aceleración de la gravedad y θ el ángulo de inclinación, determine el tiempo que toma el bloque para deslizarse sobre un plano inclinado de 30 cm para ángulos de 15 a 78 grados, con particiones de 0,3.

55. Tomando como referente el oscilador de Atwood, en la figura se muestran las fuerzas que actúan sobre el disco y las fuerzas que actúan sobre el bloque de masa M . El disco gira en el sentido indicado con aceleración angular α y el bloque lleva una aceleración a . El momento de inercia del disco de masa m_d y de la masa adicional m es:

$$I = \frac{1}{2}m_dR^2 + mr^2$$

La frecuencia angular y el periodo según el MAS de todo el sistema están dados por:

$$\omega = \sqrt{\frac{mg\text{rcos}\theta}{\frac{1}{2}m_dR^2 + mr^2 + MR^2}} ; T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{2}m_dR^2 + mr^2 + MR^2}{g\sqrt{m^2r^2 - M^2R^2}}}$$



Representación ejercicio 55

La energía cinética es la suma de la energía cinética de rotación del disco que se mueve con velocidad angular ω , y la energía cinética del bloque que se mueve con velocidad v . La relación entre

ambas velocidades es $v = \omega \cdot R$, que al resolverla en su totalidad se obtiene la ecuación:

$$E_k = 0,3375\omega^2$$

Grafique en una misma ventana las ecuaciones dadas, cuando la masa puntual al centro de disco cambia entre 0,3 kg hasta 0,9 kg con particiones de 0,1. La masa del disco es de 1,2 kg, la masa M del bloque que cuelga es de 0,2 kg, el radio del disco $R = 80$ cm, la distancia de la masa puntual al centro del disco es de $R/2$ y el ángulo mínimo del sistema es $41,8^\circ$.

Para este ejercicio se solicita que se cree una función en un *script*, en la cual se solicite por consola los datos de la ecuación, incluyendo el intervalo con la partición dada; posteriormente, grafique la función. Etiquete debidamente la ventana y las curvas.

56. La “energía” del agujero negro en función de la temperatura (entre comillas porque se evalúa la diferencia de masa entre el agujero negro no extremo con cierta temperatura y el agujero negro extremo). Se habla de energía porque en la teoría gauge dual equivale a la energía interna. Usando las leyes de la termodinámica de los agujeros negros de Bekenstein y Hawking se obtiene como resultado:

$$\frac{1}{N^2} E_{gravity} = 7,41T^{2,8} - 5,77T^{0,4} \frac{1}{N^2} + O\left(\frac{1}{N^4}\right)$$

Donde se usa una “energía” y temperatura normalizadas, el resultado del método numérico asume la validez del principio holográfico (es una conjetura especulativa acerca de las teorías de la gravedad cuántica).

Simulaciones numéricas han confirmado que en el límite $N = \infty$ el ajuste del resultado coincide con la predicción teórica para 0,5

$\leq T \leq 0,7$, lo que confirma la dualidad gauge/gravedad a nivel clásico. Resultados publicados en *Science* en el 2014 la confirman para $T \approx 0,1$ con $N = 3, 4$ y 5 , es decir, en el límite cuántico (Hanaida, Hyakutake, Ishiki y Nishimura, 21 de noviembre de 2013).

Grafique la ecuación bajo las condiciones dadas, donde $O(1/N^4)$ tiende a cero:

a. $0,5 \leq T \leq 0,7$, con $N = 3$ y particiones de $0,001$.

b. $3 \leq T \leq 5$ con $N = 0,1$.

57. Retome la información del punto anterior, pero aplicándolo a la Luna (gravedad $1,62 \text{ m/s}^2$). ¿Qué puede inferir de los resultados obtenidos? Superponga las gráficas en una sola ventana y etiquételas.

58. La aceleración de la gravedad a *nivel del mar* para una latitud λ está dada por la fórmula internacional:

$$g = 9,780318(1 + 0,0053024 \text{sen}^2 \lambda - 0,0000059 \text{sen}^2 2\lambda) \quad \text{m/s}^2$$

Esta fórmula tiene en cuenta la rotación de la Tierra y que no es una esfera perfecta, sino que está achatada en los polos.

Grafique e interprete los datos obtenidos tanto en la propia figura como en la Command Window para las latitudes según el intervalo dado $0 \leq \lambda \leq 90$ Tome particiones de $0,1$.

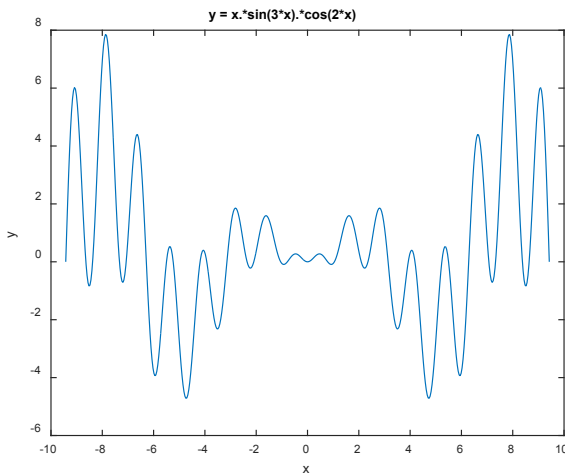
Nota 13. La latitud es la distancia angular entre la línea ecuatorial y un punto determinado de la Tierra, medida a lo largo del meridiano en el que se encuentra dicho punto. Según el hemisferio en el que se sitúe el punto, puede ser latitud norte o sur desde el ecuador y se expresa en medidas angulares que varían de los 0° del ecuador hasta los 90° del polo norte o los 90° del polo sur.

Plot handles

Un comando cuya salida es una gráfica puede devolver un argumento de tipo *plot handle*.

Sea la función $f(x)=x\sin(3x)\cos(2x)$, grafique en coordenadas polares en el intervalo $[-3\pi,3\pi]$. Tome 500 puntos.

```
x = linspace(-3*pi,3*pi,500);
y = x.*sin(3*x).*cos(2*x);
plot(x,r)
xlabel('x'),ylabel('y')
title('y = x.*sin(3*x).*cos(2*x)');
```



Representación ejercicio

La función `y` es una variable que contiene toda la información necesaria para que dentro del léxico de Matlab se pueda ejecutar. A este proceso se le asigna el nombre de *handle*, incluso todos los objetos gráficos, los ejes o la propia figura generan un *handle*.

Con la función `get` se puede obtener toda la información del *handle* y mediante la función `set` se puede cambiar las propiedades según los requerimientos del ejercicio.

- `set(f, attr, val)`. Esta función modifica las características de un *handle* gráfico, ya sea la curva, los ejes de la figura o la misma figura. Los argumentos son:

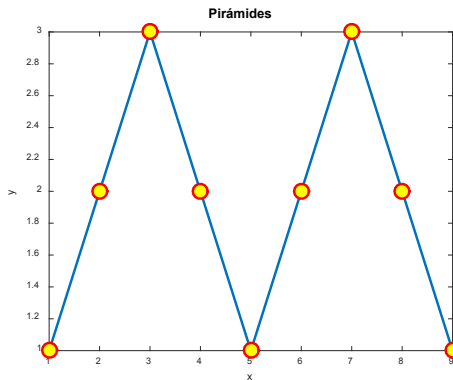
- `f` es el *handle*; `Attr`. Es el atributo válido del *handle* como la cadena de caracteres, y `Val`, el valor del atributo.

- `gca()`. No requiere de ningún argumento. Devuelve el *handle* de los ejes de la figura activa.

- `gcf()`. No requiere de ningún argumento. Devuelve el *handle* de la figura activa.

Por ejemplo, grafique el vector $[1,2,3,2,1,2,3,2,1]$.

```
p=plot([1,2,3,2,1,2,3,2,1]);
set(p,'linewidth',2);
set(p,'marker','o');
set(p,'markersize',12);
set(p,'markerfacecolor','y');
set(p,'markeredgecolor','r');
t=title('Pirámides');
set(t,'fontsize',14);
set(t,'color','k'); xlabel('x'),ylabel('y')
```



Representación ejercicio

Instrucción *linspace*

Una gráfica en Matlab se genera a partir de una tabla de valores correspondiente. Para esto dispone de dos funciones *linspace* y *logspace* que permiten generar vectores de puntos espaciados de forma lineal o logarítmica, respectivamente.

A fin de que una gráfica de una función aparezca suavizada se puede utilizar la instrucción *linspace*, la cual tiene tres argumentos, a , b y n , representados así: $\text{linspace}(a,b,n)$, donde a y b indica el intervalo a evaluar la función, y n el número de valores para ajustar dicho intervalo. Si no se coloca un número Matlab por defecto lo hace colocando 100 puntos.

Ejercicios resueltos

1. Sea la función parabólica $y=x^2$, grafique para $-2 \leq x \leq 2$ con 500 puntos.

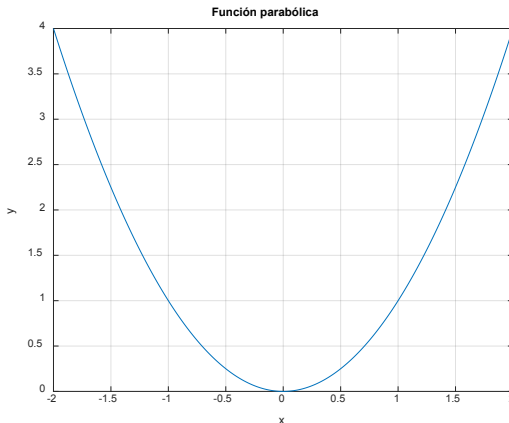
```
close all
```

```
x=linspace(-2,2,500);
```

```
y=x.^2; plot(x,y)
```

```
title('Función parabólica')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),grid
```



Representación ejercicio 1

2. Sea las funciones $y=\text{sen}(x)$ y $z=\text{cos}(x)$, grafique para el intervalo $[0,50]$, con un ajuste del intervalo a 4π .

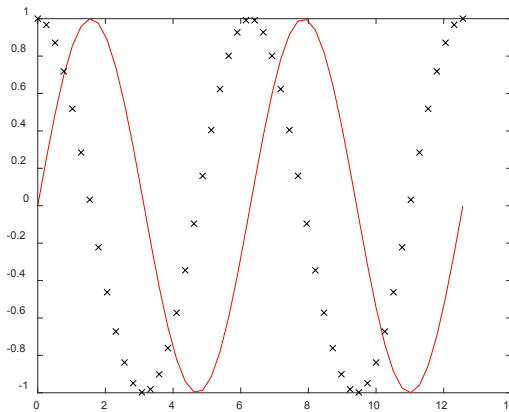
```
x = linspace(0,4*pi,50);
```

```
y = sin(x); z = cos(x);
```

% Se puede graficar más de una función en la misma figura, diferenciándolas.

```
plot(x,y,'r', x,z,'kx')
```

La figura muestra de forma clara las funciones seno (en rojo) y coseno (en negro con cruces).



Representación ejercicio 2 I

Cuando se plotean muchos elementos en una misma gráfica es aconsejable diferenciar las funciones con colores y marcadores. Se puede obtener la misma gráfica de la figura usando los comandos *hold on* y *hold off*.

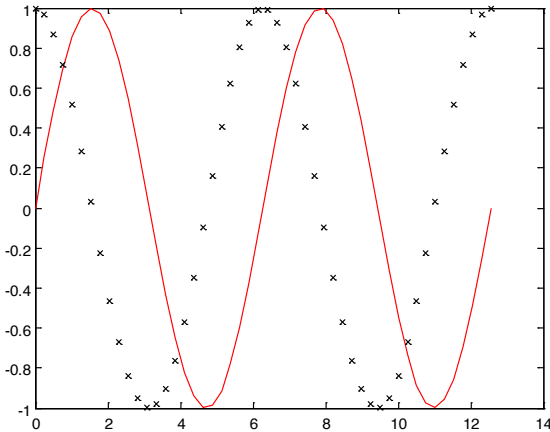
```
x = linspace(0,4*pi,50);
```

```
y = sin(x); plot(x,y,'r')
```

```
z = cos(x);
```

```
hold on
```

```
plot(x,z,'kx'), hold off
```



Representación ejercicio 2 II

Recuerde que cuando use el comando *hold on* todas las figuras se generan sin borrar la o las figuras anteriores, solo hasta que se use el comando *hold off*.

3. Sea $f(x) = \log(2x^2 - x + 1)$, grafique para el intervalo $-2 \leq x \leq 2$ con 300 puntos. Etiquete debidamente la gráfica y adicione grilla.

```
syms x; % Se declara la variable independiente x
```

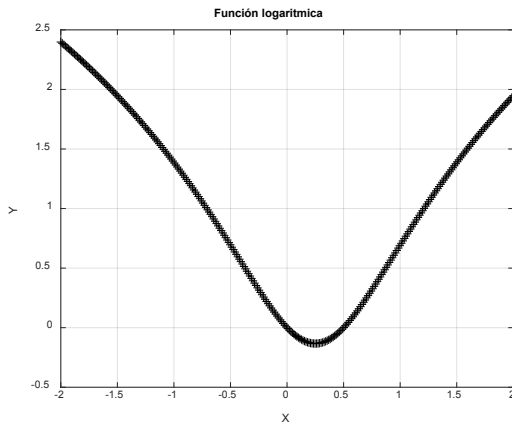
```
y=log(2*x^2-x+1);
```

```
X=linspace(-2,2, 300); Y=subs(y,x,X);
```

```
% La instrucción subs sustituye en f el valor de x por X
```

```
plot(X,Y,'k+'), grid on
```

```
title('Función logaritmica'), xlabel('X'),ylabel('Y')
```



Representación ejercicio 3

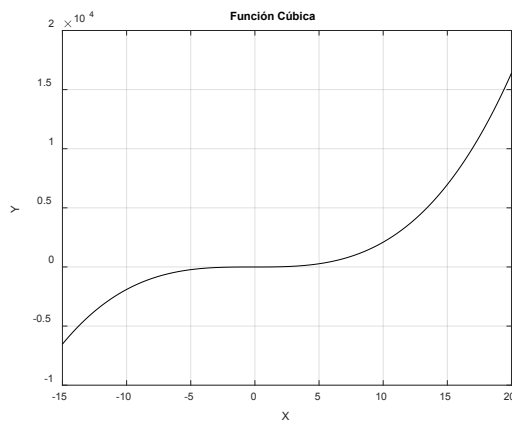
4. Sea $f(x) = 2x^3 + x^2 - 4$, grafique la curva en color negro para el intervalo $-15 \leq x \leq 20$ con 250 puntos. Etiquete debidamente la gráfica.

```
x=linspace(-15,20,250);
```

```
y=2*x.^3+x.^2-4;
```

```
plot(x,y,'k'), grid on
```

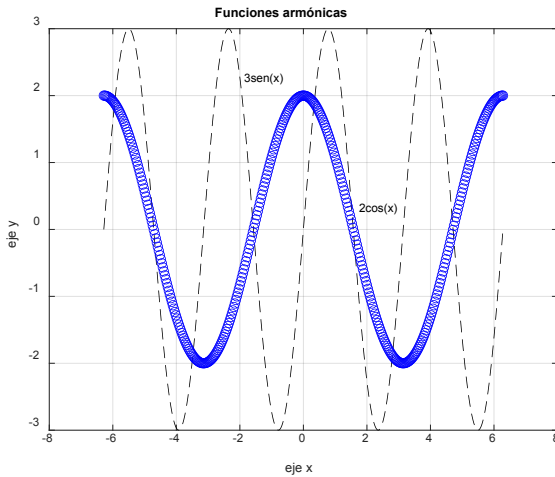
```
title('Función Cúbica'), xlabel('X'), ylabel('Y')
```



Representación ejercicio 4

5. Sean las funciones $f(x)=3\text{sen}(2x)$ y $g(x)=2\text{cos}(x)$ evaluadas en el intervalo $[-2\pi,2\pi]$ con 400 puntos, grafique las funciones con trazos diferentes, una con líneas segmentadas negras y la otra con círculos azules. Etiquete los ejes y a cada curva coloque su respectiva función.

```
x=linspace(-2*pi,2*pi, 400); f=3*sin(2*x); g=2*cos(x);
plot(x,f,'k —',x,g,'b o')
grid on
xlabel('eje x'),ylabel('eje y')
gtext('3sen(x)'), gtext('2cos(x)')
title('Funciones armónicas')
```

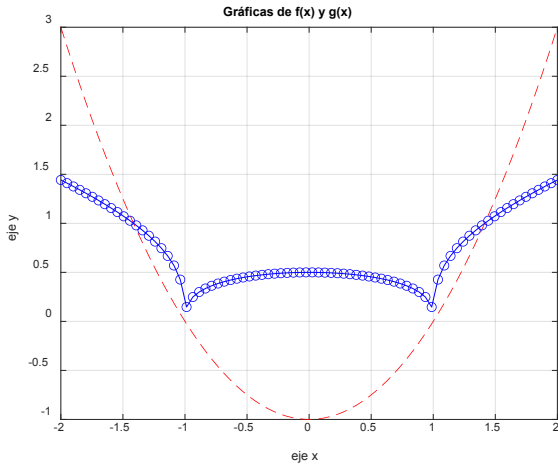


Representación ejercicio 5

6. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$, evaluadas en el intervalo $[-2,2]$ con 80 puntos, grafique las funciones de manera que la primera aparezca con un trazo discontinuo de co-

lor rojo y la segunda con un trazo de círculos con trazos de color azul. Etiquete los ejes y el título a la figura.

```
x=linspace(-2,2,80);
f=x.^2-1;
plot(x,f,'r--'), hold on
g=(x.^2-1).^(1/3);
plot(x,g,'b o--')
grid on, xlabel('eje x'),ylabel('eje y')
title('Gráficas de f(x) y g(x)')
```



Representación ejercicio 6

7. Grafique las funciones en la misma ventana, $sen(x)$, $sen(2x)$, $sen(3x)$ y $sen(5/3x)$, en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$. Para cada función tome 60, 80, 100 y 200 puntos, respectivamente. Etiquete las curvas.

```

x1 = linspace(0,2*pi,60);
x2 = linspace(0,2*pi,80);
x3 = linspace(0,2*pi,100);
x4 = linspace(0,2*pi,200);

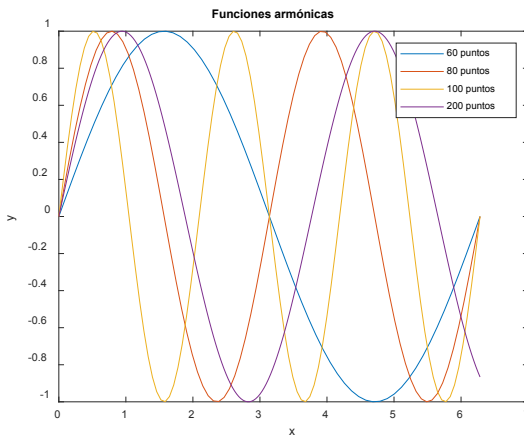
plot(x1,sin(x1),x2,sin(2*x2),x3,sin(3*x3),x4,sin(5*x4/3))

xlabel('x'),ylabel('y')

legend('60 puntos','80 puntos','100 puntos','200 puntos')

title('Funciones armónicas')

```



Representación ejercicio 7

8. A fin de evaluar el error cometido en una gráfica se emplea la instrucción `errorbar(x,y,e)`, la cual se usa como el comando `plot`, pero con un argumento más que indica el margen de error. Sea la función $y=e^{-\text{sen}(x)}$, evaluada en el intervalo $[0,15]$ con 70 puntos. El factor de error (e) delta es de $0,17y$.

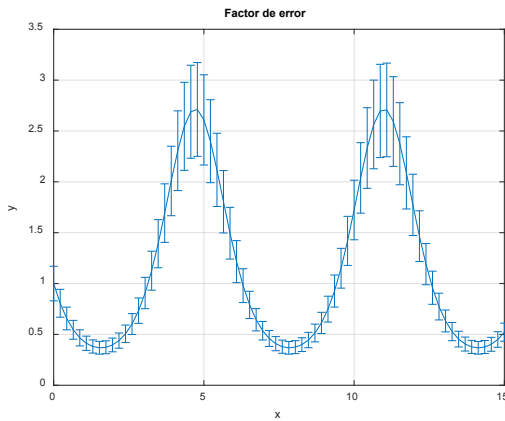
```
x=linspace(0,15,70);
```



```

y=exp(-sin(x));
delta=0.17*y;
errorbar(x,y,delta);
xlabel('x'),ylabel('y')
title('Factor de error'), grid

```



Representación ejercicio 8

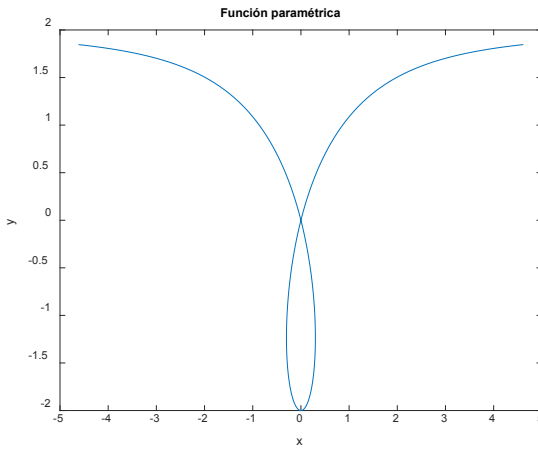
9. Represente las curvas en el plano dadas en forma paramétrica:

$$r(t) = \left(\frac{t(t^2-1)}{t^2+1}, \frac{2(t^2-1)}{t^2+1} \right)$$
 en el intervalo $[-6,6]$ con 1000 puntos.

```

t=linspace(-5,5,1000);
plot((t.*(t.^2-1))./(t.^2+1),(2*(t.^2-1))./(t.^2+1))
xlabel('x'),ylabel('y')
title('Función paramétrica')

```



Representación ejercicio 9

10. Grafique las funciones a trozos, según los intervalos dados, con particiones de $\pi/50$:

$$f(x) = \begin{cases} 2 \tan(x) & \text{si } -\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4} \\ 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) & \text{si } \frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ e^x & \text{si } \frac{\pi}{2} \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Para la instrucción `linspace`, cambie los datos de $f(x)$ arriba.

$$x1 = -\pi/4:\pi/50:\pi/4;$$

$$y1 = 2 * \tan(x1);$$

$$x2 = \pi/4:\pi/50:\pi/2;$$

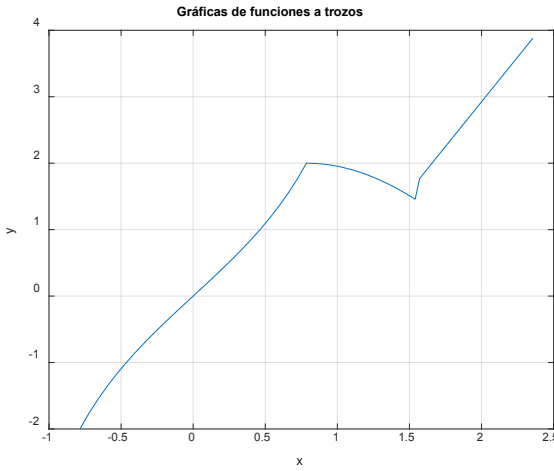
$$y2 = 2 * \cos(x2 - \pi/4);$$

$$x3 = \pi/2:\pi/4:3;$$

$$y3 = \exp(x3 - 1);$$

$$x = [x1, x2, x3]; y = [y1, y2, y3];$$

```
plot(x,y), grid on,
title('Gráficas de funciones a trozos')
xlabel('x'),ylabel('y')
```

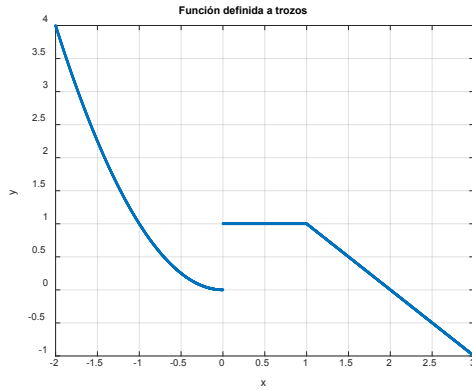


Representación ejercicio 10

11. Grafique las funciones a trozos en el intervalo $[-2,3]$ con 4000 puntos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 2 - x & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

```
x=linspace(-2,3,4000);
y=(x.^2).*(x<0)+1.*((0<=x)&(x<1))+(2-x).*(1<=x);
plot(x,y,'r'),grid on,
xlabel('x'),ylabel('y')
title('Función definida a trozos')
```



Representación ejercicio 11

12. Una señal amortiguada en un sistema físico dependiente del tiempo se representa mediante la ecuación:

$$f(t) = e^{-\frac{t}{100}} \sin(t)$$

Grafique la función para el intervalo $[0,500]$, con 10 000 puntos.

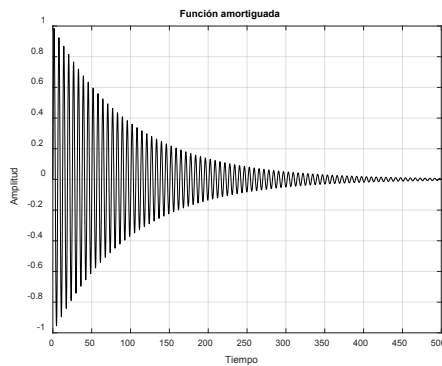
```
t = linspace(0, 500, 10000);
```

```
plot(t,exp(-t/100).*sin(t),'k')
```

```
title('Función amortiguada')
```

```
xlabel('Tiempo'),ylabel('Amplitud')
```

```
grid
```

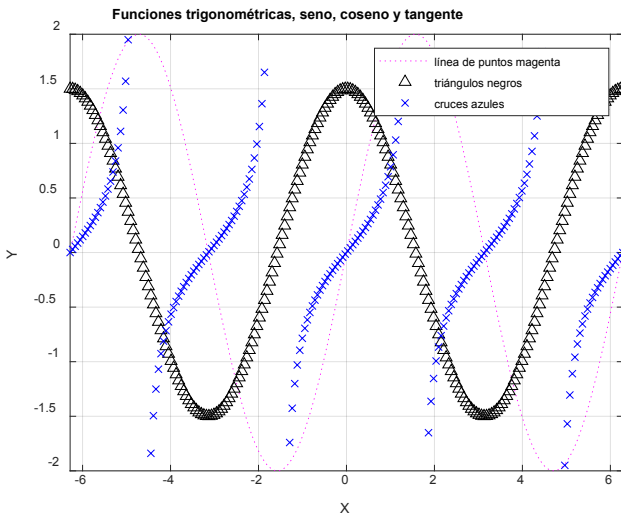


Representación ejercicio 12



13. Dadas las funciones $2\text{sen}(x)$, $3/2\text{cos}(x)$ y $1/2\text{tan}(x)$ evaluadas en el intervalo $-2\pi \leq x \leq 2\pi$, grafique con 220 puntos, resaltando la zona de estudio con el intervalo $[-2\pi, 2\pi, -2, 2]$. Personalice las curvas y emplee la instrucción *legend* en la que aparezca “línea de puntos magenta, triángulos negros, cruces azules”.

```
x=linspace(-2*pi,2*pi,220);
plot(x,2*sin(x),'m:',x,3/2*cos(x),'k ^',x,1/2*tan(x),'bx')
axis([-2*pi,2*pi,-2,2])
grid on
legend('línea de puntos magenta','triángulos negros','cruces azules')
title('Funciones trigonométricas, seno, coseno y tangente')
xlabel('X'),ylabel('Y')
```



Representación ejercicio 13

14. Dada las funciones $f(x) = \cos x$, y $g(x) = \frac{1}{\cosh x}$, grafique entre el intervalo $[0,6]$ con 120 puntos. Sobree el área entre los puntos de corte de las funciones y tome un intervalo en el eje x de $[-1,1]$.

```
x=linspace(0,6,120);
plot(x,cos(x),'k—',x,1./cosh(x),'k—',[4.73 4.73],[-1 1],'k')
hold on
x1=linspace(0,4.73,80);
fill([x1,flipr(x1)],[1./cosh(x1),flipr(cos(x1))],'c')
xlabel('x'),ylabel('y')
title('cos(x),1/cosh(x)')
grid on
```

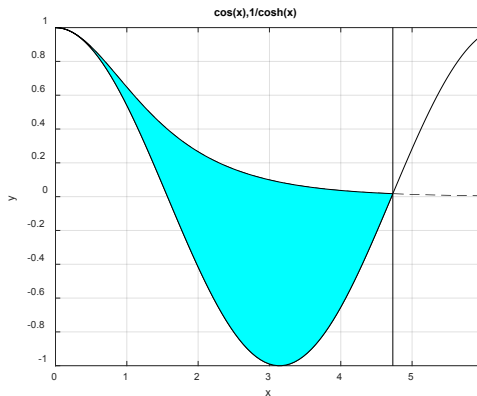


Figura 9.39. Gráfica ejercicio 14.

Grafique cuadrículas en la gráfica sombreada de la Figura 9.40.

```
x=linspace(0,6,120);
plot(x,cos(x),'k—',x,1./cosh(x),'k—',[4.73 4.73],[-1 1],'k')
```

```

hold on
x2=linspace(0,4.73,20);
fill([x1,flipr(x1)],[1./cosh(x1),flipr(cos(x1))],'c')
plot([x2;x2],[cos(x2);1./cosh(x2)],'k—')
xlabel('x'),ylabel('y')
title('cos(x),1/cosh(x)'), grid on
    
```

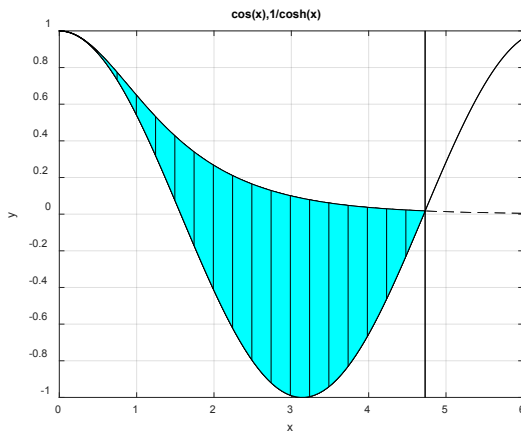


Figura 9.40. Gráfica de cuadrículas.

15. Cree un *script* llamado *curva*, donde se ingrese por consola la amplitud A , los valores del intervalo $[a,b]$, la cantidad de puntos p y el valor del ángulo n para las funciones generales paramétricas.

$$x=A\cos(nt) \cos(t); \quad y=A\cos(nt) \sin(t);$$

```
function curva(A,a,b,p,n)
```

```
t=linspace(a,b,p);
```

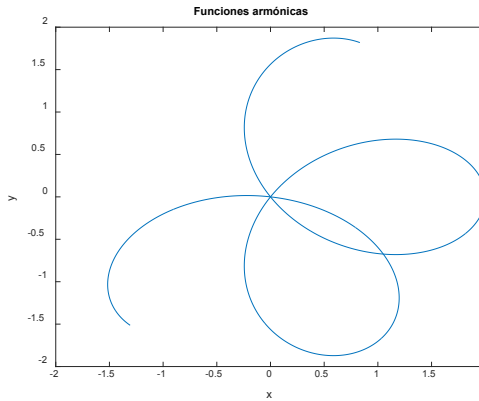
```
x=A*cos(n*t).*cos(t);
```

```
y=A*cos(n*t).*sin(t);
```

```
plot(x,y), xlabel('x'),ylabel('y'),title('Funciones armónicas')
end
```

Ejemplo

```
>> curva(2,-2,4,500,pi/2)
```



Representación ejercicio

LaTeX

Latex es un sistema de composición de textos que permite crear documentos con alta calidad tipográfica. Su uso, en general, está dirigido a la composición de artículos científicos, tesis y libros de tipo técnico, cuya simbología matemática es muy particular con relación a la de un texto convencional que no lo emplea.

Se puede digitar en los gráficos caracteres especiales o letras griegas mediante el uso del recurso *LaTeX*, el cual incorpora comandos para caracteres especiales escritos en un texto. Matlab interpreta los caracteres empezados con una barra invertida que acompaña a las palabras clave en *LaTeX*, tal como se observa en la Tabla 9.12.

Tabla 9.12. Representación en formato *Latex* de las letras griegas

Letras griegas							
α	<code>\alpha</code>	β	<code>\beta</code>	γ	<code>\gamma</code>	δ	<code>\delta</code>
ϵ	<code>\epsilon</code>	ε	<code>\varepsilon</code>	η	<code>\eta</code>	θ	<code>\theta</code>
λ	<code>\lambda</code>	μ	<code>\mu</code>	ξ	<code>\xi</code>	π	<code>\pi</code>
ρ	<code>\rho</code>	σ	<code>\sigma</code>	τ	<code>\tau</code>	φ	<code>\varphi</code>
φ	<code>\varphi</code>	ψ	<code>\psi</code>	ω	<code>\omega</code>		
Γ	<code>\Gamma</code>	Δ	<code>\Delta</code>	Λ	<code>\Lambda</code>	Π	<code>\Pi</code>
Σ	<code>\Sigma</code>	Φ	<code>\Phi</code>	Ψ	<code>\Psi</code>	Ω	<code>\Omega</code>

Fuente: elaboración propia.

Existen más códigos *LaTeX* que se recomienda consultar en otros textos o internet. En Matlab se puede consultar los códigos *Latex* de la siguiente forma:

```
q1 = latex(x)
```

```
q1 =
```

```
\left(\begin{array}{cccc} 17 & 24 & 1 & 8 & 15 \\ 23 & 5 & 7 & 14 & 16 \\ 4 & 6 & 13 & 20 & 22 \\ 10 & 12 & 19 & 21 & 3 \\ 11 & 18 & 25 & 2 & 9 \end{array}\right)
```

Como se puede observar, la sintaxis de *LaTeX* emplea los argumentos entre llaves: `{ }`. Los subíndices deben ir precedidos de «`_`», y los superíndices van precedidos de «`^`». A fin de que salga el símbolo de las letras griegas, se debe digitar su nombre en inglés precedido de «`\`», con la primera letra en minúscula o mayúscula.

Ejemplo

1. Sea la función $y(x)=e^{-0,3x} \text{sen}(x)$, grafique en el intervalo $[-10,10]$, con particiones de 0,01. La distancia x se mide en micrómetros.

```
x=-10:0.01:10; y=2*sin(x).*exp(-0.3*x);
plot(x,y)
xlabel({'\fontsize{12}Eje de las X','Distancia \mum'})
ylabel('\fontsize{16}y=sin(x)\cdote^{-\phi\cdot x}')
```

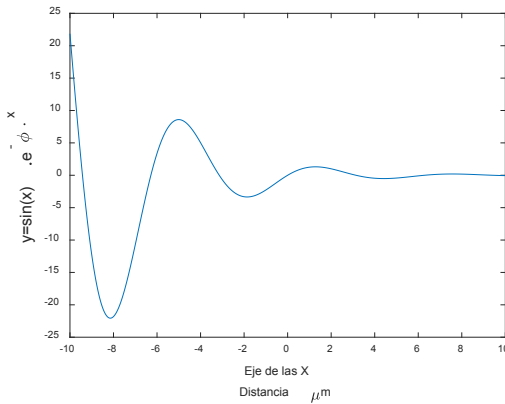


Figura 9.41. Representación de datos bajo el formato *LaTeX*.

2. Sea la función armónica $y(t)=Ae^{-\alpha t} \operatorname{sen}(\beta t)$ con la condición $\alpha \ll \beta$, grafique $y(t)$ para el intervalo $[0,400]$, con 10 000 puntos, donde $A = 1,5, \alpha = 1/100, \beta = 2$.

```
t = linspace(0, 400, 10000)
A=1.5; alfa=1/100;
beta=2;
plot(t,A*exp(-alfa*t).*sin(beta*t),'k')
title('{ \it A e } ^{- \alpha \it t} \sin \beta { \it t } \ \alpha \ll \beta ')
xlabel('Tiempo ( \mu s)'), ylabel('Amplitud (mV)'), grid on
```

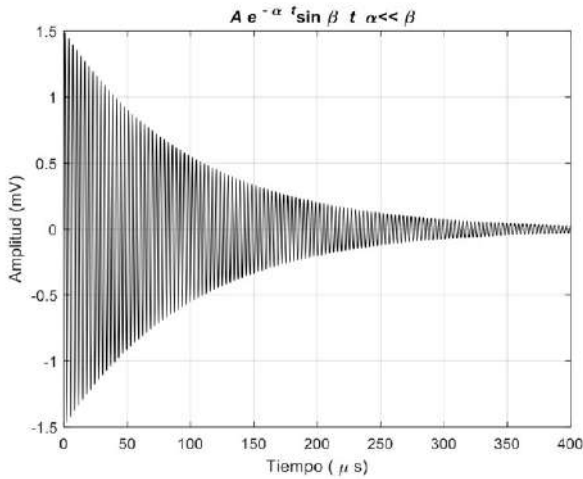


Figura 9.42. Representación de datos bajo el formato *LaTeX*.

3. Exprese la serie de Taylor de la función $\log(x^2+1)$ en formato latex:

`syms x`

`f = taylor(log(1+x));`

`latex(f)`

`ans =`

$$x^2 - \frac{x^4}{2}$$

Gráficas de funciones logarítmicas

Una función logarítmica es aquella que tiene la forma de $f(x) = \log_b X$, donde la base de esta función debe ser positiva y diferente de 1. Es decir, la función logarítmica solo existe para valores de x positivos, sin incluir el cero, por ende, su dominio es el intervalo $(0, \infty)$. La función logarítmica es continua y es creciente para $b > 1$ y decreciente para $b < 1$.

Para graficar este tipo de funciones en Matlab se tienen tres tipos de instrucción, según los requerimientos de escalado con base en la función, así:

- *loglog* (igual que *plot*, excepto que ambos ejes se escalan con base en la función *Log10*);
- *semilogx* (igual que *plot*, excepto que el eje *x* se escala con base en la función *Log10*);
- *semilogy* (igual que *plot*, excepto que el eje *y* se escala con base en la función *Log10*).

Ejemplos

1. Grafique la función $y=20+e^{3t}$ y $x=e^t$ según el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de $\pi/180$. Plotee la función con la instrucción *loglog*, de manera que la línea tenga un ancho de 2.

```
t = 0:pi/180:2*pi;
```

```
x = exp(t);
```

```
y = 20 + exp(3*t);
```

```
% Trazar la función con una línea más ancha
```

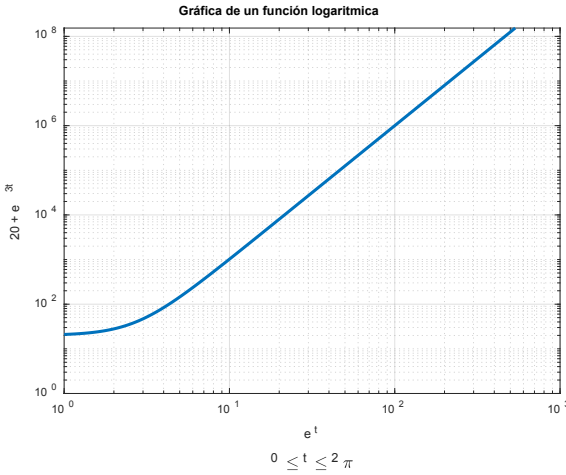
```
loglog(x, y, 'LineWidth', 2), grid
```

```
title('Gráfica de un función logaritmica')
```

```
% Se etiquetan los ejes.
```

```
% Tenga en cuenta los caracteres especiales
```

```
xlabel(['e^{t}'; '{0 \leq t \leq 2\pi}']), ylabel('20 + e^{3t}')
```



Representación ejercicio 1

2. Grafique la función $y=2^{-0,2x+10}$, según el intervalo $[0,1, 60]$, con ajustes a 1000. Emplee las funciones *linspace*, *semilogy*, *semilogx* y *loglog*.

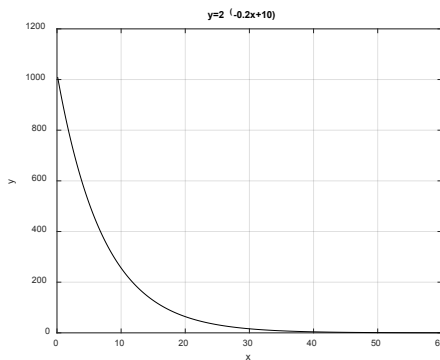
```
x=linspace(0.1,60,1000);
```

```
y=2.^(-0.2*x+10);
```

```
plot(x,y,'k'), xlabel('x'), ylabel('y')
```

```
title('y=2.^(-0.2*x+10)')
```

```
grid
```

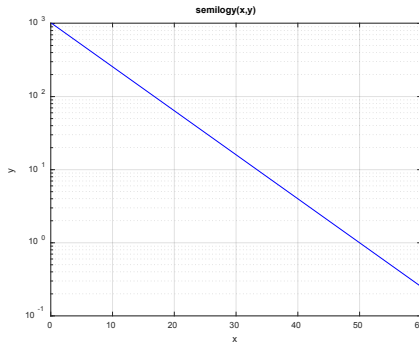


Representación ejercicio 2 I



```

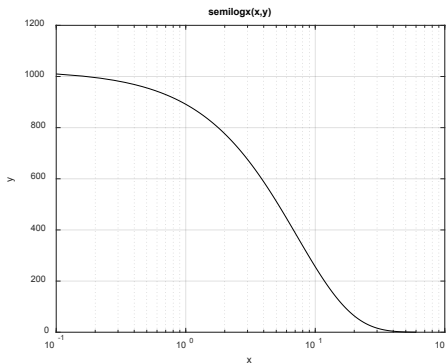
y1=2.^(-0.2*x+10);
semilogy(x,y1,'b')
% El eje varía en forma semilogaritmica
xlabel('x'),ylabel('y'), title('semilogy(x,y)')
grid
    
```



Representación ejercicio 2 II

```

y2=2.^(-0.2*x+10);
semilogx(x,y2,'k')
xlabel('x'),ylabel('y')
title('semilogx(x,y)'),grid
    
```

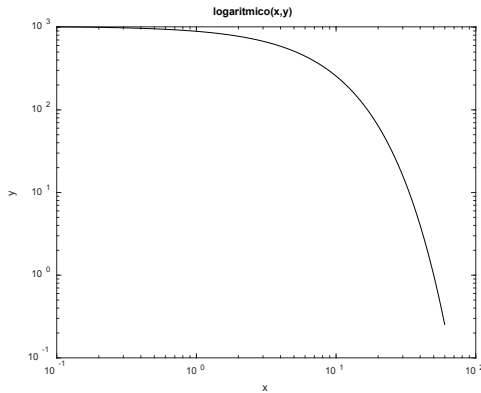


Representación ejercicio 2 III

```
y3=2.^(-0.2*x+10);
```

```
loglog(x,y3,'k')
```

```
xlabel('x'), ylabel('y'), title('logaritmico(x,y)')
```



Representación ejercicio 2 IV

Instrucción **bar**

Cuando se quiere que la gráfica aparezca en barras, y no en forma curvilínea, se emplea el comando `bar(x,y)`.

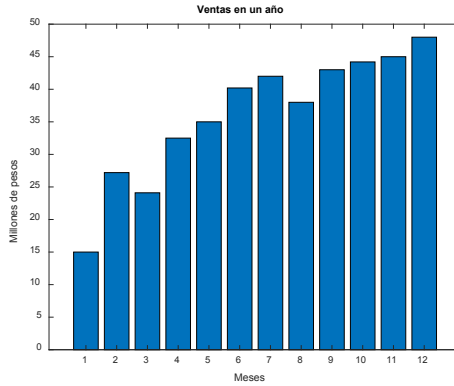
Ejemplos

1. Sea el vector que representa las ventas en millones de pesos en los doce meses, represente en diagrama de barras los datos.

```
y = [15 27.2 24.1 32.5 35 40.2 42 38 43 44.2 45 48];
```

```
bar(y), title('Ventas en un año')
```

```
xlabel('Meses'), ylabel('Millones de pesos')
```



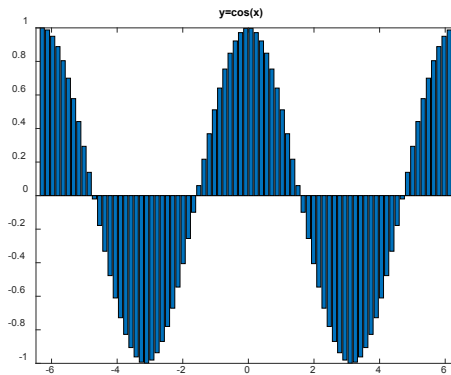
Representación ejercicio 1

2. Sea la función $y = \cos(x)$, evaluada en el intervalo $-2\pi \leq x \leq 2\pi$, grafique con 80 puntos.

```
x=linspace(-2*pi,2*pi,80);
```

```
y=cos(x);
```

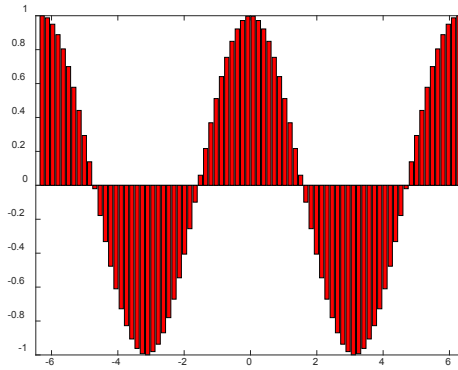
```
bar(x,y),title('y=cos(x)')
```



Representación ejercicio 2

3. Cambie el color de las barras a rojo.

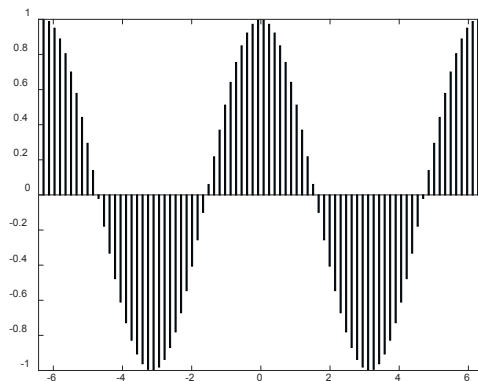
```
bar(x,y,'r')
```

Representación ejercicio 3

4. Al ajustar el tamaño de las barras del ejercicio 2 a un rango de 0,2:

`bar(x,y,0.2)`



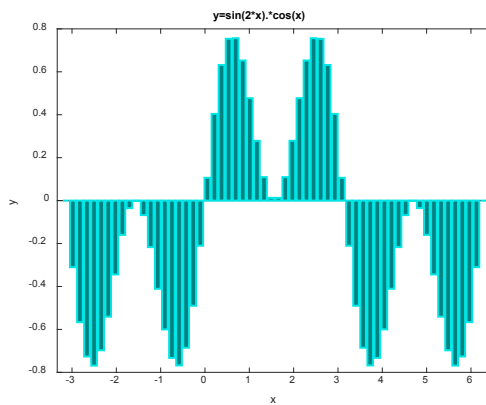
Representación ejercicio 4

5. Dada la función $y = \sin(2x)\cos(x)$, evaluada en el intervalo $-\pi \leq x \leq 2\pi$, grafique con 60 puntos, de modo que se especifiquen los colores de barra y el contorno con un ancho de 1,5. Establezca el color del interior de la barra y el contorno del color utilizando la configuración RGB. Establezca el ancho del contorno de la barra.

```

x=linspace(-pi,2*pi,60);
y=sin(2*x).*cos(x);
bar(x,y,'FaceColor',[0.5.5],'EdgeColor',[0.9.9],'LineWidth',1.5)
title('y=sin(2*x).*cos(x)')
xlabel('x'),ylabel('y')

```



Representación ejercicio 5

6. *Distribución Beta*. En estadística es una distribución de probabilidad continua con dos parámetros a y b cuya función de densidad para valores es: $0 \leq x \leq 1$

$$f(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1}(1-x)^{b-1}$$

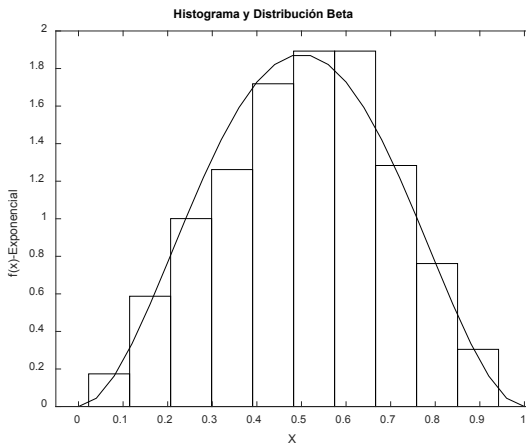
Donde Γ representa la función *gamma*, Matlab emplea la función *betapdf(X,A,B)* a fin de evaluar la distribución Beta.

Sea una muestra de 500, evaluada en los parámetros $a = 3$ y $b = 3$, grafique el histograma de la distribución beta, ajustando el ancho de las barras y compare con la densidad de probabilidad teórica con particiones de 0,04.

```

n=500; a=3; b=3;
db = betarnd(a,b,1,n);
[N,h]=hist(db,10); % Ahora se procede a crear el histograma.
N=N/(h(2)—h(1))/n; % se cambia el ancho de las barras.
% Ahora se obtiene la densidad de probabilidad teórica.
x = 0:.04:1; % Parámetros de la distribución (0,1).
y = betapdf(x,a,b);
plot(x,y), axis equal
bar(h,N,1,'w'), hold on
plot(x,y,'k'), hold off
xlabel('X'),ylabel('f(x)—Exponencial')
title('Histograma y Distribución Beta')

```



Representación ejercicio 6

Instrucción *Linewidth*

Para mejorar la resolución de la gráfica se adjunta al comando *plot* la instrucción *Linewidth*. La sintaxis completa es:

```
plot (x,y,'color','Linewidth',n)
```

Donde n es un número entero que define el grado de resolución o ancho de la curva de la función.

Ejemplos

1. Sea la función $f(x) = \frac{6|x-1|}{x^2+2}$, evaluada en el intervalo $-10 \leq x \leq 10$, grafique con 300 puntos, de manera que la curva sea en color rojo y resolución de 3 con línea segmentada. También ajuste los espacios más relevantes de la función para observar mejor la curva. Etiquete los ejes.

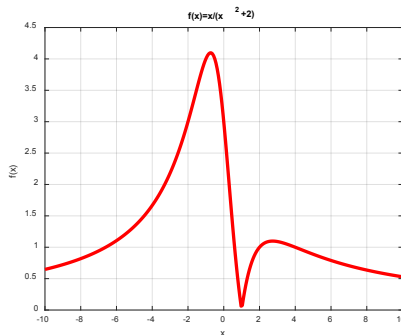
```
x=linspace(-10,10,300);
```

```
y=6*abs(x-1)./(x.^2+2);
```

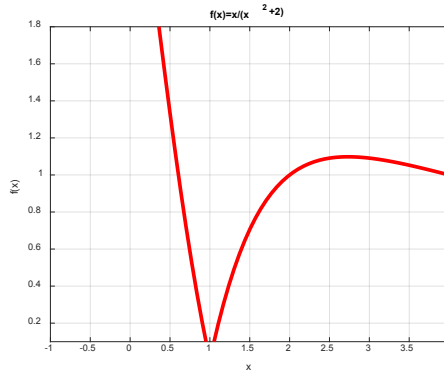
```
plot (x,y, '-r','Linewidth',3), grid on
```

```
% axis([-1 4 0.1 1.8])
```

```
xlabel('x'), ylabel('f(x)'), title('f(x)=x/(x^2+2)')
```



Representación ejercicio 1 I



Representación ejercicio 1 II

Al restringir el área de estudio, la instrucción *axis* juega un papel importante; al activarlo se obtiene la figura 1 II.

2. Sea la función $f(x)=\cos(3x)$, evaluada en el intervalo $0 \leq x \leq 2\pi$, grafique en color negro con línea punto y resolución de 2 tomando 50 puntos. Etiquete los ejes.

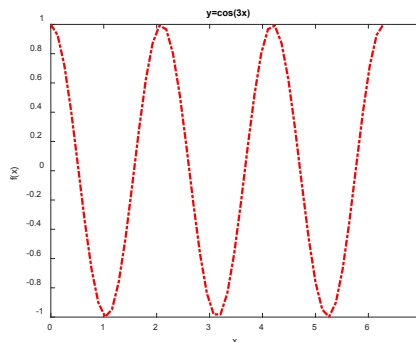
```
x=linspace(0,2*pi,50);
```

```
y=cos(3*x);
```

```
plot(x,y,'-r','Linewidth',2)
```

```
xlabel('x'),ylabel('f(x)')
```

```
title('y=cos(3x)')
```



Representación ejercicio 2



3. Dada la función $y = \sin(x) - \cos(x\sqrt{2})$, grafique en el intervalo $[-2\pi, 3\pi]$, con particiones de 0,1, con la condición de que la curva sea roja y gruesa de resolución 2. Otra codición es que el título sea más grande y ajustar los ejes.

```
x = -2*pi:.1:3*pi;
```

```
y = sin(x) - cos(sqrt(2)*x);
```

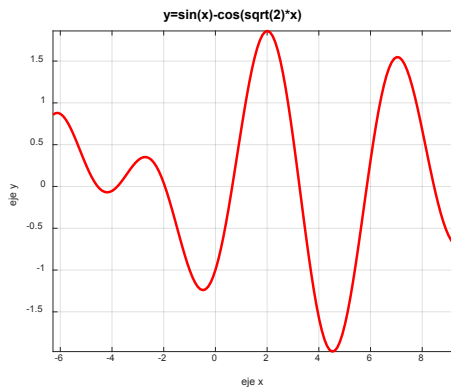
```
plot(x,y,'r','linewidth',2)
```

```
axis tight
```

```
grid on
```

```
xlabel('eje x'), ylabel('eje y')
```

```
title('y=sin(x)-cos(sqrt(2)*x)','FontSize',14)
```



Representación ejercicio 3

4. *Inserciones de figuras en una misma ventana.* Revise cuidadosamente las instrucciones y comentarios del código. Una vez hecho este análisis replique con funciones diferentes.

```
clf % Limpiar las figuras en la ventana
```

```
t = linspace(0,3*pi);
```

```

t(1)=eps; % t(1) Se establece para trabajar números pequeños
y = sin(t);
h1 = axes ('position',[0.1 0.1 .8 .8]);
%se definen las dimensiones de la función principal, con un ancho
de 0.8 y altura 0.8,
% con segmentaciones en la amplitud de (0.1,0.1)
plot(t,y), xlabel('t'), ylabel('sin t')
title('inserción de gráficas')
set (h1,'Box','Off');
xhl = get (gca,'xlabel');
% se crea una caja fuera de la gráfica principal tomando con refe-
rente la etiqueta
%'xlabel' sobre los actuales ejes que se asignan con la variable xhl
set (xhl,'fontsize',16,'fontweight','bold')
% Se cambian los atributos de 'xlabel '
yhl = get(gca,'ylabel') ; % se hace lo mismo con 'ylabel'
set (yhl,'fontsize',16, 'fontweight','bold')
h2 = axes('position', [0.65 0.4 .2 .2] );
% se definen las coordenadas que posicionarán
% el polígono en la gráfica principal. Estas coordenadas se definen
según la estética que se desee mostrar. Pruebe diferentes valores
fill(t,y.^2,'r')

```

```

% se dibuja un polígono cuya gráfica se llena de color rojo
set(h2,'Box','Off');

xlabel('t'), ylabel('(sint)^2')

set(get(h2,'xlabel'),'FontName','Times')
set(get(h2,'ylabel'),'FontName','Times')

h3 = axes('position',[0.1 0.3 .3 .3]);

% se define la posición de la gráfica polar
polar (t,y.^2—y./t);

% Se realiza una gráfica de tipo polar con la función y.^2—y./t
polarch = get(gca,'children');

% Obtener el identificador de todos los ejes actuales más pequeños
set (polarch(1),'linewidth',4)

% se establece el ancho de la línea de la curva polar

```

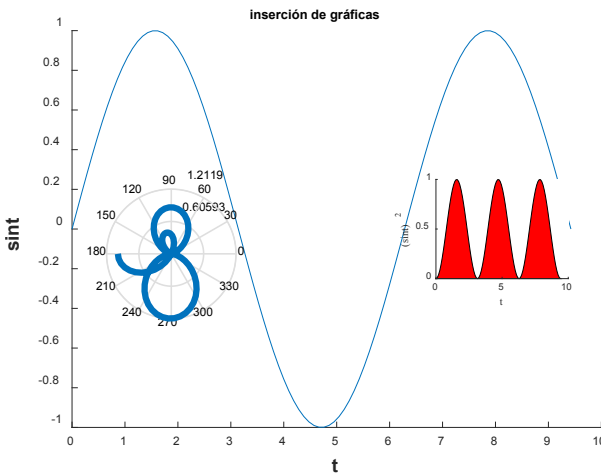


Figura 9.43. Inserciones de figuras en una misma ventana.

5. *Figuras en tándem en una misma ventana con diferente tamaño.* Revise cuidadosamente las instrucciones y comentarios del código. Una vez realizado este análisis replique con funciones diferentes.

```
clc;
```

```
t=linspace(0,8*pi,300);
```

```
r = exp(-0.1*t);
```

```
x=r.*cos(t);
```

```
y=r.*sin(3*t);
```

```
clf
```

```
h1= axes('position',[0.1,0.1,0.5,0.5]);
```

```
% Se definen los primeros ejes
```

```
fill(x,y,'g')
```

```
% la primera gráfica que es la más grande va a ir de color verde
```

```
h2 = axes('position',[0.45,0.45,0.3,0.3]);
```

```
% Se establece las segundas coordenadas
```

```
fill(x,y,'b') % la segunda figura será de color azul
```

```
set(h2,'xcolor','b');
```

```
% Se cambia el color de la abscisa x, en este caso de color azul
```

```
set(h2,'ycolor','b'); % Se cambia la abscisa y a color azul
```

```
set(h2,'xticklabel','');
```

```

% se remueven las marcas de las abscisas x e y
set(h2,'yticklabel',' ');

h3 = axes('position',[0.67,0.67,0.2,0.2]);

% Coordenadas para los terceros ejes
fill(x,y,'m'), box('off')

% la tercera figura va sin caja exterior
set(h3,'xcolor','m'); % cambio de color a las abscisas magenta
set(h3,'ycolor','m');

set(h3,'xticklabel',' '); % se remueven las marcas de las abscisas
set(h3,'yticklabel',' ');

h4 = axes('position',[0.84,0.84,0.1,0.1]); % cuartos ejes
fill(x,y,'r') % cuarta figura en color rojo
set(h4,'color','y'); % Cambiar el color de fondo
set(h4,'xaxisloc','top');

% Se ubica el eje x en la parte superior
set(h4,'yaxisloc','right');

% Se ubica el eje y en la parte derecha

```

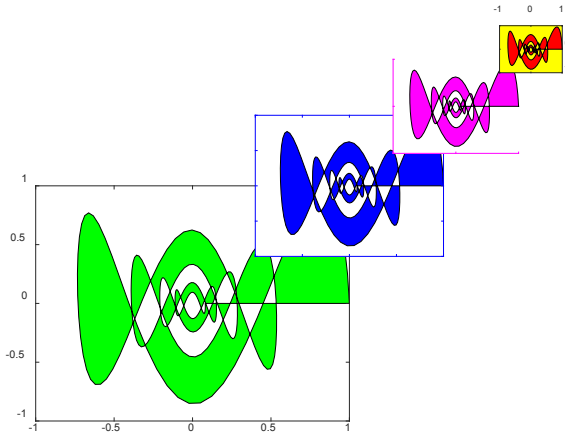


Figura 9.44. Figuras en tándem en una misma ventana con diferente tamaño.

Instrucción *inline*

Existen otras opciones para graficar funciones explícitas en 2D. Una de ellas es la instrucción *inline('f')*, la cual convierte una cadena a una función y luego se pasa un vector x a la función que se evalúa para luego graficar. Es importante anotar que esta instrucción en versiones futuras se eliminará, por lo que se sugiere el uso de otras funciones.

1. Sea la función $f(x)=x^3-5$ evaluada en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,1, grafique la función personalizada.

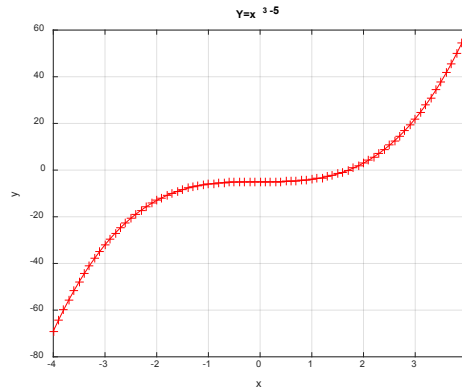
```
x=-4:0.1:4;
```

```
f=inline('x.^3-5');
```

```
y=f(x);
```

```
plot(x,y,'-r+'), title('Y=x^3-5')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'), grid
```



Representación ejercicio 1

2. Sea la función $f(x)=x^2 \cos(2x^2 -5)$ evaluada en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$, con particiones de $\pi/100$, grafique la función personalizada.

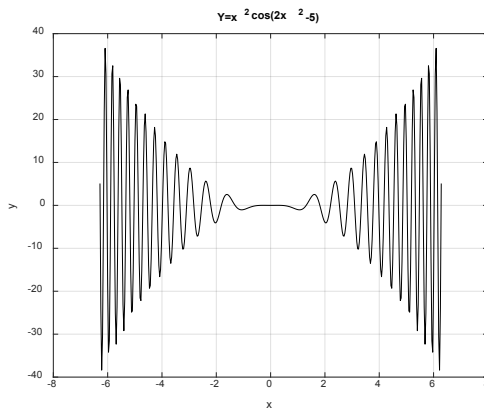
```
x=-2*pi:pi/100:2*pi;
```

```
f=inline('x.^2.*cos(2*x.^2-5)');
```

```
y=f(x);
```

```
plot(x,y,'-k'), title('Y=x^2cos(2x^2-5)')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'), grid
```



Representación ejercicio 2



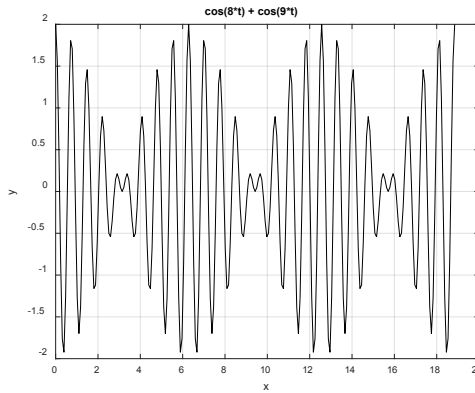
3. Dada la función $f(t)=\cos(8t)+\cos(9t)$, grafique en el intervalo $[0,6\pi]$, con particiones de $\pi/40$.

```
x = 0:pi/40:6*pi;
```

```
h = inline('cos(8*t) + cos(9*t)');
```

```
plot(x, h(x),'k'), grid
```

```
xlabel('x'), ylabel('y'), title('cos(8*t) + cos(9*t)')
```



Representación ejercicio 3

Instrucción **scatter**

Esta función crea un diagrama de dispersión (*scatter*) con círculos equidistantes que representan la función en un plano xy . La sintaxis general para esta instrucción es la siguiente:

- `scatter(x,y)`. Permite crear un diagrama de dispersión con círculos en las posiciones especificadas por los vectores x e y . Este tipo de gráfico también se conoce como diagrama de burbujas.
- `scatter(x,y,a)`. Crea un diagrama de dispersión con círculos. Para trazar cada círculo con la misma área se especifica la

variable a como un escalar. A fin de trazar cada círculo con un área diferente, se especifica la variable como un vector con longitud igual a la longitud de x e y .

- `scatter(x,y,a,c)`. Esta instrucción permite personalizar el color de los círculos. Para trazar todos los círculos con el mismo color se especifica la variable c como una cadena de un solo color o un triplete RGB. Para utilizar colores variables, se especifica c como un vector o una matriz de tres columnas de tripletes RGB.
- `scatter(__,'filled')`. Llena los círculos de color. Se utiliza la opción *filled* (llenar) con cualquiera de los argumentos de entrada de las sintaxis anteriores; es decir, rellena de color el diagrama de dispersión.
- `scatter(__,markertype)`. Esta instrucción especifica el tipo de marcador, esto es, se puede cambiar la forma circular de presentación del diagrama de dispersión.
- `scatter(__,Name,Value)`. Especifica las propiedades de la serie de dispersión que utilizan uno o más argumentos de par Nombre y Valor. Por ejemplo, `'LineWidth'2`, que establece el ancho del contorno del marcador en 2 puntos.
- `scatter(ax,__)`. Permite representar el diagrama de dispersión de una función en formas diferentes. La opción *ax* puede preceder a cualquiera de las combinaciones de los argumentos de entrada en las sintaxis anteriores.
- `s = scatter(__)`. Se utiliza s con el fin de realizar futuras modificaciones en la serie de dispersión una vez creada, en la que se relacionan dos funciones x e y .

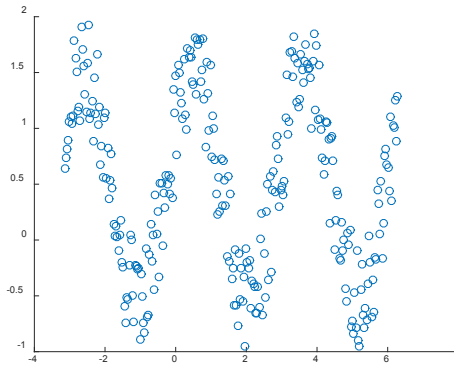
Ejemplos

1. Dada la función $y = \cos(2x - 1)$ cree un diagrama de dispersión en el intervalo $[-\pi, 2\pi]$. Agregue ruido aleatorio a la función. Tome 280 puntos.

```
x = linspace(-pi, 2*pi, 280);
```

```
y = cos(2*x - 1) + rand(1, 280); % Se adiciona el ruido aleatorio
```

```
scatter(x, y)
```



Representación ejercicio 1

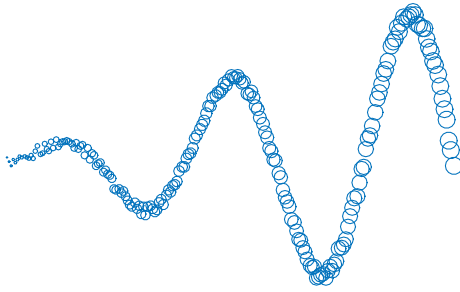
2. Sea $y = x \sin(x)$, cree un diagrama de dispersión empleando círculos con diferente área en el intervalo $[0, 5\pi]$ y $[1, 150]$. Agregue ruido aleatorio a la función. Tome 200 puntos y suprima los ejes.

```
x = linspace(0, 5*pi, 200);
```

```
y = x.*sin(x) + rand(1, 200);
```

```
a = linspace(1, 150, 200);
```

```
scatter(x, y, a), axis off
```



Representación ejercicio 2

3. *Ley de Torricelli*. La velocidad con la que cae un fluido de un recipiente, que no está tapado en la parte superior y tiene un orificio en la parte inferior, se evalúa por la fórmula:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad y h la altura (m) del orificio desde donde cae el fluido del recipiente con respecto al piso o superficie horizontal de referencia.

Si la altura se evalúa desde un intervalo $[0, 2,75]$ m, emplee una gráfica de dispersión con diferente color para un intervalo de $[0,5, 1]$. Tome 160 puntos.

```
h = linspace(0,2.75,160);
```

```
g=9.81;
```

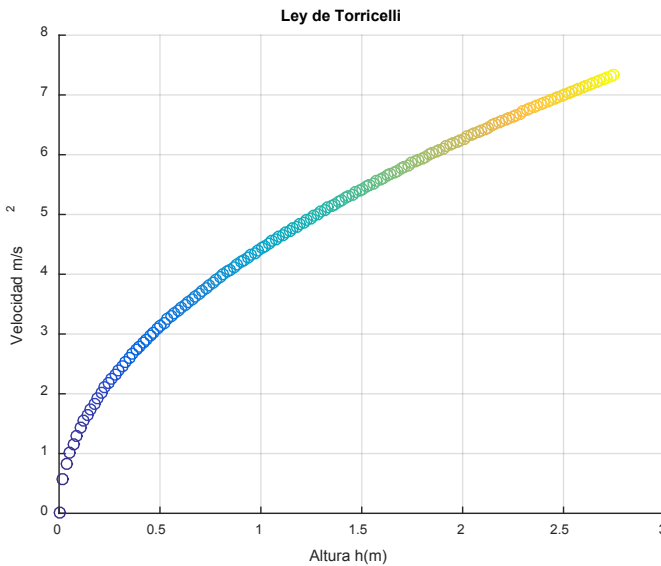
```
v = sqrt(2*g*h);
```

```
c = linspace(0.5,1,length(h));
```

```
scatter(h,v,[],c)
```

```
xlabel('Altura h(m)'), ylabel('Velocidad m/s^2')
```

```
title('Ley de Torricelli'), grid
```

Representación ejercicio 3

4. Dada la función $y=|\cos(x)|$, grafique rellenando en color el diagrama de dispersión para el intervalo $[0,2\pi]$ y $[1,10]$. Tome 200 puntos y un valor de la constante $a = 25$.

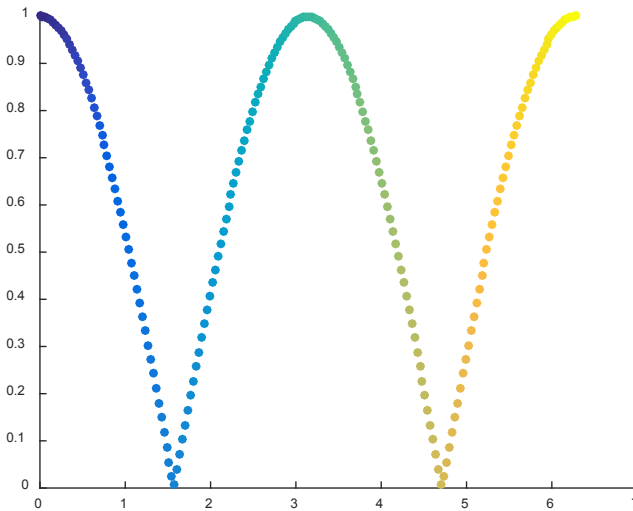
```
x = linspace(0,2*pi,200);
```

```
y = abs(cos(x));
```

```
a = 25;
```

```
c = linspace(1,10,length(x));
```

```
scatter(x,y,a,c,'filled')
```



Representación ejercicio 4

5. Cree vectores x e y como valores de las funciones seno y coseno con ruido aleatorio del 50 %. Luego, cree un diagrama de dispersión y use marcadores de diamante con un área de 140 puntos. El intervalo de trabajo es $[0, 2,5\pi]$ con 160 puntos.

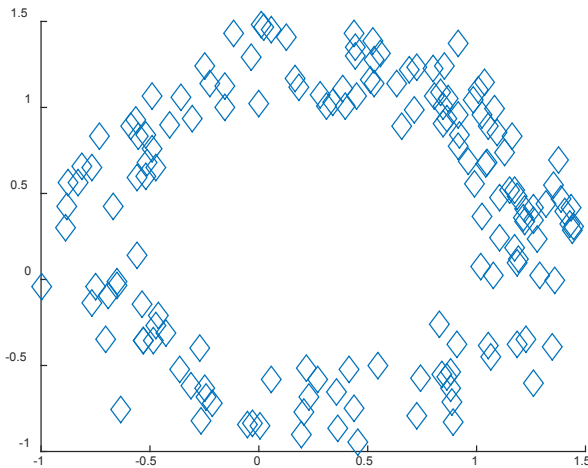
```
theta = linspace(0,2.5*pi,160);
```

```
x = sin(theta)+ 0.5*rand(1,160);
```

```
y = cos(theta) + 0.5*rand(1,160);
```

```
a = 140;
```

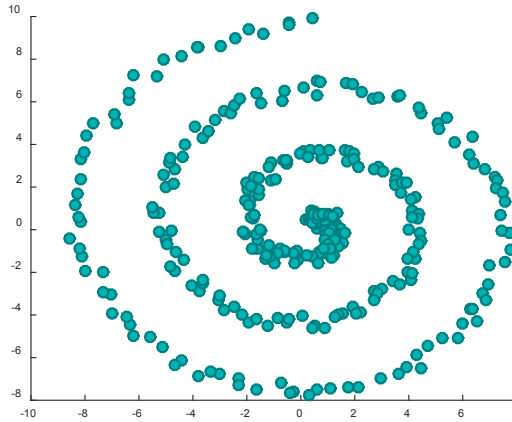
```
scatter(x,y,a,'d')
```



Representación ejercicio 5

6. Cambie el color del marcador y el ancho de la línea de las funciones $f=x\text{sen}(2x)$ y $g=x\text{cos}(2x)$ con ruido aleatorio del 75 %. Cree un diagrama de dispersión y establezca el color del borde del marcador, el color de la cara del marcador y el ancho de la línea. Tome el intervalo $[0,3\pi]$ con 300 puntos. El valor de la constante $a = 50$.

```
x = linspace(0,3*pi,300);
f = x.*sin(2*x) + 0.75*rand(1,300);
g = x.*cos(2*x) + 0.75*rand(1,300);
a = 50;
scatter(f,g,a,'MarkerEdgeColor',[0 .5 .5],...
'MarkerFaceColor',[0 .7 .7],...
'LineWidth',1.5)
```



Representación ejercicio 6

7. La intensidad de una señal está representada por la siguiente fórmula:

$$I = I_0 \frac{\text{sen}^2 x}{x^2}$$

Si la intensidad inicial es de 10, subplotee I para el intervalo $[0, 3\pi]$ con 90 puntos. Expresé el diagrama de dispersión con círculos y diamantes.

```
x = linspace(0,3*pi,90);
```

```
I0 = 10;
```

```
I = I0*sin(x).^2./x.^2;
```

```
ax1 = subplot(2,1,1);
```

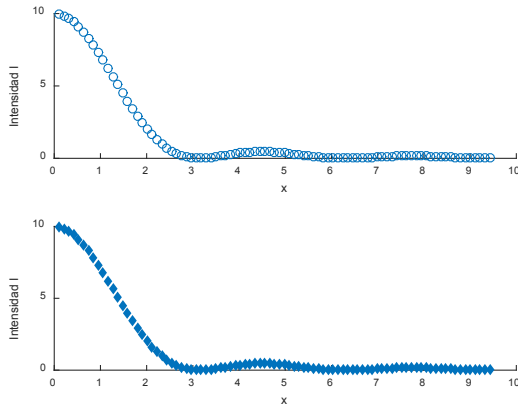
```
scatter(ax1,x,I)
```

```
xlabel('x'),ylabel('Intensidad I')
```

```
ax2 = subplot(2,1,2);
```

```
scatter(ax2,x,I,'filled','d')
```

```
xlabel('x'),ylabel('Intensidad I')
```



Representación ejercicio7

8. Grafique un diagrama de dispersión con las funciones $x=e^\theta$ $sen(100\theta)$, $y=e^\theta \cos(100\theta)$, en el intervalo $[0,1]$ tomando 500 puntos. Grafique sin ejes.

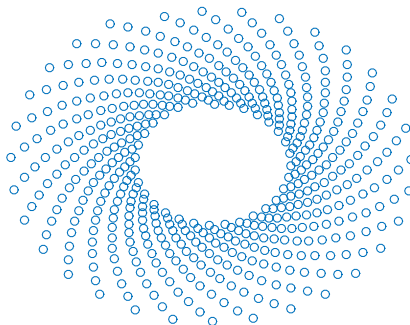
```
theta = linspace(0,1,500);
```

```
x = exp(theta).*sin(100*theta);
```

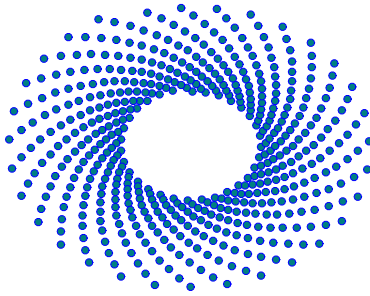
```
y = exp(theta).*cos(100*theta);
```

```
s = scatter(x,y);
```

```
axis off
```



Representación ejercicio 8 I



Representación ejercicio 8 II

A fin de llenar los círculos usando los argumentos de los ejercicios anteriores, se tiene:

```
s.LineWidth = 0.6;
```

```
s.MarkerEdgeColor = 'b';
```

```
s.MarkerFaceColor = [0 0.5 0.5];
```

Práctica 4

1. Grafique las funciones indicadas según el intervalo dado con 500 puntos. Adicione grilla, cambie el color y la marca de la gráfica, adicione etiquetas y título.

a. $f(x) = x(x^2 + 3)^2 - 10 \quad -10 \leq x \leq 10$

b. $f(x) = -3x^2 + x - 1 \quad -12 \leq x \leq 12$

c. $f(x) = 4x - \sqrt{2x^2 + x} \quad 0 \leq x \leq 12$

d. $f(x) = x - \sqrt{x} \quad 0 \leq x \leq 8$

e. $h(x) = \frac{2 \tan(x)}{1 + \cos(x)} \quad -4 \leq x \leq 4$

f. $f(x) = x \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right) \quad -\pi/4 \leq x \leq \pi/4$

g. $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} \quad 0 \leq x \leq 25$

h. $f(x) = \frac{3x^2 - 8}{7x + 1} + x \quad -6 \leq x \leq 6$

i. $f(x) = \operatorname{sen}(4x + 10) - 1 \quad -4\pi \leq x \leq 5\pi$

j. $f(x) = \operatorname{csc}(3x) - \operatorname{sec}(4x) + \operatorname{cot}(2x) \quad -3\pi \leq x \leq 3\pi$

k. $f(x) = \frac{7x^2 - 3x + 3}{3x^2 + 6} \quad -3 \leq x \leq 10$

l. $f(x) = -5e^{-0,3x} \quad -3 \leq x \leq 3$

m. $f(x) = \log_{10}(3x + 4) + 2 \quad 0 \leq x \leq 40$

n. $f(x) = -3x^4 - 45,2578x^3 - 14,48x^2 + 1,897x + 3,857 \quad -9 \leq x \leq 9$

o. $f(x) = \frac{x+1}{e^{|0,5x-1|}} \quad -7 \leq x \leq 7$

p. $g(x) = \frac{\sqrt{x+1}(2-x)^5}{(x+3)^7} \quad -2 \leq x \leq 2$

q. $h(x) = \frac{\log(x^2-4)}{2x+5} \quad -10 \leq x \leq 10$

r. $f(x) = e^{-0,1x} \log(x^2 - 1) \quad 0 \leq x \leq 40$

2. Para los siguientes ejercicios tome un intervalo $[-2,2]$ con 900 puntos.

a. $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 0 \\ -1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

b. $g(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < -1 \\ 1 & \text{si } 0 < x < 2 \\ -x^2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$



3. Tome un intervalo $[-1,1]$ con 1800 puntos.

$$a. f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & \text{si } x < -1 \\ 1-x^2 & \text{si } -1 < x < 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

$$b. f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 2 & 0 \leq x < 1 \\ -x+3 & 1 \leq x \end{cases}$$

4. Tome un intervalo $[-1,1]$ con 4000 puntos.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{2x+10} & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$$

5. Sea la función $f=e^{-x} \cos(2x)$; $g=e^{-x} \sin(x)$ evaluadas en el intervalo $[0,1]$ con ajustes de 350, emplee la instrucción $scatter(x,y)$.

6. Las fuerzas de un cuerpo sobre un plano inclinado de ángulo θ están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$N=mg\cos\theta; F=mgsen\theta$$

Donde g es la gravedad y m la masa del cuerpo, grafique las dos fuerzas en una misma ventana etiquetándolas debidamente para un cuerpo de 5 kg, cuyo ángulo varía entre $[0,75]$ grados. Tome 90 puntos y emplee la instrucción $scatter$ para que las curvas sean multicolor.

7. Cree un *script* en el que se ingrese por consola los valores del intervalo $[a,b]$, la cantidad de puntos p y el valor del ángulo θ , para las funciones generales:

$$x=\cos(3nt) \cos(2t); y=A\cos(2nt) \sin(3t);$$

8. Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 3$ y $g(x) = \sqrt[3]{4x^3 - 3}$ en el intervalo $[-4, 4]$, grafique las funciones de manera que la primera aparezca con un trazo de puntos de color amarillo y la segunda

con un trazo de triángulos con trazos de color verde. Etiquete los ejes y las curvas de las funciones. Tome 400 puntos.

9. Dada la función $f(t)=\text{sen}(8t)+\text{sen}(9t)$, grafique en el intervalo $[0,6\pi]$, con particiones de $\pi/40$. Use la instrucción *inline*.

10. La aceleración a de un faro en función del ángulo de giro θ está representado por la ecuación:

$$a = \frac{2\omega^2 d \text{sen}\theta}{\text{cos}^3\theta}$$

Donde ω es la aceleración angular (en rad/s) y d la distancia del faro a la costa (en metros).

a. Grafique la aceleración para el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/10$. Utilice la instrucción *inline* y *line*, respectivamente, en ventanas diferentes.

b. Grafique la velocidad del faro para el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/10$. Utilice la instrucción *inline* y *line*, respectivamente, en ventanas diferentes. Donde la velocidad es:

$$v = \frac{d\omega}{\text{cos}^2\theta}$$

11. Dadas las funciones $f(x)=e^{x-3}$ y $g(x)=10\text{sen}(2x)$ en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$, con particiones de 0,01, grafique las funciones, de manera que la primera aparezca con un trazo discontinuo de línea punto de color negro y la segunda con un trazo de asteriscos de color rojo. Etiquete los ejes y las curvas de las funciones.

12. Los átomos pueden estar en uno u otro de dos niveles de energía E_1 y E_2 . Al aplicar la fórmula de la distribución de Boltzmann se puede calcular la proporción de átomos que ocupan cada uno de los dos niveles de energía:

$$n_1 = \frac{1}{1 + e^{-\frac{2\mu_B B}{KT}}}$$

Donde B es el campo magnético (medido en teslas), $\mu_B = 9,27401 \cdot 10^{-24}$, J/T es el magnetón de Bohr, $K = 1,38065 \cdot 10^{-23}$, J/K la constante de Boltzman y T la temperatura en grados Kelvin.

Si la temperatura es de 300 K y el campo magnético oscila en intervalo $[0, 0,09]$ teslas, grafique en la misma ventana para 200 puntos, la función original, la función en barras y la función en círculos en color rojo. Etiquete las gráficas.

13. Cambie el color del marcador y el ancho de la línea de las funciones $f = x \operatorname{sen}(x)$ y $g = \cos(x^2)$ con ruido aleatorio del 60 %. Cree un diagrama de dispersión y establezca el color del borde del marcador, el color de la cara del marcador y el ancho de la línea. Tome el intervalo $[0, 3\pi]$ con 300 puntos. El valor de la constante es $a = 40$.

14. Dadas las funciones $f(x) = 100 \cdot \tan(3x)$ y $g(x) = 2e^{-(2x-1)}$ en el intervalo $[-7, 7]$, grafique las funciones de manera que la primera aparezca con cuadrados y líneas de color negro y la segunda con estrellas de seis puntas y líneas a trozos de color azul. Etiquete los ejes y las curvas de las funciones.

15. Dada la función $g(x) = 2e^{-(x-0,5)}$ emplee las funciones *linspace*, *semilogy*, *semilogx* y *loglog* para graficarla en el intervalo $[0, 1, 20]$, con ajustes a 2000.

16. Dada la función $g(x) = e^{(x^2 - \log(x^2 + 1))}$ emplee las funciones *linspace*, *semilogy*, *semilogx* y *loglog* para graficarla en el intervalo $[0, 1, 6]$, con ajustes a 3000.

17. Cree vectores x e y como valores de las funciones seno y coseno. Luego, cree un diagrama de dispersión y use marcadores de diamante con un área de 120 puntos. El intervalo de trabajo es $[0, 2\pi]$ con 150 puntos.

18. Sea la función $h(x) = \log(30+x^3) - 3\log(4+x)$ grafique bajo la condición $[0, 20]$ con ajustes de 2000. Emplee las funciones *linspace*, *semilogy*, *semilogx* y *loglog*.

19. Sea la función $m(x) = \frac{2^{x-4}}{5}$ grafique bajo la condición $[-10, 10]$ con ajustes de 1000. Emplee la función *linspace*, *semilogy*, *semilogx* y *loglog*.

20. Dada la función $y = \cos(2x)/\sin(x)$, grafique rellenando en color el diagrama de dispersión para el intervalo $[0, 3\pi]$ y $[1, 10]$. Tome 200 puntos y un valor de la constante $a = 35$.

21. Sea la función $f(x) = 3x - \sqrt{2x^2 + x}$, grafique la curva en barras bajo el intervalo $0 \leq x \leq 15$ con ajustes de 600 y resolución de 3.

22. Dada la función $f(x) = \cos(4x)\sin(10x)e^{-|x|}$, subplotee la función normal y en los formatos *loglog*, *semilogx* y *semilogy*. Las gráficas deben ser con diferente color y debidamente etiquetadas.

23. Sea la función $f(x) = 2\csc(2x) - \sec(5x) + \cot(x)$, grafique la curva en barras bajo el intervalo $-2\pi \leq x \leq \pi$ con ajustes de 800 y una resolución de 4.

24. La intensidad debida a la difracción en la dirección correspondiente a los máximos secundarios es aproximadamente igual a:

$$I = I_0 \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{(2n + 1)^2}$$

Si la intensidad inicial es de 4,5, subplotee I para el intervalo $[0,7]$ con 90 puntos. Exprese el diagrama de dispersión con círculos y diamantes.

25. La ecuación cinemática para movimiento está descrita por:

$$x(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Graficar $x(t)$ para el intervalo de tiempo $[0,15]$ segundos, donde la velocidad inicial es de 30 km/h y una aceleración constante de $3,45 \text{ m/s}^2$. Tome 500 puntos. Etiquete debidamente la gráfica y la curva.

26. Grafique el voltaje de un sistema según las condiciones dadas. Tome 900 puntos.

$$v(t) = \begin{cases} 100t & 0 \leq t \leq 0,1 \\ 12 & 0,1 \leq t \leq 0,4 \\ -100(t - 0,4) + 12 & 0,4 \leq t \leq 0,5 \\ 0 & t > 0,5 \end{cases}$$

27. En el tratamiento de la arritmia cardiaca, a través de una vena se inyecta un medicamento en el torrente sanguíneo para su control. Suponga que la concentración c (mg/L) del medicamento después de t horas está dada por la fórmula:

$$c(t) = \frac{3,5t}{t + 1}$$

a. Grafique el comportamiento de $c(t)$ para un tiempo de 0 a 10 horas. Tome 650 puntos.

b. Si el nivel de concentración mínimo requerido es 1,5 mg/L, determine cuándo se rebasa este nivel.

28. El coeficiente de corrección de energía cinética σ está dado por la ecuación:



$$\alpha = \frac{6(k+1)^3(k+2)^3}{(3k+1)^3(5k+4)}$$

Grafique α en el intervalo $[0,12]$ con 600 puntos.

29. Dada la función $f(x) = \sqrt{\frac{100(1-0.01x^2)^2+0.025x^2}{(1-x^2)^2+0.125x^2}}$, subplotéela empleando las instrucciones *semilogy*, *semilogx* y *loglog* etiquetadas debidamente, tomando valores entre 0 y 100 con 500 puntos.

30. *Factores de capacidad de carga en una estructura.* Donde N_q , N_c y N_γ representan las capacidades de carga adimensionales que están en función del ángulo ϕ de fricción del suelo, que oscila entre 0 y 25 grados.

$$N_q = \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) e^{\pi \tan \phi} \quad N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \phi$$

Grafique estos tres casos en una misma ventana con particiones de 0,1. Etiquete cada curva con su respectiva ecuación.

31. La ecuación que permite calcular el efecto de la altura h (millas) sobre el peso p (libras) de un cuerpo está dada por:

$$W(h) = p \left(\frac{4000}{4000 + h} \right)^2$$

Grafique $W(h)$ cuando el cuerpo pesa 90 libras a nivel del mar y h varía entre 0 y 10 millas; tome 1000 puntos.

32. Los bienes industriales se deprecian a una razón tal que su valor contable dentro de t años será:

$$V(t) = 850000e^{-0.4t} \text{ (dólares)}$$

Grafique $V(t)$, comprendido en el periodo del año 2000 hasta el 2016. Tome 540 puntos.

33. El movimiento armónico simple de una señal está representado por la ecuación:

$$x(t) = 2A \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$$

Grafique $x(t)$, cuando la amplitud A es de 2,5 cm, las frecuencias angulares ω_1 y ω_2 son de 12,5 kHz y 20 kHz, respectivamente, bajo el intervalo $[0, 0,00001]$, con 1000 puntos y resolución de 4.

34. El crecimiento de población en una determinada región durante t años está dada por la ecuación:

$$p(t) = \frac{40t^2 + 140t + 250}{2t^2 + 7t + 51}$$

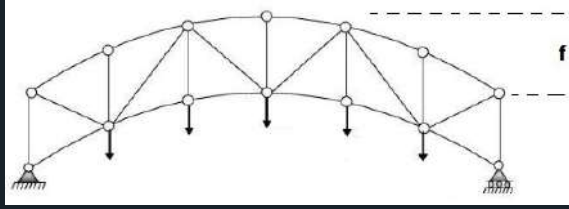
Grafique $p(t)$ para el intervalo $[0,15]$ con 800 puntos. Etiquete debidamente la gráfica según las variables dadas.

35. El volumen V de un cilindro hueco de radio r y longitud L está relacionado con la profundidad h a la que está un líquido dentro de él, cuya fórmula es:

$$V(h) = \left[r^2 \cos^{-1}\left(\frac{r-h}{r}\right) - (r-h)\sqrt{2rh-h^2} \right] L$$

Si un cilindro tiene un diámetro de 2 m y una longitud de 4 m, grafique su volumen cuando el nivel del líquido que contiene varía de 0,1 hasta 3,4 m. Tome 500 puntos.

36. En la construcción de un puente, la cercha—arco con radio interno R y una altura desde la rasante horizontal al punto más alto del cordón superior en la mitad de la luz f es igual a la altura de los elementos verticales.



Representación ejercicio 36

Según la figura se puede calcular la altura de los puntos del cordón inferior empleando la ecuación:

$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2} - x\right)^2} - (R - f)$$

Grafique un estimado de y cuando la distancia $L/2$ equivale a 7 m y el gálibo interno f del cordón inferior es de 2,8 m, bajo la condición $8,9 \leq R \leq 10,2$ con ajustes de 750 y resolución de 5 (tome $x = 2$).

37. La frecuencia de corte f_c en hercios se calcula mediante la ecuación:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Donde R es la resistencia de la aplicación en ohmios (Ω) y C es la capacidad en faradios.

El desfase que depende de la frecuencia f de la señal es:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{f_c}{f}\right)$$

Grafique el ángulo cuando la resistencia es de 5 $K\Omega$ y la capacitancia es de 1,2 nF, si la frecuencia se evalúa en el intervalo $[3,6] \times 10^4$ Hz con 500 puntos.

38. La resultante de dos ondas electromagnéticas unidimensionales está representada por la siguiente ecuación:

$$E = 2E_0 \cos\left(\frac{k\Delta x}{2}\right) \operatorname{sen}\left[\omega t - k\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right)\right]$$

Donde E_0 representa el campo eléctrico inicial, k el número de onda, Δx la variación de la longitud recorrida (m), t el tiempo, ω la frecuencia angular y x la longitud constante recorrida.

Si el campo eléctrico inicial toma un valor de 500 N/C, grafique E cuando $k = 3,2 \text{ m}^{-1}$, $\omega = 13,5 \text{ rad/s}$, $x = 100 \text{ m}$ y $t = 5 \text{ s}$, donde Δx varía entre 0 y 100 m con ajustes de 500.

39. La concentración de monóxido de carbono en el aire debido a las emisiones de automóviles dentro de t años está dada por la ecuación:

$$C(t) = 0,0125 \sqrt[3]{(0,2145t^2 + 4,12t + 58,2)^2}$$

Donde $C(t)$ está medida en partes por millón, grafique $C(t)$ para el intervalo $[0,10]$ con ajustes de 0,02. Etiquete debidamente la gráfica según las variables dadas.

40. El valor mínimo del radio que puede tener una curva de una carretera se calcula mediante la ecuación:

$$r = \frac{v^2(1 - \mu \tan\theta)}{g(\mu + \tan\theta)}$$

Donde v es la velocidad del vehículo, g la gravedad, μ el coeficiente de rozamiento dinámico y θ el ángulo de peralte. Grafique el radio para una velocidad de 100 km/h con un ángulo de peralte que oscila entre 7 y 8 grados, con particiones de 0,002 y con un coeficiente de rozamiento dinámico de 0,72.

41. Las funciones de onda de dos armónicas que se propagan sobre el eje x están dadas por las siguientes funciones:

$$y_1(x, t) = 0,5 \operatorname{sen} \left(4\pi x - \pi t + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$y_2(x, t) = 0,7 \operatorname{sen}(4\pi x + \pi t)$$

Grafique en la misma ventana cuando t varía en el intervalo $[-4, 4]$ y $x=10$, de manera que la primera función aparezca con un trazo de puntos de color rojo y la segunda con un trazo de triángulos de color negro. Etiquete los ejes y las curvas de las funciones. Tome 1000 puntos.

42. La ecuación de movimiento de una subserie está descrita por la siguiente ecuación:

$$\tau = v^n t - T \left(\frac{v^n - 1}{v - 1} \right)$$

Grafique la función cuando $v = 1,125$, $T = 5$, y n que oscila entre 0 y 100. Tome 200 puntos y etiquete la gráfica.

43. La fórmula para calcular la altitud $h(x)$ medida en metros sobre el nivel del mar en función de la presión atmosférica es:

$$h(P) = (30T + 8000) \log \left(\frac{P_0}{P} \right)$$

Donde T es la temperatura en grados Celsius, P_0 es la presión atmosférica al nivel del mar, que equivale a aproximadamente a 760 mm de mercurio y P a la presión atmosférica.

Grafique $h(P)$ cuando P varía entre 120 y 700 mm Hg con una temperatura constante de 24 °C. Tome 800 puntos y etiquete debidamente la gráfica y la ventana.

44. La caída de presión ΔP en pascales (Pa) para un fluido que circula por una tubería con diferente diámetro está dada por:

$$\Delta P = \frac{\rho v^2}{2} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]^2$$

Donde ρ es la densidad del fluido y v su velocidad, grafique y etiquete debidamente ΔP para un segmento de tubería por la que circula gasolina $\rho = 737 \text{ kg/m}^3$ a una velocidad de 5 m/s, bajo las siguientes relaciones de diámetros $d/D = 0,9$ a $0,2$. Tome 900 puntos.

45. *Dosis de medicamento.* La dosis de un medicamento debe estar especificadas según el paciente (adulto o niño). Para esto se plantean dos fórmulas a fin de modificar los niveles de medicamento, así:

$$\text{Regla de Cowling } y_c = \frac{d}{24} (t + 1)$$

$$\text{Regla de Friend } y_F = \frac{2}{24} td$$

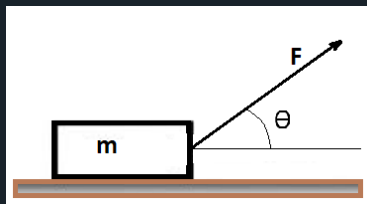
Donde d denota la dosis (en mg) y t denota la edad del paciente (en años).

Si la dosis es de 100 mg, grafique en la misma ventana las ecuaciones para el intervalo de tiempo $[0,12]$ tomando 200 puntos. Etiquete debidamente las funciones y la ventana en general.

46. Un cuerpo de masa 32 kg lo halado una cuerda, tal como se muestra en la figura.

La fuerza que se requiere para mover el cuerpo considerando la fricción μ está dada por la ecuación:

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\theta + \mu \operatorname{sen}\theta}$$



Representación ejercicio 46

Grafique F cuando se aplica con ángulos entre 0 y 90 grados. Tome 100 puntos, con $\mu = 0,55$.

47. La trayectoria de un proyectil disparado con una velocidad inicial v_0 con un ángulo θ se describe por la ecuación:

$$y = x \tan \theta - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \theta}$$

Donde $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, si el ángulo es de 71° y el alcance x es de 300 m , ¿qué comportamiento gráfico tendría y con respecto a la velocidad inicial que oscila entre 30 y 100 m/s ? Tome 800 puntos.

48. La presión sanguínea $p(t)$ de una persona está modelada por la función:

$$p(t) = 115 + 25 \sin(160\pi t)$$

Donde $p(t)$ se mide en mmHg y t en minutos.

Grafique la presión para el intervalo $[0,30]$. Tome 50 puntos.

49. Un proyectil se dispara desde una altura de 650 pies sobre el suelo. Su altura $h(t)$ y velocidad $v(t)$ en pies y pies/s, respectivamente, después de t segundos están dadas por:

$$h(t) = -16t^2 + 805t + 650; \quad v(t) = -32t + 805$$

Grafique en la misma ventana las dos funciones, etiquetándolas debidamente para un intervalo de tiempo $[0,6]$ segundos. Tome 250 puntos.

50. Dadas las funciones que describen un movimiento armónico amortiguado:

$$f(t)=10e^{-0.5t} \cos(\pi t) \quad \text{y} \quad g(t)=10e^{-0.1t} \cos(\pi t)$$

Grafique en la misma ventana para el intervalo $[0,60]$. Tome 60 puntos. Etiquete debidamente las funciones.

51. *Componentes de la fuerza de marea.* La fuerza de marea se origina debido a que la Tierra es un cuerpo extenso, de manera que el campo gravitatorio producido por la Luna o el Sol no es homogéneo en todos sus puntos, ya que unos están más cercanos y otros más alejados de dichos cuerpos celestes.

A fin de calcular la componente radial de la fuerza de marea se realiza el producto escalar $f_p \cdot R = F_R \cdot R$, donde f_p es la fuerza con respecto a un punto p , y F_R es la componente radial de la fuerza de marea, representado por la ecuación:

$$F_R = \frac{GMm}{r^3} R(3\cos^2\theta - 1)$$

La componente tangencial F_t se calcula mediante el módulo del producto vectorial $|f_p \times R| = f_t \cdot R$:

$$F_T = -3 \frac{GMm}{r^3} R \sin\theta \cos\theta$$

Donde G es la constante gravitacional, M y m , las masas de los cuerpos en interacción, r la distancia entre los cuerpos, R el radio del cuerpo de mayor masa, θ el ángulo entre r y R con respecto al centro del cuerpo de mayor masa.

Dado los siguientes datos:

- masa de la Luna = $7,35 \cdot 10^{22}$ kg,
- masa del Sol = $1,98 \cdot 10^{30}$ kg,
- masa de la Tierra = $5,972 \cdot 10^{24}$ kg,
- radio de la Tierra $R = 6,37 \cdot 10^6$ m,
- radio del Sol $R = 6,96 \cdot 10^8$ m,
- constante $G = 6,67408 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg²,
- distancia media entre el centro de la Tierra y el centro del Sol $r = 149,6 \cdot 10^9$ m y
- distancia media entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna $r = 384,4 \cdot 10^6$ m.

Grafique en el intervalo $[0, \pi]$ con 750 puntos para las fuerzas F_R y F_t . Etiquete los ejes y las curvas de las funciones.

- Entre la Luna y la Tierra.
- Entre la Tierra y el Sol.
- Entre la luna y el Sol.

52. Grafique la trayectoria de un objeto en función del tiempo, según la función dada:

$$y(t) = \frac{1}{99,98} (100e^{-t} - e^{-100t})$$

Tome tiempos de 0 a 0,05 segundos y 1000 puntos.

53. Ecuación de adsorción química GAB (Guggenheim, Anderson, De Boer).

$$W = \frac{W_m C k a}{(1 - k a)(1 - k a + c k a)}$$

Donde W representa la cantidad de adsorbato depositado por unidad de masa adsorbente, a es la actividad del adsorbato en la atmósfera que rodea el adsorbente, C , k y W_m son los coeficientes que se calculan a nivel experimental para cada par adsorbente—adsorbato.

Grafique W para $C = 20,1$, $k = 0,9412$ y $W_m = 0,0701$ si a varía en el intervalo $[0,01,0,99]$. Tome 200 puntos.

54. Dada la función $f(t) = \cos(3t)\sen(4t)$, grafique en el intervalo $[0,5\pi]$, con particiones de $\pi/60$. Use la instrucción *inline*.

55. El tiempo para duplicar o triplicar una inversión está dado por la siguiente fórmula:

$$y = \frac{\ln(m)}{n \ln\left(1 + \frac{r}{n}\right)}$$

Donde m indica la inversión en el número de veces, r es la tasa de interés anual compuesto n veces al año.

a. Si se triplica la inversión con una tasa del 12,8 % anual, a un periodo de cero a tres años, ¿qué comportamiento tiene la función y ? Tome 180 puntos.

b. Evalúe el mismo caso del punto a , donde la inversión se duplica en el mismo periodo. Grafique en la misma ventana y etiquete las gráficas para diferenciar.

56. El flujo de caudal Q en m^3/s en un canal abierto de sección transversal circular está dado por la ecuación:

$$Q = \frac{2^{3/2} D_c^{5/2} \sqrt{g} (\theta - 0,5 \sen(2\theta))^{3/2}}{8 \sqrt{\sen\theta} (1 - \cos\theta)^{5/2}}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad, d es la profundidad del canal y D_c está dado por: $D_c = \frac{d}{2}(1 - \cos\theta)$.

Grafique el caudal cuando $d = 2$ m, y el ángulo θ varía entre 10 y 68 grados. Tome 100 puntos.

10. Gráficas especiales de funciones



Matlab permite el uso de otro tipo de instrucciones para graficar funciones, bien sea en una ventana o bien en diferentes, lo que permite cierta flexibilidad a la hora de presentar datos organizados a través de una o varias figuras.

Instrucción *plotyy*

Esta función grafica con el eje y tanto a la izquierda como a la derecha de la figura. La representación de esta instrucción varía según los datos a graficar:

plotyy(x₁,y₁,x₂,y₂)

plotyy(x₁,y₁,x₂,y₂,función)

plotyy(x₁,y₁,x₂,y₂,funcion1,'funcion2')

[AX,H1,H2] = plotyy(...)



Ejemplos

1. Dadas las funciones $f(x)=250e^{-0,05x} \operatorname{sen}(x)$ y $g(x)=2e^{-0,5x} \operatorname{sen}(10x)$, grafique en el intervalo $[0,3]$, con particiones de 0,01.

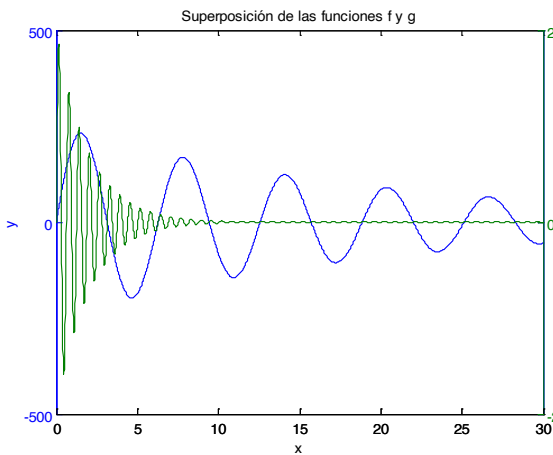
$x = 0:0.01:30;$

$f = 250*\exp(-0.05*x).*\sin(x);$

$g = 2*\exp(-0.5*x).*\sin(10*x);$

$[AX,H1,H2] = \text{plotyy}(x,f,x,g,'plot');$

$\text{title}('Superposición de las funciones f y g')$



Representación ejercicio 1

2. Modifique las líneas del anterior ejemplo.

$x = 0:0.01:30;$

$f = 250*\exp(-0.05*x).*\sin(x);$

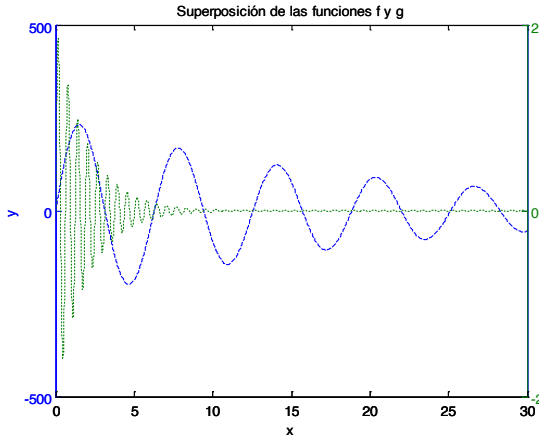
$g = 2*\exp(-0.5*x).*\sin(10*x);$

$[AX,H1,H2] = \text{plotyy}(x,f,x,g,'plot');$

```
title('Superposición de las funciones f y g')
```

```
set(H1,'LineStyle','—');
```

```
set(H2,'LineStyle',':');
```



Representación ejercicio 2

Práctica 1

Grafique empleando la función *plotyy*:

1. Funciones $f(x)=x\text{sen}(x)$ y $g(x)=\cos(10x)+1$, evaluadas en el intervalo $[-3,3]$, con particiones de 0,1.
2. Funciones $f(x)=\cos(x+10)$ y $g(x)=\text{sen}|1-x|$, evaluadas en el intervalo $[-4,4]$. Tome 100 puntos.
3. Funciones $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$ y $g(x) = \tan(2x)$, evaluadas en el intervalo $[-3,3]$, con particiones de 0,2.
4. Funciones $f(x)=\log(x+1)$ y $g(x)=\sec(x)$, evaluadas en el intervalo $[0,10]$. Tome 500 puntos.
5. Funciones $f(x)=3x^2+2x-1$ y $g(x)=3\text{sen}(5x-1)$, evaluadas en el intervalo $[-2\pi,3\pi]$, con particiones de $\pi/30$.
6. Funciones $f(t)=e^{-0,5t}\cos(20t-5)$ y $g(v)=5\log_{10}(v^2+20)$, evaluadas en los intervalos $[0,8]$ y $[-8,8]$, respectivamente.
7. Funciones $f(x)=|-2x|$ y $g(x)=-3|\text{sen}(x)|$, evaluadas en el intervalo $[-2\pi,2\pi]$, con particiones de $\pi/30$.
8. El modelo Jenss se considera la fórmula más precisa para predecir la estatura de niños de preescolar. Si h es la estatura (en cm) y x es la edad (en años), entonces:

$$h(x) = 79,041 + 6,39x - e^{3,261-0,993x} \frac{1}{4} \leq t \leq 6$$

La rapidez de crecimiento R (en cm/año) está dada por la ecuación:

$$R(x)=6,39+0,993e^{3,261-0,993x}$$

Grafique las dos funciones según las condiciones dadas.



9. La altura $h(t)$ y la velocidad $v(t)$ de un proyectil lanzado con una velocidad v_0 y un ángulo de elevación A (en grados), con respecto al plano horizontal, está determinada por las ecuaciones:

$$h(t) = v_0 t \operatorname{sen} A - \frac{1}{2} g t^2 \text{ y } v(t) = \sqrt{v_0^2 - 2v_0 g t \operatorname{sen} A + g^2 t^2}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad ($9,81 \text{ m/s}^2$).

a. Grafique $h(t)$ y $v(t)$ para un intervalo de $[0,10]$, con particiones de $0,1$, donde la velocidad inicial es de 300 km/h con un ángulo de elevación de 40 grados. Personalice las gráficas con marcas y color diferente, y etiquete los ejes debidamente.

b. Si $h(t) = 0$, determine el tiempo y la velocidad cuando la velocidad inicial es de 250 km/h y el ángulo de elevación de 35 grados.

c. Con base en el punto anterior, grafique t y v en función del ángulo de elevación que oscila entre 0 y 70 grados, con particiones de $0,2$.

d. Grafique $h(t)$, $v(t)$ y $a(t)$, tomando los datos del punto a , donde $a(t)$ es la aceleración del proyectil. Nota: a fin de obtener $a(t)$ derive $v(t)$ con respecto al tiempo.

Instrucción *step*

Esta función dibuja la respuesta paso de sistemas lineales invariantes en el tiempo. Su sintaxis general es la siguiente:

step

step(sys)

step(sys,t)

step(sys1,sys2,...,sysN)

step(sys1,sys2,...,sysN,t)

y = step(sys,t)

[y,t] = step(sys)

[y,t,x] = step(sys) % solamente para modelos en el espacio de estados de sistemas dinámicos

Ejemplos

1. La *función de transferencia* de un sistema lineal e invariante en el tiempo (LTI) se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida y la transformada de Laplace de la entrada, bajo la suposición que las condiciones iniciales son nulas. Es decir:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a_m S^m + a_{m-1} S^{m-1} + \dots + a_1 S + a_0}{S^n + b_{n-1} S^{n-1} + \dots + b_1 S + b_0}$$

Con la condición de que $m \leq n$ para sistemas reales, dada la función de transferencia, emplee una función polinómica para que aparezca por la Command Window; luego grafique $G(s)$.

$$G(s) = \frac{s^2 + 2s + 5}{s^3 + 5s^2 + 7s + 1}$$

`numerador=[1,2,5];`

`denominador=[1,5,7,1];`

`G=tf(numerador,denominador)` % *tf se interpreta como la función constructora de transferencia o función de conversión de transferencia*

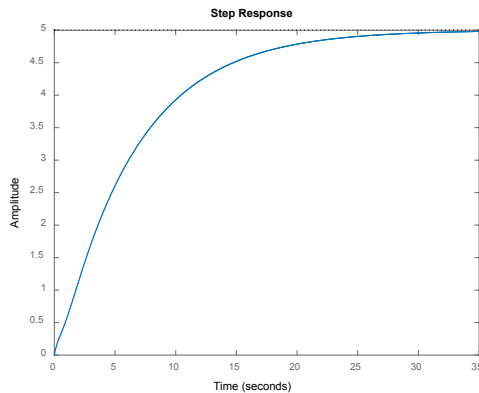
`step(numerador,denominador)`

`G =`

$$s^2 + 2s + 5$$

$$s^3 + 5s^2 + 7s + 1$$

Continuous—time transfer function.

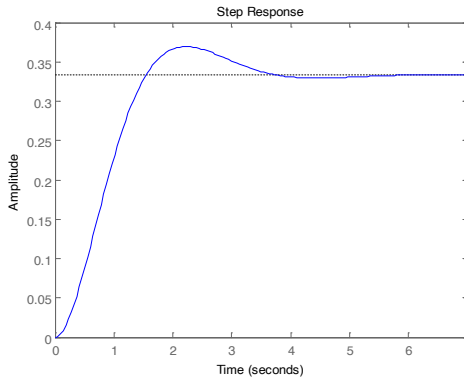


Representación ejercicio 1



2. Grafique la respuesta de la función de transferencia $h(s) = \frac{s}{s^2+2s+3}$ frente a una entrada escalón (paso).

`step([1],[1 2 3])`



Representación ejercicio 2

3. Cargue una función de transferencia $G(s)$ que tiene ceros en -1 y -2 , polos en -10 , $-5+5i$ y $-5-5i$, con una ganancia estática de $k = 7$. Grafique $G(s)$.

Para este caso particular se emplea la instrucción $g=zpk(z,p,k)$, donde z representa el vector que contiene los ceros del numerador de $G(s)$, p representa un vector que tiene los polos de $G(s)$, y k es la ganancia estática de $G(s)$. Grafique la función de transferencia.

$$z=[-1,-2];$$

$$p=[-10,-5+5i,-5-5i];$$

$$k=5;$$

$$G=zpk(z,p,k)$$

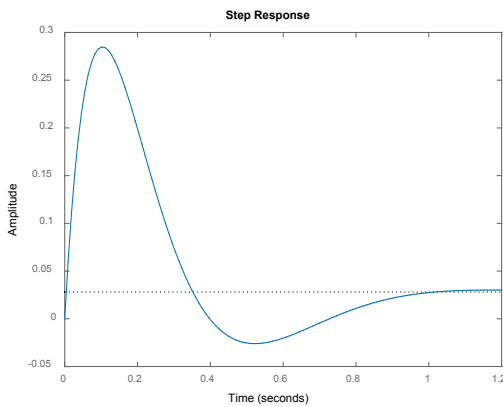
$$step(G)$$

$G =$

$$7(s+1)(s+2)$$

$$(s+10)(s^2 + 10s + 50)$$

Continuous—time zero/pole/gain model.



Representación ejercicio 3

Instrucción *impulse*

Esta función proporciona la respuesta a una función impulso. Su sintaxis es:

impulse

impulse(sys)

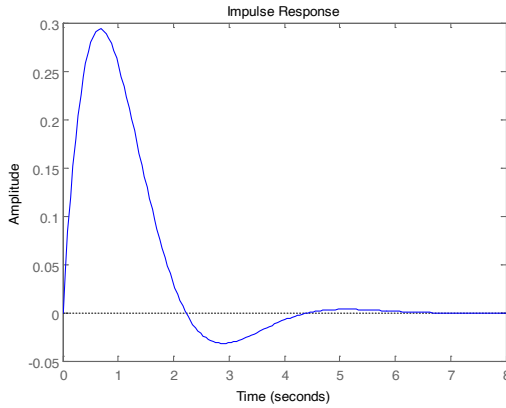
impulse(sys,t)

Ejemplo

Grafique la respuesta de la función de transferencia del ejercicio anterior frente a una entrada impulso.



`impulse([1],[1 2 3])`



Representación ejercicio

Instrucción *rlocus*

Esta función permite graficar la localización de las raíces de una función de transferencia. Su sintaxis es:

`rlocus(sys)`

`rlocus(sys1,sys2,...)`

Donde *sys*, *sys1*, etc., representan los valores que componen la función de transferencia tanto del numerador como del denominador.

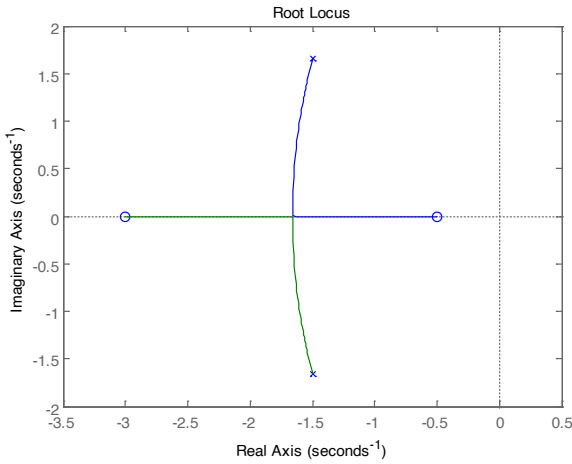
Ejemplo

Grafique la localización de raíces de las siguientes funciones de transferencia:

$$h(S) = \frac{2S^2 + 7S + 3}{S^2 + 3S + 5}$$

$$h = tf([2 \ 7 \ 3],[1 \ 3 \ 5]);$$

rlocus(h)

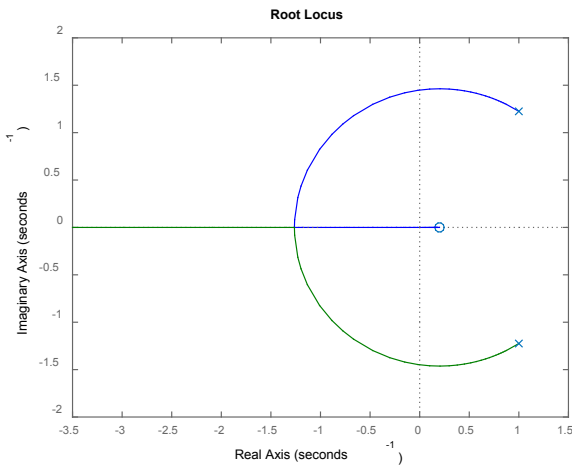


Representación ejercicio

$$h(s) = \frac{5s - 1}{4s^2 - 8s + 10}$$

$$h = tf([5 \ -1],[4 \ -8 \ 10]);$$

rlocus(h)



Representación ejercicio



Instrucción *subplot*

Una de las características de gráficas de datos en Matlab es que puede representarse de forma individual en una ventana, u organizada en conjunto con otras, también en una ventana, lo cual depende directamente de los requerimientos del ejercicio o problema, la estética o la forma de presentación de los datos. Para esto se emplea el comando *subplot(a,b,c)*, cuya función es la de organizar las gráficas en una misma ventana, en la que se define mediante tres argumentos numéricos, a, b y c. El primero y el segundo definen las filas y las columnas, respectivamente, que forman la matriz axb ; el tercero indica la posición que ocupará la subgráfica según el orden en la cual se desea que aparezca en la ventana.

Ejercicios resueltos

1. Sean los arreglos $[5\ 6\ 8\ 9\ 7\ -2\ 1]$ y $[6\ -8\ -1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 8]$, grafique en una misma ventana y etiquete con títulos gráfica 1 y gráfica 2.

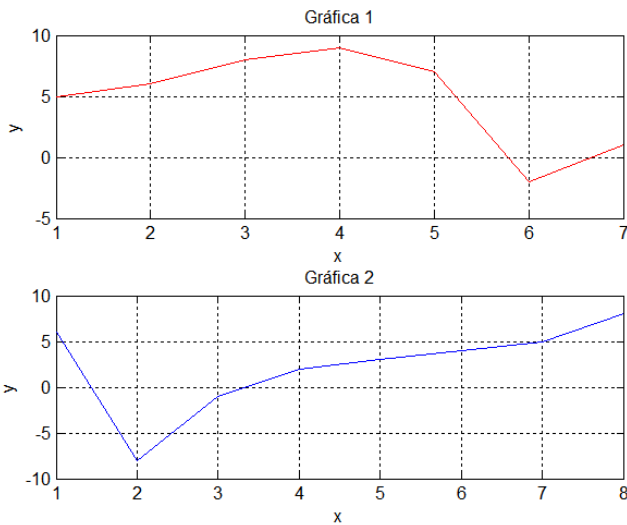
```
x = [5 6 8 9 7 -2 1]; y = [6 -8 -1 2 3 4 5 8];
```

```
subplot(2,1,1); plot(x,'r'),grid
```

```
title('Gráfica 1'),xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
subplot(2,1,2); plot(y,'b'),grid
```

```
title('Gráfica 2'),xlabel('x'),ylabel('y')
```



Representación ejercicio 1

2. Dadas las funciones $w(x)=x+1$ y $z=w^2-0,5x+6$, grafique una matriz con columnas múltiples en el intervalo $[0,8]$, con particiones de 0,1. Cada columna se graficará contra un vector x definido por las funciones:

$$f1=2x^2-0,75x+2 \text{ y } f2=2x^2+x-3$$

$$x=0:0.1:8;$$

$$w= x+1;$$

$$z= w.^2 - 0.5*x + 6;$$

$$f1= 2*x.^2 - 0.75*x + 2;$$

$$f2= 2*x.^2 + x - 3;$$

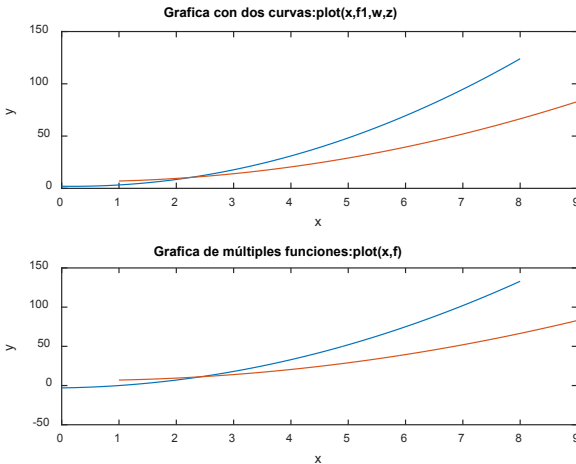
```
subplot(2,1,1), plot(x,f1,w,z), title('Grafica con dos curvas:plot(x,
f1,w,z)')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
subplot(2,1,2),plot(x,f2,w,z), title('Grafica de múltiples funcio-
```

```
nes:plot(x,f)')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```



Representación ejercicio 2

3. Sean las funciones $f = e^{-x}$, $g = \frac{5}{3}x - 2$, $h = -x^2 + 3$, $m = \sqrt[3]{x-1}$, definidas en el mismo intervalo $[-5,5]$, tome 200 puntos. Subplotee sin grilla y etiquete cada gráfica. Coloque como título la función correspondiente.

```
x=linspace(-5,5,200);
```

```
subplot(2,2,1),plot(x,exp(-x))
```

```
title('exp(-x)'), xlabel('x'), ylabel('y')
```

```
subplot(2,2,2),plot(x,5/2*x-2)
```

```
title('5/2*x-2'), xlabel('x'), ylabel('y')
```

```
subplot(2,2,3),plot(x,-x.^2+3)
```

```
title('-x.^2+3'), xlabel('x'), ylabel('y')
```

```
subplot(2,2,4), plot(x,(x-1).^(1/3))
```

```
title('(x-1).^(1/3)'), xlabel('x'), ylabel('y')
```

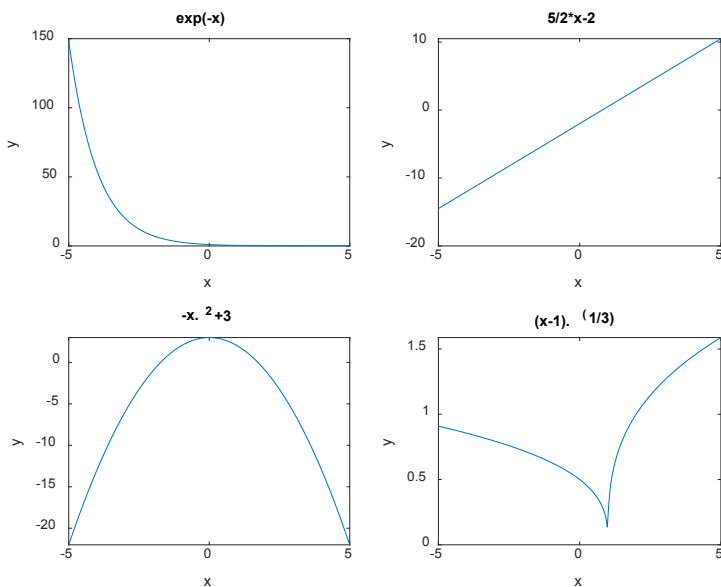


Figura 10.1. Funciones subploteadas.

4. Grafique las variaciones de temperatura mínimas en grados centígrados registradas para el año 2018 en Bogotá y México D. F., donde las temperaturas medidas por mes son:

- $T_{\text{Bogotá}} = 3, -2, 0, 4, 6, 10, 14, 9, 4, 8, 5, -2$;
- $T_{\text{México}} = -2, 0, 8, 7, 8, 11, 15, 12, 14, 13, 7, 9$.

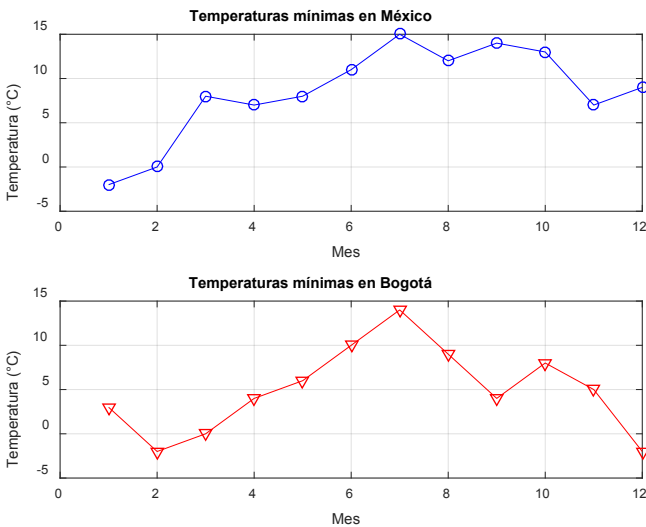
Rotule las gráficas en una misma ventana con las temperaturas de cada ciudad, al igual que los meses.

```
Mes = 1:12;
```

```
T_m = [-2 0 8 7 8 11 15 12 14 13 7 9];
```

```
T_b = [3 -2 0 4 6 10 14 9 4 8 5 -2];
```

```
subplot(2,1,1); plot(Mes, T_m, 'bo—');
xlabel('Mes'); ylabel('Temperatura (°C)');
title('Temperaturas mínimas en México'); grid;
subplot(2,1,2); plot(Mes, T_b, 'rv—');
xlabel('Mes'); ylabel('Temperatura (°C)');
title('Temperaturas mínimas en Bogotá'); grid;
```



Representación ejercicio 4

5. A fin de realizar un estudio sobre señales de tiempo continuo mediante una serie de muestras en tiempo discreto se procede a construir una referencia temporal, la cual es un vector que tiene el mismo tamaño que la señal a representar y está sujeto a los intervalos de tiempo correspondientes a cada muestra del vector señal.

a. Empleando la función *linspace*, obtenga un vector de 30 elementos (t_1) que recorra el intervalo $[0, 2\pi]$. Obtenga y represente

en la misma gráfica las funciones seno y coseno en dicho intervalo de tiempo para $\omega_0 = 5\pi/4$. Personalice las gráficas y etiquete cada una.

b. Repita el ejercicio anterior con un vector (t2) de 900 elementos, con el atenuante de que aparezcan los resultados en una misma ventana.

Se procede a definir las funciones armónicas correspondientes bajo las condiciones dadas.

% Solución al primer punto:

```
t1 = linspace(0,2*pi,30);
```

```
w = 5*pi/4;
```

```
s1 = sin(w*t1);
```

```
s2 = cos(w*t1);
```

```
subplot(211), plot(t1,s1,'r',t1,s2,'b');
```

```
legend('seno','coseno');title('Primer punto')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'), grid, axis tight
```

%Solución al segundo punto:

```
t2 = linspace(0,2*pi,900);
```

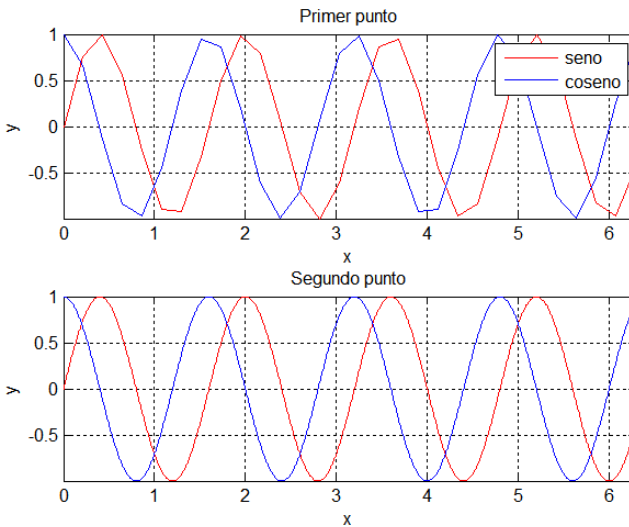
```
s1 = sin(w*t2);
```

```
s2 = cos(w*t2);
```

```
subplot(212), plot(t2,s1,'r',t2,s2,'b');
```

```
title('Segundo punto'), xlabel('x'),ylabel('y'),grid
```

```
axis tight
```



Representación ejercicio 5

6. Subplotee la función $f(x)=e^{-0,7x} \cos(nx)$ en el intervalo $[0,5]$, con particiones de 0,01. Ajuste los ejes de la gráfica. Grafique $f(x)$ cuando $n = 20$ y 30; etiquete ejes con la respectiva función para identificar las curvas.

```
x = [0:0.01:5];
```

```
y = exp(-0.7*x).*cos(20*x);
```

```
subplot(1,2,1), plot(x,y)
```

```
xlabel('x'), ylabel('exp(-0.7*x).*cos(20*x);')
```

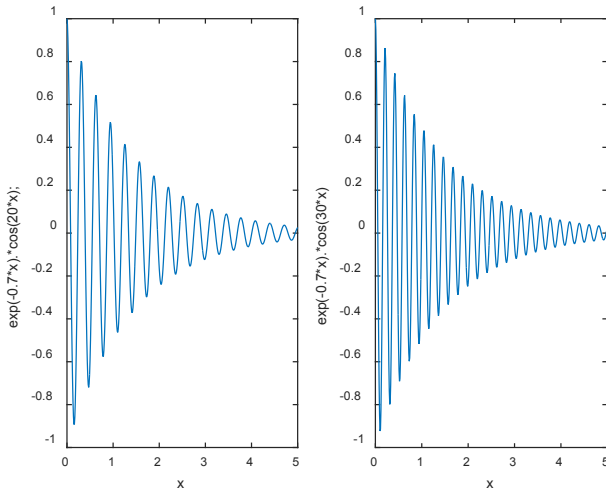
```
axis([0 5 -1 1])
```

```
y = exp(-0.7*x).*cos(30*x);
```

```
subplot(1,2,2), plot(x,y)
```

```
xlabel('x'), ylabel('exp(-0.7*x).*cos(30*x)')
```

```
axis([0 5 -1 1])
```



Representación ejercicio 6

7. La tabla de datos que se muestra relaciona casos de enfermedades infantiles en el periodo 2000—2019, en la que se indica el número y la tasa de casos por año a partir de tres enfermedades base: sarampión, paperas y varicela.

2002 4725 15.00

2003 4571 14.60

2004 4213 13.20

2005 4019 12.10

2006 3755 11.10

2007 3507 10.30

2008 3197 9.70

2009 3221 9.30

2010 3148 9.00

2011	3217	8.40
2012	2989	8.20
2013	2870	7.50
2014	2650	7.20
2015	2320	7.10
2016	1995	6.98
2017	1875	6.35
2018	1781	5.92
2019	1705	5.00
2020	1810	5.89
2021	1662	6.00

Sarampion = [37321, 24371, 14456, 18010, 19438, 8121, 28540, 7872, 3285, 4136, 7901, 1784, 1705];

Paperas = [20050, 23546, 34461, 37295, 36015, 32211, 17497, 9579, 6125, 5871, 8323, 13237, 12400];

Varicela = [34140, 32148, 36533, 38109, 33254, 23128, 15737, 5611, 3135, 4052, 11825, 22132, 21145];

TDatos = [2002 4725 15; 2003 4571 14.6; 2004 4213 13.2; 2005 4019 12.1; 2006 3755 11.1; 2007 3507 10.3; 2008 3197 9.7; 2009 3221 9.3; 2010 3148 9.0; 2011 3217 8.4; 2012 2989 8.2; 2013 2870 7.5; 2014 2650 7.2; 2015 2320 7.1; 2016 1195 6.98; 2017 1875 6.35; 2018 1781 5.92; 2019 1705 5.00; 2020 1910 5.89; 2021 1662 6.00];

```
s = [37321 24371 14456 18010 19438 8121 28540 7872 3285
4136 7901 1784 1705]';
```

```
p = [20050 23546 34461 37295 36015 32211 17497 9579 6125
5871 8323 13237 12400]';
```

```
v = [34140 32148 36533 38109 33254 23128 15737 5611 3135
4052 11825 22132 21145]';
```

```
years = TDatos(:, 1);
```

```
cases = TDatos(:, 2);
```

```
rate = TDatos(:, 3);
```

```
% Crea un gráfico circular en la posición 1 de una cuadrícula de
2x2
```

```
figure;
```

```
subplot(2,2,1);
```

```
pie([sum(s) sum(p) sum(v)], {'Sarampión' 'Paperas' 'Varicela'});
```

```
title('Enfermedades infantiles');
```

```
% Crea un gráfico de barras en la posición 2 de una rejilla de 2x2
```

```
subplot(2, 2, 2);
```

```
bar(1:13, [s/1000 p/1000 v/1000], 0.5, 'stack');
```

```
xlabel('Meses'); ylabel('Casos (En miles)');
```

```
title('Enfermedades infantiles');
```

```
axis([0 13 0 100]);
```

```
% Crea un gráfico discreto en la posición 3 de una rejilla de 2x2
```

```
subplot(2, 2, 3); stem(years, cases);

xlabel('Años'); ylabel('Casos');

title('casos de infección');

axis([2002 2022 0 6000]);

% Crea el diagrama de puntos en la posición 4 de una cuadrícula
de 2x2

subplot(2, 2, 4); plot(years, rate);

xlabel('Años'); ylabel('Tasa de Infecciones');

title('casos de infección');

axis([2002 2022 5 20]);
```

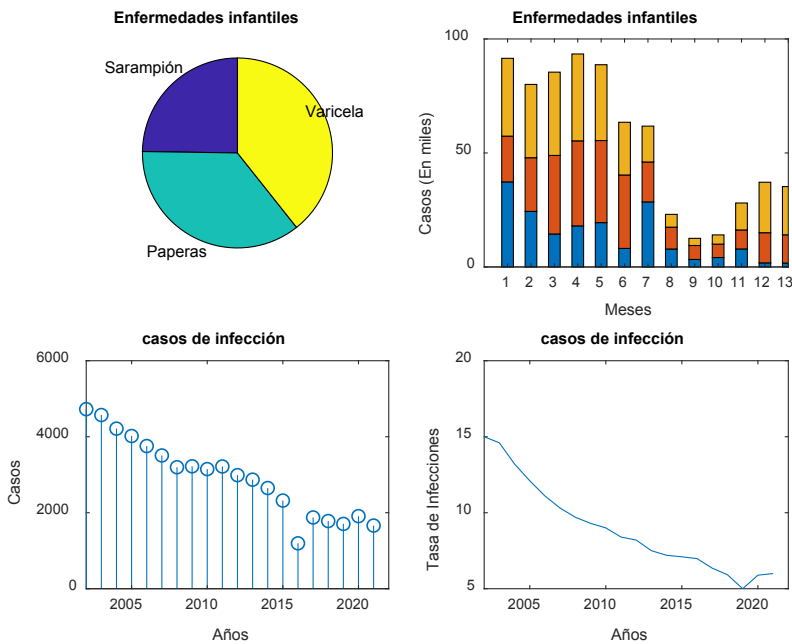


Figura 10.2. Gráfica de datos de un estudio epidemiológico.

8. *Desplazamiento de frecuencia.* La multiplicación por una función exponencial compleja para generar un cambio en el dominio de la frecuencia es:

$$\mathcal{F}[x(n)e^{j\omega_0 n}] = X(e^{j(\omega-\omega_0)})$$

Verifique la propiedad de cambio de frecuencia mediante las siguientes funciones.

$$x(n) = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right), 0 \leq n \leq 100 \text{ y } y(n) = e^{\frac{j\pi n}{4}} x(n)$$

`n = 0:100;`

`x = cos(pi*n/2);`

`k = -100:100;`

`w = (pi/100)*k; % frecuencia entre -pi y pi`

`X = x * (exp(-j*pi/100)).^(n'*k); % DTFT de x`

`y = exp(j*pi*n/4).*x; % Señal multiplicada por exp(j*pi*n/4)`

`Y = y * (exp(-j*pi/100)).^(n'*k); % DTFT de y`

`% Verificación gráfica.`

`subplot(2,2,1); plot(w/pi,abs(X));`

`grid; axis([-1,1,0,60])`

`xlabel('Frecuencia en pi unidades'); ylabel('|X|')`

`title('Magnitud de X')`

`subplot(2,2,2); plot(w/pi,angle(X)/pi);`

`grid; axis([-1,1,-1,1])`

`xlabel('Frecuencia en pi unidades'); ylabel('radianes/pi')`

```

title('Ángulo de X')
subplot(2,2,3); plot(w/pi,abs(Y));
grid; axis([-1,1,0,60])
xlabel('Frecuencia en pi unidades'); ylabel('|Y|')
title('Magnitud de Y')
subplot(2,2,4); plot(w/pi,angle(Y)/pi);
grid; axis([-1,1,-1,1])
xlabel('Frecuencia en pi unidades'); ylabel('radianes/pi')
title('Ángulo de Y')

```

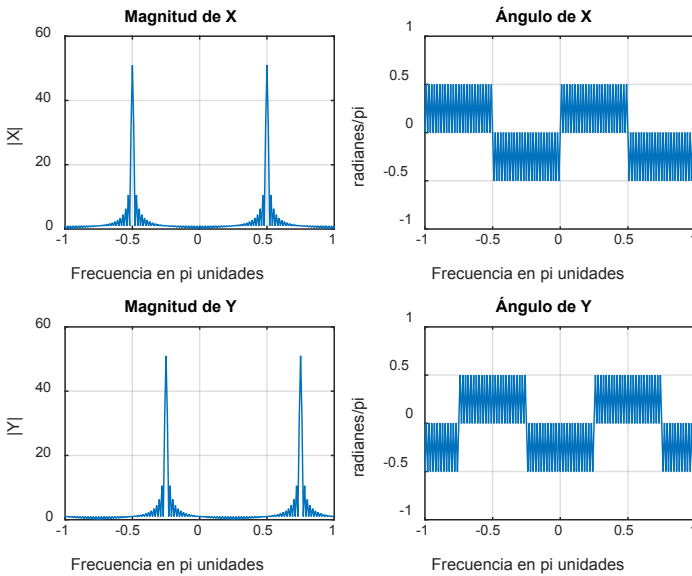


Figura 10.3. Gráficas del comportamiento dinámico de una señal.

9. Dada la función $z = \sqrt{\frac{5x^2+4y^2}{3}}$ subplotee en 3D, empleando las instrucciones *mesh*, *surf*, *surfc* y *surf1* en el intervalo $[-2,2]$, con particiones de 0,1.


```
x=-2:0.1:2;
```

```
y=x; % el intervalo para los dos ejes es el mismo.
```

```
[X,Y]=meshgrid(x,y); % determina el dominio de la función
```

```
Z=sqrt((5*X.^2+4*Y.^2)/3);
```

```
subplot(2,2,1); mesh(x,y,Z); title('meshplot');
```

```
subplot(2,2,2); surf(x,y,Z); title('surfplot');
```

```
subplot(2,2,3); surfc(x,y,Z); title('surfcplot');
```

```
subplot(2,2,4); surfh(x,y,Z); title('surfhplot');
```

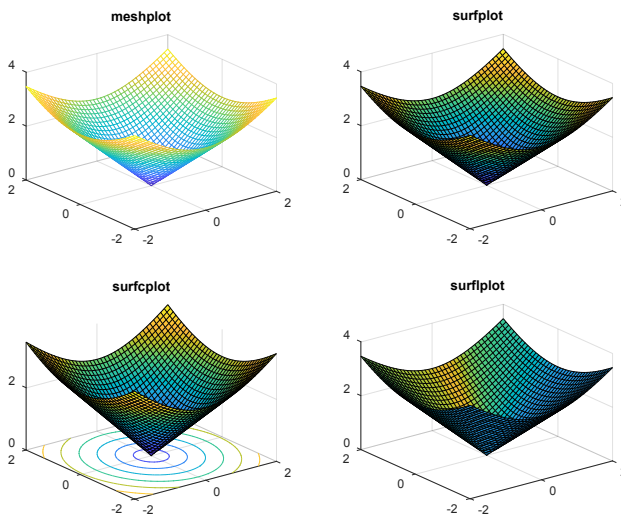


Figura 10.4. Gráficas en 3D.

10. Otra manera de subplotear es por medio del uso de un *for*. Por ejemplo, sea el vector $y = [33 \ 11 \ 5 \ 9 \ 22 \ 30 \ 17 \ 25]$, emplee las instrucciones *bar*, *barh*, *área* y *stem* para graficarlo.

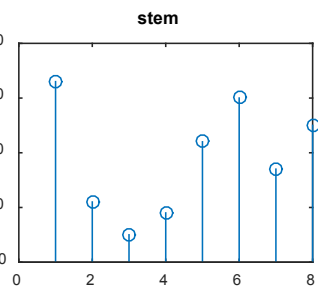
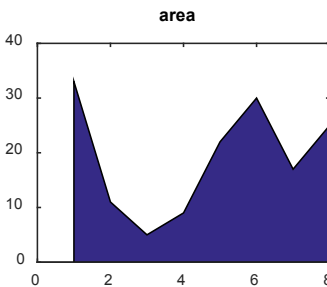
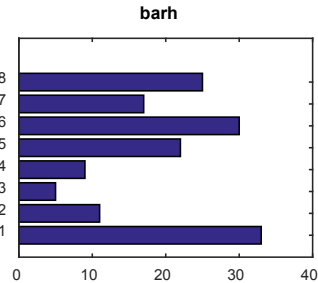
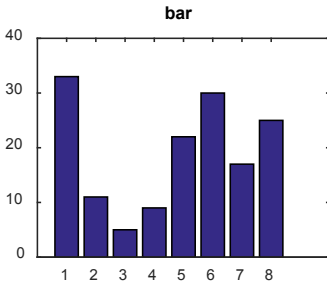
```
x = 1:8; % representa el número de elementos del vector
```

```
y = [33 11 5 9 22 30 17 25];
```

```

titles = {'bar', 'barh', 'area', 'stem'};
for i = 1:4
subplot(2,2,i), eval(['titles{i} '(x,y)']), title(titles{i})
end

```



Representación ejercicio 10

11. Grafique la función $f(x)=x^2 e^{-x^2}$ en el intervalo $[-5,5]$, con particiones de 0,05. Grafique en la superficie la función $f(x,y)=x^2 e^{-y^2}$ en el mismo intervalo con particiones de 0,2.

```

x=-5:.01:5;
y=x.^2.*exp(-x.^2);
subplot (121),plot(x,y,'k'), xlabel('x'),ylabel('y')
title('y=x^2exp(-x^2)')

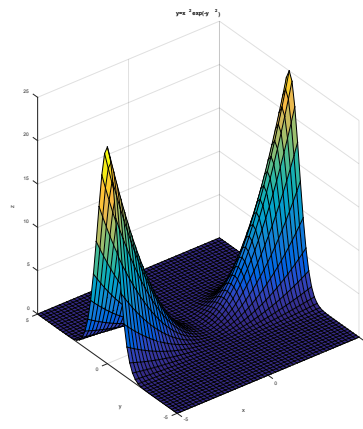
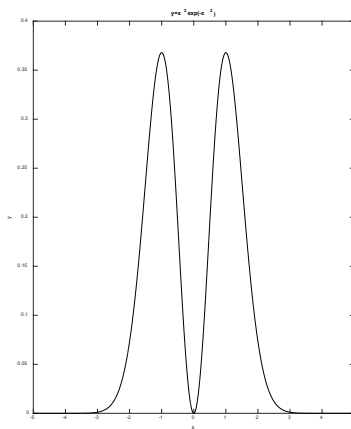
```

```
x=-5:.2:5; y=x;
```

```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
Z=X.^2.*exp(-Y.^2);
```

```
subplot(122),surf(X,Y,Z), xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'),title('y=x^2exp(-y^2)')
```



Representación ejercicio 11

12. Grafique las funciones $f(x,y) = -xye^{-x^2-y^2}$ y $g(x,y) = x^2y^2e^{-x^2-y^2}$. Subplotee en 3D, empleando las instrucciones *surf* y *daspect* en el intervalo $[-3,3]$, con particiones de 0,2.

```
[x,y]=meshgrid(-3:.2:3);
```

```
f=-x.*y.*exp(-x.^2-y.^2);
```

```
g=x.^2.*y.^2.*exp(-x.^2-y.^2);
```

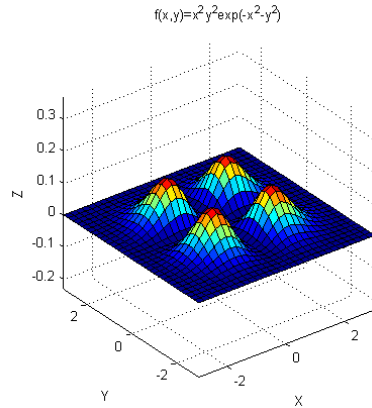
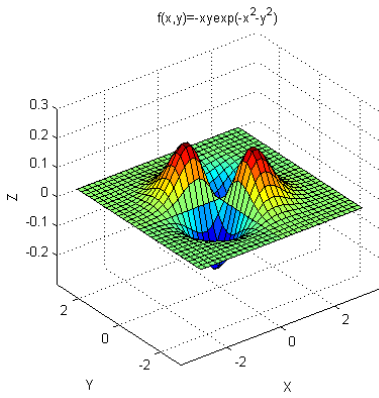
```
subplot(1,2,1),surf(x,y,f), axis vis3d, xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
```

```
title('f(x,y)=-xyexp(-x^2-y^2)')
```

```
daspect([10 10 1])
```

```
subplot(1,2,2),surf(x,y,g), axis vis3d, daspect([10 10 1])
```

```
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z'), title('f(x,y)=x^2y^2exp(-x^2-y^2)')
```



Representación ejercicio 12

Nota 24. Se puede crear combinaciones que producen arreglos asimétricos del comando *subplot*.

```
subplot(2,2,[1 3])
```

```
subplot(2,2,2)
```

```
subplot(2,2,4)
```

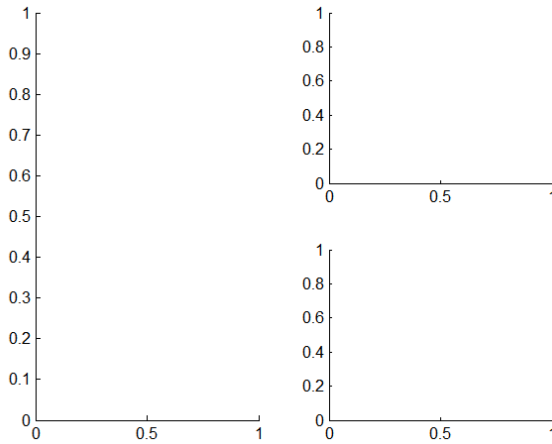


Figura 10.5. Representación gráfica estándar de una distribución de arreglos asimétricos.

13. Sean las funciones $y = 5^x$, $z = \frac{x}{5}$, $w = \frac{1}{x+1}$, definidas en el intervalo $[-5,5]$, subplotee con arreglos asimétricos para 100 puntos, tomando como función principal y .

```
x = linspace(-5,5,100);
```

```
y = 5.^x;
```

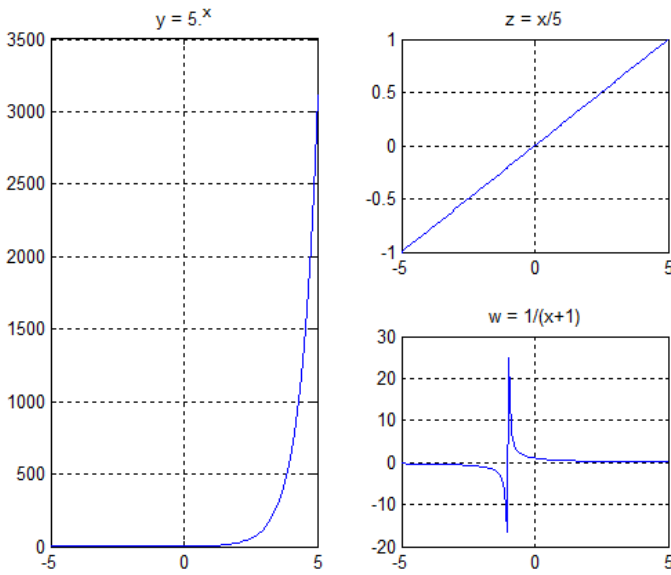
```
z = x/5;
```

```
w = 1./(x+1);
```

```
subplot(2,2,[1 3]),plot(x,y), grid, title('y = 5.^x')
```

```
subplot(2,2,2), plot(x,z), grid, title('z = x/5')
```

```
subplot(2,2,4), plot(x,w), grid, title('w = 1/(x+1)')
```



Representación ejercicio 13

Práctica 2

Subplotear

1. Cambie a diferente color las curvas de los ejemplos dados de *subplot* y etiquete cada una, adicionando la grilla correspondiente.

2. Dadas las funciones $f = \log(x + 100)$, $g = \sqrt{x + 1}$, $h = \frac{1}{x+1}$, $m = \frac{2}{x^2+1}$, definidas en el mismo intervalo $[0,10]$, tome 200 puntos. Subplotee las funciones de manera que cada una sea de diferente color, etiquete cada gráfica, coloque cada función sobre la curva y adicione la correspondiente grilla.

3. La posición, la velocidad y la aceleración de vibración armónica están descritas por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}x(t) &= A\cos(2\pi ft), \quad v(t) = -2\pi fA\sin(2\pi ft) \\a(t) &= -4\pi^2 f^2 A\cos(2\pi ft) = -4\pi^2 f^2 x(t)\end{aligned}$$

Donde A es la amplitud (m), f la frecuencia en Hz y t el tiempo en segundos, grafique las tres ecuaciones etiquetadas debidamente donde $x(t)$ es la función principal, para una frecuencia de 125 Hz, en un tiempo que oscila entre 0 y 16 segundos con particiones de $\pi/50$ y una amplitud de 2,3.

4. $y = [50 \ 31 \ 15 \ 8 \ 43 \ 19 \ 27 \ 39 \ 5 \ 20]$, emplee las instrucciones *bar*, *barh*, *área* y *stem* para graficarlo.

5. Un recipiente metálico en forma de tronco de cono tiene un volumen y un área de:

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3}\pi h(R_1^2 + R_2^2 + R_1R_2) \\S &= \pi \left[(R_1+R_2) \sqrt{(R_2 - R_1)^2 + h^2} + (R_1^2 + R_2^2) \right]\end{aligned}$$

Si los radios del tronco de cono son de 40 cm y 35 cm, grafique V y S cuando h oscila entre 5 y 20 cm. Tome particiones de 0,1.

6. La relación entre superficie y volumen de un cono en función de la variable $z = h/r$ es:

$$S = 3,05 \frac{1 + \sqrt{1 + z^2}}{\sqrt[3]{z^2}} \sqrt[3]{V^2}$$

Grafique S cuando:

a. z varía entre 0 y 10 con particiones de 0,1 y $V = 5$.

b. $z = 3$ y V varía entre 0 y 10 con particiones de 0,1.

c. $V = 2,5$, $r = 1,3$ y h varía entre 0 y 15 con particiones de 0,2.

7. Dadas las funciones $y = 2x^2 + x - 1$, $z = x^3 - 1$ y $w = \frac{x}{x^2 + 1}$, definidas en el intervalo $[-6,6]$, subplotee con arreglos asimétricos para 200 puntos, tomando como función principal y .

8. Valores medios de la velocidad en la *distribución de Maxwell—Boltzmann*.

El valor medio $\langle v \rangle$ del módulo de la velocidad es $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$.

La velocidad cuadrática media v_{cm} es: $v_{cm} \cong 1,085 \langle v \rangle$.

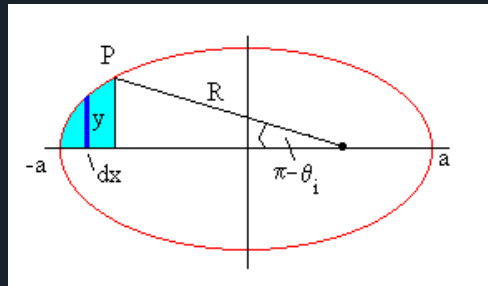
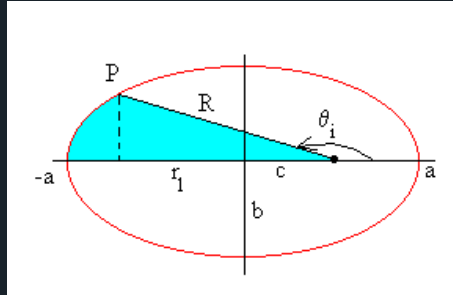
La velocidad correspondiente al máximo es la más probable y se designa por v_{prob} , y se calcula como $v_{prob} \cong 0,886 \langle v \rangle$.

Grafique las funciones de velocidad cuando la temperatura varía de 0 a 350 °K, donde k_B es la constante de Boltzman y m es 100. Tome como gráfica principal $\langle v \rangle$.

9. Dadas las funciones $f = x^2 + 3x - 1$, $g = \sqrt[3]{-x^2 - 1}$, $h = \frac{x}{x^2 + 1}$, $m = e^{-0,2x}$ definidas en el intervalo $[0,15]$, tome 400 puntos. Subplotee las funciones, donde cada una sea de diferente color y marca, etique-

te cada gráfica, como título la función y adicione la correspondiente grilla.

10. El área A sombreada es la suma del área de un triángulo y el área de la porción de la elipse según las gráficas.



Representación ejercicio 10

El área A_1 del triángulo equivale:

$$A_1 = \frac{1}{4} R^2 \text{sen}2(\pi - \theta_i)$$

El área de la porción de elipse A_2 es:

$$A_2 = \frac{ab}{2} \left[\frac{\pi}{2} + \text{arcsen} \left(\frac{x}{a} \right) + \frac{x}{a} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}} \right]$$

Donde $x = -R\cos(\pi - \theta_i) + \epsilon a$.

Dados los siguientes datos de una trayectoria elíptica de un cuerpo:

- el semieje mayor $a = 3,52 \cdot 10^6$ m;
- la semidistancia focal $c = \epsilon a$ vale $c = 3,50 \cdot 10^6$ m;
- el semieje menor $b = 3,36 \cdot 10^5$ m;
- el radio $R = 6,371 \cdot 10^6$ m.

Grafique las áreas y posición x , donde está última es la gráfica principal, evaluadas en el intervalo $0 \leq \theta \leq 180$.

11. Las ecuaciones de la aceleración a de un cuerpo de masa m que se desplaza por una superficie inclinada de ángulo α hacia abajo y hacia arriba están representadas, respectivamente, por:

$$a = \frac{F \cos(\alpha) - \mu(mg - F \sin(\alpha))}{m} \quad \text{y} \quad a = \frac{F - mg(\sin(\alpha) + \mu \cos(\alpha))}{m}$$

Donde μ representa el coeficiente de fricción cinético de la superficie y F la fuerza aplicada al cuerpo, subplotee las ecuaciones con las respectivas etiquetas y los colores diferenciados de las curvas, empleando los siguientes datos: $m = 0,5$ kg, $F = 30$ N, $\mu = 0,17$, el ángulo α varía entre 0 y 65 grados, con particiones de 0,5.

12. *Factores de capacidad de carga en una estructura.* Sea N_q , N_c y N_γ , que representan las capacidades de carga adimensionales que están en función del ángulo ϕ de fricción del suelo, el cual oscila entre 0 y 25 grados.

$$N_q = \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) e^{\pi \tan \phi} \quad N_c = (N_q - 1) \cot \phi \quad N_\gamma = 2(N_q + 1) \tan \phi$$

Grafique estos tres casos con particiones de 0,1, donde N_q es la gráfica principal. Etiquete cada curva con su respectiva ecuación y un color diferente.

13. Se dispone una señal en frecuencia modulada y se requiere visualizarla bajo diferentes condiciones. El tiempo de la señal varía entre 0 y 12, con particiones de 0,01.

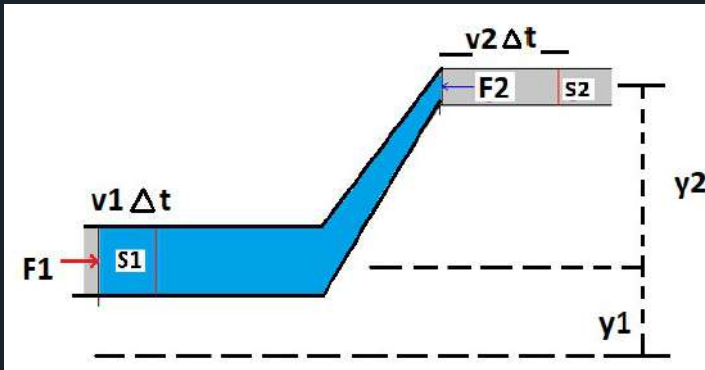
Las gráficas deben estar ajustadas en el intervalo $[0 \ 10 \ -5 \ 5]$.

- $V_1 = 4,5\cos(t^2+12t)$. Representa la señal portadora cuadrática.
- $V_2 = 4,5\cos(12t+3\cos(t))$. Representa la señal modulada por la señal cosenoidal.
- $V_3 = 4,5\cos(10t+5e^t)$. Representa la señal modulada por una señal exponencial.
- $V_3 = 4,5 \cos(10t+5|t|)$. Representa la señal modulada por una señal módulo.

14. Grafique las funciones $f(x, y) = |x - y|e^{\cos(x^2 - y^2)}$ y $g(x, y) = \frac{e^{x-2y}}{\tanh(xy)}$. Subplotee en 3D, empleando las instrucciones *surf* en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,2. Etiquete las gráficas y coloque como título la función.

15. Subplotee los momentos de inercia de un círculo, un semicírculo, un cuarto de círculo y una elipse. Tome radios variables de 0,1 a 5, con particiones de 0,1. Para el caso de la elipse $b = r$ y $a = 3$.

16. Los cambios energéticos que ocurren en una sección de tubería señalada en color azul por la que circula un fluido dependen de las posiciones y_1 y y_2 después de un tiempo Δt . Durante este intervalo de tiempo, la cara posterior S_2 se ha desplazado $v_2\Delta t$ y la cara anterior S_1 del elemento de fluido se ha desplazado $v_1\Delta t$ hacia la derecha.



Representación ejercicio 16

El elemento de masa Δm se expresa como: $\Delta m = \rho \Delta V$.

La variación de energía potencial es $\Delta E_p = \rho g \Delta V (y_2 - y_1)$.

La variación de energía cinética es $\Delta E_k = 1/2 \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2)$.

El trabajo de las fuerzas exteriores es $W_{ext} = \Delta V (P_2 - P_1)$.

Donde ρ es la densidad del fluido, ΔV variación de volumen, g la gravedad, y v_2 y v_1 las velocidades en puntos diferentes del ducto.

Subplotee las cuatro ecuaciones para hormigones ligeros cuyo volumen ocupado varía entre $3,1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ hasta $7,1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ con particiones de 0,0002, donde la densidad es de:

- 2300 kg/m³ para hormigones vibrados.
- 2420 kg/m³ para hormigones centrifugados.
- 2200 kg/m³ para hormigones apisonados.
- 2550 kg/m³ para hormigones proyectados.

Tome las alturas de 1,5 m y 3,2 m, velocidades de 8 m/s y 12 m/s, y como promedio la variación de presiones de 14,5 KPa.

17. Sea un péndulo extensible, formado por una masa m que está suspendido de un resorte de constante k , de longitud no elongada l_0 , que se encuentra en presencia de un campo gravitacional g , el cual se caracteriza por el hamiltoniano,

$$H(x, y, p_x, p_y) = \frac{1}{2m} (p_x^2 + p_y^2) + mgy + \frac{1}{2}k (\sqrt{x^2 + y^2} - l_0)^2$$

Si los momentos p_x y p_y estimados son de 7,4 y 8 kgm/s, la masa del péndulo es de 0,4 kg, la constante del resorte es de 150 N/m y la longitud no elongada es de 0,25 m, subplotee H en 3D, empleando las instrucciones *mesh*, *surf*, *surfc* y *surf1* en el intervalo $[-2,2]$, con particiones de 0,1

18. Dadas las funciones $y = xe^{-x+2}$, $z = \sqrt[3]{x-1}$ y $w = \tanh(x)$, definidas en el intervalo $[-6,6]$, subplotee con arreglos asimétricos para 200 puntos, tomando como función principal y .

19. Se dispone de una señal modulada en amplitud y se requiere visualizar bajo diferentes condiciones; el tiempo de la señal varía entre 0 y 10, con particiones de 0,01.

a. $V_1 = 3\cos(8t)$. Representa la señal portadora sin modulación en un intervalo $[0 \ 10 \ -4 \ 4]$. (Use la instrucción *axis*).

b. $V_2 = (5+3 \cos(t)) \cos(8t)$. Representa la señal portadora modulada al 50 % en un intervalo $[0 \ 10 \ -6 \ 6]$.

c. $V_3 = (5+5 \cos(t)) \cos(8t)$. Representa la señal portadora modulada al 100 % en un intervalo $[0 \ 10 \ -10 \ 10]$.

d. $V_3 = (5+7 \cos(t)) \cos(8t)$. Representa la señal portadora sobre-modulada en un intervalo $[0 \ 10 \ -11 \ 11]$.

Instrucción *figure*

El espacio en el que se dibuja en Matlab se abre automáticamente en una ventana aparte, por tanto, puede crear una figura que no contenga ningún gráfico con la orden *figure*, desplegando una ventana vacía.

Si desea llamar una determinada gráfica activa en pantalla, solo necesita digitar *figure(n)*, donde *n* es el número de la figura. Es decir, Matlab abre una ventana de nombre *figure 1* que grafica todo a partir de esta instrucción. Esto implica que si se llama a otra rutina gráfica, esta aparece en la ventana activa *figure 1*.

Si se quiere graficar en otra ventana, se debe llamar la función *figure* usando como argumento el número *figure(2)*, y así sucesivamente.

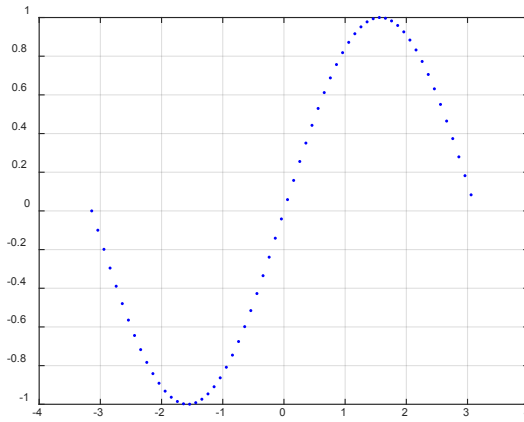
Ejemplos

1. Sean las funciones $y=\text{sen}(x)$ y $g=\text{cos}(x)$, evaluadas en el intervalo $[-\pi,\pi]$, con particiones de 0,01, grafique las funciones que se muestren de forma simultánea en ventanas diferentes.

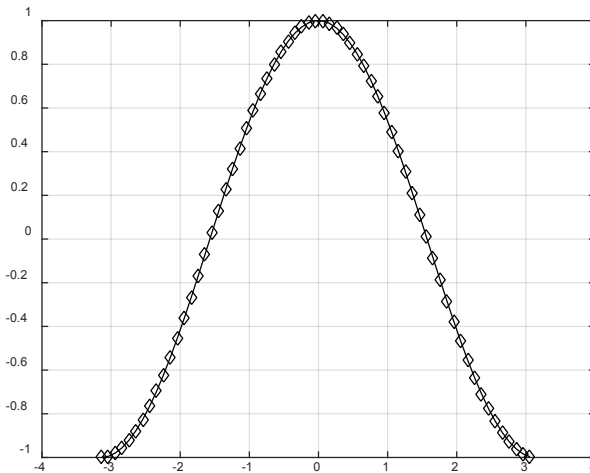
```
x=-pi:0.1:pi;
```

```
figure(1); plot(x,sin(x),'b.');
```

```
figure(2); plot(x,cos(x), 'kd—');
```



Representación ejercicio 1 I



Representación ejercicio 1 II

Como se aprecia en las figuras, se activan e inactivan varias ventanas según el número de imágenes definidas conforme se ejecuta el *script*. Si quiere llamar alguna figura en particular solo debe digitar en la ventana de comandos el comando *figure* y el número de gráfica, así:

figure(1)

Recuerde que se puede combinar *figure* con *hold on* y *hold off*, lo cual permite dibujar dos o más gráficas en una misma ventana.

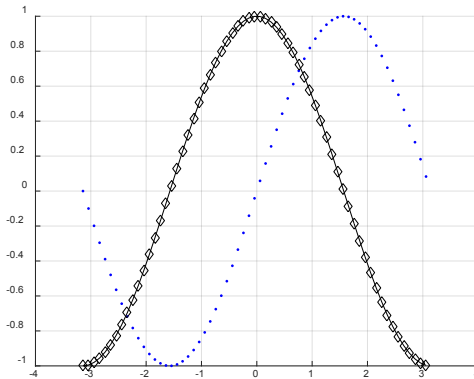
x=-pi:0.1:pi;

hold on, figure(1);

plot(x,sin(x),'b');

plot(x,cos(x), 'kd—');

grid, hold off



Representación ejercicio 1 III

2. Sean las funciones $y_1 = 4x^3 - 2x + 5$ y $y_2 = -2x^2$, evaluadas en el intervalo $[-10,10]$, con particiones de 0,01, grafique las funciones que se muestren de forma simultánea en ventanas diferentes, identificando cada gráfica con su función.

x=-10:0.01:10;

figure(1);

*y1=4*x.^3-2*x+5;*

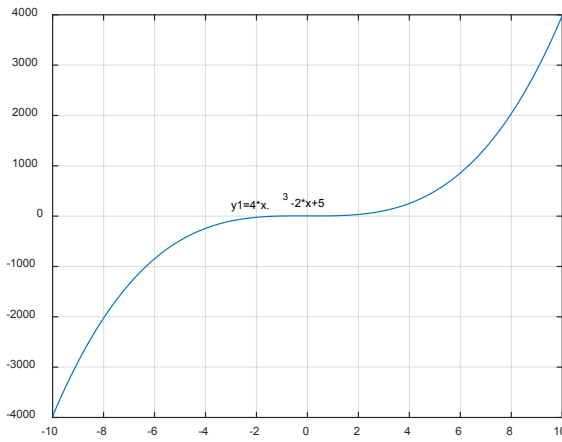
`plot(x,y1), grid`

`gtext('y1=4*x.^3-2*x+5')`

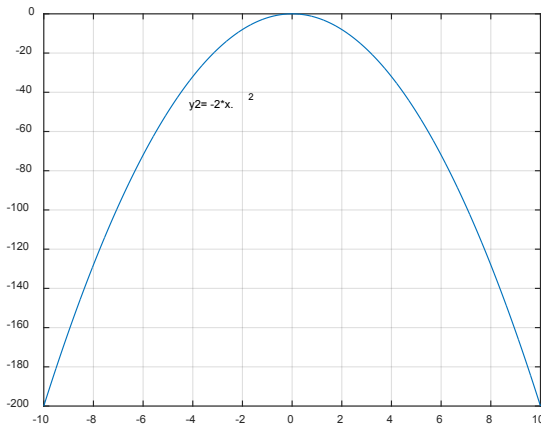
`figure(2); y2= -2*x.^2;`

`plot(x,y2),grid`

`gtext('y2= -2*x.^2')`



Representación ejercicio 2 I



Representación ejercicio 2 II

Práctica 3

1. Grafique las funciones que se muestren de manera simultánea en ventanas diferentes, identificando cada gráfica con su función. Tome como intervalo $[-8,8]$, con particiones de 0,01.

$$f(x) = \text{sen}(x) + 3\text{sen}(2x) - \cos(5x); \quad g(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x^2+1}$$

2. Sean las funciones $y_1 = -3x^2 + x - 1$, $y_2 = 3x + 5$, y $y_3 = \frac{1}{x+1}$, evaluadas en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,02, grafique las funciones que se muestren de forma simultánea en ventanas diferentes, identificando cada gráfica con su función.

3. Repita el ejercicio anterior empleando los comandos *hold on* y *hold off*, a fin de que dibuje las gráficas en una misma ventana.

4. El movimiento de un cuerpo en el vacío está representado por las ecuaciones:

$$v(t) = v_0 - gt \quad \text{y} \quad x(t) = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

Grafique en la misma ventana las funciones, etiquetándolas debidamente, para una velocidad inicial v_0 de 60 km/h en un tiempo comprendido entre 0 y 3,5 segundos, con particiones de 0,02 segundos.

5. Grafique las funciones dadas en el intervalo $[0,5]$ con particiones de 0,2, posición $3t^3 - 2t^2 + t - 1$, velocidad $v(t) = 9t^2 - 4t + 1$ y aceleración $a(t) = 18t - 4$.

6. Las velocidades moleculares media y máxima están representadas por las ecuaciones:

$$v_m = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \text{ y } v_{max} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Donde K es la constante de Boltzmann $1,38064852 \cdot 10^{-23}$ J/K, T la temperatura del medio medido en grados kelvin (K) y m es la masa molecular; grafique las velocidades en la misma ventana diferenciando cada curva en el intervalo de temperaturas $[100,316]$, con particiones de 0,1. Etiquete las curvas.

7. Sean las funciones $f(x) = (3x^2 + x)\text{sen}(x)$, $g(x) = |-3x^2 + 1|$ y $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x + 1}$ evaluadas en el intervalo $[-3,3]$, con particiones de 0,5, grafique las funciones en la misma ventana. Etiquete las curvas.

8. La energía necesaria para romper un enlace químico de ciertos átomos se muestra en la Tabla 10.1. Grafique los datos en la misma ventana, etiquetando cada curva según las unidades dadas.

Tabla 10.1 Cuadro de energías de enlace

Enlace	kcal/mol	kJ/mol	eV/Enlace
C-H	99	414	4,3
O-H	111	464	4,8
C-C	83	347	3,6
C-O	86	360	3,7
H-H	104	435	4,5
C-N	73	305	3,2
N-H	93	389	4,0
O = O	119	498	5,2
C = O	192	803	8,3
C = C	146	611	6,3
N ≡ N	226	946	9,8

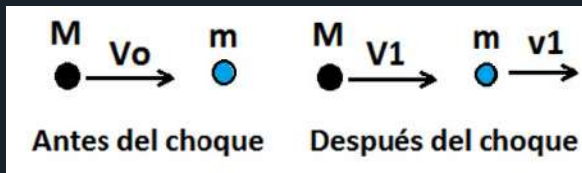
Fuente: Mahajan (2014).

9. Dados los momentos de inercia de una superficie rectangular, grafique las funciones en la misma ventana. Etiquete las curvas.

$$I_x = \frac{1}{12}bh^3, \quad I_y = \frac{1}{4}hb^3, \quad I_{xy} = \frac{1}{8}b^2h^2,$$

Si $b = 10$, h varía según el intervalo $[0,10]$. Tome 0,01 particiones y etiquete cada función.

10. Un choque elástico de un cuerpo de masa M que se desplaza con una velocidad V_0 con una partícula de masa m en reposo, presenta dos situaciones, tal como se muestra en la figura.



Representación ejercicio 10

a. *Primera colisión.* Las velocidades después de la colisión de ambas partículas se representan por las ecuaciones:

$$V_1 = \frac{M-m}{M+m} V_0 \text{ y } v_1 = \frac{2M}{M+m} V_0$$

b. *Segunda colisión.* El cuerpo se mueve con velocidad V_1 después del primer choque, y vuelve a experimentar una segunda colisión con la primera partícula en reposo. La velocidad del cuerpo V_2 y de la primera partícula v_2 después del choque son, respectivamente:

$$V_2 = \left(\frac{M-m}{M+m}\right)^2 V_0 \quad v_2 = \frac{2M}{M+m} \frac{M-m}{M+m} V_0$$

El cuerpo transfiere una parte de su momento lineal a la primera partícula. Esta partícula que se mueve después del choque, más deprisa $v_2 > V_2$ que el cuerpo, colisiona con la segunda partícula en reposo, transfiriendo la totalidad de su momento lineal; la segunda partícula choca con la tercera y así sucesivamente. Grafique las funciones en la misma ventana para cada caso y etiquete las curvas diferenciándolas con los nombres respectivos y color. Los datos de entrada son: $M = 0,5$ kg, $m = 0,1$ kg, $V_o = [0,6]$ m/s, con particiones de 0,1.

Nota 25. Para cerrar ventanas gráficas se utilizan las órdenes:

- *close*. Cierra la ventana gráfica activa emergente de *figure*, por lo cual esta desaparece.
- *close(n)*. Cierra la ventana gráfica activa número *n*.
- *close all*. Cierra todas las ventanas gráficas.

Instrucción *stem*

El comando *stem* se emplea en el análisis de señales discretas, que se caracterizan porque resaltan los puntos más representativos de la curva de la función sin que se establezca una conexión directa entre ellos. Se diferencia con respecto a *plot* porque en la gráfica se traza toda la curva sin resaltar punto alguno de esta.

Ejercicios resueltos

1. Dada la función $y(t) = e^{-\alpha t} \sin(\omega t)$, donde $\alpha=0,02$, $\omega=10$ Hz, evalúe $y(t)$ para el intervalo $[0,800]$, con particiones de 8.

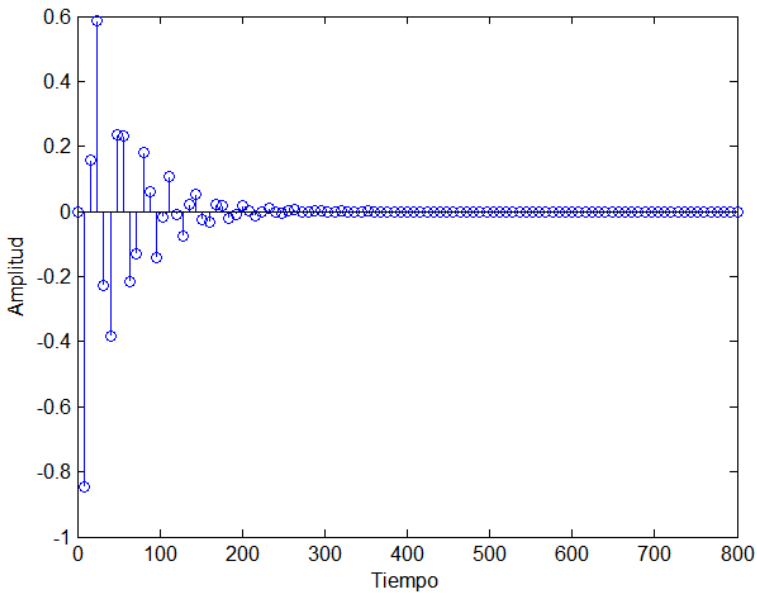
```
t=0:8:800;
```

```
alpha=0.02;
```

```
omega=10;
```

```
y=exp(-alpha*t).*sin(omega*t);
```

```
stem(t,y), xlabel('Tiempo'), ylabel('Amplitud')
```



Representación ejercicio 1

2. Dada las funciones armónicas $a = \sin(x)$ y $b = \cos(x)$, añade la instrucción `stem` a `plot` para que las funciones queden en la misma ventana. Use 100 puntos en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.

```
x = linspace(-2*pi, 2*pi, 120);
```

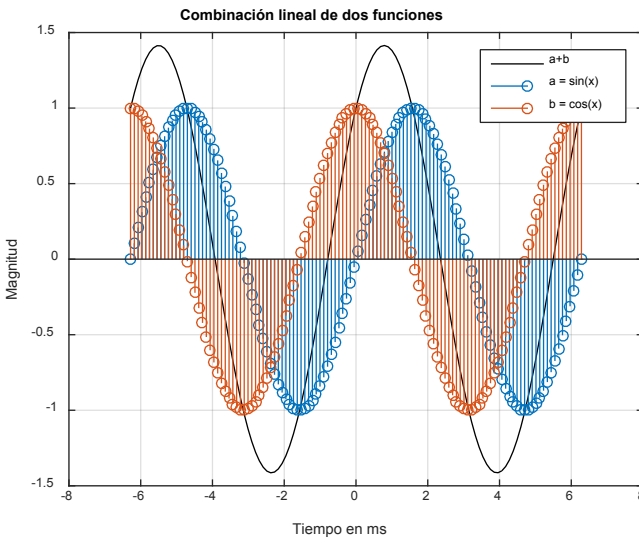
```
a = sin(x); b = cos(x);
```

```
plot(x, a+b, 'k'), hold on
```

```
stem(x, a), stem(x, b), hold off
```

```
title('Combinación lineal de dos funciones'), xlabel('Tiempo en ms'), ylabel('Magnitud')
```

```
legend('a+b', 'a = sin(x)', 'b = cos(x)')
```



Representación ejercicio 2

3. Sea una onda sinusoidal de 2 Hz de frecuencia y 2 V de amplitud pico, una frecuencia de muestreo de 40 Hz en un tiempo que oscila entre 0 y 1,5, con particiones de 0,001, grafique el tren de pulsos empleando la instrucción *pulstran*. Ajuste los ejes en el rango más conveniente.

% el pulso real se calcula de la siguiente manera

```
t=0:0.001:1.5;
```

```
f=40;
```

```
d=0:1/f:2;
```

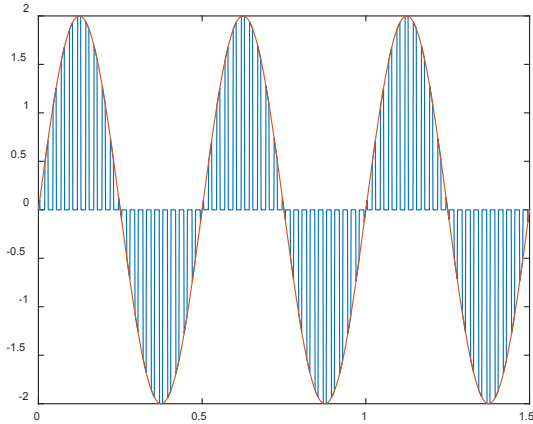
```
h=pulstran(t,d,'rectpuls';0.01);
```

%h es la Función tren de pulsos unitarios

```
y=2*sin(4*pi*t);
```

```
A=h.*y;
```


`plot(t,A,t,y), axis([0 1.5 -2 2])`



Representación ejercicio 3 I

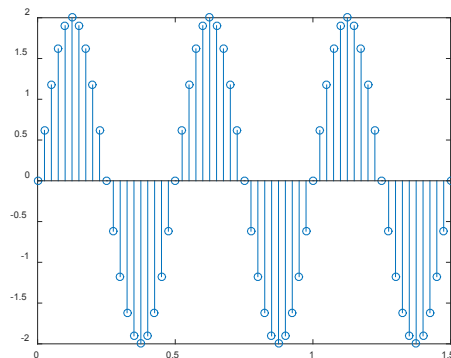
A nivel teórico se tiene lo siguiente:

$$f=40;$$

$$n=0:1/f:1.5;$$

$$y=2*\sin(4*\pi*n);$$

`stem(n,y),axis([0 1.5 -2 2])`



Representación ejercicio 3 II



4. Dada la función $y = \text{sen}(\omega t + \phi)$, donde $\omega = \pi/3$, $\phi = \pi/2$, el máximo intervalo de las gráficas es de 20, iniciando desde -5 ; subplotee de tal manera que las gráficas queden verticales. Etiquete las gráficas.

```
w = pi/5; fi = pi/2;
```

```
n = -5; N = 20;
```

```
n = (0:N-1) + n;
```

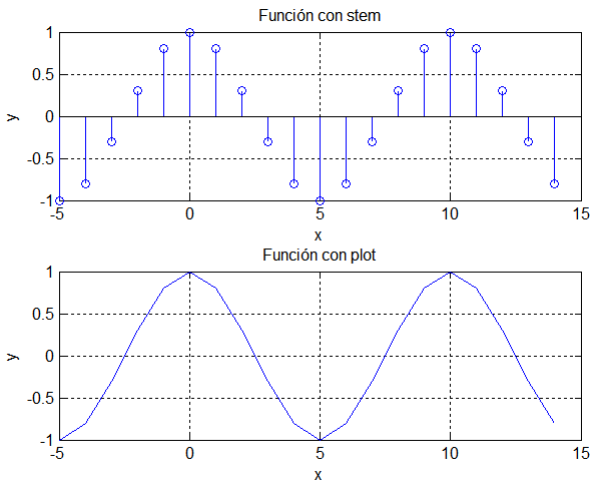
```
x = sin(w*n + fi);
```

```
figure(1), subplot(2,1,1), stem(n,x), title('Función con stem')
```

```
xlabel('x'), ylabel('y'), grid
```

```
subplot(2,1,2), plot(n,x), title('Función con plot')
```

```
xlabel('x'), ylabel('y'), grid
```



Representación ejercicio 4

5. Grafique la función discreta $y = e^{-\frac{x}{2}} \text{sen}(x)$ en el intervalo $[-\pi, 2\pi]$, con particiones de $\pi/25$.

```

clc; clear; close all

x = -pi:pi/25:2*pi;

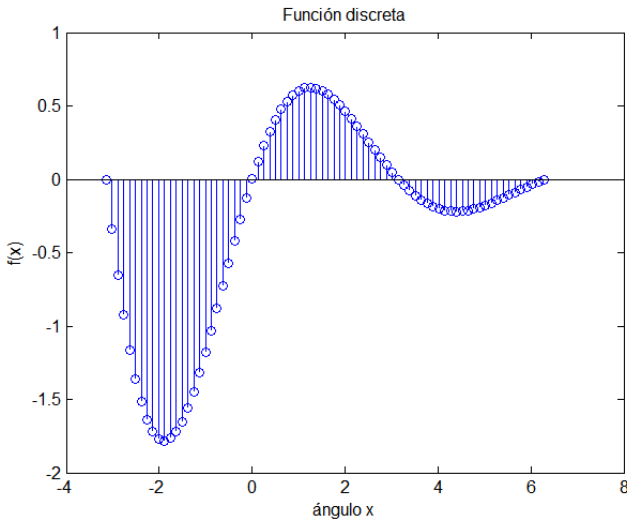
y = exp(-x/3).*sin(x);

stem(x,y)

title('Función discreta')

xlabel('ángulo x'), ylabel('f(x)')

```



Representación ejercicio 5

6. Con base en el ejemplo anterior, subplotee bajo el mismo intervalo con particiones de $\pi/20$ y $\pi/10$ para este segundo caso. Etiquete debidamente las gráficas.

```

x = -pi:pi/20:2*pi;

y = exp(-x/3).*sin(x);

subplot(2,1,1), stem(x,y)

title('Función discreta con particiones de pi/20')

```

```

xlabel ('ángulo x'), ylabel ('f(x)')

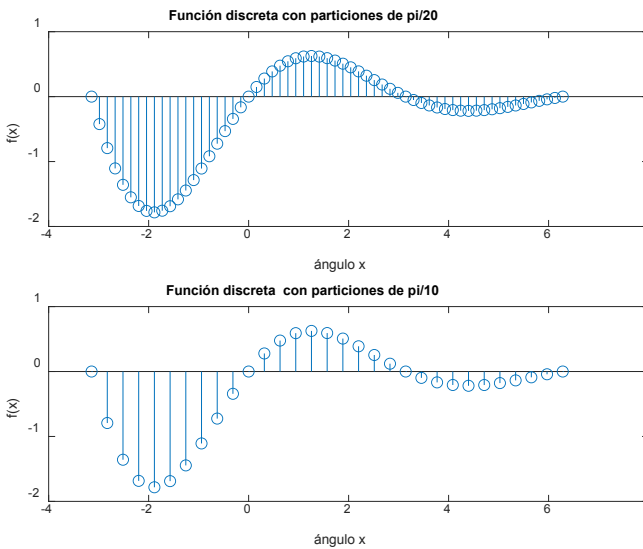
x = -pi:pi/10:2*pi;

y = exp(-x/3).*sin(x);

subplot(2,1,2), stem(x,y)

title('Función discreta con particiones de pi/10')

xlabel ('ángulo x'), ylabel ('f(x)')
    
```



Representación ejercicio 6

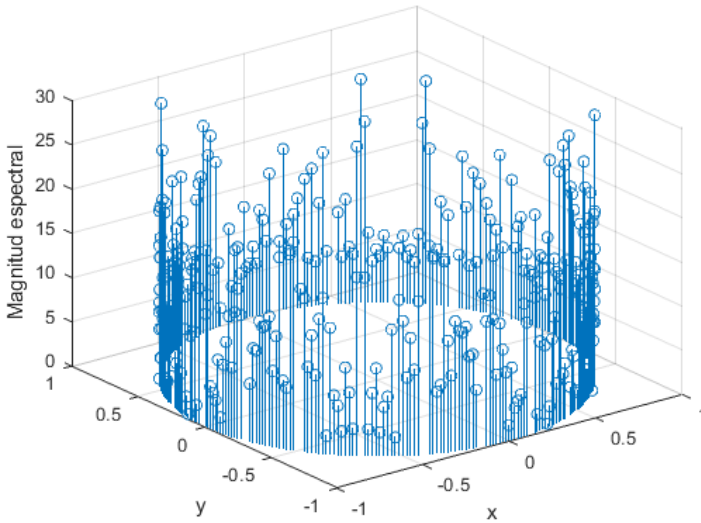
Nota 26. La función `stem3` permite realizar gráficos discretos en 3D a partir del plano xy .

7. Sean las funciones $x=\cos(2t)$, $y=\sen(2t)$, evaluadas en el intervalo $[0,100*2\pi]$, grafique bajo el entorno del valor absoluto de la transformada rápida de Fourier de la función $\sen(t^3)$.

```

t=0:100*pi;
x=cos(2*t);y=sin(2*t);
z=abs(fft(sin(t.^3)));
stem3(x,y,z), xlabel('x'),ylabel('y'), zlabel('Magnitud espectral')

```



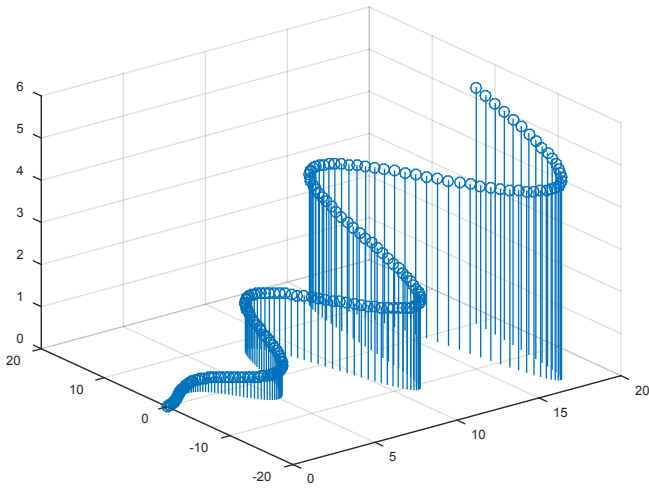
Representación ejercicio 7

8. Dadas las funciones discretas $x=t$, $y=t\sin(t)$, $z=e^{t/10}-1$ evaluadas en el intervalo $[0,6\pi]$, grafique en 3D tomando 200 puntos.

```

t=linspace(0,6*pi,200); x=t;
y=t.*sin(t);
z=exp(t/10)-1; stem3(x,y,z)

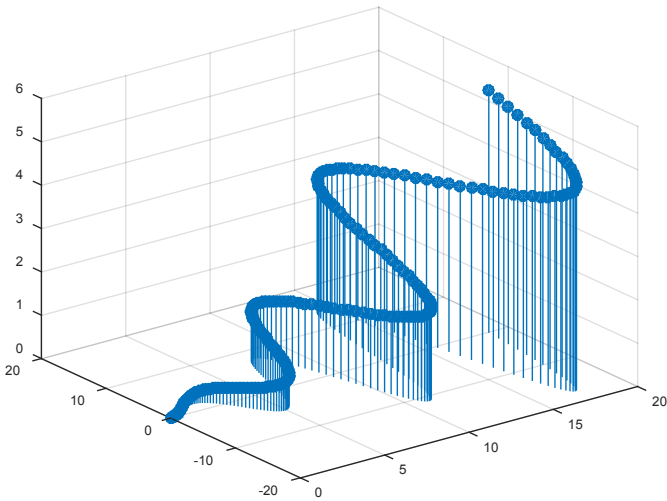
```



Representación ejercicio 8 I

Es posible resaltar los puntos de las funciones discretas añadiendo la instrucción *filled* en *stem3*, así:

`stem3(x,y,z,'filled')`



Representación ejercicio 8 II

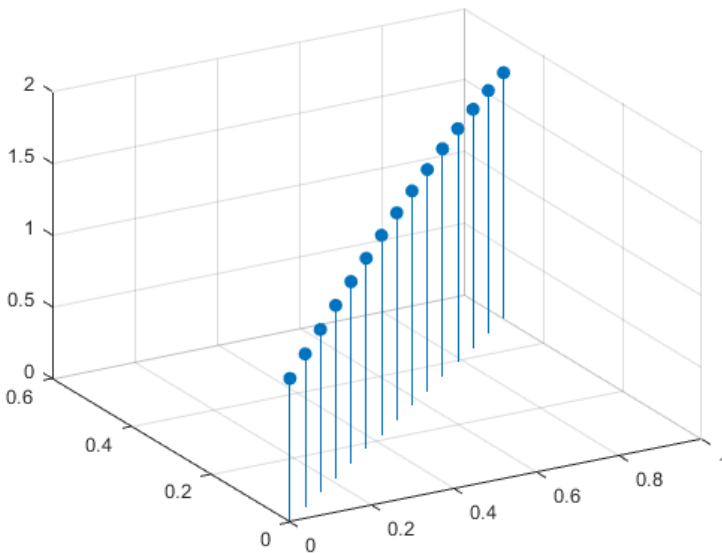
9. Se puede combinar las funciones *stem3*, *fill* y *view* de la siguiente manera:

```
x=linspace(0,1,15);
```

```
y=x./2;
```

```
z=sin(x)+cos(y);
```

```
stem3(x,y,z,'fill'),view(-30,30)
```



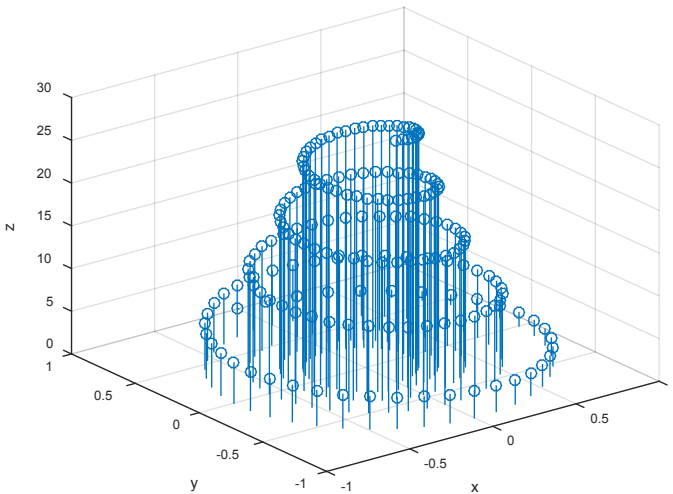
Representación ejercicio 9

10. Dadas las funciones y y r , que dependen de la función t , grafique para el intervalo $[0, 9\pi]$, con particiones de $\pi/20$.

```
t = 0:pi/20:9*pi; r = exp(-0.05*t);
```

```
stem3(r.*sin(t), r.*cos(t), t)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



Representación ejercicio 10

11. Sean las frecuencias $f_1 = 20000$ Hz y $f_2 = 110000$ Hz, con un tiempo de oscilación de 90 ns y un tiempo máximo respuesta de $180\mu\text{s}$, exprese gráficamente las funciones armónicas de las señales para:

$$y(t) = (1 + \cos 2\pi f_1 t) \cos(2\pi f_2 t)$$

Tome un periodo de muestreo de $1\mu\text{s}$ para 200 iteraciones y cree un diagrama para el muestreo de las señales en las posiciones 1 y 3 de una cuadrícula matricial de 2×2 . Luego, cree la trama xy para una señal de amplitud modulada en la posición 2 de una cuadrícula matricial de 2×2 . Finalmente, cree el diagrama xy para la señal reconstruida en la posición 4 de una cuadrícula matricial de 2×2 .

$$f_1 = 20e3; f_2 = 110e3;$$

$$t_1 = 90e-9;$$

$$t_{\text{max}} = 180e-6;$$


```

t = 0:t1:tmax;
y = (1 + cos(2*pi*f1*t)).*cos(2*pi*f2*t);
T = 1e-6;
N = 200;
T1 = 0:T:N*T;
y2 = (1 + cos(2*pi*f1*T1)).*cos(2*pi*f2*T1);

% Se crea el diagrama para el Muestreo de las señales en las posi-
ciones 1 y 3 de una cuadrícula matricial de 2x2

figure;

subplot(2,2,[1 3]); stem(T1,y2, 'k');

xlabel('t'); ylabel('x[n]');

title('Muestreo cada T = 1e-6');

% Se crea la trama xy para una señal de amplitud modulada en la
posición 2 de una cuadrícula matricial de 2x2

subplot(2,2,2); plot(t, y, 'k');

axis([0 180e-6 -2 2]);

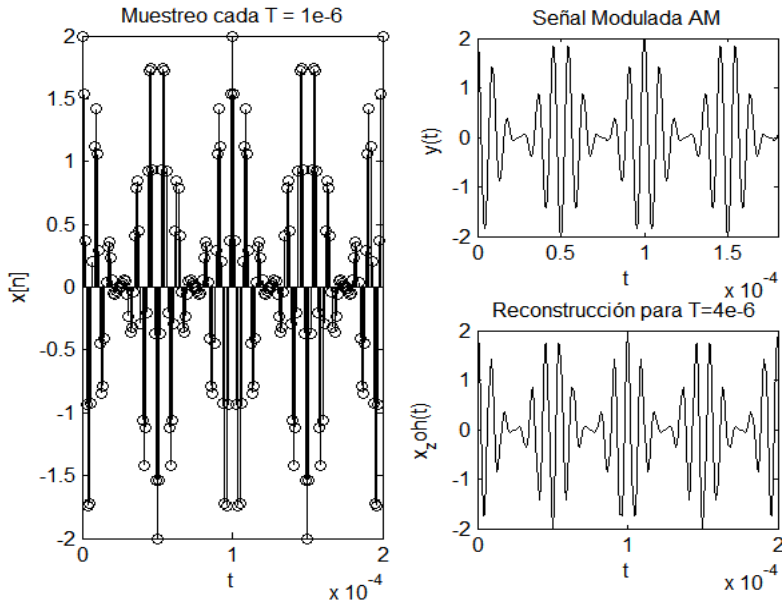
xlabel('t'); ylabel('y(t) '); title('Señal Modulada AM');

% Se crear el diagrama xy para la señal reconstruida en la posición
4 de una cuadrícula matricial de 2x2

subplot(2,2,4); plot(T1, y2, 'k'); xlabel('t'),ylabel('x_zoh(t)');

title('Reconstrucción para T=4e-6 ');

```



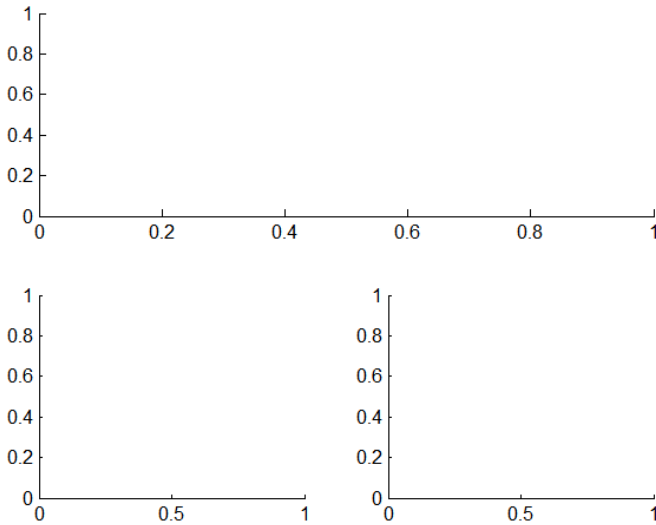
Representación ejercicio 11 I

Nota 27. Se puede emplear el operador dos puntos (:) para especificar las posiciones de las gráficas en la ventana, así:

```
subplot(2,2,1:2)
```

```
subplot(2,2,3)
```

```
subplot(2,2,4)
```



Representación ejercicio 11 II

12. Sea la función $y = \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$, evaluada para un intervalo de $[-3\pi, 3\pi]$, con 200 puntos, grafique la función principal con título y etiquetas, sin grilla, la segunda gráfica con grilla y la curva en negro con asteriscos, y la tercera el área de la curva.

```
x=linspace(-3*pi,3*pi,200);
```

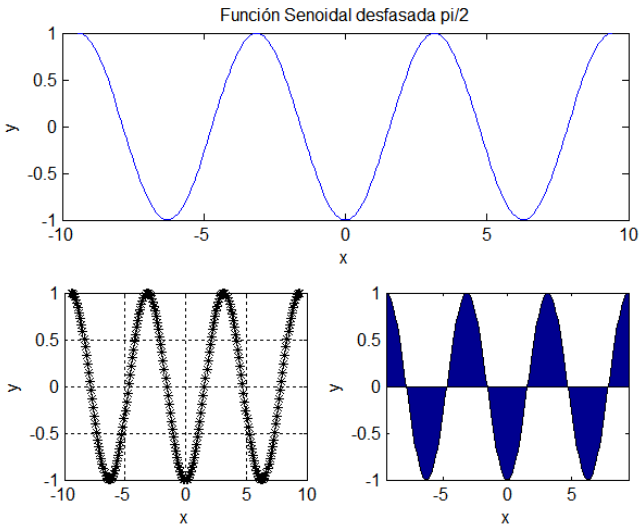
```
y = sin(x-pi/2);
```

```
subplot(2,2,1:2), plot(x,y),xlabel('x'), ylabel('y')
```

```
title('Función Senoidal desfasada pi/2')
```

```
subplot(2,2,3), plot(x,y,'k*'),grid, xlabel('x'), ylabel('y')
```

```
subplot(2,2,4), area(x,y), xlabel('x'), ylabel('y')
```



Representación ejercicio 12

13. Grafique las seis funciones trigonométricas evaluadas todas bajo el intervalo $[-\pi, \pi]$, con 150 puntos:

```
x = linspace(-pi, pi, 150);
```

```
y = sin(x);
```

```
z = cos(x);
```

```
w = tan(x);
```

```
v = cot(x);
```

```
a = sec(x);
```

```
b = csc(x);
```

```
subplot(3,2,1), plot(x,y), grid, title('Función Seno')
```

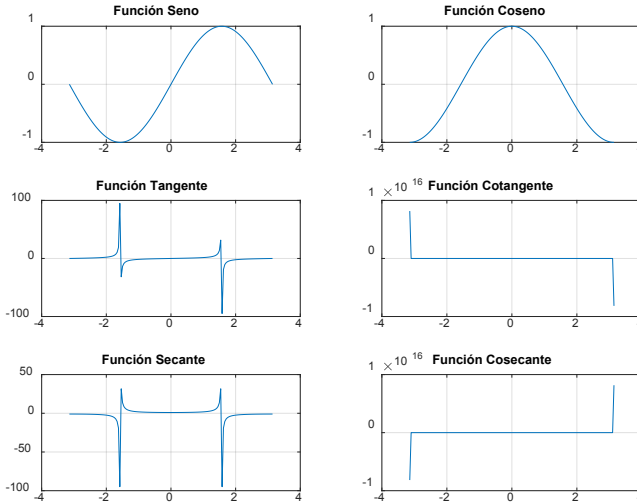
```
subplot(3,2,2), plot(x,z), grid, title('Función Coseno')
```

```
subplot(3,2,3), plot(x,w), grid, title('Función Tangente')
```

```
subplot(3,2,4), plot(x,v),grid, title('Función Cotangente')
```

```
subplot(3,2,5), plot(x,a),grid, title('Función Secante')
```

```
subplot(3,2,6), plot(x,b),grid, title('Función Cosecante')
```



Representación ejercicio 13

14. Dadas las funciones $y=\log x$ y $h=e^x$, subplotee en la que se tenga en cuenta el cambio en el tamaño de las letras que representan las gráficas.

```
a = 16; % define el tamaño de las letras
```

```
x=0:0.1:10;
```

```
y=log(x);
```

```
h=exp(x);
```

```
figure, subplot(1,2,1)
```

```
plot(x,y,'—r','LineWidth',2)
```

```

xlabel('x','FontSize',a), ylabel('log(x)','FontSize',a)

set(gca,'FontSize',a);

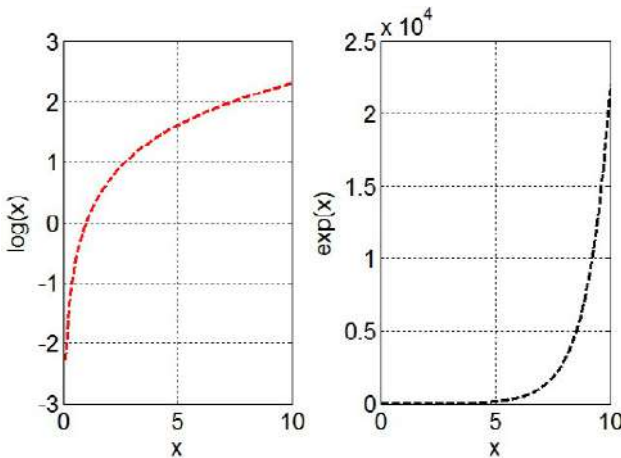
%define el tamaño de las letras de los ejes

grid on, subplot(1,2,2), plot(x,h,'—k','LineWidth',2)

xlabel('x','FontSize',a), ylabel('exp(x)','FontSize',a)

set(gca,'FontSize',a), grid on

```

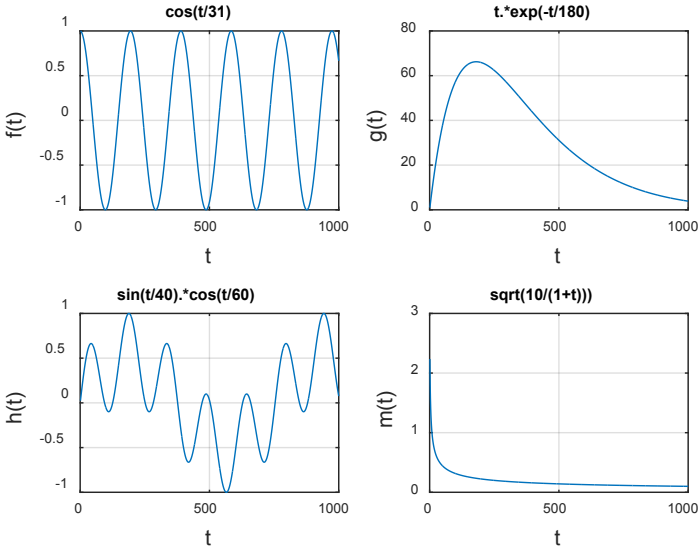


Representación ejercicio 14

15. Dadas las funciones $f(t) = \cos\left(\frac{t}{31}\right)$, $g(t) = te^{-\frac{t}{180}}$, $h(t) = \text{sen}\left(\frac{t}{40}\right) \cos\left(\frac{t}{60}\right)$, $f(t) = \frac{10}{1+t}$, evaluadas en el intervalo $[1,1000]$ con particiones de una unidad, subplotee las gráficas de acuerdo con los siguientes aspectos:

- Cambie el tamaño de letra a 15 y el color de fondo a blanco.
- Personalice los ejes con un tamaño de letra de 15 y adicione grilla.
- Coloque título a las gráficas.

```
a= 15; % Tamaño de letra a usar
t=1:1000;
subplot(2,2,1); % divide la figura en 4 regiones 2 filas y 2 columnas
plot(t,cos(t/31));
    xlabel('t','FontSize',a); %pone títulos al eje x
    ylabel('f(t)','FontSize',a); %pone títulos al eje y
    grid on;          %agregamos una grilla
    title('cos(t/31)'); %título del gráfico
subplot(2,2,2); plot(t,t.*exp(-t/180));
    xlabel('t','FontSize',a), ylabel('g(t)','FontSize',a)
    grid on;
    title('t.*exp(-t/180)');
subplot(2,2,3); plot(t,sin(t/40).*cos(t/60));
    xlabel('t','FontSize',a), ylabel('h(t)','FontSize',a);
    grid on;
    title('sin(t/40).*cos(t/60)');
subplot(2,2,4); plot(t,sqrt(10./(1+t)));
    xlabel('t','FontSize',a), ylabel('m(t)','FontSize',a);
    grid on; title('sqrt(10/(1+t))');
```



Representación ejercicio 15

16. Dadas las funciones $y_1(x) = 3x \sin(2x)$ y $y_2(x) = 0,5 \sin(x-2) \cos(x/10)$, evaluadas en el intervalo $[0,25]$ con particiones de 0,01, subplotéelas:

```
x=0:0.01:25;
```

```
y1=3*x.*sin(2*x);
```

```
y2=0.5*sin(x-2).*cos(x/10);
```

```
plot(x,y1,'—',x,y2,'—'), text(0.1,0.8,'y1=3xsin(2x) ———');
```

```
text(0.1,0.75,'y2=0.5sin(x-2)cos(x/10) —.—');
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
grid;
```

```
t1=text(0.1,0.8,'y1=3xsin(2x) ———');
```



```
t2=text(0.1,0.75,'y2=0.5sin(x-2)cos(x/10) _._');
```

```
get(t1)
```

% Muestra una serie de información en el command window acerca de las características y propiedades de la gráfica.

```
set(t1, 'FontSize',20)
```

```
set(t2, 'FontSize',20)
```

%se subplotea (subdiagrama)

```
subplot(2,1,1), plot(x,y1), xlabel('x'),ylabel('y')
```

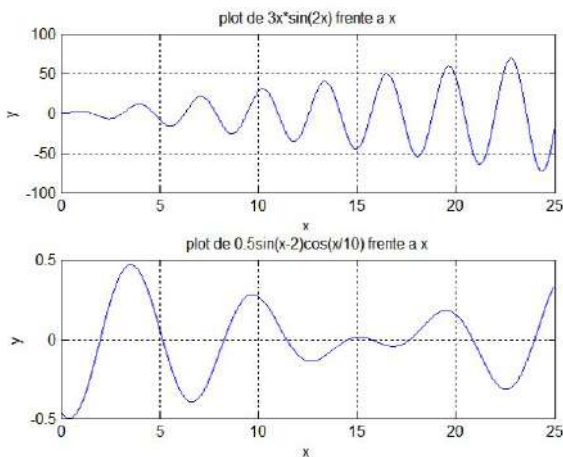
```
grid;title('plot de  $3x*\sin(2x)$  frente a  $x$ ')
```

```
subplot(2,1,2),plot(x,y2),xlabel('x'), ylabel('y')
```

```
grid, title('plot de  $0.5\sin(x-2)\cos(x/10)$  frente a  $x$ ')
```

```
print —deps plot3.eps
```

% muestra en el command window datos relacionados a las características de las instrucciones digitadas e información de las funciones ingresadas



Representación ejercicio 16

Leer y escribir archivos de imagen

Matlab puede leer y escribir imágenes con los comandos *imread* y *imwrite*. Aunque un número razonable de formatos de archivo son compatibles, algunos no lo son. Para mayor información, se emplea el comando *imformats*, a fin de observar lo que admite su uso:

```
>> imformats
```

El siguiente ejemplo se sale del esquema normal de trabajo, pero es interesante mostrar los potenciales usos que tiene Matlab en otros campos de la ciencia e ingeniería, como lo es la imagenología. Para esto, se procede a cargar en la carpeta Matlab dos imágenes en color que deseen cuyo formato sea jpg, luego emplee las siguientes instrucciones en un *script*, a fin de que Matlab cargue la imagen a la ventana.

```
I=imread('imagen1.jpg'); %se carga la imagen para ser leída como una matriz.
```

```
imshow(I) % muestra la imagen, que reemplaza a plot
```

Entonces se procede de la siguiente manera:

```
I=imread('calle_cartagena.jpg');
```



Figura 10.6. Fotos de la ciudad heroica de Cartagena.

Existen otras instrucciones que son fundamentales en análisis de imágenes. A fin de profundizar sobre cada instrucción, digite *help* y el nombre de la instrucción.

```
I = imread('Panama.jpg');
II=imcomplement(I); %Complemento de la imagen original
grises = rgb2gray(I); %escala de gris
umbral=graythresh(grises); % umbral de la imagen
bw=im2bw(grises,umbral);
subplot(2,2,1), imshow(I), title ('Dubai')
subplot(2,2,2), imshow(II),title ('Complemento')
subplot(2,2,3), imshow(grises),title ('Escala Gris')
subplot(2,2,4),imshow(bw), title('Umbral')
```



Figura 10.7. Fotos de la ciudad de Panamá.

Práctica 4

1. Grafique la función discreta $y = e^{-\frac{x}{3}} \cos(x)$ en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$, con particiones de $\pi/30$ y particiones de $\pi/15$, respectivamente. Subplotee y etiquete debidamente las gráficas.

2. Para que un medicamento tenga un efecto benéfico en el interior del organismo, la concentración en el torrente sanguíneo debe superar cierto valor denominado nivel terapéutico mínimo. Si la concentración c (mg/L) de un medicamento particular t horas después de tomarlo oralmente está dada por la ecuación:

$$c(t) = \frac{20,05t}{t^2 + 4,125}$$

Suplotee la función original para un tiempo de 0 a 12 horas y el área de la función en el mismo intervalo. Las gráficas deben estar debidamente etiquetadas.

3. Dadas las funciones discretas $x=2t^2 - 3t$, $y=t \operatorname{sen}(2t)$, $z=e^{t/10} - t$ evaluadas en el intervalo $[0, 6\pi]$, grafique en 3D tomando 200 puntos. Subplotee con puntos resaltados y sin resaltar.

4. Grafique las funciones discretas en la misma ventana en el intervalo $[-\pi, \pi]$, con particiones de $\pi/50$ y de $\pi/20$, respectivamente. Subplotee y etiquete debidamente las gráficas.

$$y = \operatorname{coth}(x), \quad z = \operatorname{tanh}(x), \quad w = \operatorname{sech}(x)$$

5. Dada la función $y = \cos\left(2x - \frac{3\pi}{4}\right)$, evaluada para un intervalo de $[-4\pi, 3\pi]$, con 300 puntos, grafique la función principal con título y etiquetas, con grilla, la segunda gráfica sin grilla y la curva en rojo con cuadros, y la tercera el área de la curva.

6. Dadas las funciones discretas $x=te^{-2t}$ $y=\cos(t)\text{sen}(2t)$ evaluadas en el intervalo $[0,5\pi]$, grafique en 3D tomando 200 puntos. Subplotee con puntos resaltados y sin resaltar.

7. Cuando un astronauta sale al espacio, entra a un estado de ingravidez. El peso de un astronauta de 127 libras a una altitud de h kilómetros sobre el nivel del mar está dado por la ecuación:

$$W = 127 \left(\frac{6378}{6378 + h} \right)^2$$

Subplotee la función original para una altitud de 0 a 50 km y el área de la función en el mismo intervalo. Las gráficas deben estar debidamente etiquetadas. Dentro de la misma ventana grafique la función altitud y el área de esta, si el peso varía de 125 a 5 libras.

8. Tome cuatro funciones diferentes, grafique en una sola ventana debidamente etiquetada.

9. Tome dos imágenes cualesquiera y cambie las posiciones de las figuras de vertical a horizontal. Coloque título a las imágenes.

10. Subplotee cuatro imágenes alusivas a un tema común colocando un título a cada una de ellas.

11. Dada la función costo $C(x,y) = -25e^A - 1,5e^B + 27,2701$, donde $A = -0,21\sqrt{0,5(x^2 + y^2)}$ y $B = 0,5[\cos(2\pi x) + \cos(2\pi y)]$, grafique la función costo como función principal y las demás como secundarias para un intervalo de $[0,10]$.

12. Los momentos de inercia para cuerpos sólidos de radio r tales como una esfera, un anillo, un cuerpo circular o un cilindro son, respectivamente:

$$I_{xx} = \frac{2}{5}mr^2 ; I_{xx} = I_{yy} = \frac{3}{2}mr^2 ; I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{4}mr^2 ;$$

$$I_{xx} = I_{yy} = \frac{1}{12}m(3r^2 + h^2)$$

Donde h es la altura del cilindro, subplotee cada ecuación, si los cuerpos tienen una masa de 0,2 kg y un radio que varía de 0,5 a 10 cm. Tome 600 puntos y etiquete debidamente cada gráfica.

13. Cargue una imagen panorámica en la carpeta de Matlab, luego subplotee de tal manera que aparezca la imagen original, su complemento en escala de grises y, finalmente, umbralizada. Etiquete cada imagen.

14. La constante de acoplamiento para la fuerza fuerte α_s , empleando la cromodinámica cuántica, da una expresión de carácter decreciente en la que se relaciona el número de quarks activos n_f en la producción de pares de subpartículas (hasta seis). La ecuación general es la siguiente:

$$\alpha_s(E) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f)\ln\left[\frac{E}{\Lambda}\right]^2}$$

Donde E es la energía del sistema cuántico (en GeV) y es un parámetro que se determina de manera experimental, el cual toma un valor aproximado de 0,2 GeV.

Si la energía varía entre 1 y 10 GeV, con particiones de 0,5, subplotee para cada valor de n_f . Etiquete cada gráfica para los valores calculados.

Nota 28. Para calcular el área de una curva se emplea el comando `area(x,y)`, donde x define el intervalo, e y la función. Esta instrucción se puede combinar con `plot`, `bar` y `stairs`.

Ejemplos

1. Sea la función $y=\cos(x+10)$, definida en el intervalo $-2\pi \leq x \leq 3\pi$, con particiones de 0,01, subplotee la función y el área de la curva de esta combinando las instrucciones `plot` y `area`. Etiquete las gráficas.

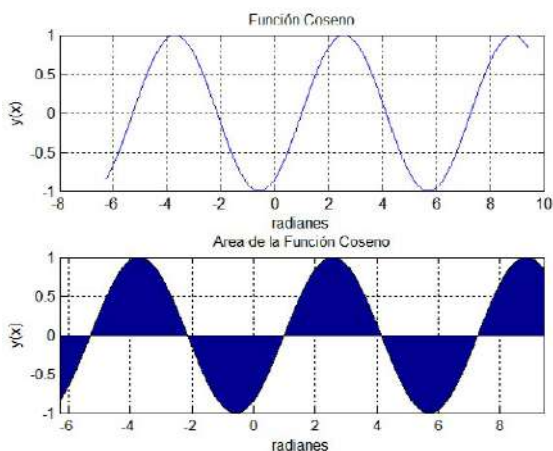
```
x=-2*pi:0.01:3*pi;
```

```
y=cos(x+10);
```

```
subplot(2,1,1),plot(x,y),title('Función Coseno')
```

```
xlabel('radianes'),ylabel('y(x)'),grid
```

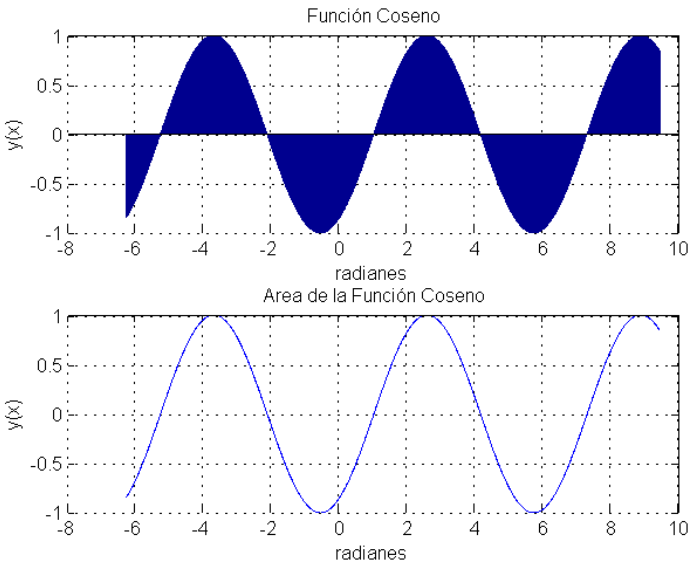
```
subplot(2,1,2),area(x,y), title('Area de la Función Coseno'), xlabel('radianes'),ylabel('y(x)'), grid
```



Representación ejercicio 1

2. Desarrolle en el ejercicio anterior con las instrucciones *bar* y *stairs*.

```
hold off
x=-2*pi:0.01:3*pi;
y=cos(x+10);
subplot(2,1,1),bar(x,y)
title('Función Coseno')
xlabel('radianes'),ylabel('y(x)'), grid
subplot(2,1,2),stairs(x,y)
title('Area de la Función Coseno')
xlabel('radianes'),ylabel('y(x)'), grid
```



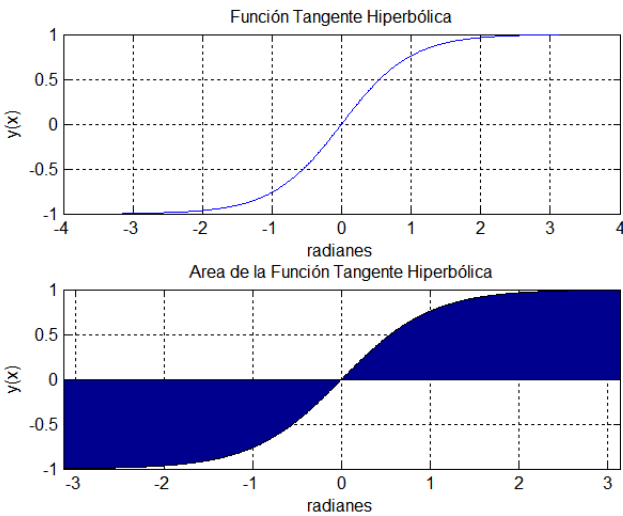
Representación ejercicio 2

Como se aprecia, se invierte la presentación de las gráficas manteniendo sus características de presentación.

3. Sea la función $y=\tanh(x)$, definida en el intervalo $-\pi \leq x \leq \pi$, con 500 puntos, subplotee la función y el área de la curva de esta. Etiquete las gráficas.

```

linspace(-pi,pi,500);
y=tanh(x);
subplot(2,1,1),plot(x,y)
title('Función Tangente Hiperbólica')
xlabel('radianes'), ylabel('y(x)'), grid
subplot(2,1,2),area(x,y), title('Área de la Función Tangente Hiperbólica')
xlabel('radianes'), ylabel('y(x)'), grid
    
```



Representación ejercicio 3

4. Sea la función $y = -2\text{sen}(x)\cos(1,5x-5) + 3$, definida en el intervalo $[-5,30]$, grafique las áreas de la función para particiones de 2 y de 0,01.

figure

subplot(1,2,1)

n1=2; % se define n1 que será el paso del vector x

x=-5:n1:30; % definimos el vector x que toma valores espaciados en n1

*y=-2*sin(x).*cos(1.5*x-5)+3;*

area(x,y)

grid

title('Función y con particiones de 2')

xlabel('x'), ylabel('y')

subplot(1,2,2)

n2=0.01; % se define n2 que será el paso del vector x

x=-5:n2:30;

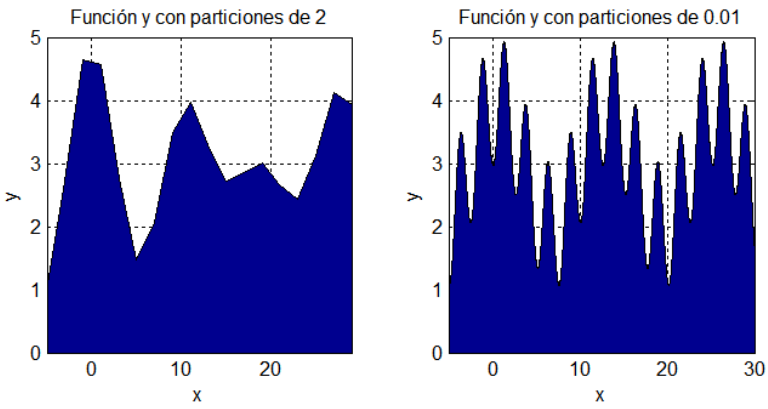
*y=-2*sin(x).*cos(1.5*x-5)+3;*

area(x,y)

grid

title('Función y con particiones de 0.01')

xlabel('x'), ylabel('y')



Representación ejercicio 4

Nota 29. La gráfica en 2D se puede expresar en una ventana en 3D mediante la instrucción `view(x,y)`, donde x e y indican los grados que se desea rotar la imagen.

Práctica 5

Dadas las funciones, subplotee y evalúe el área de la curva. Etiquete las gráficas.

1. $y = \cosh(x)$ definida en el intervalo $-\pi \leq x \leq \pi$, con 500 puntos.
2. $y = \sinh(x)$ definida en el intervalo $-2\pi \leq x \leq 3\pi$, con particiones de 0,01. Rote la gráfica dados los grados (60,45).
3. $y = \operatorname{sech}(x)$ definida en el intervalo $-\pi \leq x \leq \pi$, con 600 puntos.
4. $y = \operatorname{csch}(x)$ definida en el intervalo $-2\pi \leq x \leq 3\pi$, con particiones de 0,01. Rote la gráfica dados los grados (70,50).
5. $y = 3\cosh(2x)$ definida en el intervalo $-\pi \leq x \leq \pi$, con 800 puntos.
6. $y = e^{-\frac{x}{3}} \cos(x)$ en el intervalo $[-\pi, 2\pi]$, con particiones de $\pi/25$.
7. $f(x) = \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{x+1}$ $0 \leq x \leq 30$, con 1000 puntos.
8. $y = 4/x e^{1-4|x|}$ en el intervalo $[-6, 6]$, con particiones de 0,01.
9. $y = \log(x^3 + 2x)$ definida en el intervalo $0 \leq x \leq 10000$, con 800 puntos.
10. $y_1 = 4x^2 - x + 2$, $y_2 = x + 2$, y $y_3 = \frac{1}{x+1}$ evaluadas en el intervalo $[-3, 5]$, con particiones de 0,02. Rote las gráficas dados los grados (65,40).
11. $y_1 = 2x^3 - x$, $y_2 = \sqrt{x^2 + 1}$, y $y_3 = e^{-2x}$ y evaluadas en el intervalo $[-3, 4]$, con particiones de 0,02.
12. $y = |4x^3 - 7x^2 - 5x + 3|$ definida en el intervalo $-10 \leq x \leq 10$, con 400 puntos.

13. $S(r) = \frac{120}{r} + 2\pi r^2$ para $0,1 \leq r \leq 5$, $f(t) = \log(t) - 5 + t$ para $0 \leq t \leq 10$,
 $g(t) = \frac{\text{sen}(x-2)}{\sqrt{15x}}$ para $0 \leq t \leq 10$, con particiones de 0,01.

14. Dada la función $f(x) = \text{sen}(x)$, subplotee empleando la instrucción *stairs* y *bar* en el intervalo $[0, \pi]$, con particiones de $\pi/30$.

15. Sea la función $y(t) = \cos/3 + 2x - x^2$, evaluada en el intervalo $[-10, 10]$, grafique en la misma ventana empleando la instrucción *stairs* y la función ploteada. Luego subplotee las gráficas etiquetando cada una de ellas.

16. Sea la función $y(t) = 1,5\cos\left(\frac{3t}{5}\right) + 0,8\text{sen}(2,5t) + 4$, evaluada para el intervalo $[-\pi, \pi]$, con intervalos de 0,1, subplotee la función original en conjunto con las instrucciones *area*, *bar* y *stairs*. Pruebe con distintos valores de la partición hasta encontrar uno que sirva para representar adecuadamente la función.

17. Subplotee las funciones y las operaciones indicadas:

$$f(x) = x - 4; g(x) = 2x^2 - 3x + 5; f(x) \cdot g(x);$$

$$f(x) - g(x); f(x) / g(x); f(x) + g(x).$$

El rango de trabajo es de $[-8, 8]$ con particiones de 0,1.

18. Dado que la resistencia aerodinámica se refleja en una fuerza que se opone al movimiento y puede estimarse a partir de determinados coeficientes, también va a existir un gasto energético adicional necesario para vencer dicha resistencia, la cual se puede cuantificar como una potencia, así:

$$\text{Potencia} = \frac{\text{Trabajo}}{\text{tiempo}} = \frac{Fx}{t} = Fv$$

Si se tiene en cuenta la dirección del movimiento de un cuerpo, en este caso a lo largo del eje x , la potencia es:



$$\text{Potencia} = F_x v = \frac{1}{2} \rho S C_x v^3$$

Donde S representa la superficie frontal (m^2), ρ la densidad del aire (kg/m^3), C_x el coeficiente de penetración y v la velocidad del vehículo (m/s), grafique el comportamiento aerodinámico de un vehículo en el que la densidad del aire es constante ($1,225 \text{ kg}/\text{m}^3$) usando las instrucciones de *area*, *bar* y *stairs*, cuando:

- Potencia cuando $S = 2,15 \text{ m}^2$, $C_x = 0,3351$ y la velocidad oscila entre 60 y 120 km/h .
- Potencia cuando $v = 130 \text{ km}/\text{h}$, $C_x = 0,321$ y el área varía entre 2,1 y 2,17 m^2 ; tome particiones de 0,1.

19. Al abrir un grifo poco a poco, se forma un chorro de agua cuyo radio disminuye con la distancia, el cual, finalmente, se rompe y forma las gotas. La ecuación de continuidad proporciona la forma de la superficie del chorro de agua que cae, así:

$$r = r_o \sqrt[4]{\frac{v_o^2}{v_o^2 + 2gh}}$$

Grafique la ecuación de radio final usando las instrucciones *area*, *bar* y *stairs*, cuando el diámetro del grifo es de 1,5 cm y la altura de caída del fluido es de 30 cm . La velocidad del fluido oscila entre 0,1 m/s y 2 m/s .

20. La posición de una partícula en función del tiempo está expresada en coordenadas polares por:

$$r(t) = 25 + 30(1 - e^{\text{sen}(0,07t)}) \text{ metros}$$

$$\theta(t) = 2\pi(1 - e^{-0,2t}) \text{ radianes}$$

Subplotee las funciones para un tiempo que oscila entre 0 y 50 segundos tomando 700 puntos. Etiquete las curvas y los ejes.



21. Subplotee las funciones según las condiciones dadas, $f(x)=e^{-x}$ en el intervalo $[0,2\pi]$ con particiones de 0,1; $h(x)=x^{-x}$, en el intervalo $[1,7]$ con particiones de 0,2; $g(x)=3e^{0,01t}$ en el intervalo $[0,2\pi]$ con particiones de 0,3; y $k(x)=\ln|x^2-1|$ en el intervalo $[-3,3]$ con particiones de 0,5. Etiquete cada gráfica.

22. Subplotee la función dada para distintos valores de x y los parámetros A y B .

$$h(x)=Ae^{-\beta x}$$

Donde $A > 0$ y $\beta > 0$.

23. El momento de inercia en la dirección y de una sección de sector circular está dada por la fórmula:

$$I_y = \frac{1}{4} \left(\alpha + \frac{1}{2} \text{sen}(2\alpha) \right) R^4$$

Donde R es el radio del círculo y α es el ángulo interno del sector circular, subplotee el momento de inercia para la función original y su área cuando $R = 3$ cm y el ángulo varía entre 2 y 38 grados, con particiones de 0,1.

24. La interacción de carga apantallada de Coulomb en un sistema físico, en la que se presenta ionización, está representada por la ecuación:

$$V(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-\frac{r}{r_0}}$$

Donde e representa la carga del electrón, ϵ_0 es la constante de permitividad eléctrica, r_0 es la magnitud de la separación entre los electrones ionizados y r representa la distancia atómica de un átomo en particular.

Subplotee $V(r)$ cuando la separación entre los electrones ionizados es del orden de los 2 nm, si:

- La distancia atómica oscila entre los 4 y 9 nm.
- La distancia atómica oscila entre los 1,5 y 3 nm.

Tome 1000 puntos para cada gráfica, etiquete debidamente cada ventana.

25. Las vibraciones del fuselaje de un helicóptero debido a una fuerza periódica aplicada por la rotación del rotor pueden ser modelados por la función $x(t)$, independiente de la fricción. Así:

$$x(t) = \frac{2f_0}{\omega_n^2 - \omega^2} \operatorname{sen}\left(\frac{\omega_n - \omega}{2} t\right) \operatorname{sen}\left(\frac{\omega_n + \omega}{2} t\right)$$

Grafique $x(t)$ para una frecuencia de 5000 Hz, donde $\omega_n = 10$ rad/s y $\omega = 12$ rad/s, para un tiempo t que oscila entre 0 y 20 segundos. Tome 800 puntos.

Ajuste de ejes

El ajuste de ejes se emplea cuando se desea estudiar un área determinada de la gráfica de la función, por lo cual se puede personalizar el ploteo. Para esto se recurre al uso del comando `axis([xmin, xmax, ymin, ymax]);`, el cual cambia los ejes del diagrama original y muestra la parte del eje deseado.

El comando `axis` se emplea después de `plot`, por lo que se recomienda consultar sus otros usos; digite `help axis` en la ventana de comandos.

Ejemplos

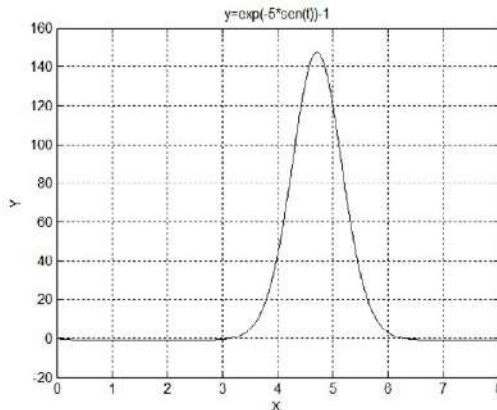
1. Sea función $y=e^{-5\sin(t)} - 1$, grafique para el intervalo $0 \leq t \leq 8$, con particiones de 0,01.

`t=0:0.01:8;`

`y=exp(-5*sin(t))-1;`

`plot(t,y,'k'), grid`

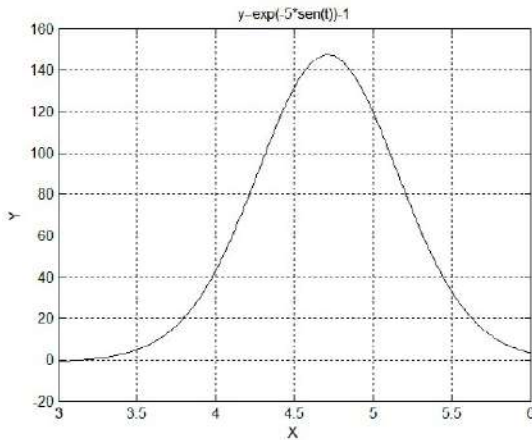
`title('y=exp(-5*sen(t))-1'), xlabel('X'), ylabel('Y')`



Representación ejercicio 1 I

Como se observa en la figura, $f(x)$ presenta una curva sobre la cual se desea establecer un estudio pormenorizado. Para esto se puede ampliar la zona de estudio mediante el comando *axis* a fin de personalizar los ejes a conveniencia.

```
axis([3, 6, -20, 160])
```



Representación ejercicio 1 II

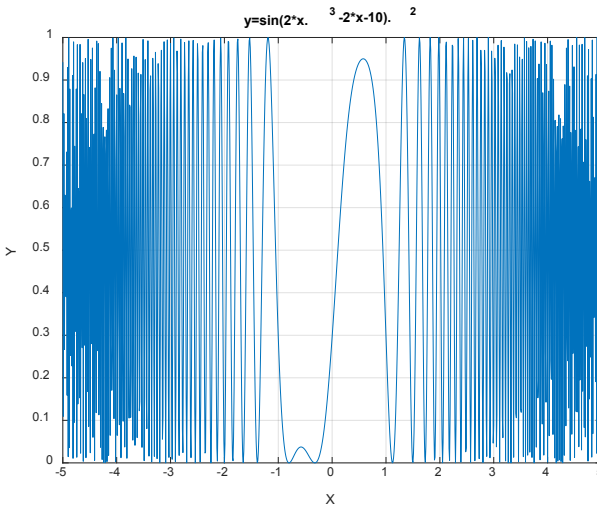
2. Sea la función $y = \sin(2x^3 - 2x - 10)^2$, gráfiquela para el intervalo $[-5, 5]$, con particiones de 0,01. Resalte la zona de estudio con *axis*.

```
x=-5:0.01:5;
```

```
y=sin(2*x.^3-2*x-10).^2;
```

```
plot(x,y), grid
```

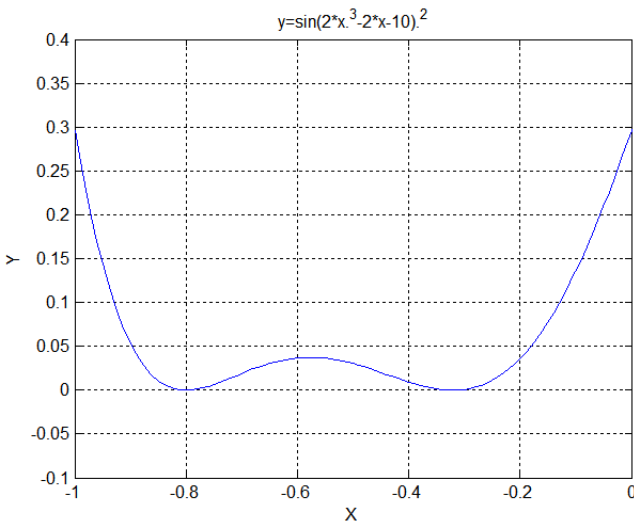
```
title ('y=sin(2*x.^3-2*x-10).^2'), xlabel('X'), ylabel('Y')
```



Representación ejercicio 2 I

Como se observa en la figura, existen diversas áreas de estudio, por lo cual nos centraremos en la curva cerca a cero por la izquierda.

`axis([-1, 0, -0.1, 0.4])`



Representación ejercicio 2 II



Ejercicio. Cambie los valores de los ejes del ejercicio anterior con el fin de analizar otras secciones de la gráfica.

Nota 30. Si se desea combinar el subploteo con el cambio de los ejes de la gráfica se debe colocar el comando *axis* antes del próximo comando *subplot*.

3. Sea la función $y=\tanh(x^2+3x)$, subplotee para el intervalo $-3\leq x\leq 1$, con particiones de 0,01. Resalte la zona de estudio con en el intervalo $[-1, 0,5, -1, 0,8]$ y etiquete cada gráfica.

hold off

x=-3:0.01:1;

*y=tanh(x.^2+3*x);*

subplot(2,1,1), plot(x,y,'k'),grid

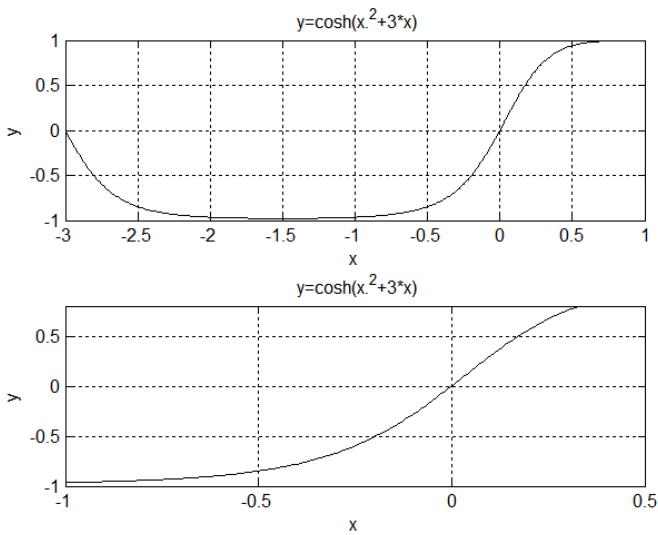
*title ('y=cosh(x.^2+3*x)')*

xlabel('x'),ylabel('y')

subplot(2,1,2), plot(x,y,'k')

axis([-1, 0.5, -1, 0.8]),grid

*title ('y=cosh(x.^2+3*x)'), xlabel('x'),ylabel('y')*



Representación ejercicio 3

4. Halle el volumen limitado por la superficie engendrada por la curva en el intervalo $[0,10]$, con particiones de 0,1:

$$y = \frac{\sqrt{t}}{1 + t^3}$$

Al girar alrededor del eje OX, etiqüete debidamente las gráficas.

```
t=0:0.1:10;
```

```
y1=sqrt(t)./(1+t.^3);
```

```
subplot(1,2,1),plot(t,y1,'k'), title('Curva inicial')
```

```
axis square, xlabel('x'), ylabel('y')
```

```
subplot(1,2,2)
```

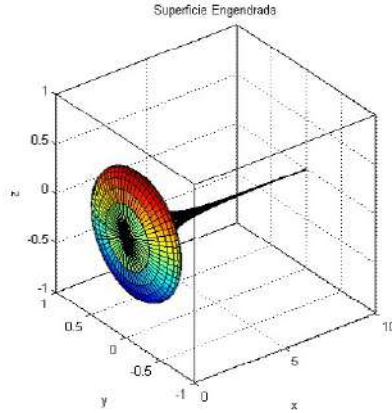
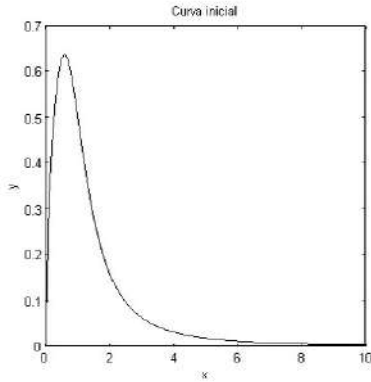
```
u=0:0.1:2*pi;
```

```
x=t*ones(size(u));
```

```
y=y1'*cos(u);
```

```
z=y1'*sin(u);
```

```
surf(x,y,z),axis square, box on,
```



Representación ejercicio 4

A fin de rotar la imagen en 3D a cualquier ángulo, adicione la instrucción *view*. Así, por ejemplo, *view (35,15)*; verifique la gráfica.

5. Represente la circunferencia en diferentes escalas.

```
t=0:0.2:2*pi+0.2;
```

```
x=sin(t);
```

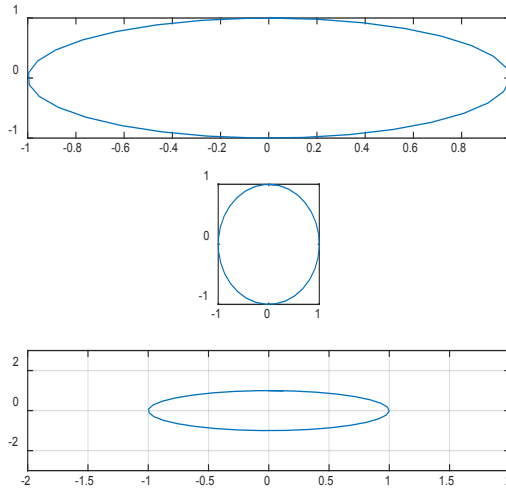
```
y=cos(t);
```

```
subplot(3,1,1); plot(x,y,'-');
```

```
subplot(3,1,2); plot(x,y,'-'); axis square;
```

```
subplot(3,1,3); plot(x,y,'-'); axis normal;grid;
```

```
axis([-2 2 -3 3]);
```



Representación ejercicio 5

Práctica 6

Aplique la instrucción *subplot* a cada ejercicio dado, de manera que aparezca la función original y la zona de estudio resaltada con el comando *axis*; etiquete cada gráfica en la ventana y personalice las gráficas.

1. Dada la función $y = -|x^2 + 3x| + 2$, grafique para el intervalo $-4 \leq x \leq 4$, con particiones de 0,01.

2. Dada la función $y = \frac{x^3 - 1}{x}$, grafique para el intervalo $0,011 \leq x \leq 5$, con particiones de 0,002.

3. Dada la función $y = \frac{\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}}}{x^2 + 2x + 2}$, $0 \leq x \leq 30$, con particiones de 0,1.

4. Dada la función $y = 2e^{-2x}$, grafique para el intervalo $-3 \leq x \leq 5$, con particiones de 0,001.

5. Dada la función $y = 5^{-x}$, $g = -|\cos(x)|$ grafique para el intervalo $-\pi \leq x \leq \pi$, con particiones de 0,001.

6. Las ecuaciones de un movimiento armónico de un cuerpo desfasadas $2\pi/3$ están dadas por:

$$x(t) = A \operatorname{sen}(2\pi vt)$$

$$y(t) = A \operatorname{sen}\left(2\pi vt + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Suplotee las funciones y etiquete debidamente cada una para un intervalo de $0 \leq t \leq 10$, con particiones de 0,01 y una frecuencia v de 100 Hz.

7. A fin de calcular las velocidades v_1 y v_2 en cada tramo de una tubería se parte de la lectura de la diferencia de presión $p_1 - p$ en un manómetro y las áreas de las secciones A_1 y A_2 ($A = \pi r^2$). La ecuación para hallar una de las velocidades es:

$$v_2 = A_1 \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

Subplotee las gráficas de la velocidad v_2 y v_1 de un fluido de glicerina ($\rho = 1,26 \text{ g/cm}^3$) en un conducto cuyos diámetros son de 40 cm y 18 cm, con la condición de que la presión oscila entre 1200 y 3500 Pa. Tome particiones de 0,1. A fin de graficar la velocidad v_1 emplee la ecuación de continuidad.

$$v_1 A_1 = A_2 v_2$$

8. Si se tiene en cuenta que el volumen de agua que cubre el planeta Tierra permanece constante, se calcula la elevación del agua h (en metros) de un punto P cualquiera de la superficie S_0 debido a las fuerzas de atracción lunar:

$$h = \frac{M_L}{2M_T} \left(\frac{R}{r}\right)^3 R(3\cos^2\theta - 1)$$

Donde $M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ es la masa de la Luna, $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ es la masa de la Tierra, R su radio (3671 Km) y r la distancia entre el centro de la Tierra y el centro de la Luna (384 100 km).

Grafique h en función del ángulo cuando este varía entre 0 y 90 grados. Tome particiones de 0,1 y ajuste los ejes de tal manera que resalte la zona de estudio. Subplotee estos datos.

9. La función *sinc* o *seno cardinal*, denotada por $\text{sinc}(x)$, presenta dos formas: la normalizada y la desnormalizada, que se presentan de la siguiente forma:

a. En procesamiento digital de señales y teoría de la información, la función *sinc* normalizada comúnmente se define como:

$$\text{sinc}_N(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$$

b. La función *sinc* desnormalizada corresponde a la transformada de Fourier de un pulso rectangular, y la transformada inversa de Fourier de un espectro rectangular, que está definida por:

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

En ambos casos el valor de la función tiene una singularidad evitable en cero, la cual, por lo general, se redefine específicamente como igual a 1. La función *sinc* es una *sinc*.

Grafique ambas funciones en la misma ventana etiquetando y personalizando cada curva para el intervalo $[-15,15]$, con particiones de 0,01. La función citada en Matlab es *sinc*. Resalte la zona de estudio.

9. El tiempo de vaciado de un depósito se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$t_{vac} = \frac{A}{a} \sqrt{\frac{2h_o}{g}}$$

Donde A representa el área mayor del depósito; a es el área del orificio en la base por el cual se vacía el líquido, y h_o la altura a la que se encuentra el líquido, que varía conforme este es vaciado.

Grafique el tiempo de vaciado para el intervalo $1 \leq h_o \leq 15$, con particiones de 0,1, donde el radio de la circunferencia del depósito es de 3 m y el radio del orificio de vaciado es de 5 cm.

10. El número de cavitación se emplea en mecánica de fluidos para establecer la relación entre la diferencia de presiones local absoluta P y la presión de vapor P_v con respecto a la densidad del flujo del vapor y volumen V ocupado. Esta ecuación es adimensional y se representa por la ecuación:

$$Ca = \frac{2(P - P_v)}{\rho V}$$

Grafique el número de cavitación cuando se miden variaciones de presión en atmósferas de 2,3 y 3,2. El gas que circula es Butano, cuya densidad es de 573 kg/m^3 en un volumen de $45,5 \text{ mm}^3$. Para el intervalo dado tome particiones de 0,02.

11. Halle el volumen limitado por la superficie engendrada por la curva:

$$y = \frac{\text{sen}(t + 1)}{t + 1}$$

Al girar alrededor del eje OX , etiquete debidamente las gráficas. Tome las siguientes instrucciones como parámetros constantes:

$$u=0:0.1:2*pi;$$

$$x=t*ones(\text{size}(u));$$

$$y=y1'*\cos(u);$$

$$z=y1'*\sin(u);$$

- Intervalo $[-\pi, 2\pi]$, con particiones de 0,1.
- Intervalo $[-2, 2\pi]$, con particiones de 0,1.
- Intervalo $[-2\pi, 2\pi]$, con particiones de 0,1.

11.

Gráficas y funciones simbólicas



Funciones simbólicas

Este tipo de instrucción permite crear variables y funciones simbólicas. Además, se emplea en diferentes contextos del álgebra, cálculo y ecuaciones diferenciales, tales como el despeje de ecuaciones, la evaluación de parámetros de una función o matriz, la representación simbólica de una operación, los conjuntos de variables o las funciones, entre otros.

A fin de construir objetos simbólicos se emplea la instrucción *syms arg1 arg2 ...*, donde *arg1, arg2, ..., argn*, representan los argumentos o variables de entregada.

De forma abreviada:

```
arg1 = sym('arg1');
```

```
arg2 = sym('arg2'); ...
```

Si se quiere indicar el tipo del objeto simbólico, se puede escribir:

```
syms arg1 arg2 ... real
```

De forma abreviada:

```
arg1 = sym('arg1','real');
```

```
arg2 = sym('arg2','real'); ...
```

```
syms arg1 arg2 ... positive
```

O especifique parámetros adicionales en cuanto a las condiciones de los argumentos:

```
arg1 = sym('arg1','positive');
```

```
arg2 = sym('arg2','positive'); ...
```



```
syms arg1 arg2 ... unreal
```

```
arg1 = sym('arg1','unreal');
```

```
arg2 = sym('arg2','unreal'); ...
```

Ahora bien, si desea graficar las salidas de una función empleando otro tipo de instrucción diferente a *plot* se puede emplear el comando *ezplot* (se lee como *easy plot*). Esta función se define por defecto en el intervalo $-2\pi \leq x \leq 2\pi$, por lo que no requiere necesariamente definir otro intervalo, aunque admite el ingreso de otros intervalos. De igual manera, con el empleo de *ezplot* no precisa que se ajuste la función de salida con los operadores *punto* para que admita un vector o una matriz, ya que el sistema lo hace de manera autónoma, evitando con esto los errores de ajustar la ecuación para que corra bajo un parámetro vectorial o matricial.

Ejercicios resueltos

1. Cree una matriz simbólica de 3 x 3 con funciones simbólicas generadas de forma automática como sus elementos. Luego, sustituya $f_{1,1}(x,y) = 2x^2 - 3y$, $f_{2,2}(x,y) = x - y^2$ y $f_{3,3}(x,y) =$; calcule las expresiones para los valores $x = 5$ e $y = 8$.

```
syms f(x,y) 3
```

```
f
```

```
f(x,y) =
```

$$\begin{pmatrix} f_{1,1}(x,y) & f_{1,2}(x,y) & f_{1,3}(x,y) \\ f_{2,1}(x,y) & f_{2,2}(x,y) & f_{2,3}(x,y) \\ f_{3,1}(x,y) & f_{3,2}(x,y) & f_{3,3}(x,y) \end{pmatrix}$$

Luego, a fin de sustituir las expresiones asignadas a $f_{1,1}(x,y)$ y $f_{2,2}(x,y)$, se utiliza la función *subs*. El procedimiento es el siguiente:

$$f1_1(x,y) = 2*x^2-3*y;$$

$$f2_2(x,y) = x - y^2;$$

$$f3_3(x,y) = \text{sqrt}(x+y);$$

f

$$S = \text{subs}(f)$$

$$S(x,y)=$$

$$\begin{pmatrix} 2x^2 - 3y & f_{1,2}(x, y) & f_{1,3}(x, y) \\ f_{2,1}(x, y) & x - y^2 & f_{2,3}(x, y) \\ f_{3,1}(x, y) & f_{3,2}(x, y) & \sqrt{x + y} \end{pmatrix}$$

Ahora procedemos a evaluar la matriz *S* con los valores $x = 5$ e $y = 8$.

$$S(5,8)=$$

$$\begin{pmatrix} 26 & f_{1,2}(5, 8) & f_{1,3}(5, 8) \\ f_{2,1}(5, 8) & -59 & f_{2,3}(5, 8) \\ f_{3,1}(5, 8) & f_{3,2}(5, 8) & \sqrt{13} \end{pmatrix}$$

Para el caso en el que la matriz no fuese cuadrada, se le indica a la función simbólica los parámetros en un intervalo. Así, por ejemplo, una matriz de 2 x 3, entonces:

$$\text{syms } A [2 \ 3]$$

A

$$\begin{pmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \end{pmatrix}$$

2. Sea $y = x^2 - 3x + 5^x + \frac{8}{x+2}$, grafique la función con un valor de 2 en el intervalo $[-4,4]$.

```
syms x
```

```
y=(x^2-3*x)+5^x+8/(x+2)
```

```
subs(y, x, 2)
```

% La instrucción subs sustituye en f el valor de x por 2

```
y =
```

```
8/(x + 2) - 3*x + x^2 + 5^x
```

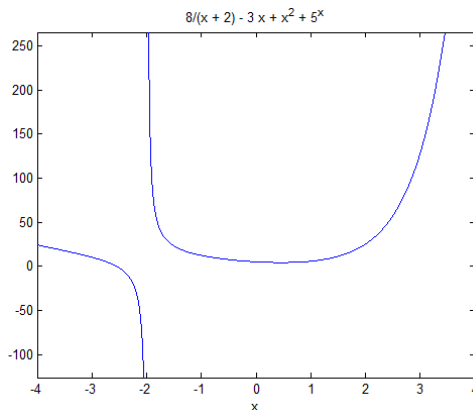
```
ans =
```

```
25
```

Como se aprecia, se organiza la función general y se calcula para el valor dado, de modo que se proporciona una solución particular. Note que al colocar un punto y coma a la función y solo aparecerá la solución particular.

A fin de graficar sobre el intervalo se tiene:

```
ezplot(y,[-4,4])
```



Representación ejercicio 2



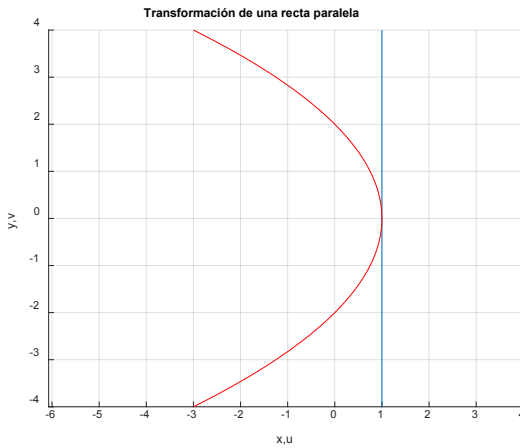
3. *Transformada de una recta paralela a un eje.* Sea la recta paralela al eje Y , $x = 1$, obtenga la gráfica bajo la transformación $w = z^2$.

La ecuación de los puntos de la recta es $z = 1 + iy$. Por lo que se tiene que $w = z^2 = (1 + iy)^2 = 1 - y^2 + 2yi$.

Luego se realiza la sustitución $u = 1 - y^2$, $v = 2y$ con $-\infty < y < \infty$, la cual se trata de la ecuación de una curva dependiente del parámetro y . Se elimina y y se obtiene la ecuación de una parábola en el plano u, v .

$$u = 1 - \frac{v^2}{4}$$

```
syms y;
z=1+i*y; %recta
w=z^2; %imagen
hold on
ezplot(real(z),imag(z),[-4,4])
hg=ezplot(real(w),imag(w),[-2,2]);
set(hg,'color','r')
hold off
grid on
title('Transformación de una recta paralela')
ylabel('y,v'), xlabel('x,u')
```



Representación ejercicio 3

4. Cree una función simbólica y especifique su fórmula utilizando una matriz simbólica para M .

$$M = \begin{bmatrix} ax & by & c \\ ax^2 & -y & bcz \\ -by & -ax & 2az \end{bmatrix}$$

`syms a b c x y z`

`M = [a*x b*y c;a*x^2 -y b*c*z;-b*y -a*x 2*a*z];`

`f(x,y,z) = M`

`f(x,y,z) =`

`[a*x, b*y, c]`

`[a*x^2, -y, b*c*z]`

`[-b*y, -a*x, 2*a*z]`

Utilizando el Live Script, la representación de la salida de la matriz es mejor:



$$f(x,y,z) =$$

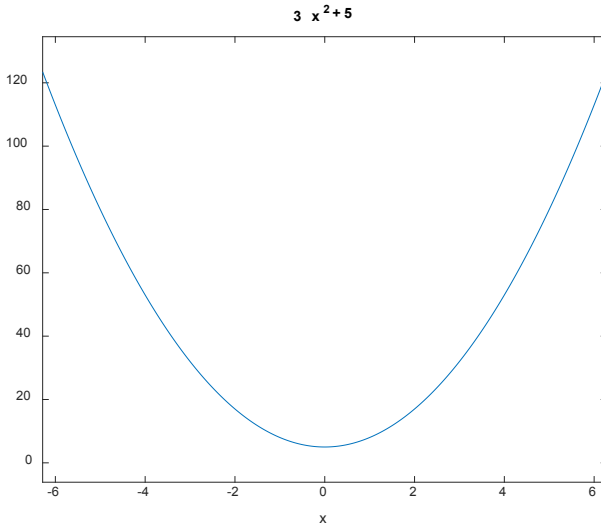
Al tomar a, b y c como constantes halle $f(2,-3,5)$.

$$f(2,-3,5)$$

$$\begin{pmatrix} 2a & -3b & c \\ 4a & 3 & 5bc \\ 3b & -2a & 10a \end{pmatrix}$$

5. Sea la función $f(x) = 3x^2+5$, grafique usando el comando `ezplot`.

$$\text{ezplot}(3*x^2+5')$$



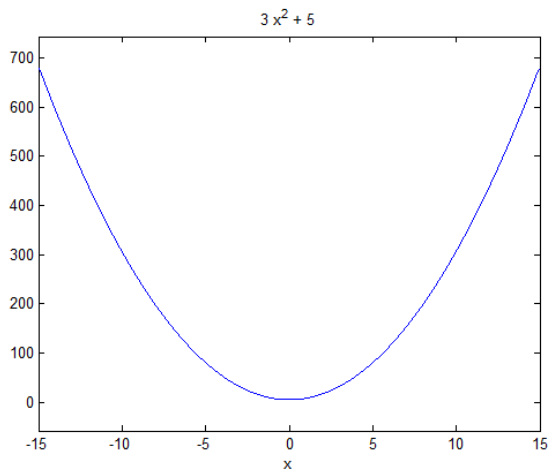
Representación ejercicio 5 I

Como se aprecia, de forma automática aparece en la gráfica la función y la etiqueta del eje x , lo que evita emplear instrucciones de etiquetado adicionales.

Si, dado el caso, se quiere cambiar el intervalo establecido por defecto, se adiciona al comando `ezplot` los nuevos valores, así: `ezplot(y,[a, b])`.

$$\text{ezplot}(y,[-15,15])$$



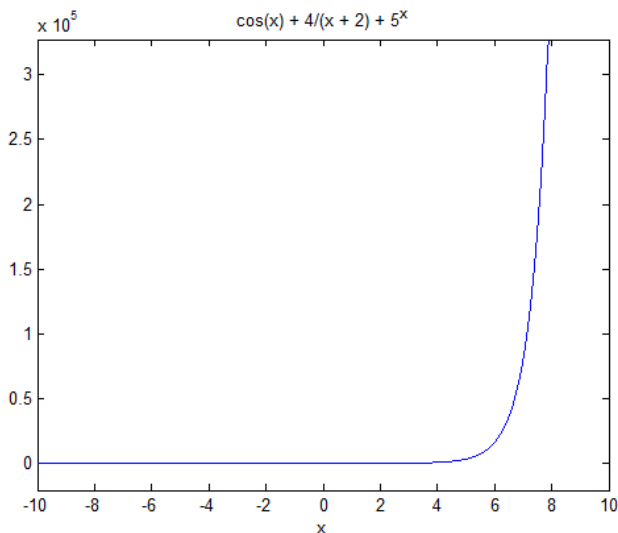


Representación ejercicio 5 II

6. Sea $y = \cos(x) + 5^x + \frac{4}{x+2}$, grafique la función en el intervalo, $[-10, 10]$.

$$y = \cos(x) + 5^x + 4/(x+2);$$

`ezplot(y, [-10, 10])`

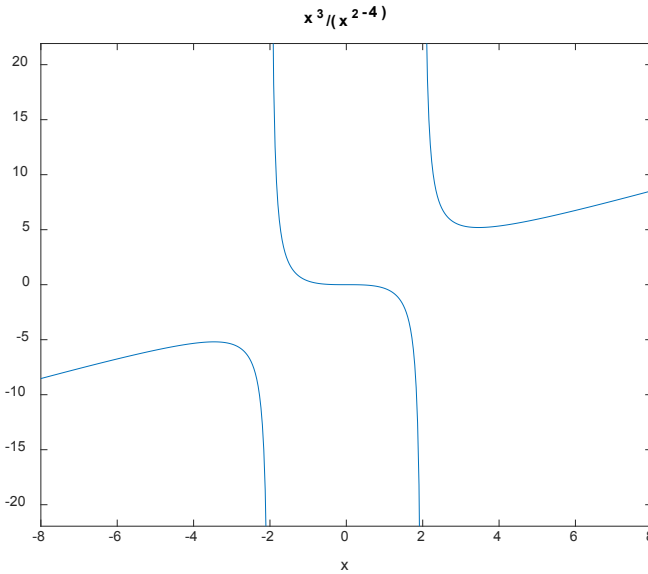


Representación ejercicio 6



7. Sea $y = \frac{x^3}{x^2-4}$, grafique la función en el intervalo $[-8,8]$.

```
ezplot('x^3/(x^2-4)',[-8,8])
```



Representación ejercicio 7

8. Grafique en el intervalo $[-6,6]$, en la misma ventana, las ecuaciones:

$$y^3 + xy^2 - 5yx^2 - x^3 = -5; \quad y = -\frac{4}{5}x^2 + 2; \quad y = \frac{5}{4}x - 3$$

```
ezplot('y^3+x*y^2-5*y*x^2-x^3=-5',[-6,6])
```

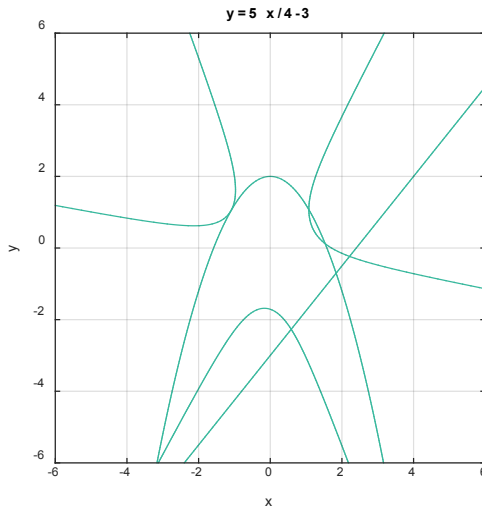
```
grid on %Dibuja una cuadrícula
```

```
hold on
```

```
ezplot('y=-4*x^2/5+2',[-6,6])
```

```
ezplot('y=5*x/4-3',[-6,6])
```

```
axis equal %para poner la misma escala en los ejes
```



Representación ejercicio 8

9. Dadas las funciones $x\text{sen}(x)$ y $\text{sen}(1/x)$, represéntelas de forma gráfica por separado en el intervalo $-0,15 \leq x \leq 0,15$, donde la intersección de las dos funciones representa los puntos en lo que $x\text{sen}(x) = \text{sen}(1/x)$, y constituye las soluciones fuera del intervalo.

```
figure(1)
```

```
ezplot('sin(1/x)')
```

```
hold on
```

```
ezplot('x*sin(x)')
```

```
disp('*****')
```

```
disp('La solución afuera del intervalo [-0.15,0.15] es: ')
```

```
ginput
```

```
disp('*****')
```

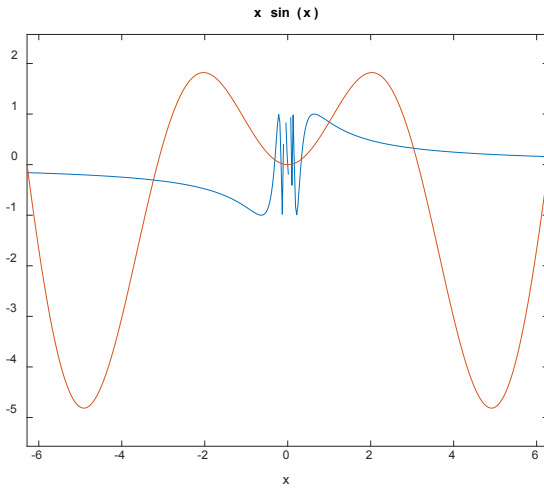
```
figure(2)
```

```
ezplot('sin(1/x)')
```

hold on

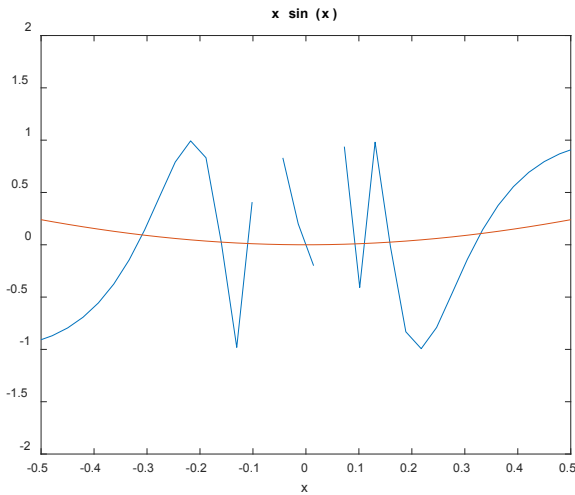
*ezplot('x*sin(x)')*

axis([-0.5 0.5 -2 2])



Representación ejercicio 9 I

Debe seleccionar una serie de puntos de las gráficas y, una vez hecho esto, dar Enter.



Representación ejercicio

La solución afuera del intervalo $[-0.15, 0.15]$ es:

ans =

-4.4156 -0.1761

-3.2285 -0.4142

-2.0124 -0.4856

-1.5780 1.5380

0.9121 0.7286

2.7941 1.0857

1.6070 0.5381

4.9078 0.2524

3.5180 -1.3665

3.4890 -1.2713

Nota 31. Para hacer una sustitución simbólica simple, donde *var* adopta los valores asignados (*valor*) sobre la función $f(x)$, se obtiene una respuesta específica. El comando a emplear es: `subs(f(x),variable,valor)`.

Práctica 1

1. Emplee el comando $\text{subs}(f(x), \text{var}, \text{valor})$ para las siguientes funciones. Evalúe para el intervalo $[-7, 7]$.

$$y = 7x + 3 \text{ con } x = -8$$

$$y = x^2 - 4x + 9 \text{ con } x = 5$$

$$y = \text{sen}(x) + 2\text{sec}(x) - 3\text{cot}(x) \text{ con } x = \frac{\pi}{6}$$

$$y = \frac{3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 8x - 20}{5x^2 + 4x + 8} 4x + 5 \text{ con } x = 6$$

$$y = -3e^{2x} + 7^x + \log(2x + 5) \text{ con } x = 4$$

$$y = 5 - \sqrt[3]{x^3 - 2x^2 - 5} \text{ con } x = -7$$

$$y = \left(3x - 5 \frac{x+5}{4-x}\right)^6 \text{ con } x = -2$$

$$y = \frac{5}{x^2} + \frac{3}{x} + 7 \text{ con } x = 3$$

$$y = \frac{-40(2x^2 - 5)}{x^2 + 3x + 5} \text{ con } x = 4$$

$$y = \frac{-40(3x^3 - 3x + 2)^2(2x^4 - 5)}{5e^{x+2}} \text{ con } x = -1$$

2. Cree una matriz simbólica de 2×2 con funciones simbólicas generadas de forma automática como sus elementos. Luego, sustituya $f_{1,1}(x,y) = x\text{sen}(y)$, $f_{2,2}(x,y) = y\cos(x)$. Calcule las expresiones para los valores $x = -3\pi/7$ e $y = 5\pi/8$.

3. Una forma básica de expresar la ecuación de Bernoulli es:

$$P = P_{\text{atm}} + \frac{1}{2}\rho v^2$$

Donde P_{atm} es la presión atmosférica que equivale a 101 325 Pa, grafique P con respecto a la velocidad v cuando la densidad del agua de mar es de $1,03 \text{ g/cm}^3$.

4. Grafique el periodo T de un péndulo elástico de masa variable m , cuyo coeficiente de elasticidad es de 2,5. Tome valores de masa de 0,1 a 5.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

5. El tiempo t que tarda un depósito en vaciarse por completo está dado por la ecuación:

$$t = \frac{A_1}{A_2} \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Donde $A_1 \gg A_2$, si los radios de la circunferencia del depósito son 12 y 9 cm, grafique t para la altura en el intervalo $[0,02,1]$.

Funciones implícitas y paramétricas

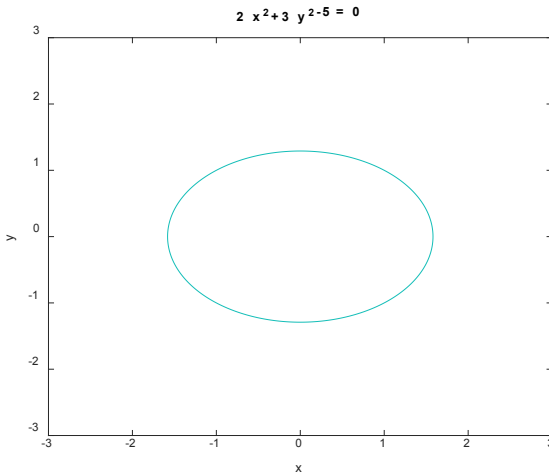
Una función $y(x)$ se llama implícita cuando se define de la forma $F(x, y) = 0$, en lugar de la habitual. A fin de graficar funciones implícitas y paramétricas la función `ezplot` es de gran ayuda. Observe con detenimiento los siguientes ejemplos.

Ejemplos

1. Sea la ecuación implícita $f(x) = 2x^2 + 3y^2 = 5$, grafique en el intervalo $[-3, 3]$.

```
ezplot('2*x^2+3*y^2=5',[-3,3])
```

```
ezplot('2*x^2+3*y^2-5',[-3,3]) % otra forma de expresar
```

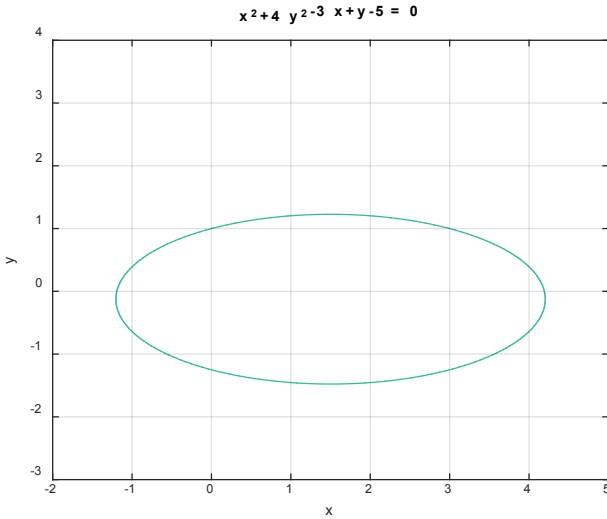


Representación ejercicio 1

2. Dibuje la gráfica de la función $x^2 + 4y^2 - 3x + y - 5 = 0$ en los intervalos $[-2, 5]$ y $[-3, 4]$.

```
ezplot('x^2+4*y^2-3*x+y-5',[-2,5],[-3,4])
```

```
grid on
```

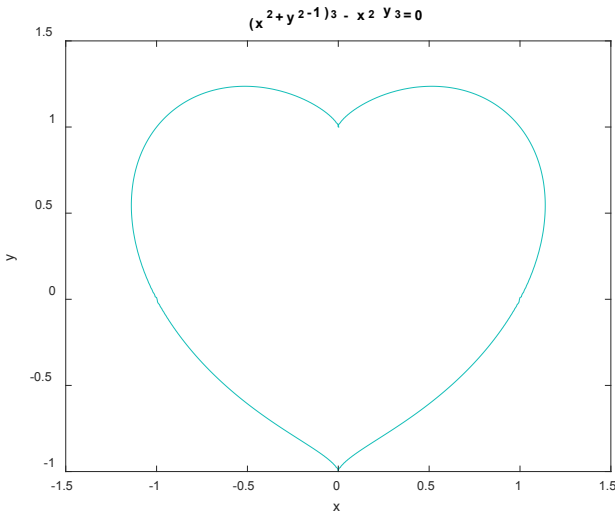


Representación ejercicio 2

3. Grafique la función implícita, $(x^2 + y^2 - 1)^3 - x^2 y^3 = 0$ en el intervalo $[-1.5, 1.5, -1, 1.5]$.

```
ezplot('(x^2+y^2-1)^3 - x^2*y^3=0',[-1.5,1.5,-1,1.5]);
```

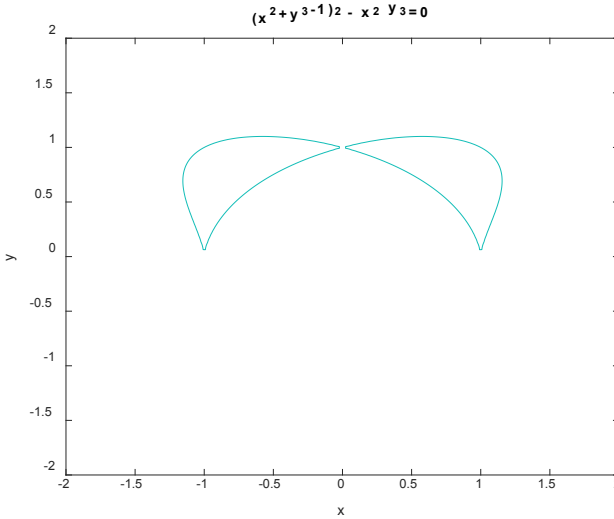
Se omite la grilla a fin de visualizar mejor la gráfica.



Representación ejercicio 3

4. Grafique la función implícita $(x^2 + y^3 - 1)^2 - x^2 y^3 = 0$ en el intervalo $[-2, 2, -2, 2]$.

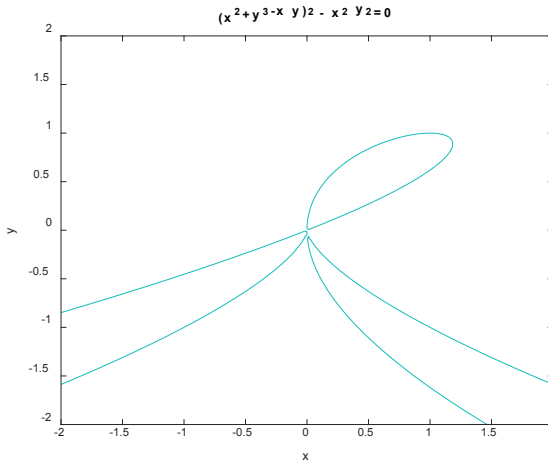
```
ezplot('(x^2+y^3-1)^2 - x^2*y^3=0',[-2,2,-2,2]);
```



Representación ejercicio 4

5. Grafique la función implícita, $(x^2 + y^3 - xy)^2 - x^2 y^2 = 0$ en el intervalo $[-2, 2, -2, 2]$.

```
ezplot('(x^2+y^3-x*y)^2 - x^2*y^2=0',[-2,2,-2,2]);
```



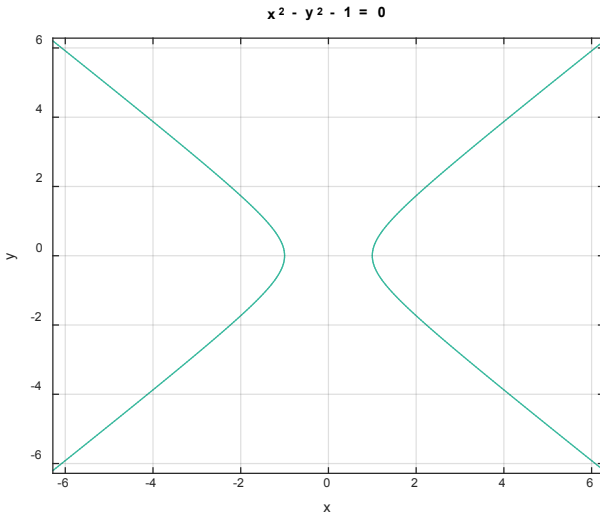
Representación ejercicio 5



6. Grafique la función implícita, $x^2 + y^2 - 1 = 0$.

```
ezplot('x^2 - y^2 - 1')
```

```
grid
```



Representación ejercicio 6



Práctica 2

Grafique las funciones implícitas dadas.

1. $\sinh(x^2)\tan\left(\pi\frac{y}{x}\right) = 0$.

2. $(x^2 + y^3 - xy)^2 - x^3 y^3 = 0$ en el intervalo $[-1,2, -1,2]$.

3. $x^2 y - xy^2 + y^2 = 7$.

4. $\frac{x^2 + y^2}{\tan(8xy)} = 0$.

5. Subplotee las gráficas de los puntos 1 al 4.

6. $(x^2 + y^3 + xy)^3 - x^3 y^3 = 0$ en el intervalo $[-2,3, -2,3]$.

7. $2y\sec^2 x + 3x\csc^2 y = 0$.

8. $(x^2 - y^2 + xy)^3 - 2x^3 y^3 = 0$ en el intervalo $[-3, 1,5, -3, 1,5]$.

9. $y\sen x - x\csc^2 y = 0$.

10. $\frac{x^2 + y^2}{\sec(xy\pi)} = 0$.

11. $3yx^2 + 5xy^3 - xy = 0$ en el intervalo $[-2,2, -2, 1,5]$.

12. $\sen(x\sen(y) - \cos(y\cos(x))) = 0$ en el intervalo $[-20, 20]$.

13. Grafique en el intervalo $[-8,8]$ en la misma ventana las ecuaciones:

$$y^2 x^2 - xy - 3x^3 = -10; y = \frac{x^3 - 2x^2 - x}{x - 1}; y = \frac{x}{x^2 + x - 3}$$

14. $y\sen(4x) - x\csc^2(10y) = 0$.

15. $(x^2 - y^2)^2 = 1$.

16. Ecuación del amor, $x^2 + (y - \sqrt[4]{x^2})^2 = 1$.

17. $\frac{x+y}{\sen(10xy)} = 0$, luego reemplace la función coseno.

$$18. 2y \log(x^2) - x^2 \sqrt{|y-5|} + 12xy = 0.$$

$$19. (3x^3 + y^2 - xy)^3 - 3x^2 y^3 - 1 = 0 \text{ en el intervalo } [-5, 4, -5, 4].$$

$$20. \log(x^2 + y^2) - 2,3 \operatorname{atan}\left(\frac{y}{x}\right) = 0.$$

$$21. \operatorname{sen}(x \cos(y)) - \cos(y \operatorname{sen}(x)) = 0 \text{ en el intervalo } [-18, 18]. \text{ Luego, cambie el signo menos por el signo más.}$$

$$22. 6x^3 - 2y^2 + 3xy^2 - 2x^2 y + 2xy - 6 = 0 \text{ en el intervalo } [-5, 6, -5, 6].$$

$$23. 5 \operatorname{sec}(5xy) + y \operatorname{csc}(x^2 + y) = 0.$$

$$24. x^3 + 8xy - y^3 = 0 \text{ en el intervalo } [-1, 1, -1, 1].$$

$$25. ye^{-x} \cos\left(y + \frac{x}{2}\right) \text{ en el intervalo } [-\pi, \pi].$$

$$26. \operatorname{sen}(x^2 \cos(y)) - \cos(y \operatorname{sen}(x)) = 0 \text{ en el intervalo } [-20, 20], \text{ luego eleve al cuadrado el segundo término. Cambie el signo menos por el signo más.}$$

$$27. \frac{\operatorname{sen}(10xy)}{2x+y} = 0$$

$$28. \cos(x+y) - \operatorname{sen}(x-y) \text{ en el intervalo } [-10, 10]. \text{ Luego, cambie los signos negativos por positivos.}$$

$$29. (xy - y^2)^2 - xy = 20.$$

$$30. x^2 + (y - \sqrt[4]{x^2})^2 = 1 \text{ en el intervalo } [-2, 2].$$

$$31. \operatorname{sen}\sqrt{x^2 + y^2} \text{ en el intervalo } [-40, 40].$$

$$32. \operatorname{sec}(xy) \operatorname{csc}(2x) + 3 \tan(x) = 0.$$

$$33. \operatorname{sen}(x \cos(y^2)) + \cos(y \operatorname{sen}(x)) = 0 \text{ en el intervalo } [-20, 20], \text{ luego eleve al cuadrado el segundo término.}$$

34. Grafique en el intervalo $[-7,7]$ en la misma ventana las ecuaciones:

$$y^3 + y^2 - 7yx^2 - x^3 = -7; y = x^2 + 2x - 1; y = -3x^2 - 5$$

35. Grafique en el intervalo $[-5,5]$ en la misma ventana las ecuaciones:

$$\text{sen}(x + y) + y\cos(x) = 5; y = |x - 1|; y = x^2 + 2$$

36. *Cónicas analíticas.* Grafique la función $f(x,y)$ para los valores $b = 0,5, 1,5$. En cuanto a la constante g , asigne valores arbitrarios y analice las gráficas obtenidas:

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + 2bxy - 5x - 4y + g$$

37. Obtenga mínimo dos gráficas, asignando valores arbitrarios de a y b de la siguiente ecuación:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

38. Grafique en la misma ventana las ecuaciones:

$$f(x) = \sqrt{1 - (|x| - 1)^2} \text{ y } g(x) = -2,5 \sqrt{1 - \sqrt{\frac{|x|}{2}}}$$

Ecuación paramétrica

Una ecuación paramétrica representa funciones curvas o superficies en un plano o espacio mediante valores constantes o arbitrarios, llamados parámetros. Es decir, permite representar una curva o superficie en el plano o en el espacio mediante valores que recorren un intervalo de números reales por medio de una variable, llamada parámetro, considerando cada coordenada de un punto como una función dependiente del parámetro.

A fin de graficar funciones paramétricas en Matlab se emplea la función *ezplot*, cuya sintaxis es: *ezplot('función1','función2')*.

Ejemplos

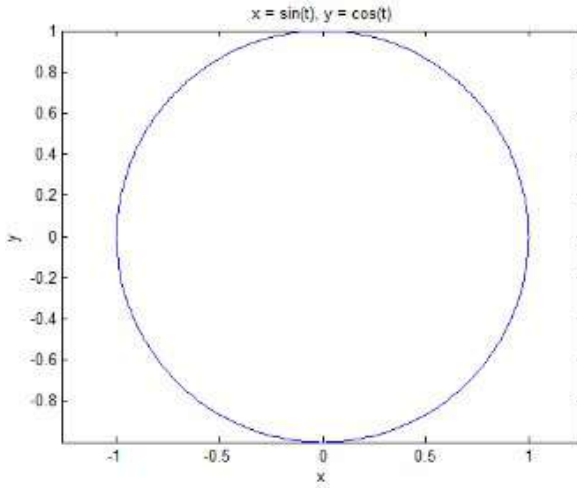
1. Sea las ecuaciones $x=\text{sen}(t)$, $y=\text{cos}(t)$:

- a. Grafique la función paramétrica.
- b. Grafique la función paramétrica en el intervalo $[0,\pi]$.

Solución:

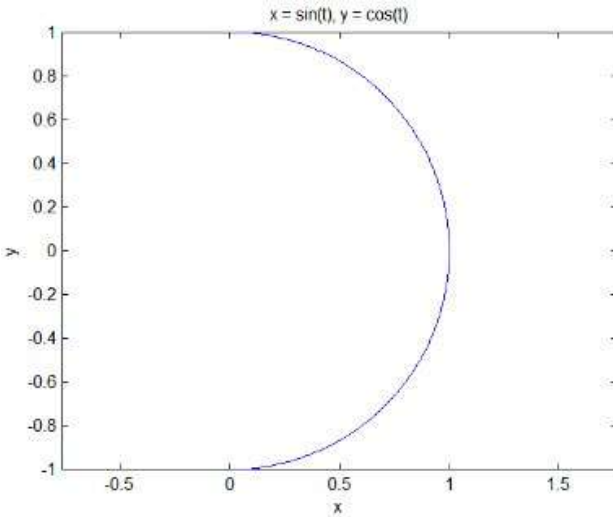
a. Tal como se define la función, Matlab asume que el intervalo por defecto es 0 y 2π .

```
ezplot('sin(t)','cos(t)')
```



Representación ejercicio 1a

b. `ezplot('sin(t)','cos(t)', [0,pi])`



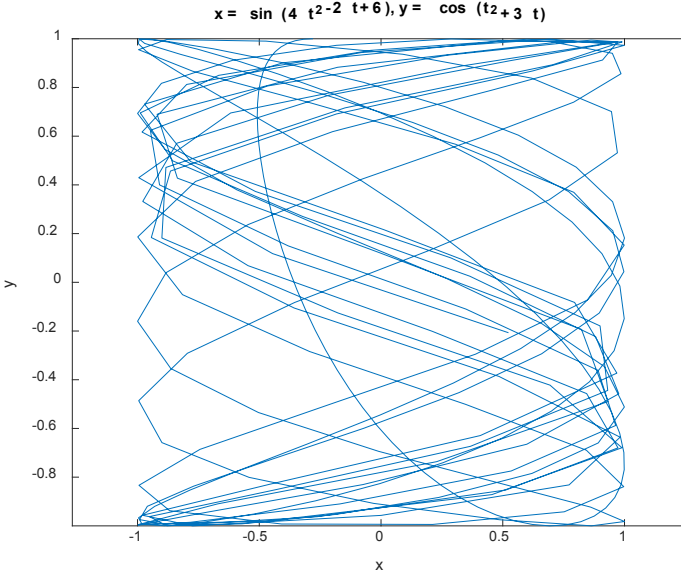
Representación ejercicio 1b

2. Grafique las siguientes funciones paramétricas:

$$x = \sin(4t^2 - 2t + 6) \quad y = \cos(t^2 + 3t)$$

Debe tener cuidado a la hora de digitar estos datos en Matlab, recuerde que por defecto se define un intervalo por *default*, por lo cual se debe colocar los puntos en los operadores matemáticos; así:

```
ezplot('sin(4.*t.^2-2.*t+6)','cos(t.^2+3.*t)')
```



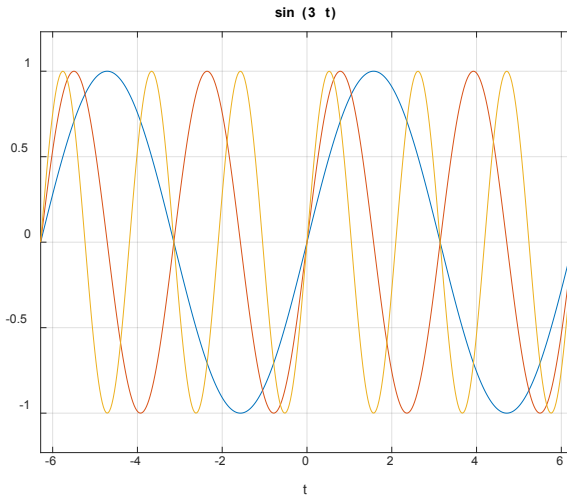
Representación ejercicio 2

3. Sean las ecuaciones $f(t)=\text{sen}(t)$, $g(t)=\text{sen}(2t)$ y $h(x)=\text{sen}(3t)$, grafique en la misma figura.

Se procede a definir las expresiones simbólicas:

```
ezplot('sin(t)'), hold on
```

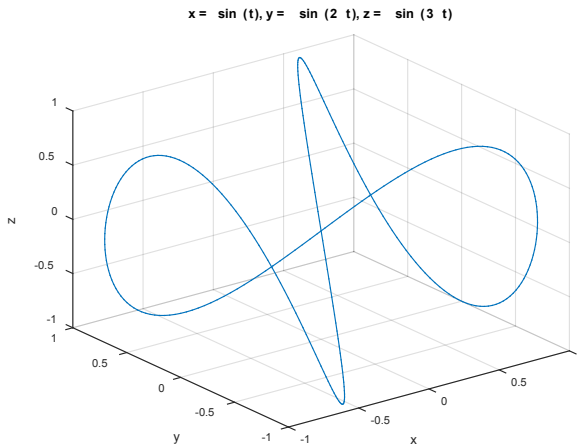
```
ezplot('sin(2*t)'), ezplot('sin(3*t)'), grid on
```



Representación ejercicio 3

4. Grafique el ejercicio anterior en 3D.

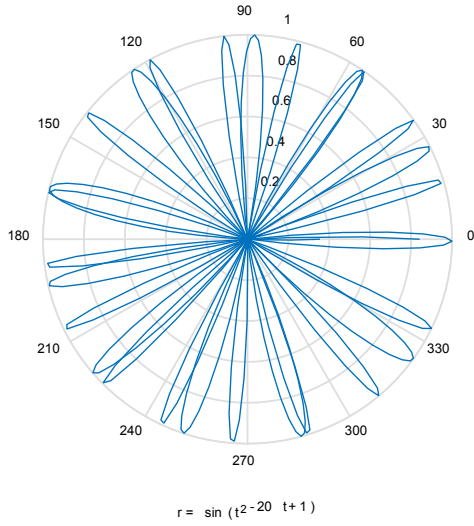
```
ezplot3('sin(t)','sin(2*t)','sin(3*t)')
```



Representación ejercicio 4

5. Grafique en coordenadas polares la función $\text{sen}(t^2 - 2t + 1)$.

```
ezpolar('sin(t.^2-2*t+1)')
```



Representación ejercicio 5



Práctica 3

Uso del comando *ezplot*.

1. Dibuje la gráfica de la función implícita $2x^3 + 3y^2 - x^2y - 10x = 0$ en el intervalo $[-4, 7]$.
2. Dibuje la gráfica de la función implícita $x^2y + 4y^2x - 3x + y + 7 = 0$ en el intervalo $[-5, 6]$.
3. Dibuje la gráfica de la función implícita $xy^3 + y^2x^2 - x^3 + y + 20 = 0$ en el intervalo $[-6, 6]$.
4. Grafique las funciones indicadas según el intervalo dado, con particiones de 0,002:

$$f(x) = 3^x - 1 \quad -3 \leq x \leq 5$$

$$f(x) = 2 \log_2(x^2 - x + 200) \quad -100 \leq x \leq 100$$

$$f(x) = e^x - 0,65x^3 \quad -4 \leq x \leq 4$$

$$f(x) = 1 - 3^{-x} \quad -3 \leq x \leq 3$$

$$f(x) = \frac{2x^2 + 5}{7} + 3x - 10 \quad -5 \leq x \leq 5$$

$$f(x) = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{8}\right) \quad -6\pi \leq x \leq 6\pi$$

$$f(x) = 65,258 + 9,2568x + 4,258 \ln x \quad 10 \leq x \leq 30$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 7}{10} \quad -6 \leq x \leq 6$$

$$f(x) = 5 \operatorname{sen}(3x) \cos(2x) \quad -3\pi \leq x \leq 4\pi$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} \quad 0 \leq x \leq 15$$

5. Grafique las funciones anteriores omitiendo los intervalos dados.

6. Grafique las funciones anteriores en coordenadas polares.

7. Subplotee las funciones dadas:

$$f(x) = \tan\left(0,3\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right) \quad -4\pi \leq x \leq 4\pi$$

$$h(x) = |2 \cos(3x)| - 1 \quad -2\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$g(x) = -3,4^{-x} \quad -2\pi \leq x \leq 2\pi$$

$$m(x) = 0,5\sec(0,35x) \quad -3\pi \leq x \leq 3\pi$$

8. Grafique en coordenadas polares empleando la función *ezpolar*.

$$r = \frac{1}{1+\cos\theta} \quad r = \frac{3}{1-\sin\theta} \quad r = \frac{6\sec\theta}{2\sec\theta-1} \quad r = \frac{3\csc\theta}{\csc\theta-1} \quad r = 1 + 2\cos(3\theta)$$

9. Grafique la función $r = e^{\sin\theta} - 2 \cos(4\theta) - \sin^5\left(\frac{2\theta-\pi}{24}\right)$, en el intervalo $[0,8\pi]$, con particiones de $\pi/32$.

10. Sean las ecuaciones $x=\cos(2t)$ y $y=\sin(t)$, grafique la función paramétrica.

11. Sean las ecuaciones $x=4t^2 - 2t + 6$ y $y=t^2 + 3t$, grafique la función paramétrica.

12. Subplotee las funciones paramétricas.

$$r = (2\cos^3 t, 2\sin^3 t); \quad -2\pi \leq t \leq 2\pi$$

$$r = (3/2\cos t(\cos t + 1), 2\sin(2t)); \quad -\pi \leq t \leq \pi$$

$$r = \left(t - \frac{11}{10}\sin(3t), -2\cos(2t)\right); \quad -3\pi \leq t \leq 3\pi$$

$$r = (\sin(2t) + \sin(t), -\cos(2t) + \cos(t)); \quad -\pi \leq t \leq \pi$$

$x=a(\theta - \sin(\theta))$ e $y=a(1 - \cos(\theta))$; tome casos cuando $a = 1, 1,5, 2$ y $2,5$ en el intervalo $-2\pi \leq \theta \leq 2\pi$.

13. Grafique las siguientes expresiones en la misma figura para el intervalo $[-4\pi, 4\pi]$, con particiones de 0,1.

$$f(x)=2\text{sen}(x), g(x)=\text{cos}(2x), h(x)=2x\text{sen}(3x)$$

14. Sean las ecuaciones $f(x)=2\tan(2x)$, $g(x)=\text{csc}(x)$ y $h(x)=\text{sec}(3x)$, grafique en 3D.

15. Sean las ecuaciones $f(x)=\frac{3x^2+2x-1}{x^2+1}$, $g(x)=\sqrt[3]{x^3-2}$ y $h(x)=\log(x^2)$, grafique en 3D.

16. La densidad de la capa de ozono a altitudes entre 2,6 y 16 km durante el invierno, en una zona norte canadiense, se estima en términos experimentales como:

$$\rho(x)=0,085697x^2-0,52134587x+3,65287984$$

Grafique la función densidad para las altitudes dadas, donde $\rho(x)$ se mide en 0,001 cm/km.

17. El PIB de un país expresado en miles de millones de dólares está proyectado mediante la función:

$$N(t)=-2t^3+20t^2+18t+5600 \quad 0 \leq t \leq 14$$

Donde t está dado en años. Cuando $t=0$ corresponde al inicio del año 2000, grafique $N(t)$ para el intervalo indicado.

18. Sean las ecuaciones $f(x)=x^3-x+1$, $g(x)=2e^{-x+1}$ y $h(x)=\frac{1}{x^2+1}$, grafique en la misma ventana las funciones.

19. Un proyectil se dispara con una velocidad de 24 m/s a diferentes ángulos por encima de la horizontal para alcanzar un objetivo que está a una distancia de 60 m. Determine la altura que alcanza el cuerpo para un intervalo de ángulos que oscila entre 10 y 90 grados. Emplee la siguiente ecuación:



$$y = x \tan \theta - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2 \theta}$$

20. Dadas las ecuaciones:

$$x(t) = \operatorname{sen}(t) \left(e^{\cos t} - 2\cos 4t - \operatorname{sen}^5 \frac{t}{12} \right)$$

$$y(t) = \operatorname{cos}(t) \left(e^{\cos t} - 2\cos 4t - \operatorname{sen}^5 \frac{t}{12} \right) \quad 0 \leq t \leq 8\pi$$

Cree una función en un *script*, llamado *parametrica1*, la cual grafique las funciones paramétricas dadas.

21. La viga de un voladizo tiene un espesor d de 3,5 pulgadas, con un peralte variable que puede describirse por la función:

$$y(x) = 2 \left(\frac{x+2}{d} \right)^{0,2}$$

Donde x está en pulgadas, determine de forma gráfica el esfuerzo $y(x)$ máximo de flexión en la viga en su centro, para el intervalo $[0,10]$.

22. El movimiento de un proyectil se puede representar mediante las siguientes ecuaciones:

$$x = v_0 t \cos \theta \quad \text{e} \quad y = v_0 t \operatorname{sen} \theta - 16t^2$$

Si la velocidad con que se lanza un objeto es de 50 km/h, grafique los alcances horizontal x y vertical y en un tiempo t de 5 segundos, con ángulos que oscilan entre 0 y 75 grados.

23. La función de oferta de cierta marca de equipo electrónico está dada por la función:

$$P(x) = 0,0002x^{5/4} + 2x + 8$$

Donde x representa la cantidad ofrecida y $P(x)$ el precio unitario en dólares, grafique el precio para el intervalo de $[0,1000]$.

24. El módulo de la velocidad de una partícula está representado por la siguiente ecuación:

$$v(t) = \sqrt{v_0^2 + 2a^2t^2 - 2v_0at}$$

Calcule $v(t)$ cuando la velocidad inicial es de 20 m/s y una aceleración a de 4 m/s² en un intervalo de $[0,10]$.

25. Las ecuaciones paramétricas de la epicicloide e hipocicloide son, respectivamente:

$$x = (R + r)\cos\theta - r\cos\left(\frac{R+r}{r}\theta\right) \text{ e } y = (R + r)\sin\theta - r\sin\left(\frac{R+r}{r}\theta\right)$$

$$x = (R - r)\cos\theta + r\cos\left(\frac{R-r}{r}\theta\right) \text{ e } y = (R - r)\sin\theta + r\sin\left(\frac{R-r}{r}\theta\right)$$

a. Grafique en la misma ventana las ecuaciones paramétricas de la epicicloide.

b. Grafique en la misma ventana las ecuaciones paramétricas de la hipocicloide.

c. Subplotee cada gráfica colocando las respectivas etiquetas.

Nota: tome valores de $R = 10$ y $r = 5,4$ en el intervalo $[-\pi, 2\pi]$.

26. La intensidad de una señal de radio en una torre de transmisión está representada por la ecuación:

$$I(\theta) = \frac{1}{2}I_0(1 + \cos(\pi\sin\theta))$$

Donde I_0 es la intensidad máxima, determine de forma gráfica la intensidad para el intervalo de valores de $0 \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}$ con particiones de $\frac{\pi}{100}$. El valor de $I_0 = 100$ wattios.

Instrucción zeros

A fin de personalizar la gráfica trazando la línea divisoria de la función se define un vector con la función *zeros*, el cual invoca la función *size* que establece el tamaño del vector a lo largo de la línea horizontal de las abscisas. Su sintaxis es: *zeros(size(x))*.

Ahora bien, ¿cuántos ceros se debe crear? Esto lo establece el intervalo x con la función *size*, que reemplaza la cantidad de elementos, o sea ceros, del tamaño definido. Para aclarar este punto retomemos la función $f(x) = 5x^3 - 3x - 8$ en el intervalo $-10 \leq x \leq 10$.

clc, clear all

```
x=-10:0.01:10;
```

```
y=5*x.^3-3*x-8;
```

```
plot(x,y,'k'), xlabel('x'); ylabel('y')
```

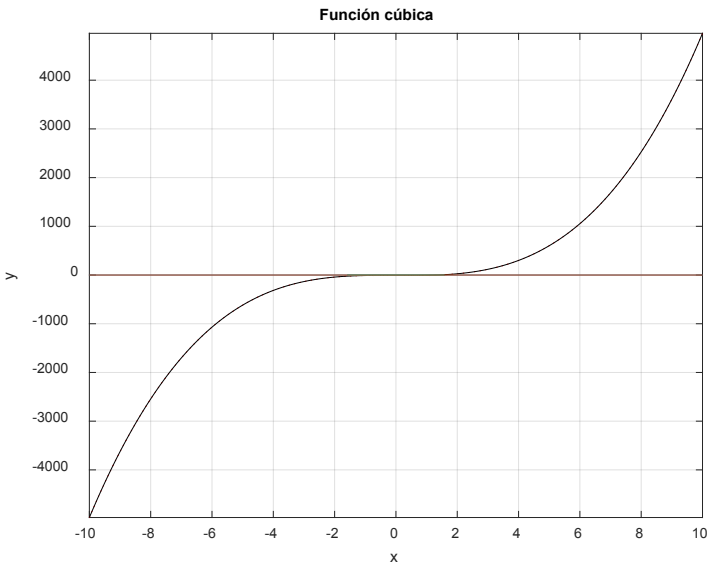
grid on, hold on

```
ezplot('2*x^2+3*y^2=5',[-3,3])
```

```
title('Función cúbica');
```

```
z=zeros(size(x));
```

```
plot(x,z)
```



Representación ejercicio

Como se aprecia, la línea divisoria ayuda en el propósito de establecer la forma o estructura de la función.

Nota 32. Es posible borrar el contenido de una ventana gráfica sin cerrarla, utilizando la orden *clf*. A fin de realizar una gráfica de una función simbólica en un dominio dado, sobre una figura, se procede a emplear el comando *ezplot(f, [a,b])*.

Las funciones que simplifican la forma de las expresiones simbólicas se presentan en la Tabla 11.1.

Tabla 11.1 Funciones que simplifican la forma de las expresiones simbólicas

Instrucción	Descripción
<i>collect(p)</i>	Reúne términos iguales de una expresión.
<i>horner(p)</i>	Cambia a la representación anidada o de <i>horner</i> .
<i>expand(p)</i>	Expande los productos en sumas de una expresión.
<i>factor(p)</i>	Factoriza la expresión (cuando se puede) si el argumento es una función simbólica. Si se trata de un número proporciona la factorización en números primos.
<i>simplify(p)</i>	Simplifica una expresión mediante el uso de diversas identidades algebraicas.
<i>simple(p)</i>	Emplea diferentes herramientas de simplificación y selecciona la forma más óptima, es decir, el menor número de caracteres.
<i>pretty(p)</i>	Visualiza la expresión de manera similar a la escritura habitual.

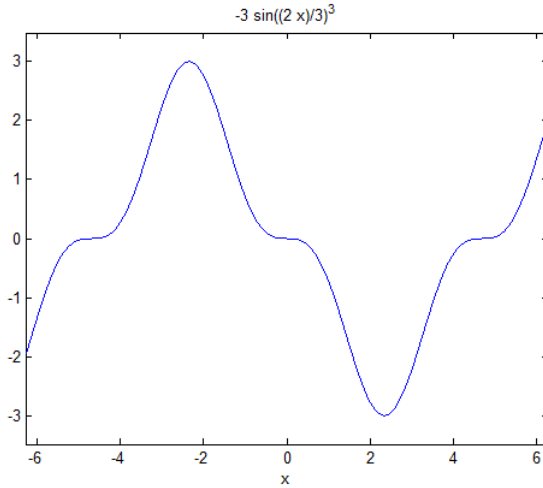
Fuente: elaboración propia.

Ejemplos

1. Sea $y = 3\text{sen}\left(\frac{x}{3} - x\right)^3$, grafique la función para el intervalo

`[.syms x`

`ezplot(3*sin(x/3-x)^3,[-2*pi,2*pi])`



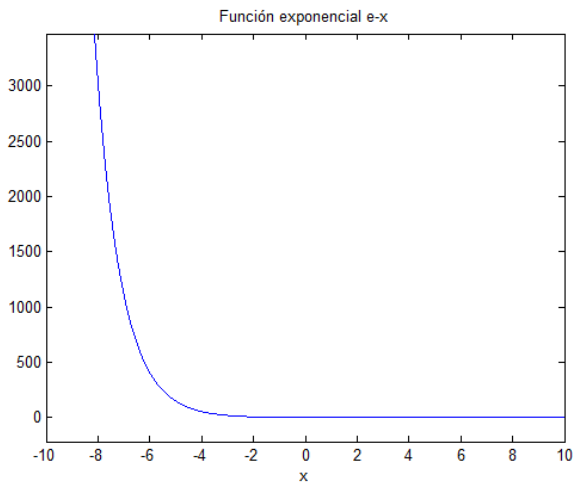
Representación ejercicio 1

2. Sea la función $f(x)=e^{-x}$ grafique la función para el intervalo $[-10,10]$.

`syms x`

`f=exp(-x); ezplot(f,[-10 10])`

`title('Función exponencial e-x')`



Representación ejercicio 2

3. La altura de la marea en un determinado lugar está representada por la función armónica:

$$f(x) = A \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{9\pi}{10}\right)$$

Donde t se mide en horas y A en metros, grafique $f(x)$ cuando la amplitud A es igual a 40 cm, y $0 \leq t \leq 8$.

```
syms t
```

```
A = 0.4;
```

```
f = A*cos(pi/3*t - 9*pi/10);
```

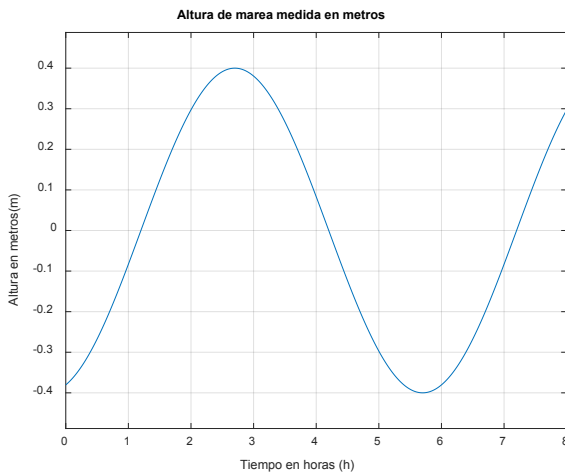
```
ezplot(f,[0,8])
```

```
title('Altura de marea medida en metros')
```

```
xlabel('Tiempo en horas (h)')
```

```
ylabel('Altura en metros(m)')
```

```
grid on, hold on
```



Representación ejercicio 3

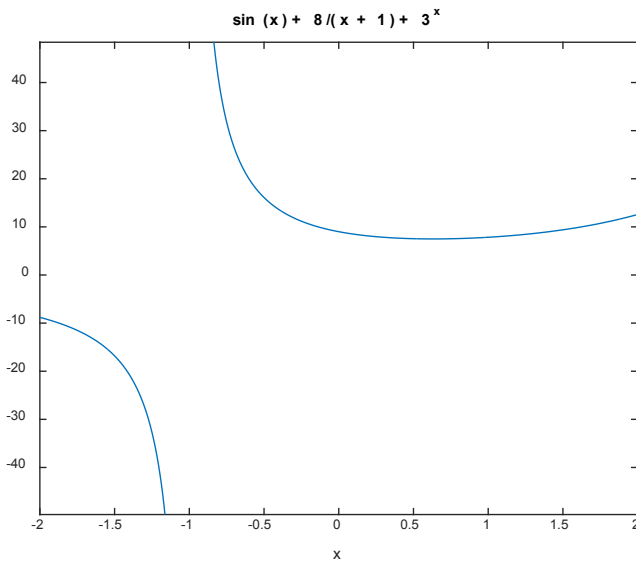


4. Sea la función $y = \text{sen}(x) + 3^x + \frac{8}{x+1}$, grafique para el intervalo $[-2, 2]$.

```
syms x
```

```
y=sin(x)+3^x+8/(x+1);
```

```
ezplot(y, [-2,2])
```



Representación ejercicio 4

Práctica 4

1. Use la instrucción $ezplot(f,[a,b])$ a fin de graficar las siguientes funciones:

$$y = 2\text{sen}(3x) - \cos(2x) + 3\tan(x) \text{ en el intervalo } [-2\pi, 2\pi].$$

$$r = \frac{-6\text{csc}\theta}{1-2\text{csc}\theta}, \quad -\pi \leq \theta \leq \pi$$

$$y = \log(3x + 7) + x + 5 \text{ en el intervalo } [0, 10].$$

$$p(t) = \cos(4,5t) + \cos(3,5t), \quad -2\pi \leq \theta \leq 2\pi$$

$$y = 0,5x^3 - 3x + 6 \text{ en el intervalo } -8 \leq \theta \leq -8.$$

$$y = \frac{-5x^2 + 3x - 2}{x - 5} \text{ en el intervalo } [-5, 4].$$

$$r = \frac{15}{4 - 4\cos\theta}, \quad 0 \leq \theta \leq$$

$$y = \frac{e^{-0,4x} + e^{0,5x}}{e^{-x} - e^{2x}} \text{ en el intervalo } [-4, 4].$$

$$y = 2\text{senh}(3x) - 5\text{cosh}(2x) \text{ en el intervalo } [-10, 10].$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2+1} \text{ en el intervalo } [-4, 4].$$

$$r = \frac{4}{1 + \text{sen}^2\theta}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$r = 2\text{sen}^2\theta \tan^2\theta, \quad -\pi/3 \leq \theta \leq \pi/3$$

2. La variación de la gravedad con la altitud se determina mediante la ley de gravitación. Si g_0 representa la aceleración de la gravedad absoluta que equivale a $9,80665 \text{ m/s}^2$ al nivel del mar, el valor absoluto de la gravedad a una altura h es:

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

Donde R es el radio de la Tierra que equivale a 6371 km, grafique g para un rango de altura que oscila entre 0 y 400 km.

3. Para la construcción de un tanque, se dan las siguientes dimensiones:

$$a = \frac{x+3}{2x^2+4x} \quad b = \frac{3x^2+6x+3}{7x+5} \quad c = \frac{2x+10}{2x^2+8x+17}$$

Determine el volumen $v(x)$ según el intervalo de valores para lo que se quiere diseñar [6,22].

4. El crecimiento poblacional en miles está modelado por la siguiente fórmula:

$$p(x) = 850e^{0,002t}$$

Determine de forma gráfica el comportamiento de la población para un intervalo de 0 y 20 años.

5. Un proyectil se dispara verticalmente desde una altura de 400 pies sobre el suelo. La altura $h(t)$ medida en pies, después de t segundos está representada por:

$$h(t) = -20t^2 + 90t + 400$$

Grafique la ecuación para el intervalo [0,250], con particiones de 0,02.

6. La potencia P de un molino de viento tiene relación con la velocidad v con que se mueven las palas y puede representarse por la fórmula:

$$v = \sqrt[3]{\frac{P}{0,02}}$$

Donde v se mide en mph y P en watts, grafique la velocidad para los valores de la potencia comprendidos entre 0 y 100.

7. En los gases la ecuación de la velocidad del sonido es:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

Donde γ es el coeficiente de dilatación adiabática, R la constante universal de los gases, T la temperatura en grados kelvin y M la masa molar del gas. Los valores típicos para la atmósfera estándar a nivel del mar son los siguientes:

$\gamma = 1,4$ para el aire

$R = 8,314 \text{ J/mol}\cdot\text{K} = 8,314 \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{mol}\cdot\text{K}\cdot\text{s}^2$

$T = 293,15 \text{ K}$ (20 °C)

$M = 0,029 \text{ kg/mol}$ para el aire

Grafique la velocidad del sonido para un rango de temperaturas de 10 a 60 grados centígrados, con particiones de 0,1.

8. Una empresa considera la función de demanda de los bienes que produce dependiendo de la cantidad producida c , del precio del bien p y de la renta disponible de los individuos r :

$$D(c, p, r) = \ln\left(\frac{10c}{p}\right) + \frac{r}{100}$$

Determine gráficamente la demanda cuando se produce una cantidad c de 15 a un precio de 8 dólares con una renta disponible según la condición dada de $60 \leq r \leq 250$. Etiquete debidamente la función dada.

9. Con base en la fórmula del ejercicio anterior, grafique la demanda en función de p cuando la cantidad producida es 15 y la renta es de 180, bajo la condición $5 \leq r \leq 20$.

10. Un tubo con la misma sección presenta un periodo de oscilación armónica simple de:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{2g}}$$

Donde L es la longitud y g la gravedad, grafique el periodo para un intervalo de $[0,05, 1,2]$.

11. Una viga de sección rectangular puede soportar un peso W que depende del ancho a y la profundidad de la sección d al cuadrado, divididos entre la longitud de la viga:

$$W = k \frac{ad^2}{l}$$

Donde k es la constante de variación, sea la longitud de una viga de 2 m, con un ancho de 40 cm y una constante de variación de 150 kg/m^2 , determine de forma gráfica el peso cuando la profundidad varía entre 15 y 62 cm.

Instrucción *fplot*

La instrucción *fplot* permite graficar funciones simbólicas. La sintaxis es:

- *fplot('función',[xmin xmax])*. Significa graficar la función para los valores de x comprendidos en el intervalo $[xmin,xmax]$.
- *fplot('función',[xmin xmax ymin ymax])*. Significa graficar la función para los valores de x en el intervalo $[xmin,xmax]$ y las imágenes comprendidas en el intervalo $[ymin,ymax]$.

Ejercicios resueltos

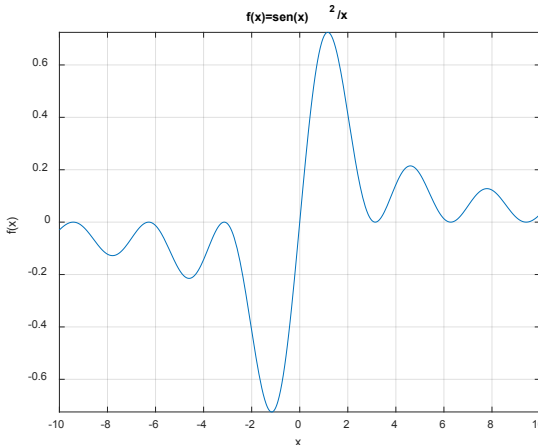
Grafique las funciones dadas empleando el comando *fplot*. Etiquete debidamente la gráfica.

1. Sea $f(x) = \frac{\text{sen}^2(x)}{x}$, en el intervalo $[-10,10]$.

```
fplot('sin(x)^2/x',[-10,10]);
```

```
xlabel('x'),ylabel('f(x)')
```

```
title('f(x)=sen(x)^2/x'),grid
```

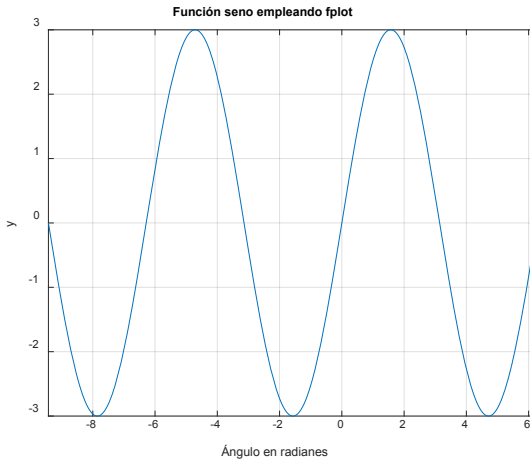


Representación ejercicio 1



2. Sea $f(x)=3\text{sen}(x)$, en el intervalo $[-3\pi,2\pi]$. Después de graficar $f(x)$, adicione posteriormente $g(x)=-2\text{cos}(x)$ en la misma gráfica.

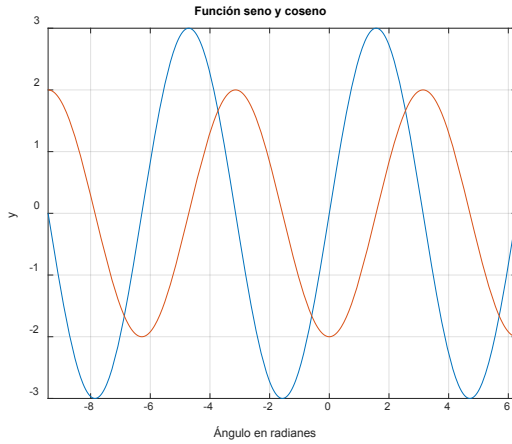
```
fplot('3*sin(x);[-3*pi 2*pi]')
grid, title('Función seno empleando fplot')
xlabel('Ángulo en radianes'),ylabel('y')
```



Representación ejercicio 2 I

```
fplot('3*sin(x);[-3*pi 2*pi]')
title('Función seno y coseno'), xlabel('Ángulo en radianes'),ylabel('y')
hold on
% Recuerde que mantiene en la ventana gráfica las curvas anteriores
fplot('-2*cos(x);[-3*pi 2*pi]')
% Dibuja sobre la gráfica anterior la función -2cos(x)
grid
```


% Note que grid se desplazó para que salga al final del proceso de graficación

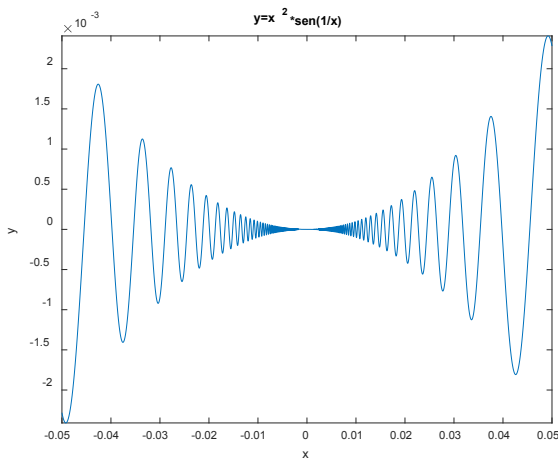


Representación ejercicio 2 II

3. Sea la función $y = x^2 \text{sen}\left(\frac{1}{x}\right)$ evaluada en el intervalo, $[-0,05, 0,05]$.

```
fplot('x^2*sin(1/x);[-0.05 0.05])
```

```
title('y=x^2*sen(1/x)'),xlabel('x'),ylabel('y')
```



Representación ejercicio 3

4. Grafique la ecuación no lineal en el intervalo $[-2,5, 3]$.

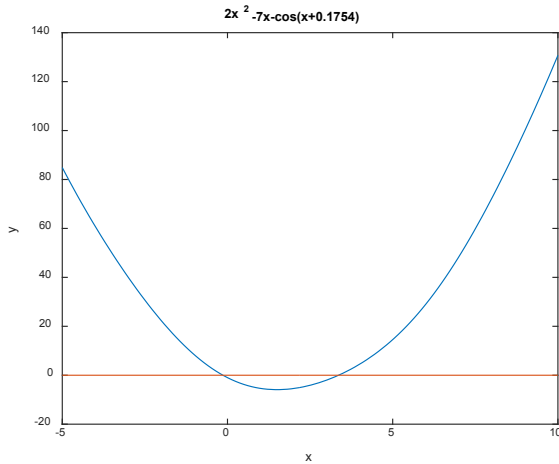
$$2x^2 - 7x - \cos(x+0,1754)=0$$

hold off

*fplot('2*x^2-7*x-cos(x+0.1754),0');[-5,10]*

title('2x^2-7x-cos(x+0.1754)')

xlabel('x'),ylabel('y')



Representación ejercicio 4

5. Obtenga una tabla de la función $\cos(x)$ evaluada en el intervalo $[0,5, 1]$. Use la instrucción *disp* para que la tabla aparezca bien organizada y etiquetada.

[X,Y] = fplot('cos(X');[0.7 1 -1 1]);

disp(' X Y');

*disp('*****'); [X Y]*

X Y

ans =

0.7000 0.7648

0.7006 0.7645

0.7018 0.7637

0.7042 0.7621

0.7090 0.7590

0.7186 0.7527

0.7378 0.7400

0.7762 0.7136

0.8530 0.6577

0.9265 0.6006

1.0000 0.5403

6. Dadas las funciones $f(x) = 300 \frac{\text{sen}(1,5x)}{x}$ y $g(x) = x^2$, cree una función con el nombre *doscurvas* para que sea ejecutada desde la consola bajo el intervalo $[-25,25]$ en color azul.

```
function y=doscurvas(x)
```

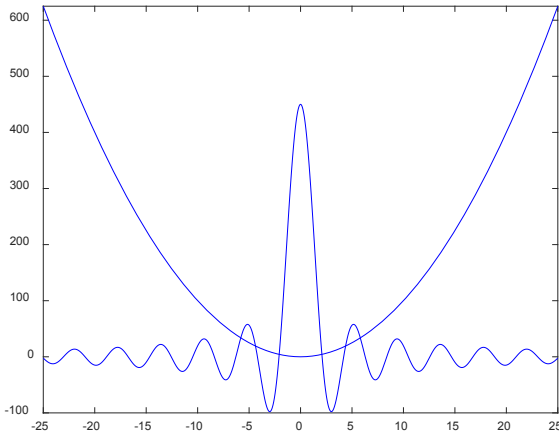
```
y(:,1)=300*sin(1.5*x)./x;
```

```
y(:,2)=x.^2;
```

```
end
```

A continuación, se ejecuta el comando:

```
fplot('doscurvas(x)',[-25,25],'b')
```



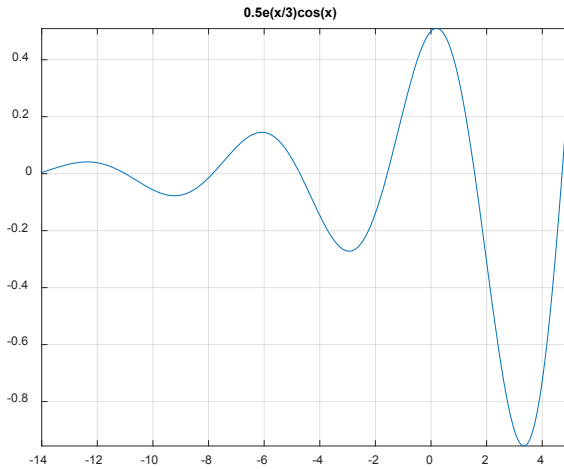
Representación ejercicio 6

7. Sea $f(x) = 0,5e^{\frac{x}{5}}\cos(x)$, grafique la función para el intervalo $[-14\ 5]$.

```
fplot('0.5*exp(x/5).*cos(x);[-14 5])
```

```
title('0.5e(x/3)cos(x)')
```

```
grid on
```



Representación ejercicio 7

Recuerde que si desea graficar varias funciones en un mismo sistema coordenado se emplea la instrucción *hold on*.

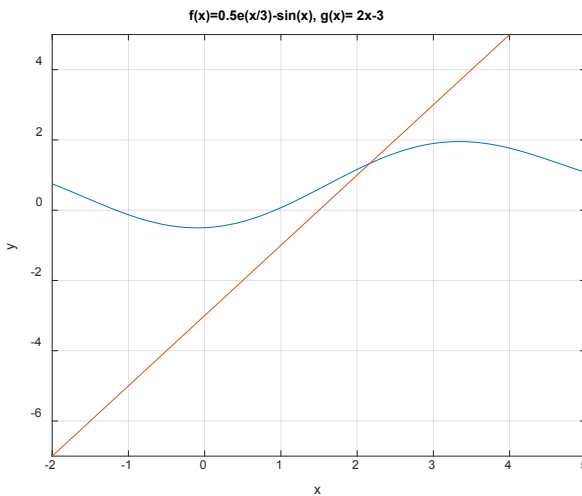
8. Supongamos que queremos adicionar a la gráfica anterior la función $g(x)=2x-3$ con los intervalos $[-2\ 5]$ para $f(x)$ y $[-2\ 4]$ para $g(x)$.

```
fplot('0.5*exp(x/5)-cos(x);[-2 5])
```

```
grid on, hold on
```

```
title('f(x)=0.5e(x/3)-sin(x), g(x)= 2x-3'), xlabel('x'), ylabel('y')
```

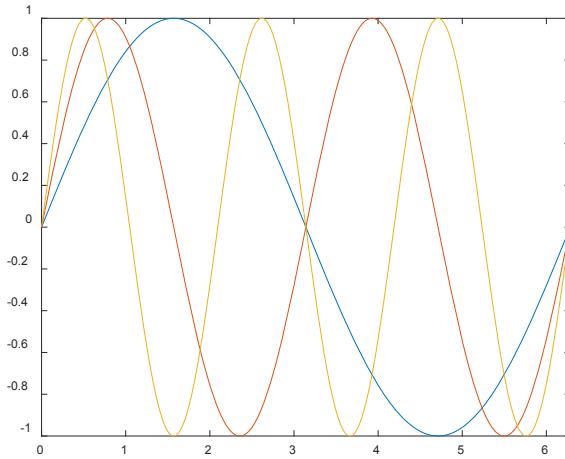
```
fplot('2*x-3;[-2 4])
```



Representación ejercicio 8

9. Grafique las funciones $\sin(x)$, $\sin(2x)$ y $\sin(3x)$ en el intervalo $[0, 2\pi]$.

```
fplot (@(x)[sin(x), sin(2*x), sin(3*x)], [0, 2*pi])
```



Representación ejercicio 9

Cabe mencionar que, a fin de realizar gráficas en 3D con la instrucción anterior, se emplea la función `fplot3`.

10. Pruebe la instrucción dada analizando su estructura y su resultado.

```
syms t
```

```
x = 3 + cos(3*t); y = sin(2*t); z = 2*sin(t/2);
```

```
fplot3(x, y, z, [0 pi])
```

11. Uso de funciones manipuladoras:

```
f = @(x) 5*x.*cos(2*x);
```

```
g = @(x) x.^3 - 7*x.^2 - 2;
```

```
fplot(f, [-3, 8], 'LineWidth', 3), hold on
```

```
fplot(g, [-3, 8], 'LineWidth', 2)
```

```
xlabel('x'), ylabel('y'), grid on
```

Práctica 5

Empleando la instrucción *fplot* grafique las funciones dadas debidamente etiquetadas. Ajuste los intervalos de ser necesario para observar mejor las gráficas:

1. $f(x)=3,5e^{0,2x} \cos(5x)$, grafique la función para el intervalo $[-2 \ 4]$.

2. $f(x) = \frac{3\text{sen}(2x)}{x+e^{-0,65x}} - \frac{3x}{5}$, grafique la función para el intervalo $[-5 \ 10 \ 5 \ 10]$.

3. $h(x)=3^{-x} - 5^{0,3x}$ grafique la función para el intervalo $[-6 \ 7 \ 6 \ 7]$.

4. $f(x) = \sqrt{|\cos(3(x))| + \text{sen}^2(4x)}$ en el dominio $[-2,2]$.

5. $f(x) = \frac{x^3 - 2x}{2(x^2 - 5)}$. Ajuste el intervalo de tal manera que se observen bien las discontinuidades.

6. La productividad de un obrero está representada mediante la siguiente ecuación:

$$f(n)=10+60(1-e^{-0,1n})$$

Donde $f(n)$ indica la curva de aprendizaje y n representa los días de entrenamiento, trace la gráfica de $f(n)$ para un mes calendario de 30 días.

7. $f(x)= 6,5 \log(x) + 2\text{sen}(x)$, grafique la función para el intervalo $[1 \ 60 \ 1 \ 60]$.

8. $g(x) = \ln \left| \tan \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$, grafique la función y ajuste el intervalo a conveniencia.

9. $f(x) = 5^{\frac{x}{3}} - 1$, grafique la función para el intervalo $[-10 \ 10 \ -10 \ 10]$.

10. $f(x)=e^{-0,25x}-x$, con $-5 \leq x \leq 8$ y $g(x)=x^2-2x-5$, con y grafique las funciones para el intervalo $[-3.5 \quad -3.5]$.

11. $f(x)=3x^3-x^2+7x-12$, con $-10 \leq x \leq 10$ y $g(x)=3x^3-2x^2+x+10$, grafique las funciones para el intervalo $[-3.5 \quad -3.5]$.

12. $f(x)=\log(5x^2+3)$, con $-4 \leq x \leq 4$ y $g(x)=\log_2(3x^2+8)$, con y grafique las funciones para el intervalo $[-4.6 \quad -4.6]$.

13. $f(x)=2^{3x-2}$, con $-5 \leq x \leq 5$ y $g(x)=x^{3x}$, con y grafique las funciones para el intervalo $[-4.5 \quad -4.5]$.

14. $f(x)=4e^{2\text{sen}(0,35x)} \cos(3x)$, grafique la función en el dominio $[-20, 40]$.

15. Grafique en 2D empleando funciones manipuladoras en el intervalo $[-2, 2]$. Personalice el grosor de las curvas y etiquete ejes.

$$f(t)=|2t-\text{sen}(2t)| \quad g(t)=e^{0,4t-0,2\cos(t-1)}$$

16. El peso de una esfera se expresa mediante la ecuación:

$$W = \rho g \frac{4}{3} \pi (r_{\text{ext}}^3 - r_{\text{int}}^3)$$

Donde g es la aceleración de la gravedad, ρ la densidad de la esfera, y r_{ext} y r_{int} representan el radio externo e interno respectivamente, grafique W para una esfera de aluminio y acero, cuyas densidades son 2700 kg/m^3 y 7850 kg/m^3 , respectivamente, el radio interno es constante de 20 mm y el radio externo varía entre 21 a 30 mm .

17. La fórmula para aproximar la altura h (en pies) a la que se encuentra un cohete es la siguiente:

$$h(t) = vt - 16t^2 + \frac{v}{k}(M + m - kt) \ln \left(1 - \frac{kt}{M + m} \right)$$

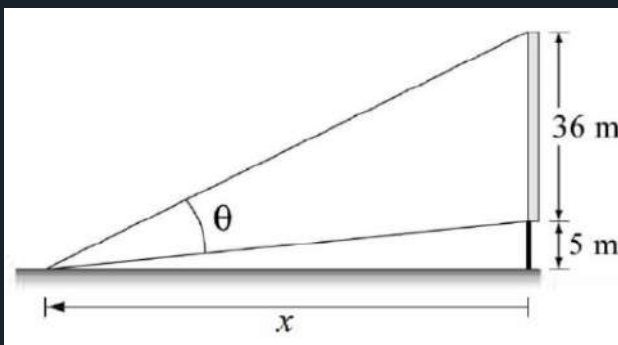
Donde M es la masa del cohete (en lb), m la masa del combustible (en lb), v la velocidad con la que es expulsado el combustible de los motores (en pies/s), k es la tasa con la que se quema el combustible (en lb/s), y t el tiempo de vuelo (en segundos), grafique $h(t)$ cuando $M = 10000$ lb, $m = 20000$ lb, $v = 9200$ pies/s, y $k = 285$ lb/s, en un tiempo de 0 hasta 12 segundos, con particiones de 0,1.

18. El área de una sección de una superficie cilíndrica es:

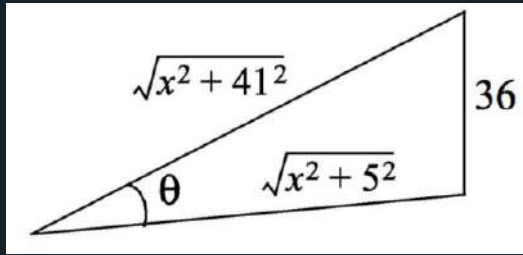
$$S(x) = r\sqrt{25 - x^2} - \frac{1}{2}r^2 \left(\frac{2}{r}\sqrt{25 - x^2} \right)$$

Grafique $S(x)$ para un radio de 10, donde x varía entre 0 y 5. Tome particiones de 0,2.

19. Ángulo de visión máximo. A fin de obtener la mejor vista de una película, una persona tiene que sentarse a una distancia x de la pantalla, de modo que el ángulo de visión θ sea máximo. Determine la distancia x para la cual θ es máxima en la configuración mostrada en las figuras.



Representación ejercicio 19 I



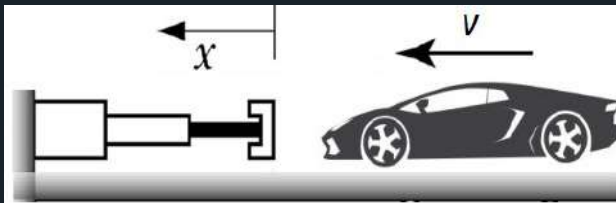
Representación ejercicio 19 II

Ayuda: el problema se resuelve escribiendo una función para el ángulo θ en términos de x , y luego se fija la x para la cual el ángulo es máximo. En el triángulo que incluye θ , se da un lado (la altura de la pantalla), y los otros dos lados se pueden escribir en términos de x , tal como se muestra en la figura. Una forma en la cual θ puede escribirse en términos de x es usando la Ley de Cosenos:

$$\cos(\theta) = \frac{(x^2 + 5^2) + (x^2 + 41^2) - 36^2}{2\sqrt{x^2 + 5^2}\sqrt{x^2 + 41^2}} = \frac{2x^2 + 410}{2\sqrt{x^2 + 25}\sqrt{x^2 + 1681}}$$

Grafique el ángulo θ para un intervalo de $[0,25]$.

20. *Parachoques de seguridad.* Estas barreras se colocan en la carretera con el fin de detener vehículos fuera de control (véase la figura).



Representación ejercicio 20

El parachoques está diseñado de tal manera que la fuerza que aplica al vehículo es una función de la velocidad v y el desplazamiento x del parachoques de acuerdo con la ecuación:

$$F = Kv^3 (x+1)^3$$

Donde $K = 30 \text{ s kg/m}^5$.

Un vehículo con una masa de 1,500 kg golpea el parachoques a una velocidad de 90 km/h, grafique la fuerza del parachoques en función de su posición según el intervalo $0 \leq x \leq 3$. Tome particiones de 0,01.

21. Grafique en 2D empleando funciones manipuladoras en el intervalo $[-\pi, \pi]$. Personalice el grosor de las curvas y etiquete ejes.

$$f(t) = 2t + \cos(t); g(t) = 2t - 2\text{sen}(2t - 1); h(t) = \sqrt[3]{t - \cos(2t - 1)}$$

22. El factor de intensidad de tensión debido a la grieta en una viga depende de un parámetro geométrico dado por:

$$C = \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2} \left[\frac{0,923 + 0,199 \left(1 - \text{sen} \frac{\pi\alpha}{2} \right)}{\cos \frac{\pi\alpha}{2}} \right]}$$

Donde α varía entre 0,05 y 0,95, tome incrementos de 0,05 a fin de graficar C .

23. Grafique las funciones paramétricas en 3D, en el intervalo $[0, 2\pi]$:

$$x = 2\text{sen}(2t); y = 2t - \cos(t - 1); z = -\text{sen}(3t + 1)$$

24. Grafique las funciones paramétricas en 3D, en el intervalo $[0, 2\pi]$:

$$r(t) = (\cos^3(t), \text{sen}^3(t), \cos(2t))$$

Instrucción *comet*

La instrucción *comet* grafica de forma dinámica los puntos que forman parte de la curva de una función. Para esto se define un vector que se mueve trazando los puntos de la función en la pantalla. Existen tres formas de uso de esta instrucción:

- *comet(y)*. Muestra el trazado de la gráfica la función de forma dinámica mediante un vector y que viene representado por un círculo.
- *comet(x,y)*. Muestra un diagrama animado del trazo del vector y con respecta a x .
- *comet(x,y,p)*. Efectúa la misma tarea que el comando anterior, y adicional especifica un cuerpo del trazado dinámico de longitud $p * longitud(y)$. Por defecto p asume un valor de 0,1.
- *comet(axes_handle,...)*. Realiza el ploteo a lo largo de los ejes de la gráfica.
- *comet(x,y,t)*. Realiza el ploteo en 3D, donde t indica el intervalo.

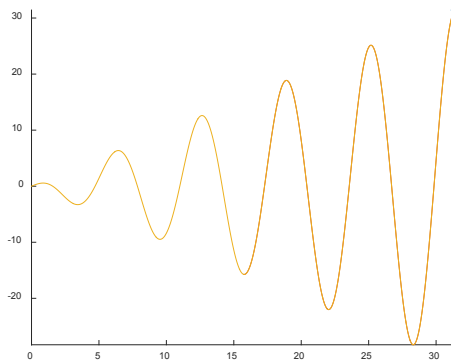
Ejemplos

1. Sea la función $y=x\cos(x)$ grafique para el intervalo $[0,10\pi]$, con 500 puntos y un valor de trazado dinámico de 0,5.

```
x = linspace(0, 10*pi, 500);
```

```
y = x.*cos(x);
```

```
comet(x, y, .5)
```



Representación ejercicio 1

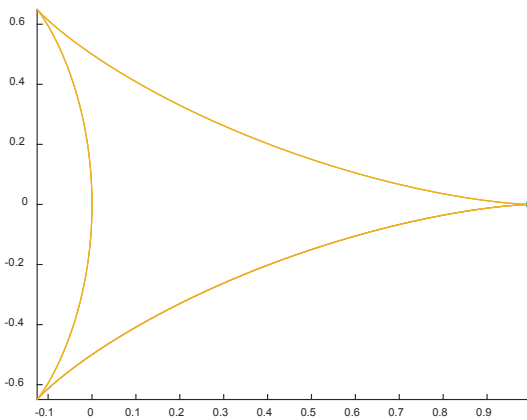
2. Grafique las funciones $x = \cos(2t) \cos^2(t)$ y $y = \sin(2t) \sin^2(t)$, definidas en el intervalo $[0, 3\pi]$, con particiones de 0,01.

$$t = 0:0.01:3*pi;$$

$$x = \cos(2*t).*(\cos(t).^2);$$

$$y = \sin(2*t).*(\sin(t).^2);$$

$$\text{comet}(x,y);$$



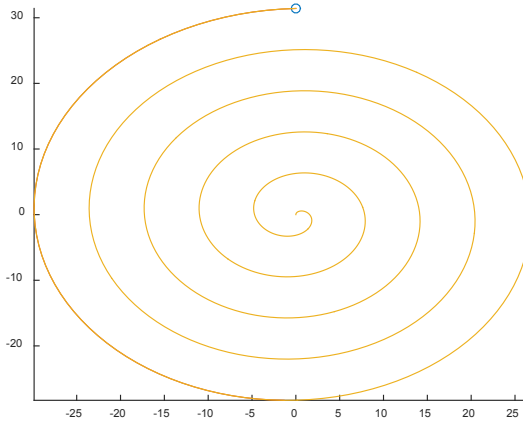
Representación ejercicio 2



3. Sean las funciones $y=t\text{sen}(t)$ y $x=t\text{cos}(t)$, grafique para el intervalo $[0,10\pi]$, con 600 puntos.

```
t = linspace(0,10*pi,600);
```

```
comet(t.*sin(t), t.*cos(t))
```

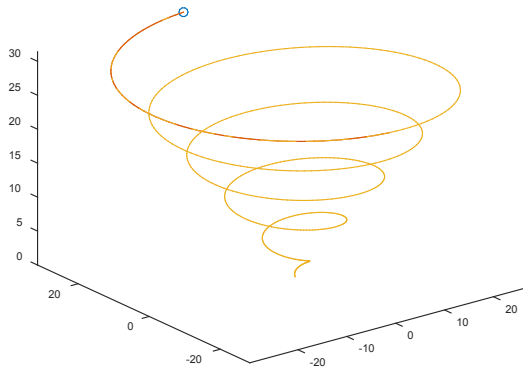


Representación ejercicio 3

4. Grafique el punto anterior en 3D.

```
t = linspace(0,10*pi,600);
```

```
x=t.*sin(t); y=t.*cos(t); comet3(x,y,t)
```



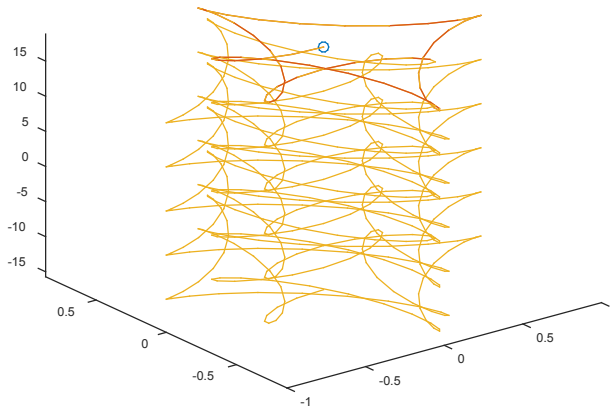
Representación ejercicio 4

5. Dadas las funciones $x = \cos^2(2t)\sin(3t)$ y $y = \sin^2(2t)\cos(3t)$, evaluadas en el intervalo $[-5\pi, 6\pi]$ con particiones $\pi/50$, grafique en 3D.

$$t = -5*\pi:\pi/50:6*\pi;$$

$$x = (\cos(2*t).^2).*\sin(3*t);$$

$$y = (\sin(2*t).^2).*\cos(3*t); \text{comet3}(x,y,t);$$



Representación ejercicio 5

6. Se pueden combinar dos funciones en una misma ventana a fin de crear gráficas dinámicas. Así, por ejemplo, sean las funciones $y_1 = \sin(3t - 5)\cos(t)$ y $y_2 = |\cos(t)|\sin(t)$, evaluadas en el intervalo $[0, 5]$, con particiones de 0,01, ajuste los ejes de presentación de las curvas.

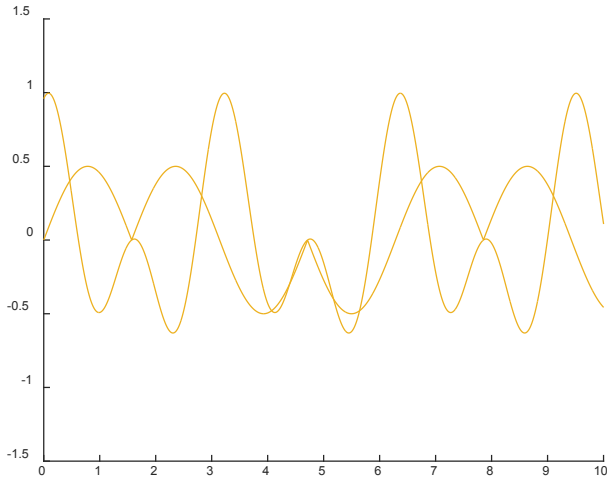
$$t = 0:0.01:5*\pi;$$

$$y1 = \sin(3*t-5).*\cos(t);$$

$$y2 = \text{abs}(\cos(t)).*\sin(t);$$

hold on

axis([0 10 -1 1.5]), comet(t,y1); comet(t,y2);



Representación ejercicio 6

Práctica 6

Usando los comandos *comet* y *comet3*, según el caso, desarrolle los siguientes ejercicios.

1. $y=3x^2$ para el intervalo $[-5,5]$, con 300 puntos y un valor de trazado dinámico de 0,4.
2. $y=|\sinh(4x) \cosh(2x)|$ para el intervalo $[-15,15]$ con particiones de 0,01.
3. $y=3x\sin(x)$, grafique para el intervalo $[0,8\pi]$, con 600 puntos y un valor de trazado dinámico de 0,6.
4. $y=0,35x^3 - 4x + 7$ para el intervalo $[-10,12]$ con particiones de 0,002.
5. $y=x^2 \tan(2x)$ para el intervalo $[0,8\pi]$, con 700 puntos y un valor de trazado dinámico de 0,8.
6. Dadas las funciones $x=(t^2 - t) \sin(2t)$ y $y=t \cos(2t)$ evaluadas en el intervalo $[-8\pi,8\pi]$ con particiones $\pi/40$, grafique en 3D.
7. Grafique la cicloide:

$$r(t)=(2(t - \sin(t)), 2(1 - \cos(t)))$$

8. $y = e^{-\frac{x}{5}} \sinh(3x)$ para el intervalo $[-\pi, \pi]$, con particiones de 0,001.
9. $y = \frac{-5x^2 + 2x - 1}{\cos(x-5)}$ para el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$, con 500 puntos y un valor de trazado dinámico de 0,6.
10. $y=2\sinh(5x) \cosh(2x)$ para el intervalo $[-10,10]$, con particiones de 0,01.

11. Dada la función $f(x)=2x\cos(x)$ evaluada en el intervalo $[0,10\pi]$ con 500 puntos, subplotee $f(x)$, donde la primera gráfica debe ir con la instrucción *plot*, la segunda con la instrucción *comet*, la tercera con la instrucción *ezplot* y la cuarta con la instrucción *fplot*.

12. Dadas las funciones $y_1=\text{sen}(t-1)$ y $y_2=\cos(t)/t$, evaluadas en el intervalo $[-\pi,6\pi]$, con particiones de 0,01, ajuste los ejes de presentación de las curvas.

13. $y=\log_2(x^3+10)$ para el intervalo $[0, 10000]$, con 800 puntos y un valor de trazado dinámico de 0,9.

14. $y = \frac{2xe^{x-8}-3}{x^2+7}$ para el intervalo $[-3,10]$, con 600 puntos y un valor de trazado dinámico de 0,8.

15. $y=e^{|\text{sen}(x)|}$ para el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ con particiones de 0,001.

16. Grafique en 2D y 3D las funciones $x=\text{sen}(3t) \cos^2(t)$ y $y=\cos(2t) \text{sen}^2(t)$ definidas en el intervalo $[-4\pi,4\pi]$, con particiones de 0,001.

17. Grafique en 2D y 3D las funciones $x = 2 \text{sen}(5t)$ y $y = \frac{t+2}{t+1}$ definidas en el intervalo $[-6\pi,7\pi]$, con particiones de 0,002.

18. Grafique la función paramétrica:

$$r(t) = \left(\frac{t(t^3 - 1)}{t^2 + 1}, \frac{2(t^2 - t + 2)}{t + 2} \right)$$

19. La caída de presión ΔP de aire en un tubo de acero inoxidable de longitud L está representado por la ecuación:

$$\Delta P = \frac{0.031L}{d^{1.24}} \left(\frac{v}{1000} \right)^{1.84}$$

Donde v es la velocidad del aire (en m/min) y d el diámetro del tubo (en mm), grafique ΔP cuando $L = 15$ m, $d = 50$ mm y v varía

entre 1000 y 1720 m/min. Tome 950 puntos y un valor de trazo-dinámico de 0,6.

20. Dadas las funciones $y_1 = \cos(3t - 5)\cos(t - 1)$ y $y_2 = \sin(2t)\sin(t)$, evaluadas en el intervalo $[-2\pi, 4\pi]$, con particiones de 0,01, ajuste los ejes de presentación de las curvas.

21. Las correlaciones entre pares de puntos de los ceros de la función Z de Riemann obedecen a la función:

$$f(x) = 1 - \left(\frac{\sin(\pi x)}{\pi x} \right)^2$$

Grafique $f(x)$ para el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ con 60 puntos y un valor de trazado dinámico de 0,5.

22. El factor de descarga de flujo a través de un canal abierto de sección parabólica está dado por la fórmula:

$$k = \frac{1,2}{x^3 \sqrt{\left(\sqrt{16x^2 + 1} + \frac{1}{4x} \ln \sqrt{16x^2 + 1} + 4x \right)^2}}$$

Donde x representa la relación entre la máxima profundidad del agua y el ancho en la parte superior del canal, grafique k cuando x varía entre 0,10 y 0,55, con particiones de 0,001.

23. Dadas las funciones $x = \tan^2(2t)\sin(3t)$ y $y = \sin^2(2t)\cos(3t)$, evaluadas en el intervalo $[-7\pi, 7\pi]$ con particiones $\pi/50$, grafique en 3D con particiones dinámicas de 0,2.

24. El teorema de Torricelli estudia el flujo de un líquido contenido en un recipiente a través de un pequeño orificio, bajo la acción de la gravedad. La velocidad de caída del fluido se calcula mediante la ecuación:



$$V_t = \sqrt{2gh + v_o^2}$$

Donde V_t es la velocidad teórica del líquido a la salida del orificio, v_o la velocidad de aproximación inicial, h la altura medida desde la superficie del líquido al centro del orificio y g la aceleración de la gravedad, grafique V_t para un tanque de agua donde $v_o = 4$ m/s, y la altura varía en el intervalo $[0,2,10]$ metros, con particiones de 0,1.

25. El empuje E que ejerce un fluido de densidad ρ_l sobre una superficie esférica de radio R , y se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$E = \frac{4}{3}\rho_l\pi R^3 g$$

Donde g es la aceleración de la gravedad, grafique el empuje para un objeto esférico de radio 10 cm que se sumerge en cemento cuya densidad varía entre 820 kg/m³ y 1950 kg/m³.

26. La fórmula general para calcular el momento de torsión de inercia ejercido por las partes móviles sobre el cigüeñal de un motor de combustión interna está dado por la ecuación:

$$T = -mar^2 \text{sen}(\theta) \left(\text{sen}(\theta) + \frac{r}{L} \text{sen}(2\theta) \right) - \frac{mr^2\omega^2}{2} \left(\frac{r}{2L} \text{sen}(\theta) + \text{sen}(2\theta) + \frac{3r}{2L} \text{sen}(3\theta) \right)$$

Donde m es la masa del pintón, r es la distancia entre el eje del cigüeñal y el eje del muñón de la biela, L es la longitud de la biela, α y ω son la aceleración y la velocidad angular, respectivamente, y θ el ángulo de la manivela, grafique T cuando $m = 45,2$ kg, $L = 702,5$

mm, $\alpha = 12,52$ rpm/s, $\omega = 51$ rpm, $\theta = 45^\circ$ y r varía entre 200 y 300 mm. Tome 800 puntos y un valor de trazado dinámico de 0,5.

Transforme α y ω a rad/s, para lo cual se debe multiplicar por $2\pi/60$ y θ por $\pi/180$.

27. El factor de forma K para calcular la deflexión de un resorte plano está representado por:

$$K = \frac{3}{(1 - \alpha)^3} (0,5 - 2\alpha + \alpha(1,5 - \ln(\alpha)))$$

Grafique K donde la razón final del trapecioide oscila entre 0 y 0,9. Tome particiones de 0,001.



12.

Gráficas polares y números complejos



Gráficas polares

Las coordenadas polares consisten en un sistema de coordenadas bidimensional, en el que cada punto del plano se determina por una distancia y un ángulo. Su uso es fundamental en trigonometría y es ampliamente utilizado en física e ingeniería. A fin de graficar se emplea la instrucción *polar(theta,r)* o *polarplot(theta,r)*, que es el último cambio dado en el programa de Matlab, donde el ángulo *theta* se expresa en radianes y *r* es la distancia. Debe tener en cuenta que la sintaxis de este tipo de instrucciones es bastante amplia, por lo que se sugiere consultar al respecto.

Se puede emplear *ezpolar* cuando solo se tiene una función $f(t)$, donde Matlab la evalúa por *default* en el intervalo $[1,2\pi]$.

Ejemplos

1. Cuando se muestra información que varía en función del ángulo, a menudo se suele emplear un diagrama polar en el que los valores convencionales (x,y) se interpretan como un ángulo y un radio. Observemos los siguientes gráficos cartesiano y polar de la siguiente función:

$$f(t)=\text{sinc}(2.8\text{sen}(t))$$

Evaluada en el intervalo $[-\pi,\pi]$, con 250 puntos:

```
t = linspace(-pi,pi,250);
```

```
f = sinc(2.8*sin(t)); %Esta es una función propia de Matlab que devuelve un array, cuyos elementos son el sinc de los elementos de la entrada.
```

```
plot(t,f,'k'), xlabel('t'),ylabel('f(t)')
```



`title('sinc(2.8*sin(t))'), grid on`

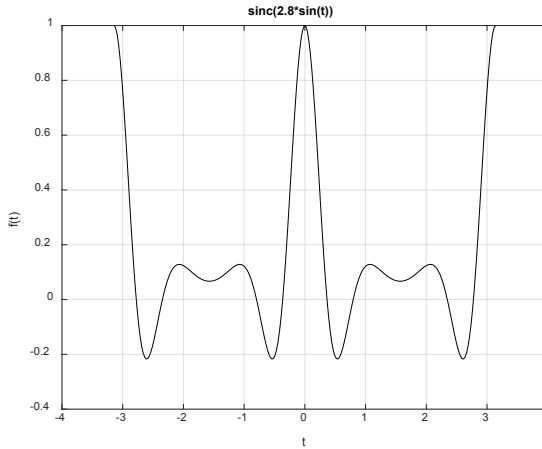


Figura 12.1. Representación grafica de la función $f(t)$

Entonces, el diagrama polar que indica la variación direccional en la cantidad f es:

`polar(t,f,'k'), title('sinc(2.8*sin(t))')`

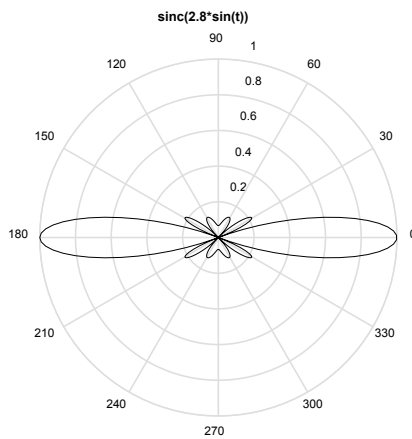


Figura 12.2. Diagrama polar.

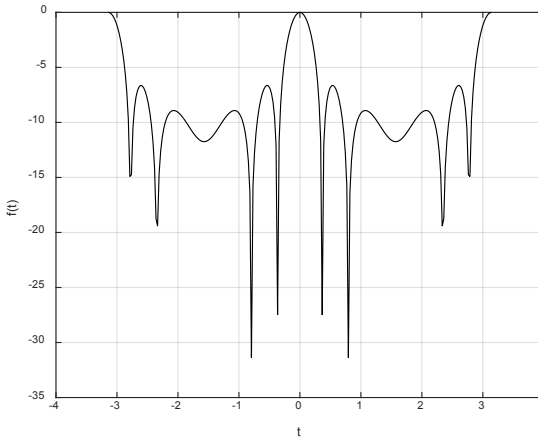
2. A fin de observar la función f en unidades de decibelios, se emplea la siguiente ecuación:

$$g=10\log_{10}(|f|)$$

$$g = 10*\log10(abs(f));$$

$$\text{plot}(t,g,'k'), \text{xlabel}('t'), \text{ylabel}('f(t)')$$

grid on



Representación ejercicio 2

El diagrama polar para este caso aporta más información porque está interpretando los valores en decibelios negativos como radios negativos:

$$\text{polarplot}(t,g,'k')$$

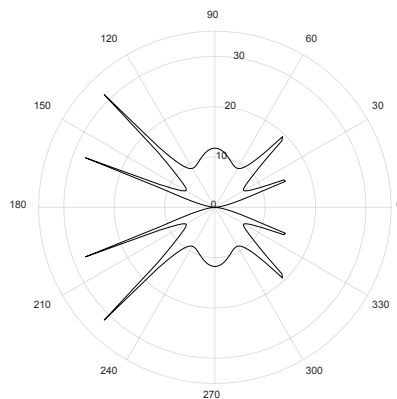


Figura 12.3. Diagrama polar.



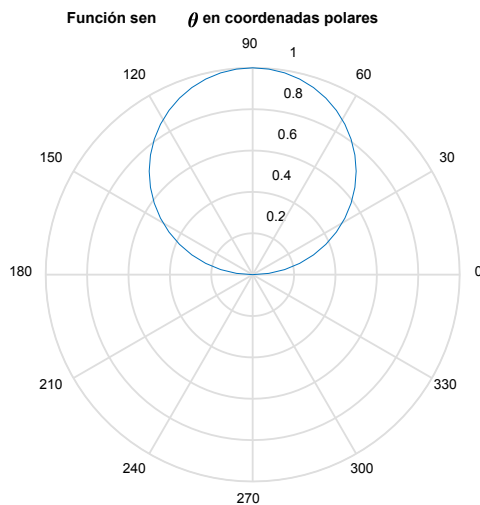
Grafique las funciones en coordenadas polares.

3. Sea la función $r = \sin\theta$, evaluada en el intervalo $[0, \pi]$, con particiones de $\pi/40$.

$\theta = 0:\pi/40:\pi$;

$r = \sin(\theta)$; $\text{polar}(\theta, r)$,

$\text{title}(\text{'Función } \sin\theta \text{ en coordenadas polares'})$



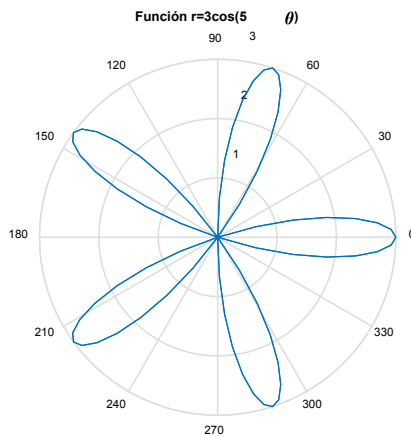
Representación ejercicio 3

4. Sea la función $r = 3\cos(5\theta)$, evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de $\pi/70$.

$\theta = 0:\pi/70:2*\pi$;

$r = 3*\cos(5*\theta)$;

$\text{polar}(\theta, r), \text{title}(\text{'Función } r = 3\cos(5\theta)')$



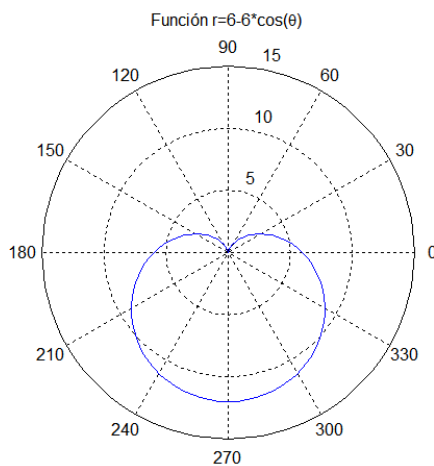
Representación ejercicio 4

5. Sea la función $r=6-6\sin(\theta)$, evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/50$.

$\theta=0:\pi/50:2*\pi;$

$r=6-6*\sin(\theta);$

$\text{polar}(\theta,r), \text{title}(\text{'Función } r=6-6*\cos(\theta)\text{'})$

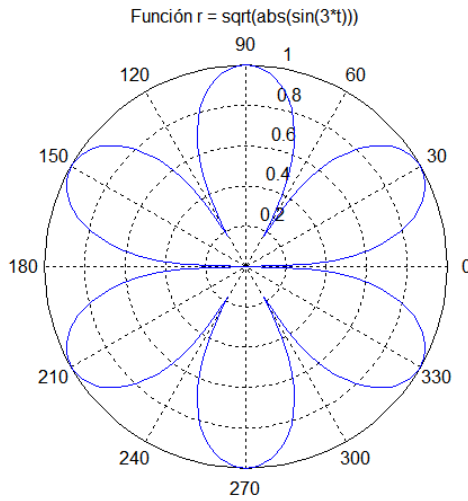


Representación ejercicio 5

6. Sea la función $r = \sqrt{|\text{sen}(3\theta)|}$, evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de $\pi/100$.

```
t=0:pi/100:2*pi; r = sqrt(abs(sin(3*t)));
```

```
polar(t,r),title('Función r = sqrt(abs(sin(3*t)))')
```

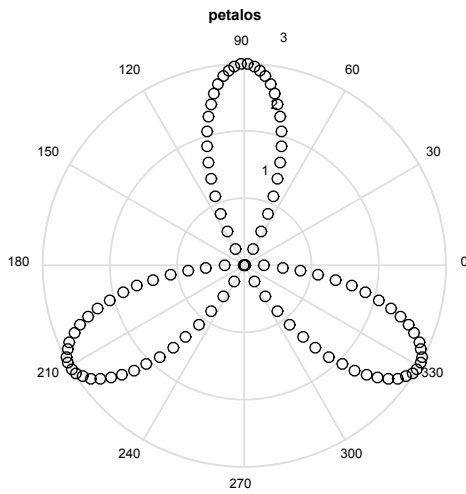


Representación ejercicio 6

7. Sea la función $r = -3\text{sen}(3\theta)$ evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$, con 100 puntos. Personalice la gráfica.

```
t = linspace(0, 2*pi, 100);
```

```
r = -3*sin(3*t); polar(t, r, 'ko'), title('petalos')
```



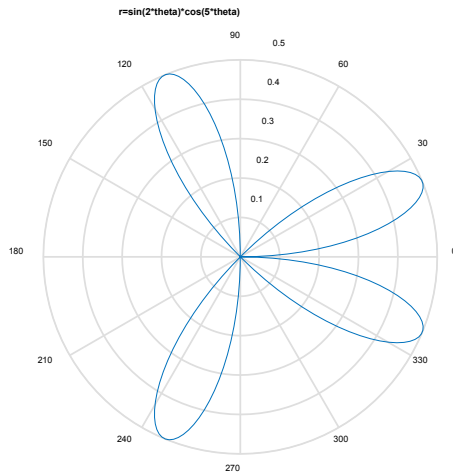
Representación ejercicio 7

8. Sea la función $r = \sin(2\theta) \cos(2\theta)$ evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de 0,02.

$\theta = 0:0.02:\pi;$

$r = \sin(2*\theta) .* \cos(2*\theta);$

$\text{polar}(\theta), \text{title}('r = \sin(2*\theta) * \cos(5*\theta)')$



Representación ejercicio 8

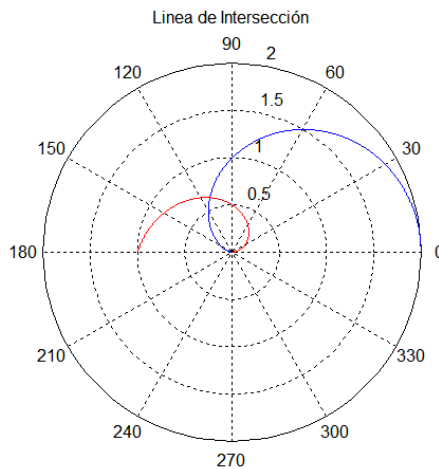


9. Sea las funciones $r_1 = 1 + \cos t$ y $r_2 = \frac{t}{\pi}$ evaluadas en el intervalo $[0, \pi]$, con particiones de 0,001, evalúe la intersección.

$$t = 0:0.001:\pi;$$

$$r1 = 1 + \cos(t); r2 = t/\pi;$$

`polar(t, r1,'b')`, hold on, `polar(t, r2, 'r')`, title('Linea de Intersección')



Representación ejercicio 9

10. Tomando el ejercicio anterior, se desea saber cuáles son los mejores índices de aproximación tanto en magnitud como en su valor del ángulo en radianes y grados en la intersección de las dos curvas.

La intersección ocurre cuando $r_1 - r_2 = 0$. Dado que la función no es continua, el resultado es una aproximación.

$$t = 0:0.001:\pi;$$

$$r1 = 1 + \cos(t);$$

$$r2 = t/\pi;$$

`polar(t, r1,'b')`

```

hold on

polar(t, r2, 'r')

title('Line Intersection')

r = r1 - r2;

% Para encontrar los mejores indices, se emplea la función find
ix = find(r > -.001 & r < .001);

% Mostrar los resultados

disp('Magnitud aproximada: ')

rho1 = r1(ix)

rho2 = r2(ix)

disp('Intersección aproximada: ')

radianes = t(ix)

grados = t(ix)*180/pi

rho1 =

    0.6233    0.6224

rho2 =

    0.6229    0.6233

Intersección aproximada:

radianes =

    1.9570    1.9580

grados =

    112.1278    112.1851

```



Si bien solo hay una solución, se han encontrado diferencias entre $-0,001$ y $0,001$, de modo que hay más “resultados” que son posibles. Desde el punto de vista numérico esos resultados son los mismos.

11. Sea las funciones $r_1 = \text{sen}(t)\text{cost}$ y $r_2 = \frac{\cos(t+1)}{\pi}$, evaluadas en el intervalo $[0,\pi]$, con particiones de $0,001$, evalúe las intersecciones gráficamente y calcule los mejores índices de aproximación tanto en magnitud como en su valor del ángulo y tanto en radianes como en grados de las la intersecciones de las curvas.

```
t = 0:0.001:pi;
r1 = sin(t).*cos(t);
r2 = cos(t+1)/pi;
polar(t, r1,'b')
hold on
polar(t, r2, 'r')
title('Línea de Intersección')
r = r1 - r2;
ix = find(r > -.001 & r < .001);
% Mostrar los resultados
disp('Magnitud aproximada: ')
rho1 = r1(ix)
rho2 = r2(ix)
disp('Intersecciones aproximadas: ')
```


$$\text{radianes} = t(ix)$$

$$\text{grados} = t(ix) * 180 / \pi$$

$$\text{rho1} =$$

$$0.1343 \quad -0.3083 \quad -0.3091 \quad -0.3099 \quad -0.2314 \quad -0.2305 \\ -0.2296$$

$$\text{rho2} =$$

$$0.1341 \quad -0.3093 \quad -0.3094 \quad -0.3094 \quad -0.2309 \quad -0.2306 \\ -0.2304$$

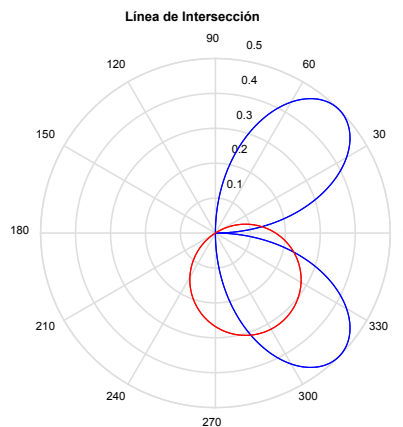
Intersecciones aproximadas:

$$\text{radianes} =$$

$$0.1360 \quad 1.9030 \quad 1.9040 \quad 1.9050 \quad 2.9010 \quad 2.9020 \quad 2.9030$$

$$\text{grados} =$$

$$109.0339 \quad 109.0912 \quad 109.1485 \quad 166.2151 \quad 166.2724 \quad 166.3296$$



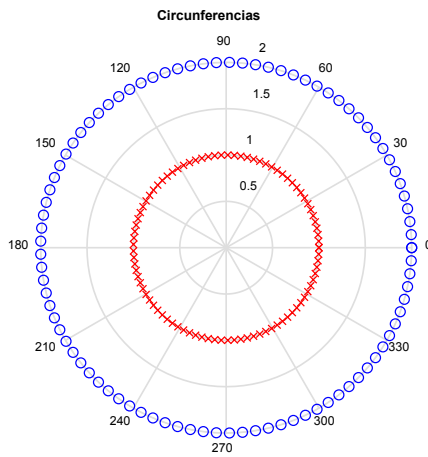
Representación ejercicio 11

12. Grafique las funciones r_1 y r_2 evaluadas en el intervalo $[0, 2\pi]$, con 90 puntos con radios de 2 y 1, respectivamente. Personalice las curvas.

```

t = linspace(0,2*pi,90);
r1 = linspace(2,2,90);
polar(t,r1,'bo'), title('Circunferencias'), hold on
r2 = linspace(1,1,90);
polar(t, r2, 'rx')

```



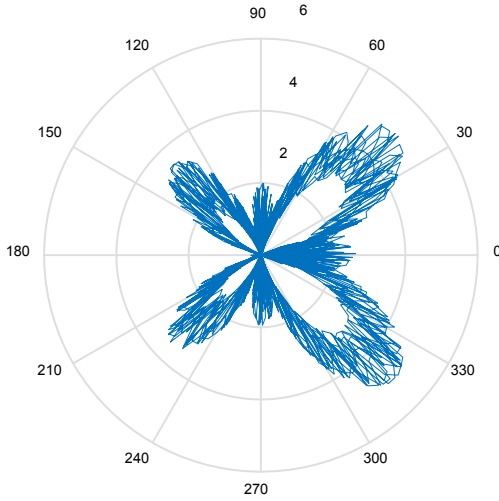
Representación ejercicio12

13. Dada la función $r = e^{\cos t} - 2 \cos(5t) + \operatorname{sen}\left(\frac{t^5}{12}\right)$ evaluada en el intervalo $[0, 24\pi]$, grafique para 1400 puntos en coordenadas polares.

```

t = linspace(0,22*pi,1400);
r = exp(cos(t))-2*cos(4*t)+sin(t.^5/12);
polar(t,r);

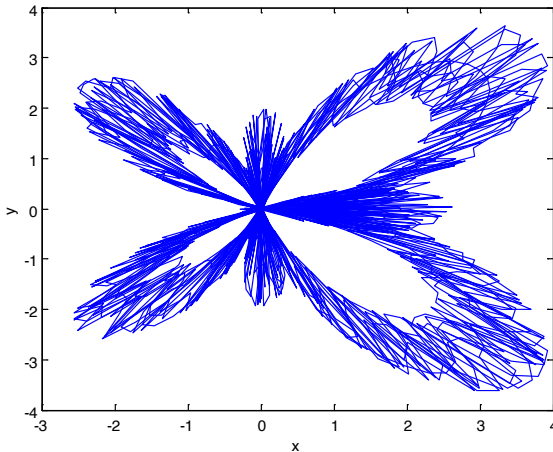
```



Representación ejercicio 13 I

$[x,y] = \text{pol2cart}(t,r);$

$\text{plot}(x,y); \text{xlabel}('x'), \text{ylabel}('y')$

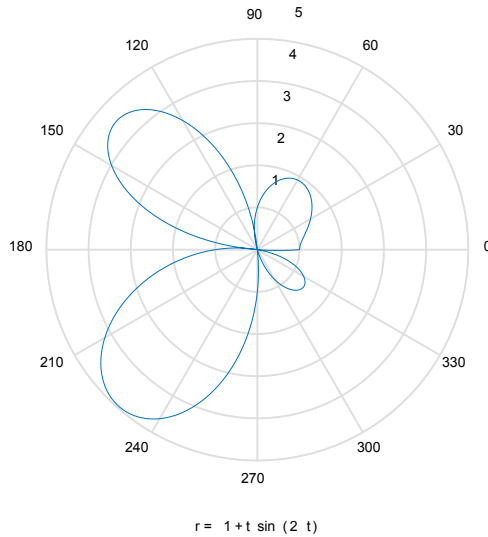


Representación ejercicio 13 II

14. Grafique la función $f(t) = 1 + t \text{sen}(2t)$. Recuerde que por defecto el dominio sobre el cual se grafica esta función es en el in-

tervalo $[0, 2\pi]$. Una ventaja notoria es que no requiere del uso de ninguna etiqueta.

```
ezpolar('1+t.*sin(2*t)')
```



Representación ejercicio 14

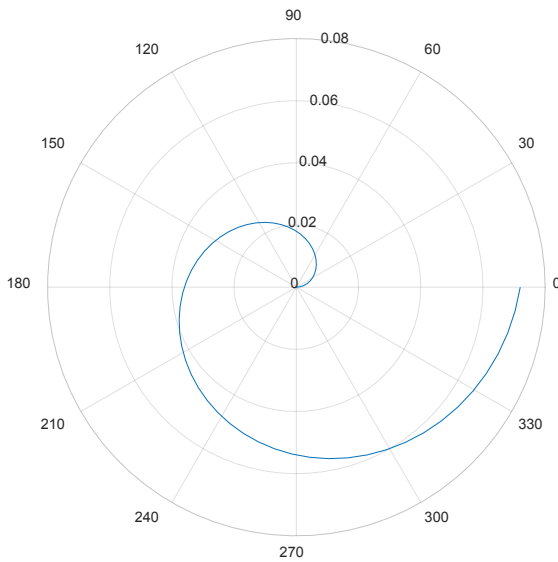
15. Dado el ángulo θ en el intervalo $[0, 360]$ con 60 puntos, y la componente ρ que equivale a $0,002 \theta/10$, convierta los valores en θ de grados a radianes. Luego, grafique los datos en coordenadas polares.

```
theta = linspace(0,360,60);
```

```
rho = 0.002*theta/10;
```

```
thetarad = deg2rad(theta);
```

```
polarplot(thetarad,rho)
```



Representación ejercicio 15

Como se puede apreciar en algunos ejemplos, la instrucción empleada para obtener la gráfica fue *polarplot*, por lo que se recomienda consultar su sintaxis, ya que es bastante amplia. Los invito a probarlos en la siguiente práctica.

Práctica 1

Grafique en coordenada polares.

1. $r=4\cos\theta+2\sin\theta$, evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de 0,001.

2. $r=4\cos(7\theta)$, evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/60$.

3. $f(t)=1+\cos(2t)$

4. $r=3\sin(5\theta)\cos(-3\theta)$, evaluada en el intervalo $[0,\pi]$, con particiones de 0,02.

5. $r=7-7\sin\theta$

6. $r=\cos\theta$, evaluada en el intervalo $[\pi/2,4,8\pi]$, con particiones de 0,001.

7. $r = \sqrt{5\cos(2\theta)}$.

8. Dada la función $r=2+4\cos\theta$, evaluada en el intervalo $[0,\pi]$ con particiones de 0,001, subplotee r , donde la primera gráfica debe ir con la instrucción *plot*, la segunda con la instrucción *comet*, la tercera con la instrucción *ezplot* y la cuarta con la instrucción *polar*.

9. $r=-6(1+\cos\theta)$, evaluada en el intervalo $[0,\pi]$, con particiones de $\pi/30$.

10. $r=2^\theta$, evaluada en el intervalo $[0,\pi]$, con particiones de $\pi/30$.

11. $r=2+2\sec\theta$, evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con 100 puntos.

12. $f(t)=\sin(t)\cos(t)$

13. $r=e^{2\theta}$, evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/60$.

14. $r=4\csc\theta$

15. $r = \frac{12}{3\cos\theta - 4\sin\theta}$, evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de 0,1.

16. $r = \sqrt{-16\sin(2\theta)}$, evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/100$.

17. $r=2(1+\sin(2\theta))$, evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de 0,02.

18. $f(t)=2\cos(5t+1)$

19. $r = \frac{5}{1-\cos\theta}$.

20. $r=-3\sec\theta$, evaluada en el intervalo $[0,\pi]$, con particiones de $\pi/80$.

21. $r=-4\cos^2\theta$, evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con 300 puntos.

22. $r_1=2+\cos(4t)$ y $r_2=-2\sin(3t)$ evaluadas en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de 0,001; evalúe la intersección.

23. $r_1=10\cos t(3t)\sin(t)$ y $r_2=5(1-\sin(8t))$ evaluadas en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de 0,001, evalúe la intersección y calcule los mejores índices de aproximación en magnitud como en su valor del ángulo tanto en radianes como en grados de las intersecciones de las curvas.

24. Intersección de las funciones $x=2\cos\theta-\cos(2\theta)$ y $y=2\sin\theta-\sin(2\theta)$ evaluadas en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de 0,1.

25. $r_1=2\sqrt{3-4\cos(t)}$ y $r_2=2\sin(t)\cos(3t)$ evaluadas en el intervalo $[0,2\pi]$, con 400 puntos; evalúe la intersección.

26. Intersección de las funciones $x=4\cos^3\theta$ y $y=4\operatorname{sen}^3\theta$, evaluadas en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de 0,1.

27. $r_1=8\cos(3\theta)$ y $r_2=4-2,5\cos(\theta)$ evaluadas en el intervalo $[0,2\pi]$, con 500 puntos; evalúe la intersección.

28. $r_1=6\cos\theta-2\operatorname{sen}\theta$, $r_2=3(1+\cos\theta)$ y $r_3=2\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)$, evaluadas en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/60$, evalúe la intersección y calcule los mejores índices de aproximación en magnitud y en su valor del ángulo tanto en radianes como en grados de las la intersecciones de las curvas.

29. $r_1=2\operatorname{sen}^2\theta$ y $r_2=\frac{3}{4}(\theta+\cos^2\theta)$, evaluadas en el intervalo $[0,2\pi]$, con 600 puntos, evalúe la intersección.

30. Dada la función $r=e^{\operatorname{sen}t}-2\operatorname{sen}(5t)+\cos\left(\frac{t^5}{12}\right)$, evaluada en el intervalo $[0,25\pi]$, grafique para 1400 puntos en coordenadas polares.

31. Dada la función $r=te^{-\cos t}-3\operatorname{sen}(2t)+\operatorname{sen}\left(\frac{t^5}{60}\right)$, evaluada en el intervalo $[0,30\pi]$, grafique para 1400 puntos en coordenadas polares.

32. $r=\frac{\operatorname{sen}\theta}{2+\cos\theta}$, evaluado en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de 0,1.

33. Sea la función $z=3x-yi$, evaluada en los intervalos $0\leq r\leq 3$ y $0\leq\theta\leq 10$.

34. Sea la función $z=-2x+3yi$, evaluada en los intervalos $0\leq r\leq 4$ y $0\leq\theta\leq 15$.

35. Intersección de las funciones $x=r\theta-\operatorname{sen}\theta$ y $y=r-\cos\theta$, evaluadas en el intervalo $[-\pi,3\pi]$, con 600 puntos para los casos $r=0,5, 1$ y $1,5$.

36. Intersección de las funciones $x = \cos\theta\sqrt{2\cos(2\theta)}$ y $y = \sin\theta\sqrt{2\cos(2\theta)}$ evaluadas en el intervalo $[-\pi/4, \pi/4]$, con 500 puntos.

37. Grafique en coordenada cartesiana y polar la función $f(t)$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$, con 400 puntos.

$$f(t) = \text{sinc}(3,5\cos(t))$$

38. Grafique las funciones que identifican a una epicicloide en el intervalo $[0, 2\pi]$.

$$x = (R+1)\cos\theta - a\cos(\theta(R+1))$$

$$y = (R+1)\sin\theta - a\sin(\theta(R+1))$$

Donde $R=3, a=0,5, 1$ o 2 .

39. Realice las gráficas del punto anterior, en el intervalo $[0, 6\pi]$ con $R = 2,5$ y $a = 2$.

40. Cree una función en un *script* que por consola solicite el valor del ángulo y grafique la ecuación con sus respectivas etiquetas:

$$r = \frac{\cos\theta}{3 + \sin\theta}$$

Evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de 0,1.

41. Cree una función en un *script* que por consola solicite el valor del ángulo, los valores del intervalo, el número de particiones y grafique la ecuación subploteada en coordenadas polares y cartesianas, empleando la función *comet* y la función *ezplot*:

$$r = \sqrt{10\cos(3\theta)}$$

El intervalo $[0, 3,5\pi]$, con particiones de $\pi/30$.

42. Grafique en coordenadas cartesianas y polar, la función $f(t)$ en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ con 600 puntos.

$$f(t) = 2\text{sinc}(2.5\cos(t)) + 3\text{sen}(t)$$

43. Dadas las funciones esféricas, grafique en el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de 0,02.

a. $Y_1^0(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta$

b. $Y_2^0(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3\cos^2\theta - 1)$

c. $Y_1^1(\theta, \varphi) = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \text{sen}\theta e^{i\varphi}$ donde $\varphi = 30$

d. $Y_2^1(\theta, \varphi) = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \text{sen}\theta \cos\theta e^{i\varphi}$ donde $\varphi = 30$

e. $Y_2^2(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \text{sen}^2\theta e^{2i\varphi}$ donde $\varphi = 30$

f. $Y_3^2(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{105}{32\pi}} \text{sen}^2\theta \cos\theta e^{2i\varphi}$ donde $\varphi = 30$

g. $Y_3^3(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{35}{64\pi}} \text{sen}^3\theta e^{3i\varphi}$ donde $\varphi = 30$

44. Subplotee los puntos a , c , e y g del punto anterior con sus respectivas etiquetas.

Diagramas de dispersión en coordenadas polares

Estos diagramas son útiles cuando se desea representar puntos o coordenadas en un plano polar. La sintaxis estándar es *polarscatter(th,r)*, aunque existen variantes según datos que se deseen representar.

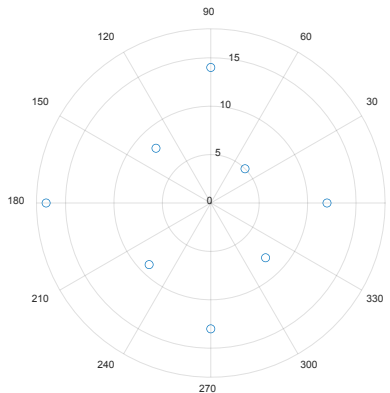
Ejemplos

1. Se tiene un vector $r = [5 \ 14 \ 8 \ 17 \ 9 \ 13 \ 8 \ 12]$, que desea evaluarse en un intervalo $[\pi/4, 2\pi]$, con particiones de $\pi/4$. La representación gráfica es la siguiente.

```
th = pi/4:pi/4:2*pi;
```

```
r = [5 14 8 17 9 13 8 12];
```

```
polarscatter(th,r)
```



Representación ejercicio 1

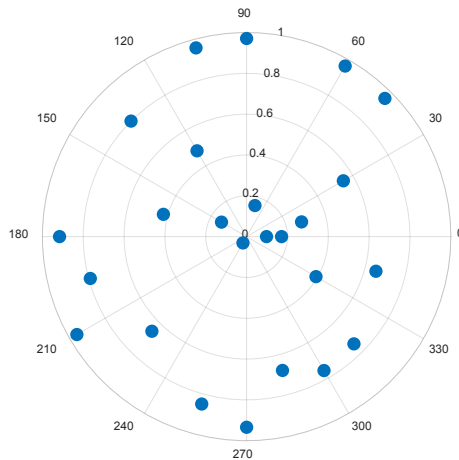
2. Cree un gráfico de dispersión empleando marcadores para 25 puntos en un intervalo $[0, 2\pi]$, con una matriz aleatoria. Establezca el tamaño del marcador en 70 puntos. Para este caso se emplea la instrucción *filled*, que se entiende como rellenar los marcadores de color.

```
th = linspace(0,2*pi,25);
```

```
r = rand(1,25);
```

```
sz = 70;
```

```
polarscatter(th,r,sz,'filled')
```



Representación ejercicio 2

Histograma en polares

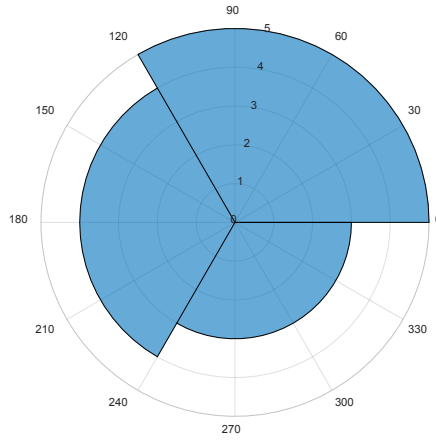
En coordenadas polares se puede obtener un histograma mediante la instrucción estándar *polarhistogram(theta)*, en la que se clasifican los valores en *theta* expresados en radianes, cuyos contenedores son igualmente espaciados.

Ejemplo

1. Sea el vector $theta = [0.75 \ 1.5 \ 2.25 \ 3 \ 3.75 \ 4.5 \ 5.25 \ 6 \ 6.75 \ 7.5 \ 8.25 \ 9]$, grafique el histograma.

```
theta = [0.75 1.5 2.25 3 3.75 4.5 5.25 6 6.75 7.5 8.25 9];
```

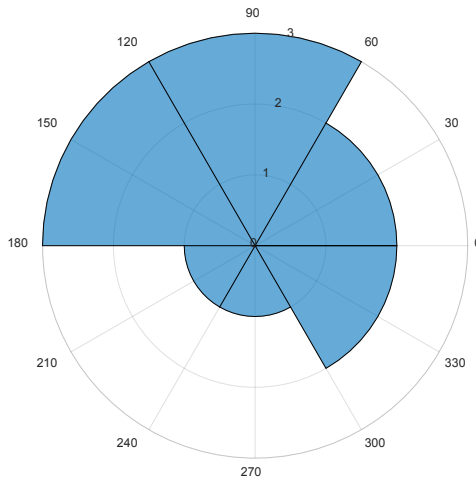
```
polarhistogram(theta)
```



Representación ejercicio 1

2. Si se desea distribuir mejor los datos, se procede de la siguiente manera

`polarhistogram(theta,6)`



Representación ejercicio 2

Números complejos

Los números complejos \mathbb{C} son una extensión de los números reales \mathbb{R} y forman el mínimo cuerpo algebraicamente cerrado que los contiene, es decir, $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$. Los números complejos incluyen todas las raíces de los polinomios, a diferencia de los números reales.

Todo número complejo se puede representar como la suma de un número real Re y un número imaginario Im ($Z=x+yi$), o en forma polar, donde x se asocia a un número real, mientras yi a un número imaginario, tal como se ilustra en la Figura 12.4.

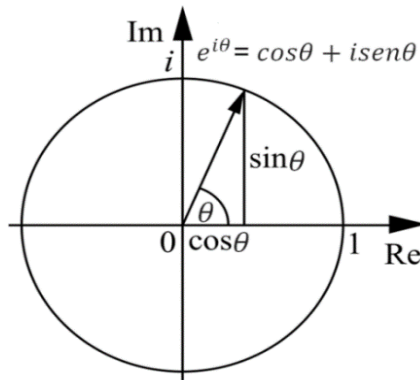


Figura 12.4. Representación gráfica de un número complejo.

Los números complejos son la herramienta matemática empleada ampliamente en áreas del álgebra tales como análisis, variable compleja, ecuaciones diferenciales y cálculo integral, entre otras. A nivel de la ingeniería se puede encontrar en la aerodinámica, la hidrodinámica, el electromagnetismo, la electrónica, las telecomunicaciones, la física cuántica, etc. Las funciones para trabajar números complejos se resumen en la Tabla 12.1.

Tabla 12.1 Funciones para trabajar números complejos

Instrucciones	Descripción
<i>real(Z)</i>	Parte real de un dato complejo.
<i>imag(Z)</i>	Parte imaginaria de un dato complejo.
<i>complex(x,y)</i>	Complejo construido a partir de las partes real (x) e imaginaria (yi).
<i>abs(Z)</i>	Módulo de un dato complejo, valor absoluto de un dato real.
<i>conj(Z)</i>	Complejo conjugado de un dato complejo.
<i>angle(Z)</i>	Argumento o ángulo de un dato complejo. Ángulo de fase.
<i>sign(Z)</i>	Función signo si z es complejo y no-nulo, $z/ z $.
<i>isreal(Z)</i>	Determina si un dato es real o complejo.
<i>unwrap(x)</i>	Ángulo de fase separado.
<i>cplxpair(x)</i>	Clasifica los números en pares complejos conjugados.
<i>[theta,rho]=cart2pol(x,y)</i> <i>[theta,rho,z]=cart2pol(x,y,z)</i>	Pasa de coordenadas cartesianas a polares. Para el caso tridimensional, las componentes x e y corresponden a los elementos vectoriales y z indica la coordenada cilíndrica.

$[X,Y]= \text{pol2cart}(\text{theta},\text{rho})$ $[X,Y,Z]= \text{pol2cart}(\text{theta},\text{rho},Z)$	Pasa de coordenadas polares a cartesianas. Transforma coordenadas cilíndricas a cartesianas.
--	---

Fuente: elaboración propia.

Matlab dispone de la función *complex* que crea un número complejo a partir de dos argumentos, la parte real e imaginaria, así:

```
complex(7,3)
```

```
ans =
```

```
+ 3.0000i
```

```
complex(10,—9)
```

```
ans =
```

```
10.0000 — 9.0000i
```

Se puede trabajar con complejos en su forma polar y exponencial, respectivamente:

$$Z = \rho(\cos\theta + i\text{sen}\theta) \quad Z_e = \rho e^{i\theta}$$

Donde $\rho = |Z|$.

En términos generales, en Matlab se procede a definir la magnitud y el ángulo, para luego declarar la ecuación Z , así.

$$x = a + bi$$

$$\text{magnitud} = \text{abs}(x)$$

$$\text{angulo} = \text{angle}(x)$$

$$z = \text{magnitud} * \cos(\text{angulo}) + i * \text{magnitud} * \text{sen}(\text{angulo})$$

$$z = \text{magnitud} * \exp(i * \text{angulo})$$

Ejemplos

1. Sea $Z = 3+4i$, halle ρ , θ , Z , Z_e :

$$Z=3+4i$$

$$\rho=\text{abs}(Z), \theta=\text{angle}(Z);$$

$$Z=\rho*(\cos(\theta)+i*\sin(\theta))$$

$$Z_e=\rho*\exp(i*\theta);$$

$$Z =$$

$$3.0000 + 4.0000i$$

$$\rho =$$

$$5$$

$$Z_e =$$

$$3.0000 + 4.0000i$$

2. Sea $Z = 5-8i$, determine la tabla de funciones de números complejos:

$$Z=5-8i;$$

$$\text{real}(Z)$$

$$\text{ans} =$$

$$5$$

$$\text{imag}(Z)$$

$$\text{ans} =$$



—8

abs(Z)

ans =

9.4340

conj(Z) % o simplemente Z'

ans =

5.0000 + 8.0000i

angle(Z)

ans =

—1.0122

sign(Z)

ans =

0.5300 — 0.8480i

isreal(Z)

ans =

0

Ángulo de z en radianes:

theta = atan2(imag(Z),real(Z))

theta =

—1.0122

Para obtener el ángulo en grados:



$$Z = 5 - 8i;$$

$$\theta = \text{atan2d}(\text{imag}(z), \text{real}(z))$$

$$\theta =$$

$$36.8699$$

3. Sea $z_1 = 4 - 6i$ y $z_2 = 2 + 9i$, determine $z = z_1 + z_2$, $z = z_1 - z_2$, $z = z_1 * z_2$ y $z = z_1 / z_2$.

$$z_1 = 4 - 6i;$$

$$z_2 = 2 + 9i;$$

$$z = z_1 + z_2$$

$$z =$$

$$6.0000 + 3.0000i$$

$$z = z_1 - z_2$$

$$z =$$

$$2.0000 - 15.0000i$$

$$z = z_1 * z_2$$

$$z =$$

$$62.0000 + 24.0000i$$

$$z = z_1 / z_2$$

$$z =$$

$$-0.5412 - 0.5647i$$

4. Sea la ecuación z^2+2z+3 , determine las raíces según la ecuación cuadrática estándar:

$$a=1; b=2; c=3;$$

$$z1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z1 =$$

$$-1.0000 + 1.4142i$$

$$z2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z2 =$$

$$-1.0000 - 1.4142i$$

$a \cdot z1^2 + b \cdot z1 + c$ % prueba de la raíz x1

$$ans =$$

$$-4.4409e-16$$

$a \cdot z2^2 + b \cdot z2 + c$ % prueba de la raíz x2

$$ans =$$

$$-4.4409e-16$$

5. Desarrolle $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{25}$.

$$\left(\frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{25}$$

$$ans =$$

$$-0.7071 - 0.7071i$$

6. Sea $z1 = 2+3i$, $z2 = 4+2i$, $z3 = 3+i$, $z4 = i\pi$. Calcule:

$$A = z1 - z2$$

$$B = z1 \cdot z2$$

$$C = z1/z2$$



$$D=z^3{}^2$$

$$E=\text{sqrt}(z_1)$$

$$F=e^{z_4}$$

$$G=z_1' \text{ (conjugada)}$$

Solución:

$$z_1 = 2+3*i;$$

$$z_2 = 4+2*i;$$

$$z_3 = 3+i;$$

$$z_4 = \pi*i;$$

$$A=z_1-z_2$$

$$B=z_1*z_2$$

$$C=z_1/z_2$$

$$D=z^3{}^2$$

$$E=\text{sqrt}(z_1)$$

$$F=\text{exp}(z_4)$$

$$G=z_1'$$

$$A = -2.0000 + 1.0000i$$

$$B = 2.0000 + 16.0000i$$

$$C = 0.7000 + 0.4000i$$

$$D = 8.0000 + 6.0000i$$

$$E = 1.6741 + 0.8960i$$

$$F = -1.0000 + 0.0000i$$

$$G = -3.0000i$$



7. Potencias de números complejos: Dado $z = i$:

a. Calcule $v = Z^n$ para $n = 1, \dots, 40$.

b. Grafique dichos valores en el plano complejo.

c. Repita los apartados anteriores con $z = 1,1i$ y $z = 1,1268i$.

d. ¿Qué ocurre con w cuando n crece indefinidamente?

```
%(a)
```

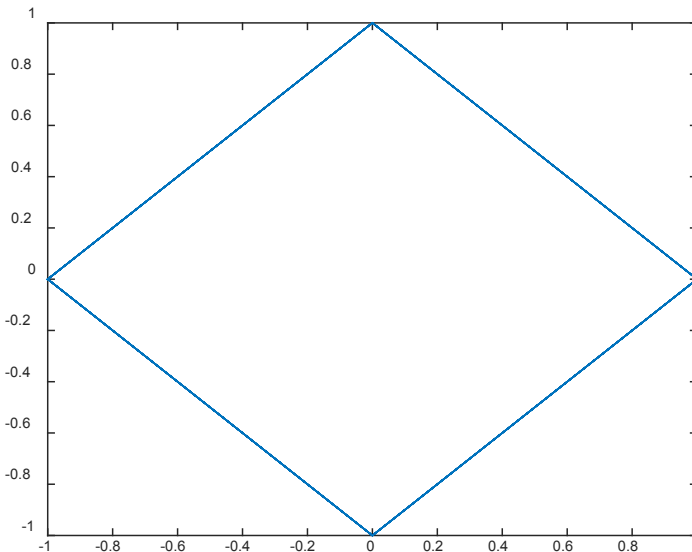
```
for n=1:40
```

```
    v(n)=i^n;
```

```
end
```

```
% b) Grafica
```

```
plot(v)
```



Representación ejercicio 7 I



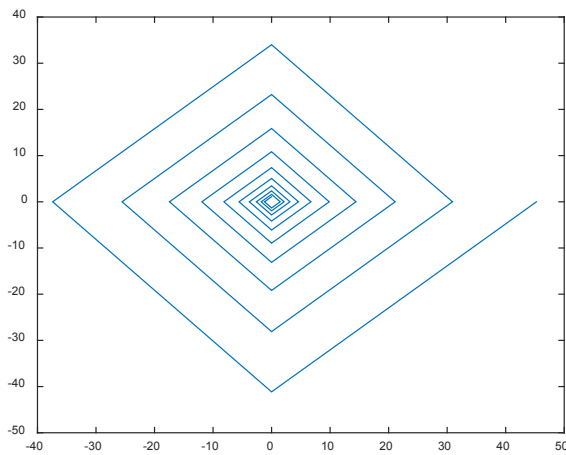
% (c) Repetir los resultados cuando $z=1.1i$ y $z=1.1268i-1$

for n=1:40

*v(n)=(1.1*i)^n;*

end

plot(v)



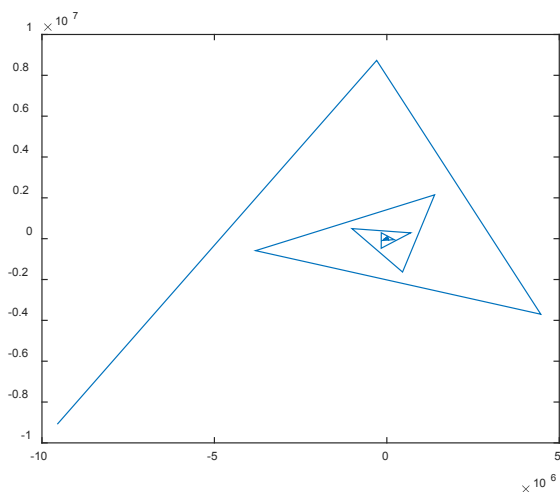
Representación ejercicio 7 II

for n=1:40

*v(n)=(1.1268*i-1)^n;*

end

plot(v)



Representación ejercicio 7 III

Cuando n tiende a infinito: se deja al lector que realice las pruebas.

Teorema de las raíces n -ésimas

Si $z=r(\cos\theta+i\text{sen}\theta)$ es cualquier número complejo diferente de cero y n es cualquier entero positivo, entonces z tiene exactamente n raíces diferentes w_0, w_1, \dots, w_{n-1} . Estas raíces para θ en radianes y grados son:

$$w_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 2\pi k}{n}\right) + i\text{sen}\left(\frac{\theta + 2\pi k}{n}\right) \right]$$

$$w_k = \sqrt[n]{r} \left[\cos\left(\frac{\theta + 360k}{n}\right) + i\text{sen}\left(\frac{\theta + 360k}{n}\right) \right]$$

Donde $k = 0, 1, \dots, n-1$.

Ejemplo

Halle las seis raíces cuartas de $-8-8\sqrt{3}i$.

Se procede a hallar r y el ángulo respectivo, teniendo en cuenta que z está en el tercer cuadrante:

$$-8-8\sqrt{3}i=16(\cos(240)+isen(240))$$

Al usar el teorema sobre raíces n -ésimas con $n = 6$, teniendo en cuenta que $\sqrt[6]{(6\&16)}=2^{2/3}=\sqrt[3]{4}$, para encontrar las raíces sextas se tiene:

$$w_k = \sqrt[3]{4} \left[\cos\left(\frac{240 + 360k}{6}\right) + isen\left(\frac{240 + 360k}{6}\right) \right]$$

$$w_k = \sqrt[3]{4} [\cos(40 + 60k) + isen(40 + 60k)]$$

Para $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

$$w_0 = \sqrt[3]{4} [\cos(40) + isen(40)] = -1,0587 + 1,1828i$$

$$w_1 = \sqrt[3]{4} [\cos(100) + isen(100)] = 1,3688 - 0,8038i$$

$$w_2 = \sqrt[3]{4} [\cos(180) + isen(180)] = -0,9500 - 1,2718i$$

$$w_3 = \sqrt[3]{4} [\cos(220) + isen(220)] = 1,5812 + 0,1403i$$

$$w_4 = \sqrt[3]{4} [\cos(280) + isen(280)] = -1,4632 - 0,6156i$$

$$w_5 = \sqrt[3]{4} [\cos(340) + isen(340)] = 1,2059 + 1,0323i$$

Teorema De Moivre

Para todo entero n se tiene:

$$[r(\cos\theta+isen\theta)]^n=r^n (\cos(n\theta)+isen(n\theta))$$



Recuerde que $z = a + bi$ y $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$,

$$\text{Donde } z = r(\cos\theta + i\text{sen}\theta) = r\text{cis}\theta$$

Ejercicios resueltos

Es importante recordar las operaciones complejas aplicando Euler en el nivel algebraico.

$$1. \quad 7 + 3i = \sqrt{58} \left(\cos \left(\text{atan} \frac{3}{5} \right) + i \text{sen} \left(\text{atan} \frac{3}{5} \right) \right) = \sqrt{58} \text{cis} \left(\text{atan} \frac{3}{5} \right)$$

Recuerde:

$$r = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{49 + 9} = \sqrt{58}$$

$$\theta = \text{atan} \frac{b}{a}, \text{ entonces } \theta = \text{atan} \frac{3}{7} = 23,1986$$

$$2. \text{ Sea } (2+i)^{30}$$

$$r = \sqrt{5}, \theta = \text{atan} \frac{1}{2} = 26,5651$$

$$2+i = \sqrt{5} (\cos(26,5651) + i \text{sen}(26,5651))$$

Al aplicar el teorema De Moivre:

$$(2+i)^{30} = (5^{1/2})^{30} [(\cos(26,5651) + i \text{sen}(26,5651))]^{30}$$

$$(2+i)^{30} = 5^{15} [0,8944 + i 0,4472]$$

$$2.7295e+10 + 1.3657e+10i$$

$$3. \quad -5 + 5i = 5\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \text{sen} \frac{3\pi}{4} \right) = 5\sqrt{2} \text{cis} \frac{3\pi}{4}$$

Script que grafica la función De Moivre:

function demoivre(z,n)

a = real(z); b = imag(z);

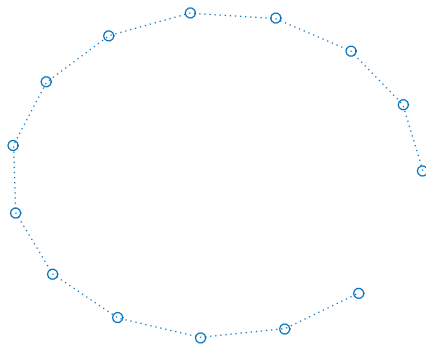
```

y=0;
th=atan(b/a);
r=sqrt(a^2 + b^2);
k=n-1;
x=ones(k,1);
j=1;
rn = r^(1/n);
angs = (th + 2*(0:k-1)*pi)/n;
x = rn .* cos(angs);
y = rn .* sin(angs);
plot(x,y, 'o:'); axis off
end

```

Las entradas son:

demoivre(5+2i,15)



Representación ejercicio 4

Práctica 2

1. Si $z_1 = 2 - 3i$ y $z_2 = -7 + 8i$, determine las siguientes operaciones:

$z_1 z_2$	$z_1 + z_2$	z_1 / z_2
$z_1 - z_2$	z_1^2	$(z_1^2 z_2 + z_2 / z_1) z_2' - z_1'$
$\sqrt{z_1 z_2}$	$\exp(i \pi)$	z_1^3
$(z_2')^{10}$	$2z_1 + 3z_2 - 5z_1' z_2$	$(z_1' / z_2)^3$
e^{z_1}	$\tanh(z_1' z_2')$	z_1 / z_2'

2. Grafique los puntos $(-7 + 2i)$, $(3 + 5i)$, $(-2 - 4i)$, $(-1 + 3i)$, $(3i)$, $(6 - 2i)$ y (4) y ajuste los ejes para mejorar la presentación de la gráfica. Coloque etiquetas, título y grilla.

3. Grafique los complejos dados en forma cartesiana y polar, y trace sus respectivos radiovectores, todos en una misma ventana:

$10i$	2	$3 + 5i$
$7 - 7i$	$15 + 6i$	$-9 - 2i$
$-10 + 7i$	$\operatorname{sen} 30 - i \operatorname{cos} 30$	$-\tan 45 + i \operatorname{sec} 25$
$3 \cot 60 + 2i \operatorname{csc} 40$	$5 \operatorname{cos} 50 - 5i \operatorname{sen} 80$	$e^{2\pi i}$
$2e^{3\pi i}$	$5e^{5\pi/7 i}$	$\sqrt{5} - 2\sqrt{2}i$

4. Sea $x = 2 + 2i$, $y = -7 - 3\sqrt{3}i$ calcular:

x/y	xyi	y^3	x^2/y^{90}
$y^{1/2}$	$\log(x)$	$3x/y'$	$\cos(xy)$
$\sqrt[3]{\frac{y'}{x}}$	xy^2		

5. $z = 10 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{5\pi}{4} \right)$. Calcule la conjugada y determine los ángulos de elevación y azimutal (en grados), al igual que la distancia con respecto a la coordenada dada. Grafique la pareja ordenada con un círculo rojo en un plano complejo con las debidas etiquetas y grilla.

6. $z = 9 \left(\cos \frac{3\pi}{7} - i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{7} \right)$. Calcule la magnitud, el ángulo en radianes y grados. Grafique en coordenadas polares.

7. $z = 2 \left(\cos \frac{\pi}{18} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{18} \right)$. Calcule su conjugada y determine los ángulos de elevación y azimutal (en grados), al igual que la distancia con respecto a la coordenada dada.

8. $0,4(\cos 200^\circ + i \operatorname{sen} 200^\circ)$. Calcule su conjugada y grafique en coordenadas polares.

9. Dada la ecuación: $z = \left(\frac{1 + \cos x + i \operatorname{sen} x}{1 + \cos x - i \operatorname{sen} x} \right)^n$.

Si $x = 5$, determine los valores de z cuando $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$. Luego, calcule los ángulos en grados y sus magnitudes.

10. Sea la ecuación $3z^2 - 5z + 9 = 0$, halle los valores solución de z y pruebe que cumplen con la condición de la ecuación.

11. Si $a = 5$ y $b = -7$, evaluar z :

$$z = (a + bi) \left(\frac{a}{a^2 + b^2} - \frac{b}{a^2 + b^2} i \right)$$

12. Sea la ecuación $2z^2 + 3z + 7 = 0$.

a. Halle la magnitud.

b. Halle los ángulos en radianes y en grados.

c. $z_1 * z_2$.

d. $(z_1 / z_2)^3$.

e. Grafique los radiovectores con sus respectivas coordenadas expresadas con un asterisco rojo.

13. Dada la función $f(x) = \frac{-3\cosh^{-1}(\tan(x) + \coth(x)) + \operatorname{csch}^{-1}(1 + \sinh^{-1}(x))}{\cosh^{-1}(2x \operatorname{sech}(x))}$, calcule $f(-\pi/7)$ y $f(\pi/5)$ como vector, luego determine las magnitudes y los ángulos en radianes y grados.

14. Evalúe las siguientes operaciones:

$i^{90} + 1$	$\left(\frac{1-i}{i}\right)^5$	$\frac{i^{8-i^{-8}}}{3-4i} + 1$
$i^{\operatorname{sen}(1+i)}$	$(2i^{10} - i^{15})^5$	$(2 + \ln(i))^{1/i}$
$(1+i)^i$	$i^{\ln(1+i)}$	$(1 + \sqrt{3}i)^{1-i}$
$\frac{3i^5 + i^{-10}}{7i}$	$(1 + 2i)2^i$	$\frac{1 - \sqrt{2}i}{\sqrt{2}i}$

15. Use el teorema de De Moivre para cambiar el número complejo dado a la forma $a+bi$.

$(1+i)^{12}$	$(3+3i)^5$	$(-1+i)^8$
$(1 - \sqrt{3}i)^3$	$\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{15}$	$\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{20}$
$(\sqrt{3}+i)^7$	$(-2-2i)^{10}$	$(\sqrt{2}-\sqrt{5}i)^3$

16. Halle las tres raíces cúbicas de $-27i$.

17. Halle las cinco raíces quintas de $1+i$.

18. Halle las siete raíces quintas de $1-2i$.

19. Halle las cuatro raíces cuartas de $\sqrt{3}+2\sqrt{5}i$.

20. Dadas las impedancias $Z_1 = 3 - 5i$ y $Z_2 = 6 + 3i$ dispuestas en paralelo en un circuito, determine:

a. Impedancia total: $Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$.

- b. Magnitud $|Z|$ cuya unidad es el ohmio.
- c. Ángulo de desfase en radianes de la impedancia total $\theta = \tan^{-1}(Z)$.

21. El coeficiente de reflexión Γ_v de voltaje en una línea de transmisión está definido por la fórmula:

$$\Gamma_v = \frac{Z_L - Z_o}{Z_L + Z_o}$$

Donde Z_L representa una impedancia de carga sobre la línea y Z_o la impedancia de la línea, ambas representadas en ohmios (Ω), si $Z_L = 50,1 + j50,1$ y $Z_o = 47,5 \Omega$, determine:

- a. Coeficiente de reflexión.
- b. Magnitud del coeficiente de reflexión.
- c. Ángulo del coeficiente de reflexión.
- d. Si $\Gamma_v = 0,57 + j0,687$ y $Z_o = 50,5 \Omega$, ¿cuál es el valor de Z_L ?

Gráfica de números complejos

A fin de graficar un número complejo se emplean ejes de coordenadas rectangulares, a partir del hecho de que los números $\pm a \pm bi$ se representan por un punto cuyas coordenadas son (a, b) . Tome en cuenta que se debe marcar con algún símbolo los puntos de las coordenadas para que estas sean visibles en la gráfica; por ejemplo, cada punto está marcado por un círculo negro ('ko').

En términos generales, la sintaxis es:

```
plot(a1,b1,'ko',a2,b2,'ko',...,an,bn,'ko')
```

Ejemplos

1. Grafique los números $(4 + 2i)$, $(-3 + 5i)$, $(-5 - 1i)$, $(-2 + i)$ y $(1 + 4i)$.

```
plot(4,2,'ko',-3,5,'ko',-5,-1,'ko',-2,1,'ko',1,4,'ko')
```

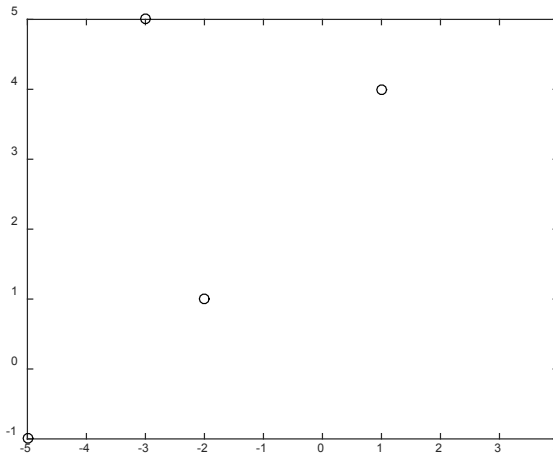


Figura 12.5. Distribución de parejas ordenadas en un plano cartesiano complejo.

Es posible definir los límites de la gráfica para observar mejor los puntos que representan las coordenadas empleando la estructura `[xmin xmax ymin ymax]`.

De igual manera, se colocan las etiquetas con el fin de explicar mejor la distribución de los puntos en el plano imaginario y real.

```
plot (4,2,'ko',-3,5,'ko',-5,-1,'ko',-2,1,'ko',1,4,'ko') % k indica el color negro
```

```
xlabel ('x (eje real)'),ylabel ('y (eje imaginario)')
```

```
title('Gráfica compleja')
```

```
grid on
```

```
axis([-6 5 -2 6])
```

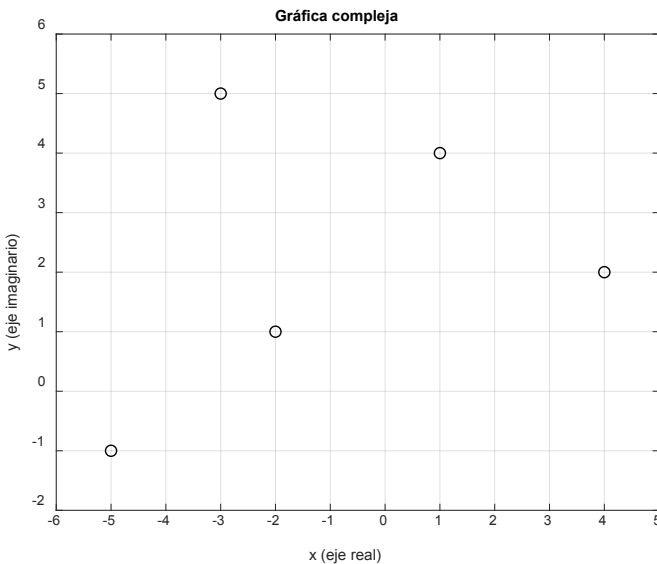


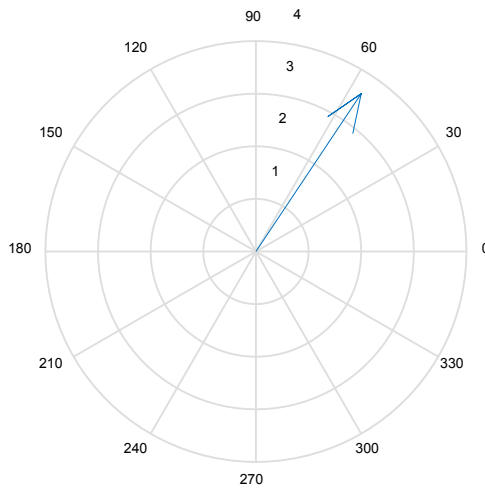
Figura 12.6. Distribución de parejas ordenadas en un plano cartesiano complejo, al cual se le han colocado las etiquetas o nombres a los planos x e y , al igual que una grilla para facilitar la ubicación de las parejas.

Como se observa, en la gráfica se han ajustado los ejes por medio de la instrucción *axis* con el fin de mejorar la observación de las parejas ordenadas en el plano cartesiano.

2. Dado el número complejo $A = 2 + 3i$, grafique el radiovector.

$$A = 2 + 3i;$$

compass(A); % genera un radiovector

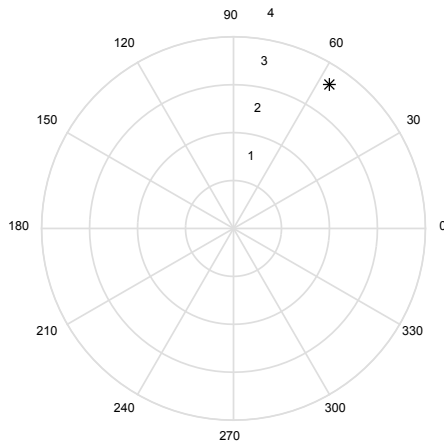


Representación ejercicio 2

La descripción del uso de la instrucción *compass* se describe en breve.

3. Para graficar la pareja ordenada (2,3) que conforma el radiovector, se puede expresar de la siguiente manera:

$$polar(angle(A), abs(A), '*k');$$



Representación ejercicio 3

4. Dada la ecuación $r(\theta)$, grafique en el intervalo $[0, 2\pi]$ con particiones de 0,1.

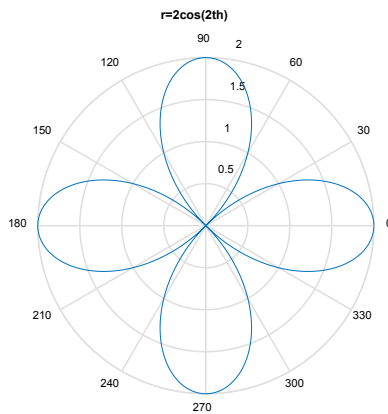
$$r=2\cos(2\theta)$$

$$th=0:0.01:2*\pi;$$

$$r=2*\cos(2*th);$$

$$\text{polar}(th,r)$$

$$\text{title}('r=2\cos(2th)')$$



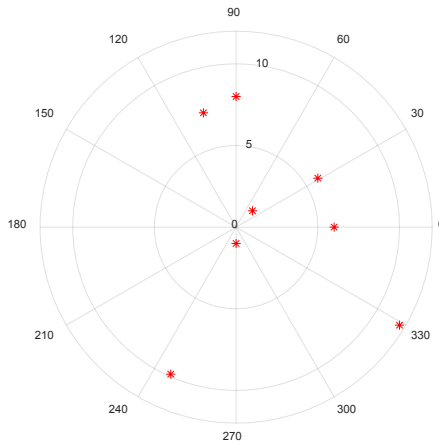
Representación ejercicio 4



5. Dados los valores complejos, grafique en coordenadas polares mostrando solo los marcadores de cada punto sin una línea que los conecte: $5+3i$, 6 , $-i$, $-2+7i$, $-4-9i$, $8i$, $1+i$, $10-6i$.

$Z = [5+3i, 6, -i, -2+7i, -4-9i, 8i, 1+i, 10-6i];$

`polarplot(Z,r*)`



Representación ejercicio 5

6. Dado el siguiente código para graficar números imaginarios, digite y corra el *script*. En este ejercicio se incorpora el tema de matrices, vectores y operaciones con números imaginarios:

$x = -5:0.1:5;$

$y = -4 * \text{ones}(1, \text{length}(x));$ % ones es una matriz de unos

$z = x + i * y;$

$A = 1 ./ z;$

$a1 = \text{real}(A);$

$b1 = \text{imag}(A);$

```
hold on, plot(a1,b1)

%%

x=-4*ones(1,length(x));

y=-5:0.1:5;

z=x+i*y;

A=1./z;

a1=real(A); b1=imag(A);

plot(a1,b1)

%%

x=-5:0.1:5;

y=4*ones(1,length(x));

z=x+i*y;

A=1./z;

a1=real(A); b1=imag(A);

plot(a1,b1)

%%

x=4*ones(1,length(x));

y=-5:0.1:5;

z=x+i*y;

A=1./z;

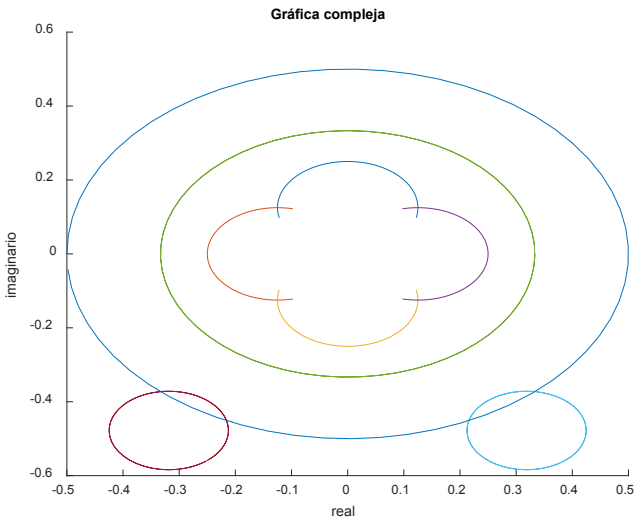
a1=real(A);
```

```
b1=imag(A);  
plot(a1,b1)  
%%  
t=-2*pi:0.1:2*pi;  
x=3*cos(t);  
y=3*sin(t);  
z=x+i*y;  
A=1./z;  
a1=real(A); b1=imag(A);  
plot(a1,b1)  
%%  
t=-2*pi:0.1:2*pi;  
x=1+(1/3)*cos(t);  
y=1.5+(1/3)*sin(t);  
z=x+i*y;  
A=1./z;  
a1=real(A);  
b1=imag(A);  
plot(a1,b1)  
%%  
t=-2*pi:0.1:2*pi;
```

$$x = -1 + (1/3) \cdot \cos(t);$$

$$y = 1.5 + (1/3) \cdot \sin(t);$$

$$z = x + i \cdot y;$$



Representación ejercicio 6

$$A = 1/z;$$

$$a1 = \text{real}(A); \quad b1 = \text{imag}(A);$$

$$\text{plot}(a1, b1)$$

%%

$$t = -\pi : 0.1 : \pi;$$

$$x = 2 \cdot \cos(t);$$

$$y = 2 \cdot \sin(t);$$

$$z = x + i \cdot y;$$

$$A = 1/z;$$

```
a1=real(A); b1=imag(A); plot(a1,b1)
```

```
xlabel('real'), ylabel('imaginario')
```

```
title('Gráfica compleja')
```

Función compass

La función *compass* toma las entradas de los datos y los pasa en formato cartesiano, pero emite los gráficos polares. Esta función representa la longitud de cada flecha, que corresponde a la magnitud de un elemento de los datos. Su dirección de orientación indica el ángulo de los datos complejos.

La función crea flechas que salen del origen de los ejes en un sistema de coordenadas polares. Para ilustrar esta función, se crea un conjunto de flechas que aumentan de tamaño en sentido contrario a las agujas del reloj.

```
t = 1:10;
```

```
r = t.*exp(i*t*36*(pi/180));
```

```
compass(r)
```

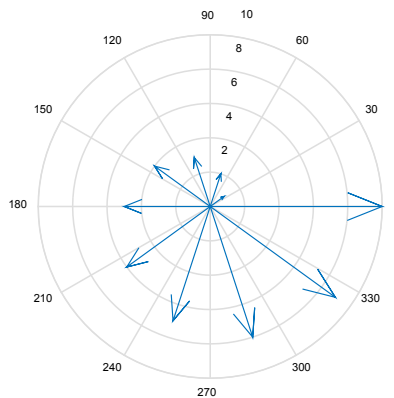


Figura 12.7. Representación de la función *compass* I.

Grafique la función $z = \cos\theta + i\sin\theta$, evaluada en el intervalo $[-\pi, \pi]$, con particiones de $\pi/5$.

$$th = -\pi : \pi / 5 : \pi;$$

$$x = \cos(th); y = \sin(th);$$

$$z = x + y*i; \text{compass}(z)$$

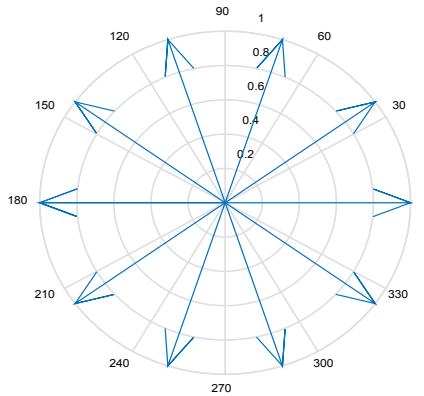


Figura 12.8. Representación de la función *compass II*.

Función *rose*

Con la función *rose* (*rosa*) es posible crear histogramas angulares que se dibujan en coordenadas polares. Usando la función *rose* (*ángulo*) determinará cuántos de los ángulos (en radianes) caen dentro de un cuadrante dado. Por defecto hay 20 compartimientos uniformemente espaciados entre 0 y 2π .

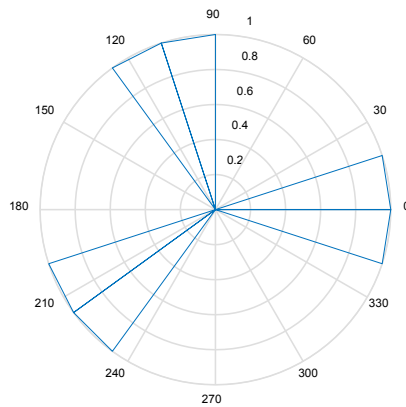
El número de contenedores puede cambiarse usando la función *rose* (*ángulo*, *escalar*); el *escalar* especifica el número de compartimientos que deben estar espaciados entre 0 y 2π . También se pueden especificar los centros de los compartimientos pasando un vector *vc* a la función *rose* (*ángulo*, *vc*).

Ejemplos

1. Dado el vector x , grafique empleando la instrucción `rose`.

$$x=[0,2,4,6,8,10];$$

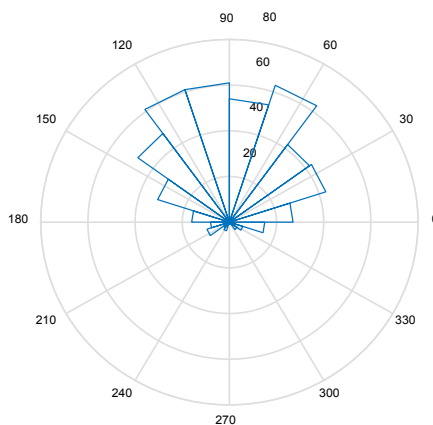
`rose(x)`



Representación ejercicio 1

2. El siguiente código produce un gráfico de la rosa cuyos datos se distribuyen normalmente en un ángulo cerca de 90° .

$$x=\text{angle}(\exp(i*\text{randn}(1,500)))+\pi/2; \text{rose}(x)$$

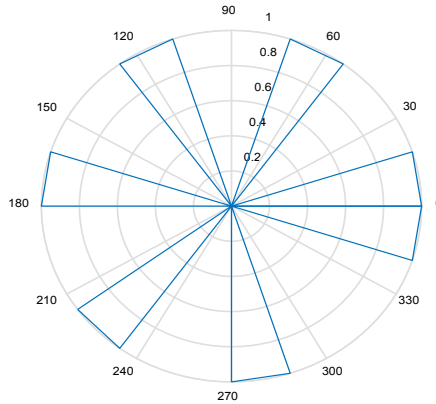


Representación ejercicio 2

3. Dado el vector x , definido en el intervalo $[0, 2\pi]$, grafique empleando la instrucción *rose*:

$$x=0:2*pi;$$

$$rose(x)$$



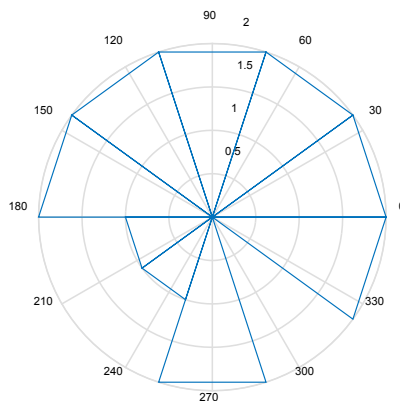
Representación ejercicio 3

4. Dado el ángulo definido en el intervalo $[0, 5\pi]$, grafique para un vector $x = 10$.

$$ang=0:5*pi;$$

$$x=10;$$

$$rose(ang,x)$$



Representación ejercicio 4

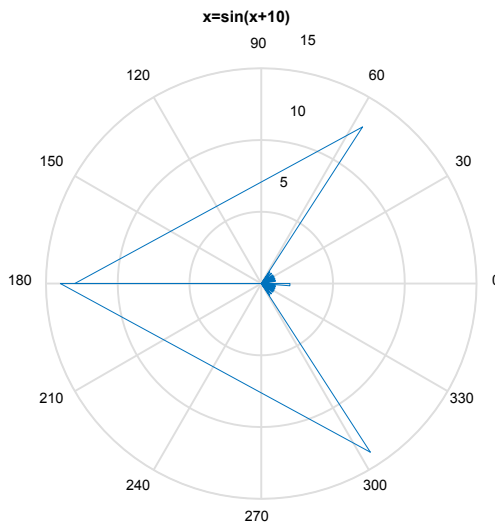
5. Grafique la función $y = \sin(x+10)$, evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de $\pi/20$.

```
x=0:pi/20:2*pi;
```

```
y=sin(x+10);
```

```
rose(x,y)
```

```
title('x=sin(x+10)')
```

*Representación ejercicio 5*

Transformación de coordenadas

La conversión de un sistema de coordenadas a otro es un tema clave en cálculo y física, en general. Para esto, Matlab implementa

funciones específicas cuya sintaxis se resumen en la Tabla 12.2

Tabla 12.2 Instrucciones para conversión a diferentes espacios coordenados

Instrucciones	Transforma
$[theta, rho, Z]=cart2pol(X, Y, Z)$	Cartesianas a cilíndricas
$[theta, rho]=cart2pol(X, Y)$	Cartesianas a polares
$[theta, phi, R]=cart2sph(X, Y, Z)$	Cartesianas a esféricas
$[X, Y, Z]=pol2cart(theta, rho, Z)$	Cilíndricas a cartesianas
$[X, Y]=pol2cart(theta, rho)$	Polares a cartesianas
$[x, y, z]=sph2cart(theta, phi, R)$	Esféricas a cartesianas

Fuente: elaboración propia.

Antes de emplear estas instrucciones, es importante repasar las estructuras de los sistemas de coordenadas para su conversión.

Coordenadas cilíndricas

Sea P un punto del espacio representado por la tripleta (R, θ, z) , que pertenece a los números reales, donde:

- R es la distancia del origen a la proyección P' en el plano XY .
 $R > 0$;
- θ es ángulo entre el eje X y el segmento de recta generado entre el origen y P' . $\theta \in \mathbb{R}$, tal que $0 \leq \theta < 2\pi$;
- Z es la distancia entre PP' .

La terna que representa un punto P en el espacio 3D con coordenadas cilíndricas está formada por las coordenadas polares de un punto Q , que es la proyección de P sobre el plano xy , y una tercera coordenada que es la misma que está representada en coordena-

das cartesianas.

Coordenadas esféricas

Sea P un punto del espacio representado por la tripleta (ρ, θ, φ) , que pertenecen a los números reales, donde:

- ρ es la distancia de P al origen. $\rho > 0$;
- θ es ángulo entre el eje X y el segmento de recta generado entre el origen y P' . $\theta \in \mathbb{R}$, tal que $0 \leq \theta < 2\pi$;
- φ es el ángulo entre el eje Z positivo y el segmento de recta OP . $\varphi \in \mathbb{R}$, tal que $0 \leq \varphi < \pi$.

Coordenadas rectangulares

Este sistema también se denomina cartesiano; lo forma el corte perpendicular de dos rectas numéricas en un punto denominado origen del sistema. El corte de estas rectas determina en el plano cuatro regiones o cuadrantes (I, II, III y IV). Las rectas numéricas trazadas en este sistema se denominan eje de abscisas y eje de las ordenadas.

Las ecuaciones que relacionan las conversiones son:

- cilíndricas a rectangulares:

$$x = r \cos \theta \qquad y = r \operatorname{sen} \theta \qquad z = z$$

- rectangulares a cilíndricas

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \qquad \theta = \operatorname{arctan} \left(\frac{y}{x} \right) \qquad z = z$$

- esféricas a rectangulares:

$$x = \rho \operatorname{sen} \varphi \cos \theta \qquad y = \rho \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} \theta \qquad z = \rho \cos \varphi$$

- rectangulares a esféricas:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad \theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

Coordenadas polares a cartesianas

Las coordenadas polares son un sistema de coordenadas bidimensional, en el que cada punto (x,y) del plano se determina por una distancia y un ángulo. Este tipo de sistema se emplea en diversas áreas de la física y la trigonometría.

A fin de evaluar un sistema en coordenadas polares se deben tomar en cuenta los siguientes criterios:

- un punto O del plano, al que se llama origen o polo;
- un segmento dirigido que pasa por O , llamado eje polar (es equivalente al eje x de un sistema cartesiano).

Una vez definido el sistema de referencia y una unidad de medida, a todo punto P del plano le corresponde a un par ordenado (r, θ) , donde $r \geq 0$ es la distancia o radio vector de P al origen y θ es el ángulo polar formado entre el eje polar y la recta dirigida OP . El valor del ángulo θ crece en sentido antihorario y decrece en sentido horario.

Para realizar la conversión de coordenadas de un punto P dado en coordenadas cartesianas a coordenadas polares, y viceversa, se digita la magnitud r y el ángulo ang en grados como parámetros. La función devuelve un número real (x) y un número complejo (valor y). La instrucción es:

$$[x,y]= \text{polar2cart}(r, ang)$$

Cuando se emplea la función cartesiana a polar se digita un valor real y complejo z como parámetro de entrada. La función devuelve una magnitud r , un ángulo en radianes ar y un ángulo ad equi-

valente en grados. La instrucción es:

$$[r, ar, ad] = \text{cart2polar}(z)$$

En términos gráficos, la relación de la magnitud con el ángulo y las coordenadas cartesianas se muestran en la Figura 12.9.

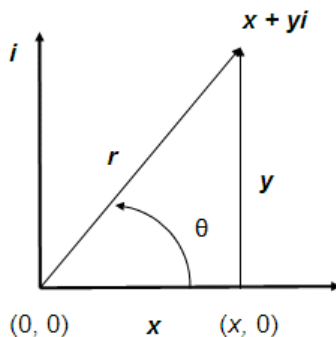


Figura 12.9. Relación magnitud con el ángulo y coordenadas cartesianas.

Las fórmulas para la conversión son:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right); \quad x = r\cos\theta; \quad y = r\sin\theta$$

Donde x representa la abscisa, y la ordenada, r la magnitud y el ángulo.

Ejemplos

1. Sea la función $z=2x+yi$, evaluada en los intervalos $0 \leq r \leq 2$ y $0 \leq \theta \leq 10$ con 120 puntos, convierta a coordenadas polares y grafique z en un plano cartesiano.

$$r = \text{linspace}(0,2, 120);$$

$$\theta = \text{linspace}(0,10*\pi,120);$$

$$[x,y] = \text{pol2cart}(\theta,r);$$


```
z = 2*x+i*y;
```

```
figure(1)
```

```
plot(z); xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
figure(2)
```

```
polar(z)
```

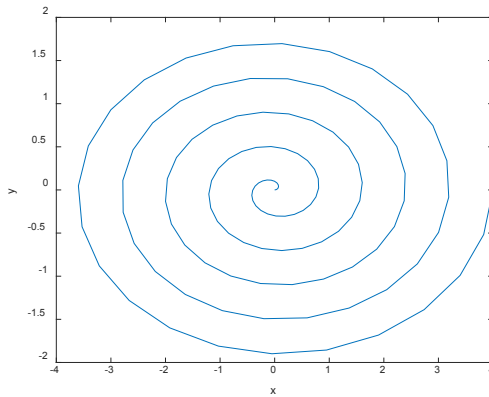


Figura 12.10. Gráfica cartesiana de un número complejo.

2. Cree un programa que devuelva un número real (x) y un número complejo (valor y).

```
function [x,y]= polar2cart(r,ang)
```

```
clc; clear; format compact
```

```
r = input('Digite el valor de la magnitud: ');
```

```
ang=input('Digite el ángulo en grados: ');
```

```
disp('El valor de la componente x es: ')
```

```
x = r*cos(ang*pi/180)
```

```
disp('El valor de la componente y es: ')
```

```
y = j*r*sin(ang*pi/180)
```

```
end
```

Sea $r = 10$ y el ángulo de 45° es:

Digite el valor de la magnitud: 10

Digite el ángulo en grados: 45

El valor de la componente x es:

```
x =
```

```
7.0711
```

El valor de la componente y es:

```
y =
```

```
+ 7.0711i
```

3. Para el caso de la conversión de cartesiana a polar, se tiene:

```
function [r,ar,ad] = cart2polar(z)
```

```
clc; clear; format compact
```

```
z = input('Digite el valor de la magnitud: ');
```

```
disp('El valor de la magnitud r es: ');
```

```
r = abs(z)
```

```
disp('El valor del ángulo en radianes ar es: ');
```

```
ar = angle(z)
```

```
disp('El valor del ángulo en grados es: ');
```

```
ad = ar*180/pi
```

end

Por ejemplo para $z=5+7i$ es:

Digite el valor de la magnitud: 5+7i

El valor de la magnitud r es:

r =

8.6023

El valor del ángulo en radianes ar es:

ar =

0.9505

El valor del ángulo en grados es:

ad =

54.4623

Coordenadas cilíndricas a polares

Se emplea este tipo de transformación cuando se tratan problemas que presentan simetría de tipo cilíndrico o azimutal.

1. Transforme las coordenadas cartesianas a cilíndricas el punto $(-1,5,8)$.

[theta,rho,Z]=cart2pol(-1,5,8)

theta =

1.7682

rho =

5.0990

Z =

8

2. Transforme las coordenadas cilíndricas a cartesianas el punto $(\pi/3, 7, 2)$.

$[X, Y, Z] = \text{pol2cart}(\pi/3, 7, 2)$

X =

3.5000

Y =

6.0622

Z =

2

3. Transforme de coordenadas polares a cartesianas el punto $(-3, \pi/5)$.

$[X, Y] = \text{pol2cart}(-3, \pi/5)$

X =

-0.6220

Y =

-0.0887

4. Cree una función en un *script* que permita transformar de coordenadas polares a cartesianas para cualquier par de valores, donde el ángulo de entrada está dado en grados.

```
function [x,y]= polaracart (mag,ang)
x = mag * cos(ang*pi/180);
y = j * mag * sin(ang*pi/180);
end
```

Probar con (5,45)

```
>> [x,y]= polaracart (5,45)
```

```
x =
```

```
3.5355
```

```
y =
```

```
+ 3.5355i
```

5. Cree una función en un *script* que permita transformar coordenadas cartesianas a polares para cualquier par de valores de entrada, donde el ángulo de salida esté dado en grados.

```
function [r,ar,ad] = cartapolar(x)
r = abs(x);
ar = angle(x);
ad = ar*180/pi;
end
```

Probar con (3—5i):

```
>> [r,ar,ad] = cartapolar(3—5i)
```

```
r = 5.8310
```

```
ar = —1.0304
```

$$ad = -59.0362$$

Coordenadas cartesianas a esféricas

El sistema de coordenadas esféricas se emplea para calcular la posición de un punto mediante una distancia y dos ángulos. La sintaxis en Matlab es:

$$[azimuth,elevation,r] = cart2sph(X,Y,Z)$$

Esta instrucción transforma las coordenadas cartesianas almacenadas en los elementos de las matrices X , Y y Z en coordenadas esféricas. El azimut y la elevación son desplazamientos angulares expresados en radianes.

El *azimut* es el ángulo en sentido antihorario en el plano xy medido desde el eje x positivo. Es decir, es el ángulo que forma un cuerpo celeste con el Norte, cuya medida se realiza en sentido de rotación de las agujas de un reloj alrededor del horizonte del observador. Así, por ejemplo, un cuerpo celeste que se encuentra al norte, su azimut es 0° , al este es 90° , al sur 180° y al oeste 270° .

El ángulo de elevación se traza desde el plano xy , y r es la distancia desde el origen a un punto P , tal como de observa en la Figura 12.11.

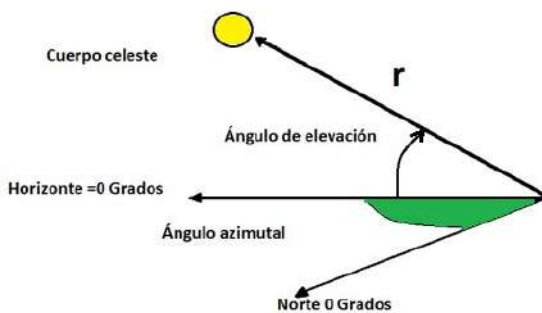


Figura 12.11. Representación gráfica del ángulo de elevación y azimutal.

Tenga en cuenta que las matrices X , Y , y Z deben ser del mismo tamaño (o cualquiera de ellos puede ser escalar).

Ejemplos

1. Sea $z = 5 - 8i$, determine los ángulos de elevación y azimutal (en grados), al igual que la distancia con respecto a la coordenada z . Esta transformación consiste en pasar de coordenadas cartesianas a esféricas.

$$x=5; y=-8; z=x+y$$

$$[\text{azimuth}, \text{elevation}, r] = \text{cart2sph}(x, y, z)$$

$$\text{azimuth} =$$

$$-1.0122$$

$$\text{elevation} =$$

$$-0.3079$$

$$r =$$

$$9.8995$$

2. Otra manera de realizar esta operación es empleando la instrucción `atan2`:

$$x=5; y=-8; z=x+y;$$

$$\text{azimuth} = \text{atan2}(y, x)$$

$$\text{elevation} = \text{atan2}(z, \sqrt{x.^2 + y.^2})$$

$$r = \sqrt{x.^2 + y.^2 + z.^2}$$

azimuth =

—1.0122

elevation =

—0.3079

r =

9.8995

La notación de coordenadas esféricas no es estándar. Para la función de *cart2sph*, la elevación se mide desde el plano *xy*. Tome en cuenta que, si la elevación es igual a cero, el punto está en el plano *xy*. Si la elevación es igual a $\pi/2$, entonces el punto está en el eje *z* positivo.

En cuanto a transformar el ángulo de azimuth y elevación en grados, multiplique por $180/\pi$:

azimuth = —57.9948

elevation = —17.6414

3. Transforme de coordenadas esféricas a cartesianas el punto $(\pi/3, \pi/5, 3)$.

$[x,y,z]=sph2cart(\pi/3,\pi/5,3)$

x =

1.2135

y =

2.1019

z =

1.7634

Práctica 3

1. Transforme de coordenadas esféricas a cartesianas el punto $(2\pi/5, 3\pi/7, 10)$.
2. Transforme el punto de coordenadas $(2, -5, 9)$ a coordenadas cilíndricas, esféricas y polares.
3. Transforme las coordenadas esféricas a cartesianas el punto $(\pi/8, \pi/11, 10)$ y luego transformarlo a cilíndricas.

4. Convierta de polar a cartesiano.

$r = 2,5$ y el ángulo de 30

$r = 5/4$ y el ángulo de 65

$r = \sqrt{15}$ y el ángulo de $37,45$

$r = 9,22$ y el ángulo de $72,5$

5. Convierta de cartesiano a polar.

$$Z = 5 + 3i$$

$$Z = -3 - 7i$$

$$Z = -10 + 4i$$

$$Z = 3 - 5\sqrt{5}i$$

$$Z = 6 - 5i$$

$$Z = 9$$

$$Z = 8i$$

6. Represente las funciones dadas en el intervalo $[1, 5]$ en forma de radiovectores.

$$r = \cos(2t)$$

$$r = 2t \operatorname{sen}(2t)$$

$$r = -3e^{-2ti}$$

$$r = 3ti$$

$$r = \operatorname{sen}(t) + \cos(t)i$$

$$r = t^2 i$$

7. Grafique en coordenadas polares y como radiovector la fun-

ción $z = 2\cos\left(\theta - \frac{1}{2}\right) + i\operatorname{sen}(2\theta)$, evaluada en el intervalo $[-\pi, \pi]$ con particiones de $\pi/10$. Adicione como título la función z .

8. La longitud l de la cuerda de un círculo de radio r se representa por la fórmula:

$$l(\theta) = 2r\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Grafique l en coordenadas polares y como radiovector en el intervalo $[0, 2\pi]$ con particiones de $\pi/20$. Tome valores de $r = 2, 4$ y 7 .

9. La distancia d de un péndulo desde su posición de reposo en un tiempo t se representa por la ecuación:

$$d = -15.2e^{-0.5t/30} \cos\left(\sqrt{\left(\frac{2\pi}{3}\right)^2 - \frac{0.35}{3600}t}\right)$$

9. Grafique en coordenadas polares d en el intervalo $[0, 6]$.

10. Grafique la función dada en coordenadas polares y como radiovector en el intervalo $[0, 4\pi]$ con particiones de $\pi/10$, luego pruebe con particiones de $\pi/20$, $\pi/40$ y $\pi/100$.

$$r = 3\cos\left(\frac{7\theta}{2}\right)$$

11. Grafique usando la función *rose* según la condición e intervalo dado:

$$\begin{array}{lll} x=10, 0 \leq \theta \leq 5\pi & -2\pi \leq \theta \leq 5\pi & -5\pi/3 \leq \theta \leq 3\pi \\ x=5, \pi \leq \theta \leq 3\pi & -\pi/2 \leq \theta \leq 2\pi & \end{array}$$

12. Grafique en coordenadas polares las ecuaciones de la mariposa en el intervalo $[0, 20\pi]$ con particiones de $0, 0\pi$.

$$r = e^{\cos\theta} - 2 * \cos(4\theta) \quad r = e^{\cos\theta} - 2 * \cos(4\theta) + \cos^5\left(\frac{\theta}{12}\right)$$

13. Grafique en coordenadas polares la ecuación dada en el intervalo $[0, 2\pi]$ con particiones de $0, 01$.

$$r^2 = \frac{9}{1 + \operatorname{sen}^2 \theta}$$

14. *Movimiento de cometas.* La ecuación polar que se muestra a continuación describe el movimiento de cometas graficando sus trayectorias:

$$r = \frac{d_{\text{per}}(1 + e)}{1 - e \cos(\theta)}$$

Donde d_{per} representa la distancia del perihelio medida en unidades astronómicas (UA); e es la excentricidad de la cónica.

a. Grafique en polar la órbita de Saturno en el intervalo $[0, 2\pi]$ con particiones de 0,01, donde $e = 0,056$ y $d_{\text{per}} = 9,006$.

b. Grafique en polar la órbita del cometa Halley en el intervalo $[0, 2\pi]$ con particiones de 0,01, donde $e = 0,9673$ y $d_{\text{per}} = 0,5871$.

c. Grafique en polar la órbita del cometa Halley en el intervalo $[-36, 36]$ con particiones de 2. Luego con el intervalo $[-24, 24]$ con particiones de 1,6.

d. Determine qué tipo de órbita describe el cometa Enke: elíptica, parabólica o hiperbólica. Emplee el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de 0,01, donde $e = 0,8499$ y $d_{\text{per}} = 0,3317$.

15. Dado el siguiente código, coloque etiquetas y aplique los diferentes tipos de control de ejes coordenados “axis” (consultar capítulo de gráficas en 2D).

$$t = -6 * \pi : 0.1 : 6 * \pi;$$

$$x = 2 * \cos(2 * t) - \pi / 2;$$

$$y = 2 * \sin(2 * t) + \pi / 2;;$$

$$z = x + i * y;$$

$$A = 1 ./ z.^2;$$

Fractales y números complejos

El término *fractal* (del latín *fractus*) fue propuesto por el matemático Benoît Mandelbrot en 1975. Se define como un objeto cuya estructura se repite a diferentes escalas, incluso atómicas y subatómicas. En la actualidad se habla de la teoría fractal, la cual está íntimamente relacionada con las ciencias y la ingeniería a través de los sistemas dinámicos, la teoría del caos, los sistemas complejos, la teoría de catástrofes y los sistemas termodinámicos fuera del equilibrio, entre otros. Sus aplicaciones se extienden desde la medicina, la economía, la biología e ingeniería hasta la cosmología y la física cuántica.

Los fractales cumplen, en general, con tres características importantes:

1. Su diseño se basa en una geometría que emplea números complejos, con dimensiones escalables.
2. Su obtención es por medio de procesos de retroalimentación o recursividad, de modo que crean N iteraciones que dependen de los parámetros de entrada.
3. La mayoría de los fractales cumplen con el principio de autosimilitud, es decir, al aumentar o disminuir el factor de escala su forma geométrica se mantiene.

Existen diversos fractales en la naturaleza (los árboles, las nubes, el romanescu, el perímetro costero o lacustre, la estructura de un vegetal o de un cristal de nieve, la topografía superficial de una región geográfica, la longitud de un cauce fluvial, etc.). En el nivel artificial, se citan los fractales más populares como son el conjun-

to Mandelbrot, el triángulo y alfombra de Sierpinski o la curva de Koch, los cuales e ilustran en la Figura 12.12.

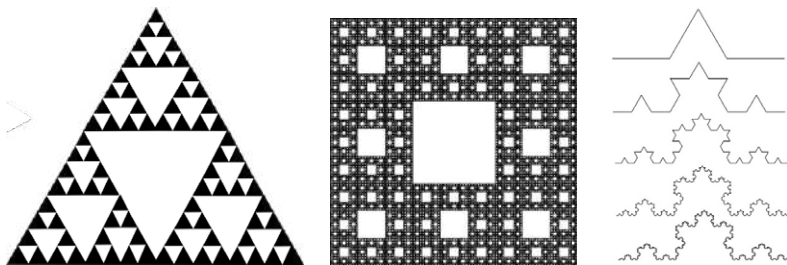


Figura 12.12. Fractales: triángulo y alfombra de Sierpinski y la curva de Koch.

Con el fin de crear un fractal, por ejemplo, el de Mandelbrot, se parte de una familia de conjuntos de Julia $\{f_c\}$ asociada a la reiteración de funciones de la forma $f(z)=z^2+c$, donde esta función puede ser generalizada a $f(z)=z^n+c$.

Todos los puntos del plano complejo $C=(Cx,iCy)$ son iterados por adición a la función correspondiente. Todas las iteraciones parten de los puntos $x = 0iy = 0$.

Ejemplos

1. *Fractal de mandelbrot*. Es un conjunto matemático que se define en el plano complejo. Sea c un número complejo cualquiera, a partir de c , se construye una sucesión por recursión bajo las siguientes condiciones:

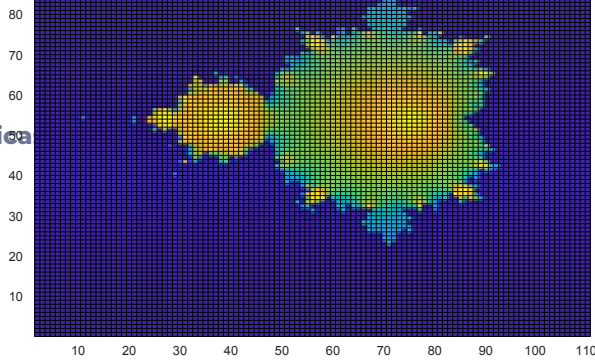
$z_0=0$, término inicial.

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

Si esta sucesión queda acotada, entonces se dice que c pertenece al conjunto de Mandelbrot, y si no, queda excluido de él.

Para comprender mejor esta definición se procede a tomar 110 puntos en los intervalos $[-2, 0.98] \times [-1.6, 1.65]$, tomando 20 iteraciones.

```
n=110;
puntosx=linspace(-2,0.98,n);
puntosy=linspace(-1.6,1.65,n);
[X,Y]=meshgrid(puntosx,puntosy);
C=X-Y*i;
Z=zeros(n);
iteraciones=20;
for k=1:iteraciones
Z=Z.^2+C;
W=exp(-abs(Z));
end
pcolor(W);
```



Representación ejercicio 1

El comando `meshgrid` recibe dos vectores y retorna el producto cartesiano de estos. El comando `abs` retorna el módulo de un número complejo. El comando `pcolor` representa los valores almacenados en una matriz como un código de color.

2. *Atractor de Lorenz*. Es un sistema dinámico no lineal que se obtiene de un conjunto de ecuaciones definidas bajo ciertos parámetros $a, b, c > 0$, los cuales hacen que el sistema exhiba un comportamiento de carácter caótico, manifiesto gráficamente como un atractor extraño. Este atractor es un fractal de dimensión Hausdorff comprendido en un rango entre 2 y 3. El formulismo matemático que representa este tipo de atractor es un conjunto de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dx}{dt} = a(y - x); \quad \frac{dy}{dt} = x(b - z) - y; \quad \frac{dz}{dt} = xy - cz$$

Donde a se denomina número de Prandtl y b número de Rayleigh. Normalmente el valor de $a = 10$, el de $c = 8/3$ y el de b es variado.

Grafique el atractor de Lorenz para en el intervalo de tiempo $[0,100]$ con condiciones iniciales $[1,1,1]$. Tome $b = 28$.

$a=10; c=8/3; b=28;$

$f = @(t,m) [-a*m(1) + a*m(2); b*m(1) - m(2) - m(1)*m(3); -c*m(3) + m(1)*m(2)];$

% f es el conjunto de ecuaciones diferenciales y 'm' es una matriz que contiene valores de las variables x, y, z.

% t es la variable de tiempo

```
[t,m] = ode45(f,[0 100],[1 1 1]);
```

% 'Ode45' utiliza el método de Runge—Kutta adaptativo de 4º y 5º orden para resolver ecuaciones diferenciales

```
plot3(a(:,1),a(:,2),a(:,3)) % 'Plot3' es el comando para crear una gráfica en 3D
```

```
view (54,24)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
title('Atractor de Lorenz'),grid
```

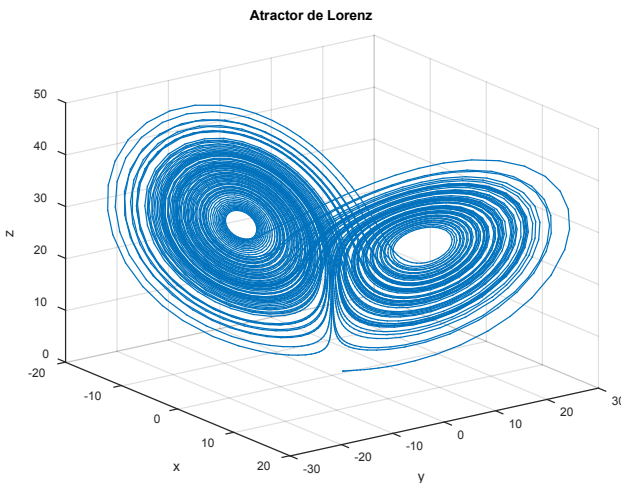


Figura 12.13. Representación gráfica de un atractor de Lorenz.

Pruebe el atractor cuando $b = 35,5, 48,69, 58,93, 61,2, 78,6, 85,22$ y $99,999$.

Otra manera de resolver este ejercicio es crear dos archivos, una función que llamaremos Lorenz (*lorenz.m*) que devuelve el resultado como vector columna:


```
function Lo=lorenz(t,m)
a=10;b=28;c=8/3;
Lo(1,1)=a*(m(2)-m(1));
Lo(2,1)=m(1)*(b-m(3))-m(2);
Lo(3,1)=m(1)*m(2)-c*m(3);
End
```

El otro archivo es el que permite ejecutar la ecuación diferencial tal como se muestra a continuación:

```
m=0;t=0; tic;
[t,m]=ode45(@lorenz,[0,100],[1,1,1]);
toc
plot3(m(:,1),m(:,2),m(:,3))
view (54,24)
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
title('Atractor de Lorenz'),grid
```

Al ejecutar el *script* se obtiene la misma gráfica y en la Command Window se muestra el tiempo de ejecución del programa.

3. *Fractal de Julia*. Son una familia de conjuntos fractales que se obtienen al estudiar el comportamiento de determinados números complejos al ser iterados por una función holomorfa cuyo comportamiento es de carácter caótico.

```
n=190;
```

```

puntosx=linspace(-1.6,1.6,n);
puntosy=linspace(-1.6,1.7,n);
[X,Y]=meshgrid(puntosx,puntosy);
c=0.27334-0.00742*i;
Z=X+Y*i;
iteraciones=20;
for k=1:iteraciones
Z=Z.^2+c;
W=exp(-abs(Z));
end
pcolor(W); shading flat;

```

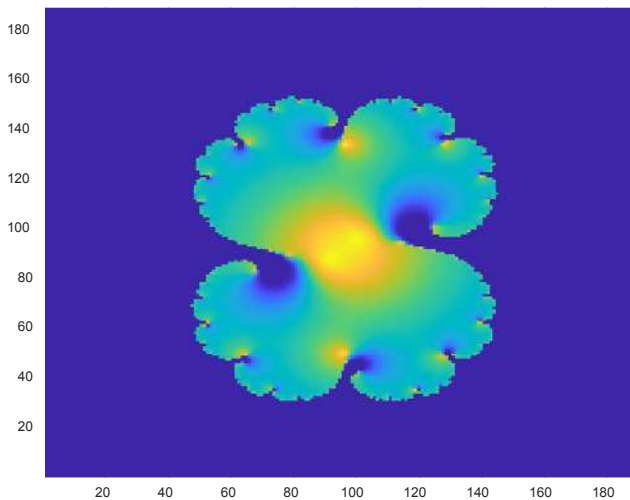


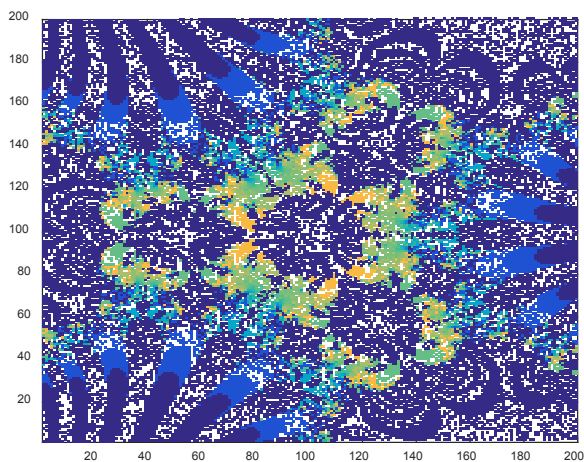
Figura 12.14. Representación gráfica de un fractal de Julia.

Note que al cambiar los valores de c y z se obtiene el siguiente

```

fractal:
n=200;
puntosx=linspace(-1.6,1.6,n);
puntosy=linspace(-1.6,1.7,n);
[X,Y]=meshgrid(puntosx,puntosy);
c=-0.5895;
Z=X+Y*i;
iteraciones=25;
for k=1:iteraciones
Z=exp(Z.^3)+c;
W=exp(-abs(Z));
end
pcolor(W); shading flat;

```

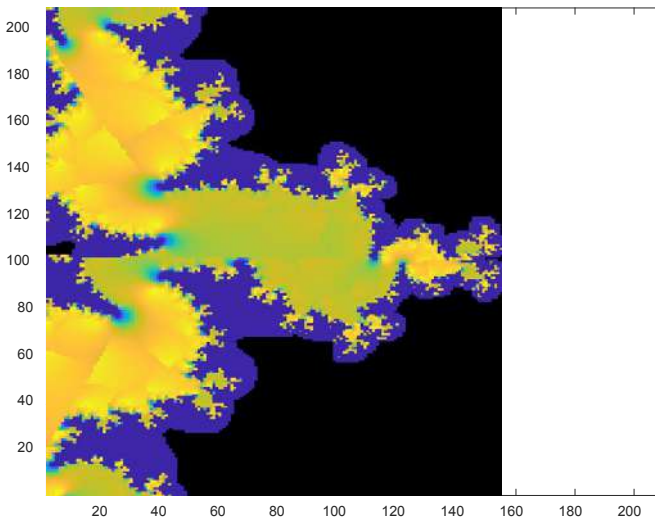


Representación ejercicio 3 I

```

n=210;
puntosx=linspace(-1.6,1.6,n);
puntosy=linspace(-1.6,1.7,n);
[X,Y]=meshgrid(puntosx,puntosy);
c=0.2689-0.0561i;
Z=X+Y*i;
iteraciones=15;
for k=1:iteraciones
Z=((Z.^2+Z)./log(Z))+c;
W=exp(-abs(Z));
end
pcolor(W); shading flat;

```



Representación ejercicio 3 II

Pruebe para los siguientes valores:

- $f(z) = z^4 + 0,484$
- $f(z) = z^3 + 0,412$
- $f(z) = \exp(z) - 0,65$
- $f(z) = z^2 + 0,279$
- $f(z) = z^5 + 0,544$
- $ff(z) = z^7 + 0,626$
- $f(z) = \exp(z^3) - 0,621$
- $f(z) = z * \exp(z) + 0,04$
- $f(z) = z^2 * \exp(z) + 0,21$
- $f(z) = z^3 * \exp(z) + 0,33$
- $f(z) = z^4 * \exp(z) + 0,41$
- $f(z) = \text{Sqr}[\text{Sinh}(z^2)] + (0,065, 0,122i)$
- $f(z) = [(z^2+z)/\ln(z)] + (0,268, 0,06i)$

4. *Modelo de Henon*. Es un modelo matemático que permite simular el comportamiento de un sistema dinámico discreto en el tiempo. Para esto se toma un punto (x_n, y_n) en el plano y lo mapea a un punto nuevo por medio de las siguientes ecuaciones:

$$x_{n+1} = ax_n - b(y_n - x_n^2) \quad y_{n+1} = bx_n - a(y_n - x_n^2)$$

Donde $a = 0,24$ y $b = 0,9798$.

%Fuente del código Lauwerier, H. (1991). Adaptado parcialmente por el autor.

```

clc, clear

w=ones(250,250)*64;

colormap(hot)

L=1;

for y=0.1:0.01:1

    L=L+12;

    for x=0.1:0.01:1.2;

        L=L+1;

        if L>64, L=1;

        end

        a=0.24; b=0.9708; alph=76.1135;

        for n=1:200

            xb=x;

            yb=y;

            x=a*xb—b*(yb—xb^2);

            y=b*xb+a*(yb—xb^2);

            if abs(x)>12 | abs(y)>12 break;

            end

            nx=fix((real(x)+1)*100);

            ny=fix((real(y)+1)*100);

            if nx<1 nx=1;

```

```
end  
if nx>250; nx=250;  
end  
if ny<1 ny=1;  
end  
if ny>250; ny=250;  
end  
w(nx,ny)=L;  
end  
end  
end  
image(w);  
axis([1,240,1,240]);  
axis('off');
```

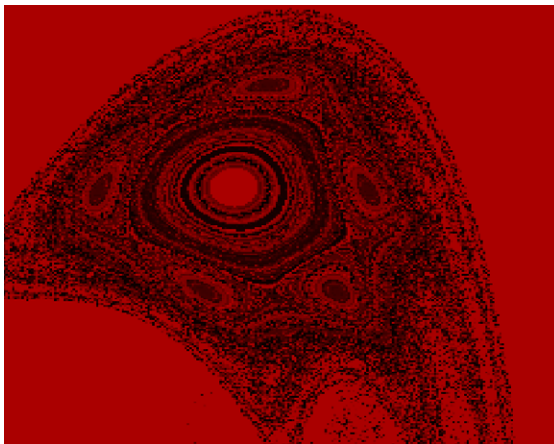


Figura 12.15. Representación gráfica de un modelo de Henon.

Pruebe para valores de $a = 0,258$ y $b = 0,9498$.

Pruebe el código anterior para los siguientes valores:

$$a = 0,0341 \text{ y } b = 0,8471$$

$$a = \sqrt{0,1111} \text{ y } b = \sqrt{0,9897}$$

$$a = 0,211 \text{ y } b = 0,8811$$

$$a = 0,211 - 0,24i \text{ y } b = 0,5712 + 0,12i$$

5. Fractal dinámico

% Fuente del código Moore Holly, 2007

```
clear, clc,
```

```
iteraciones=90;
```

```
tam_grilla=600;
```

```
[x,y]=meshgrid(linspace(-1.5,1,tam_grilla),linspace(-1.5,1.5,-  
tam_grilla));
```

```
c=x+i*y;
```

```
z=zeros(size(x)); % se establece la matriz inicial a 0
```

```
map=zeros(size(x)); % se crea un mapa de todos los puntos
```

```
for k=1:iteraciones
```

```
z=z.^2+c;
```

```
% Se determina cuales elementos exceden la raíz cuadrada de 5
```

```
a=find(abs(z)>sqrt(5));
```



```

map(a)=k;

end

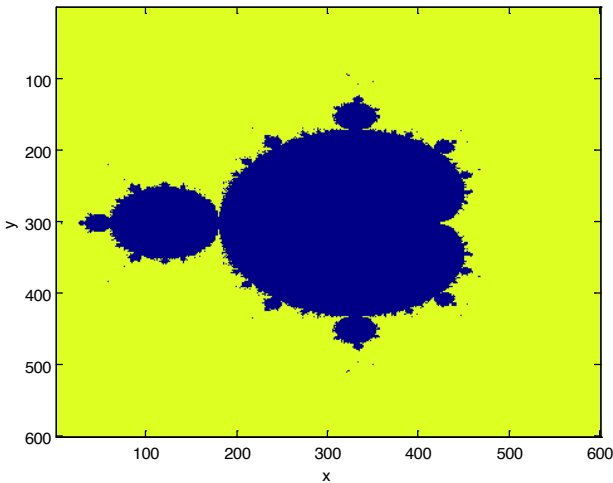
figure(1)

image(map)

xlabel('x'),ylabel('y')

colormap(jet(150)) % probar con jet(300), jet(100), jet(200), summer, winter, autumn,

```



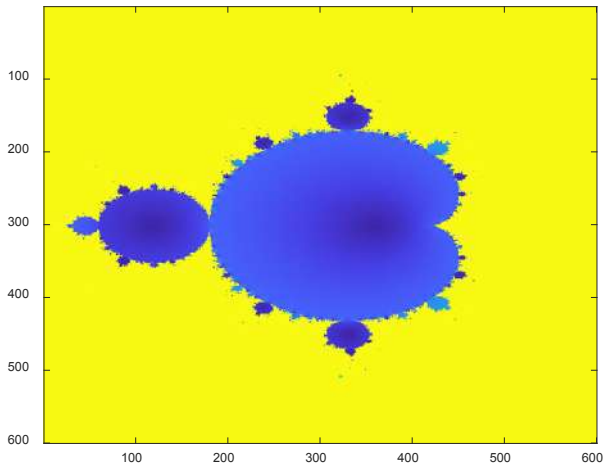
Representación ejercicio 5 I

Todos los elementos que están en la región coloreada en azul están por debajo de la $\sqrt{5}$. Una forma alternativa de mostrar y mejorar los resultados gráficos es emplear un multiplicador en lugar del número de iteraciones que depende del umbral de la raíz. El proceso consiste en multiplicar cada valor por un múltiplo común, lo que va a generar un cambio sustancial en los colores de la imagen.

% Este código se anexa al programa anterior en la parte final de figure(1) hacia abajo lo colocan como comentario.

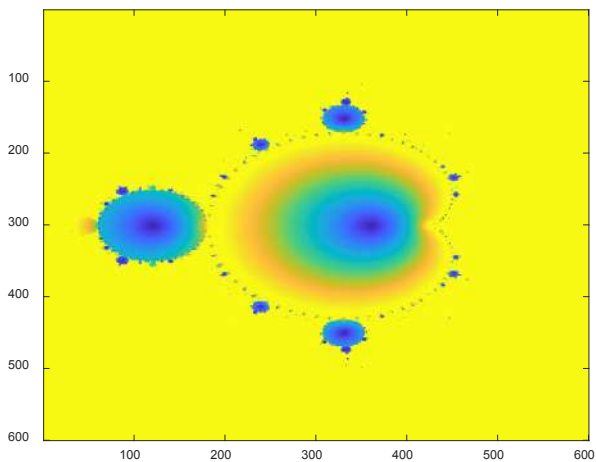
figure(2)

*mult=100; map=abs(z)*mult; image(map)*



Representación ejercicio 5 II

mult=550;



Representación ejercicio 5 III

Pruebe para otros valores del multiplicador.

Se puede cambiar la ecuación $z=z.^2+c$; por $z=z.^3+c$ y $z=z.^2.155+0.81754*c$, obtenga las respectivas gráficas.

En general, se puede probar para diferentes estructuras de la ecuación $z = z^n + c$.

A fin de acercar repetidamente cualquier región del fractal, se puede ajustar el código general adjuntando el siguiente programa:

```
cont=1;
while(cont==1)
    figure(1)
    disp('Ahora acercarse')
    disp('Desplace el cursor a la esquina superior izquierda del área de estudio')
    [y1,x1]=ginput(1);
    disp('Desplace a la esquina inferior derecha del área que desea ampliar')
    [y2,x2]=ginput(1);
    a=x(round(x1),round(y1))
    b=y(round(x1),round(y1))
    c=x(round(x2),round(y2))
    d=y(round(x2),round(y2))
```

```

[x,y]=meshgrid(linspace(a,c,tam_grilla),linspace(b,d,tam_gri-
lla));

c=x+i*y;

z=zeros(size(x)); % se establece la matriz inicial a 0

map=zeros(size(x)); % se crea un mapa de todos los puntos
for k=1:iteraciones
z=z.^2+c;

a=find(abs(z)>sqrt(5));

% Se determina cuales elementos exceden la raíz cuadrada de 5

map(a)=k;

end

image(map)

colormap(jet(150))

%observar el recuadro que se despliega

f=menu('¿Desea acercarse de nuevo?', 'Si','No');

switch f

case 1

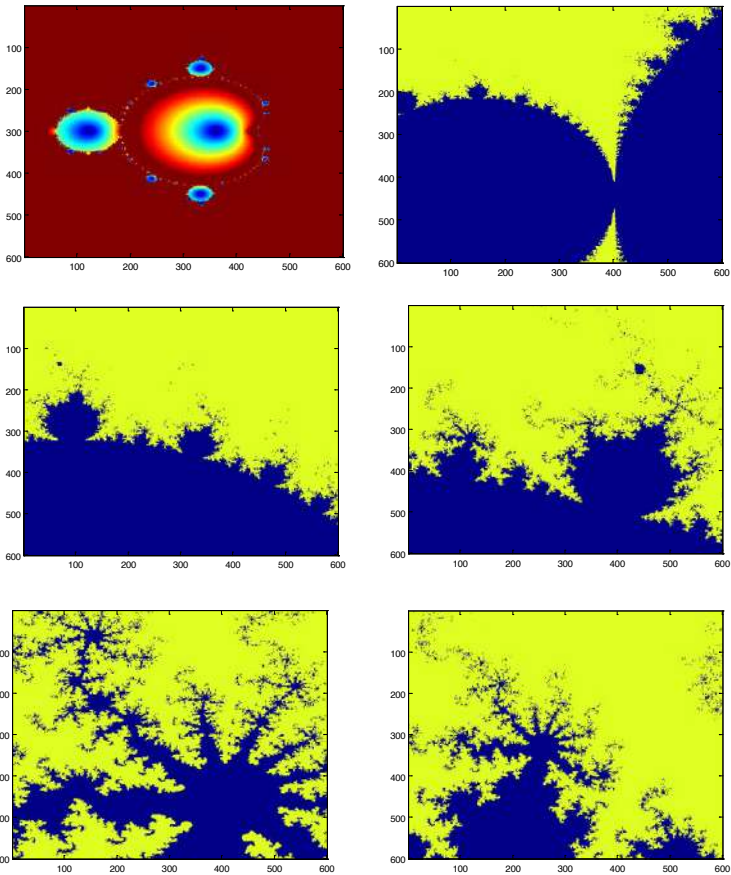
cont=1;

case 2

cont=0;

end

```

end*Representación ejercicio 5 IV*

Funciones especiales



En Matlab existen librerías que permiten evaluar funciones matemáticas especiales, tales como las de Bessel, Gamma, Legendre y Jacobi, entre otras, al igual que transformación de coordenadas e inversas de funciones, solo por mencionar algunas. Para consultar estas funciones matemáticas especiales se digita en la Command Window la instrucción *help specfun*.

Algunas de las funciones que aparecen enunciadas en la Command Window se trabajan a lo largo del texto en problemas puntuales. Otra instrucción que muestra funciones para un uso diverso y especializado en cálculo matricial y vectorial es *help elmat*.



13.

Introducción al cálculo multivariado



El cálculo multivariado es la extensión del cálculo infinitesimal a funciones escalares y vectoriales de varias variables. Para esta disciplina de las matemáticas Matlab dispone de una serie de herramientas que permite realizar un análisis exhaustivo de las diferentes propiedades del cálculo diferencial e integral.

Es importante aclarar que el estudiante debe analizar los procesos y los resultados de cada ejercicio a fin de estar en capacidad de entender la esencia de los cálculos que se desarrollan tras la respuesta dada. En caso contrario, será muy difícil comprender los aspectos más relevantes de las propiedades del cálculo multivariado llevado al análisis de problemas y ejercicios.

Límites de una función

La librería Symbolic Math Toolbox de MatLab permite calcular los límites de funciones, empleando el comando *limit*, cuyo formato es *limit(f,x,a)*. Este se interpreta como el cálculo del límite



de la función f cuando la variable x tiende al punto a . Si la función f es de una única variable, no se requiere especificarla, por lo que el comando a usar es:

$$\text{limit}(f,a) \text{ o } \text{limit}(f) \text{ que equivale a } \text{limit}(f,0)$$

Para el cálculo de límites laterales se pueden utilizar las instrucciones:

$$\text{limit}(f,x,a,'left')$$

$$\text{limit}(f,x,a,'right')$$

Ejemplos

Calcule el límite de las siguientes funciones:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+5}{2}$$

syms x

$$\text{limit}((x+5)/2,x,1)$$

ans =

3

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-5x+6}$$

syms x

$$\text{limit}((x^2-9)/(x^2-5*x+6),x,3)$$

ans =

6

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

syms x

limit((1+1/x)^x,x,inf)

ans =

exp(1)

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 - 1}{x}$

syms x

limit(((1+x)^2—1)/x,x,0)

ans =

2

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + x})$

syms x

*limit(sqrt(x^2+3*x)—sqrt(x^2+x),x,inf)*

ans =

1

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x-1}{\sqrt[3]{5x^3+4x-2}}$

syms x

*limit((7*x—1)/(5*x^3+4*x—2)^(1/3),x,inf)*

ans =

*(7*5^(2/3))/5*

7. $\lim_{x \rightarrow +0} \left[\frac{1}{x^2}, \frac{\text{sen}(x)}{x}, \log(x) \right]$ Calcule el límite por derecha.

syms x

$$\text{limit}([1/x^2, \sin(x)/x, \log(x)], x, 0, \text{'right'})$$

$$\text{ans} =$$

$$[\text{Inf}, 1, -\text{Inf}]$$

$$8. \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x+1}{\sqrt[3]{x+1}}$$

$$\text{syms } x$$

$$\text{limit}((x+1)/(x+1)^{(1/3}), x, -1, \text{'right'})$$

$$\text{ans} =$$

$$0$$

$$9. \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x+1}{x-3}$$

$$\text{syms } x$$

$$\text{limit}((x+1)/(x-3), x, 3, \text{'left'})$$

$$\text{ans} =$$

$$-\text{Inf}$$

$$10. \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{5+3x}$$

$$\text{syms } x$$

$$\text{limit}(3*x/(5+3*x), x, -\text{inf})$$

$$\text{ans} =$$

$$1$$

11. Evalúe la función $f(x)$ en cuanto a su continuidad en la recta real.

$$f(x) = \frac{1}{1+e^x} \quad \text{si } x \neq 0 \quad \text{y } f(x) = 1 \quad \text{si } x = 0$$

Excepto en el punto $x = 0$, la continuidad es evidente. A fin de analizar el punto $x = 0$ se calculan los límites laterales cuando $x \rightarrow 0$, así:

```
syms x
```

```
limit(1/(1+exp(1/x)),x,0,'right')
```

```
ans =
```

```
0
```

```
limit(1/(1+exp(1/x)),x,0,'left')
```

```
ans =
```

```
1
```

De los resultados obtenidos se infiere que el límite de la función $f(x)$, cuando $x \rightarrow 0$, no existe, porque los límites laterales son distintos. Estos límites son infinitos, por ende, la discontinuidad de la condición $x = 0$ es de salto finito. A fin de comprender mejor el resultado se grafica la función ajustando los ejes para su mejor observación.

```
fplot('1/(1+exp(1/x))', [-3 1.5])
```

```
title('1/(1+exp(1/x))', xlabel('x'), ylabel('y'))
```

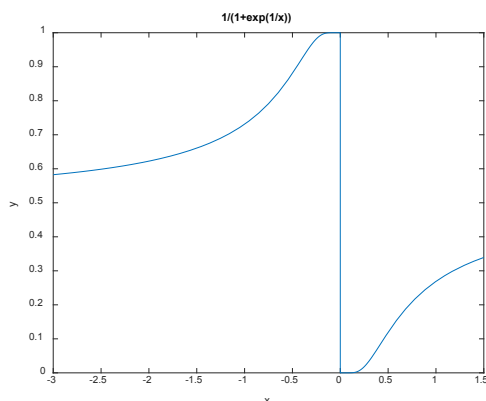


Figura 13.1. Representación gráfica de la discontinuidad de la función $f(x)$.

Límites de funciones de dos variables

Para calcular los límites iterados de una función de dos variables en el punto (a, b) se emplean las siguientes instrucciones:

```
syms x y
f=x^2+y^2
limit(limit(f,x,a),y,b)
limit(limit(f,y,b),x,a)
```

Ejemplos

1. A fin de calcular el límite de una función según una dirección $x = g(t)$, $y = h(t)$ cuando t tiende a cero, donde $f=x^2y + xy^2 + 10$, $g(t)=2t+3$ y $h(t)=t^2$, se procede a organizar los datos:

```
syms x y t
f=x^2*y+x*y^2+10;
g(t)=2*t+3;
h(t)=t.^2;
nf=subs(f,{x,y},{g(t),h(t)})%Nueva función
% La instrucción subs sustituye en la ecuación f la variables {x,y}
por los valores {g(t),h(t)}
limit(nf,t,0)
```

Solución:

```
nf =
t^4*(2*t + 3) + t^2*(2*t + 3)^2 + 10
```

ans =

10

2. Para calcular el límite de una función en coordenadas polares cuando se aproxima al punto (a, b) de $f=x^2+y^2$, donde $a=3, b=5, r=7$ y un ángulo de 60 grados.

syms x y

f=x^2+y^2;

a=3; b=5; r=7;

theta=60;

syms r theta

*polar=subs(f,{x,y},{a+r*cos(theta),b+r*sin(theta)})*

% estructura por definición de coordenadas polares

limit(polar,r,0)

Solución:

polar =

*(r*cos(theta) + 3)^2 + (r*sin(theta) + 5)^2*

ans =

34

Práctica 1

1. Calcule los límites de las siguientes funciones:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-7}{x-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-4}{x-2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+2x^2}{x^4-x^3+5x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2-2x-4}{x^3-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-3)(3-5x)}{7x^2-6x+4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{x(x-1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^4-a^4}{x-a}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(3x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x-3^x+1}{5^x+3^x+\frac{1}{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+2x-1}{4x^2-10}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \operatorname{atan} \left(\frac{x^2+x-2}{3x^2-3x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+2x-1}{4x^2-10}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen}^2 x - 1}{\operatorname{sen} x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x+\sqrt{x^2-1}}{5}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{5x} \right)^x$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{sen} x - \operatorname{cos} x}{1 - \tan x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+3x}}{\sqrt{2x^2+\sqrt{3x^2+x^4}}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^4}{(1-x)^4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{7x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x-1}{\sqrt[3]{4x^3+5x-3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \tan(x)}{\operatorname{sen}(x) - \operatorname{cos}(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x+3} \right)^{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2-2x+1}{x^2-1+x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\operatorname{sen}^2(x)}{x^2 \operatorname{sec}(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2+1}{x-3} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\operatorname{sen}^2(x)}{x^2 \operatorname{sec}(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 15} \frac{4x^3-5x^2-60x-112}{x-15}. \text{ Halle el límite a izquierda y derecha.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5}{7+3^{\frac{1}{x}}}. \text{ Halle el límite a izquierda y derecha.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} 5\sqrt{2+x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x+5}{2x^4-3x^3+2x-4}. \text{ Halle el límite a izquierda y derecha si } x \text{ tiende a 1. Halle el límite cuando } x \text{ tiende a 0.}$$

2. Calcule los límites laterales y compruebe si coinciden; si no es así, el límite no existe.



$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 6}{x^2 + 5x - 6} & \text{si } x < 1 \\ \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

3. Dada la función $f(x)$, calcule los límites según las condiciones dadas.

$$g(x) = \begin{cases} x - 3 & \text{si } x \geq 1 \\ x^2 & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

a. $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$ b. $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x)$

4. Dada la función $g(x)$, calcule los límites según las condiciones dadas.

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{si } x < 2 \\ 2 & \text{si } x = 2 \\ 3x + 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

a. $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)$ b. $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$ c. $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$

5. Estudie la continuidad de la función $f(x) = \frac{x+|x|}{2}$. Para esto tenga en cuenta que el valor absoluto hace que cambie la forma de la función en el punto $x = 0$. Esto implica que si $x \neq 0$, la función es continua. Es decir, se deben calcular los límites laterales en dos posibles casos:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+|x|}{2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-x}{2} \qquad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+|x|}{2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+x}{2}$$

6. Determine la discontinuidad que posee la función dada en los puntos $x = 2$ y $x = 3$.

$$f(x) = \frac{x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6}{x^2 - 5x + 6}$$

7. Determine la discontinuidad que posee la función.

$$f(x) = \frac{x}{(x-2)(x-4)}$$

8. Estudie la continuidad de las funciones:

$$f(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2-1}$$

$$f(x) = \frac{x+2}{x+1}$$

9. Cree un *script* que permita calcular el límite de una función, en la que se pida por consola la función y el límite dado.

10. Si una bola de metal con masa m se arroja al agua y la fuerza de resistencia es proporcional al cuadrado de la velocidad, la distancia que la bola viaja en el tiempo t es (Stewart, 2012, p. 309):

$$s(t) = \frac{m}{c} \ln \left(\cosh \sqrt{\frac{gc}{mt}} \right)$$

Donde c es una constante positiva. Encuentre el $\lim_{c \rightarrow 0^+} s(t)$.

Funciones derivada y primitivas

El paquete Symbolic Math Toolbox de Matlab permite resolver las derivadas e integrales simbólicas de una función $f(x)$. En el caso de la derivación se realiza mediante el comando $\text{diff}(f)$, donde f es la función a derivar. Para que pueda efectuarse la derivada debe declararse la variable independiente, la cual en los ejemplos que se proporcionan a continuación va a ser x , mediante la instrucción syms , trabajada en capítulos previos.

Existen diversos comandos que permiten calcular las derivadas y sus respectivas primitivas o integrales:

- $\text{diff}(f)$. Deriva la función f con respecto a la variable simbólica preferente.
- $\text{diff}(f,u)$. Deriva la función f con respecto a la variable u .
- $\text{int}(f)$. Calcula una primitiva de f con respecto a la variable simbólica preferente.
- $\text{int}(f,s)$. Calcula una primitiva de f con respecto a la variable s .
- $\text{int}(f,a,b)$. Calcula la integral definida de f con respecto a la variable simbólica preferente.
- $\text{int}(f,s,a,b)$. Calcula la integral definida de f con respecto a las variables s , a y b .

Con el comando simplify se simplifica la función a fin de mejorar la salida de presentación en la Command Window.

Ejemplos

1. Sea $f(x)=5x^2-9x+8$.

Al derivar de forma convencional tendríamos: $f(x)'=10x - 9$.

Con Matlab se procede a digitar la función original:

```
syms x
```

```
f=5*x^2-9*x+8;
```

```
derivada=diff(f)
```

```
derivada =
```

```
10*x - 9
```

2. Derivada de una función con varias constantes:

$$y(t) = c + (y_0 - c)e^{-\frac{kA}{V}t}$$

```
syms t c yo k A V
```

```
y=c+(yo-c)*exp(-k*A*t/V);
```

```
d=diff(y,t)
```

```
d =
```

```
(A*k*exp(-(A*k*t)/V)*(c - yo))/V
```

3. Sea $y = \frac{1}{3} \cos\left(\frac{5\pi x - 1}{2}\right)$, determine:

a. Gráfica de la función para el intervalo $-3\pi \leq x \leq 4\pi$ con particiones de 0,01.

b. Derivada de y simplificado si es posible, con su respectiva gráfica.

Solución:

a. $x = -\pi : 0.1 : 2\pi$;



```

y=1/3*cos((5*pi*x-1)/2);
plot(x,y)
title('y=1/3*cos((5*pi*x-1)/2)')

```

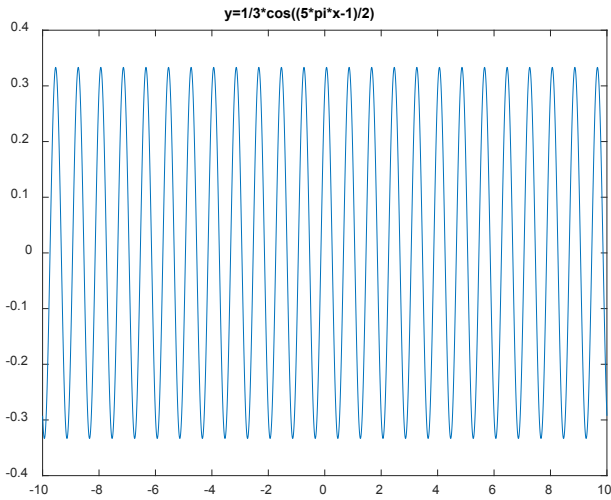


Figura 13.2. Gráfica de la función $y = \frac{1}{3} \cos\left(\frac{5\pi x - 1}{2}\right)$.

b. `syms x`

```

y=1/3*cos((5*pi*x-1)/2);
deriy=diff(y)
deriy =
    -(5*pi*sin((5*pi*x)/2 - 1/2))/6
d=simplify(deriy)
d =
    -(5*pi*sin((5*pi*x)/2 - 1/2))/6
ezplot(deriy);

```

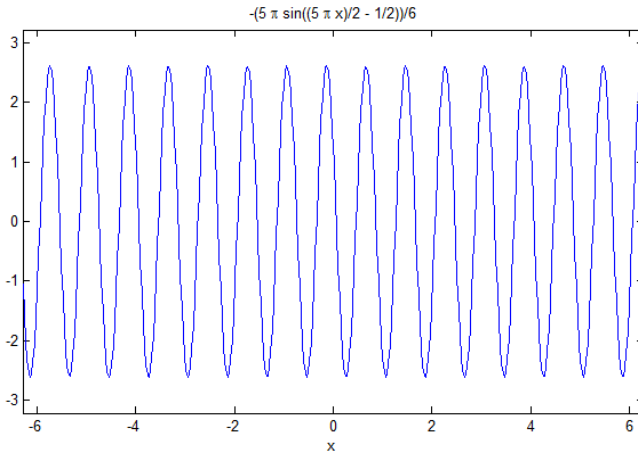


Figura 13.3. Gráfica de la derivada de la función y .

Nota 32. La función *simplify(f)* es un comando de propósito general muy útil que se aplica a ecuaciones, identidades algebraicas, potencias, raíces cuadradas o potencias fraccionales, así como a identidades trigonométricas, exponenciales y logarítmicas, entre otras, reduciendo los resultados de una operación.

4. Sea $f(x) = \sqrt{x^3 - 1}$, calcule su derivada y muestre el resultado simplificado.

Al derivar de forma convencional tendríamos:

$$f(x) = (x^3 - 1)^{\frac{1}{2}}$$

$f'(x) = \frac{1}{2}(x^3 - 1)^{-\frac{1}{2}}(3x^2)$. Que al ordenarlo toma la forma de:

$$f'(x) = \frac{3}{2} \frac{x^2}{\sqrt{x^3 - 1}}$$

Solución:

Con Matlab se procede a digitar la función original:

```
syms x
```

```
f=sqrt(x^3-1);
```

```
derivada=diff(f)
```

```
derivada =
```

$$(3*x^2)/(2*(x^3 - 1)^(1/2))$$

```
d=simplify(derivada) % se simplifica la derivada a la mínima expresión
```

```
d =
```

$$(3*x^2)/(2*(x^3 - 1)^(1/2))$$

```
pretty(d)
```

```
% Imprime la función de tal forma que sea más fácil de observar y/o analizar
```

$$2$$

$$3x$$

$$3$$

$$2 \sqrt{x - 1}$$

Cuando se quiere graficar la derivada bajo unas coordenadas determinadas, se procede de la siguiente manera (tenga en cuenta estos comandos para posteriores usos).

```
syms x
f=sqrt(x^3-1);
derivada=diff(f);
d=simplify(derivada);
pretty(d);ezplot(f); axis([0.7 7 0 17])
```

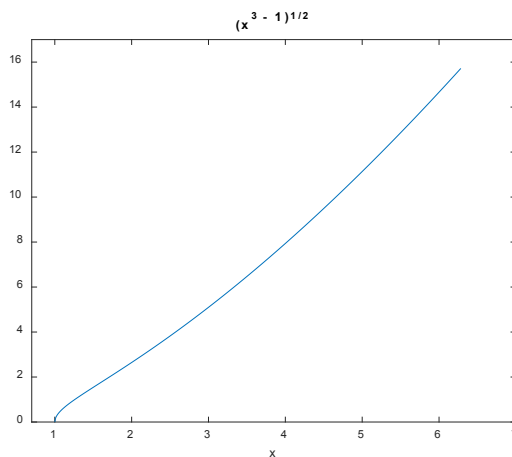


Figura 13.4. Gráfica de la función $f(x)$.

5. *Disminución de rendimiento financiero.* La utilidad U , expresada en miles de euros, para una compañía que gasta una cantidad x en miles de euros en publicidad, se expresa mediante la ecuación:

$$U(x) = -\frac{2}{9}x^3 + 8x^2 + 500$$

- Grafique $U(x)$ para un intervalo $0 \leq x \leq 35$ con el respectivo título de la función.
- Determine la razón de cambio para $x = 10$, $x = 15$.
- Grafica de $U'(x)$.

Solución:

a. Preste mucha atención, ya que se han introducido otros comandos muy importantes para graficar una función cuando nos dan un intervalo:

$$x=0:35;$$

$$U=-2/9*x.^3+8*x.^2+500;$$

`plot(x,U,'k')`

`title('Disminución de Rendimiento Financiero U(x)')`

`xlabel('cantidad en miles de Euros')`

`ylabel('Utilidad'), grid on`

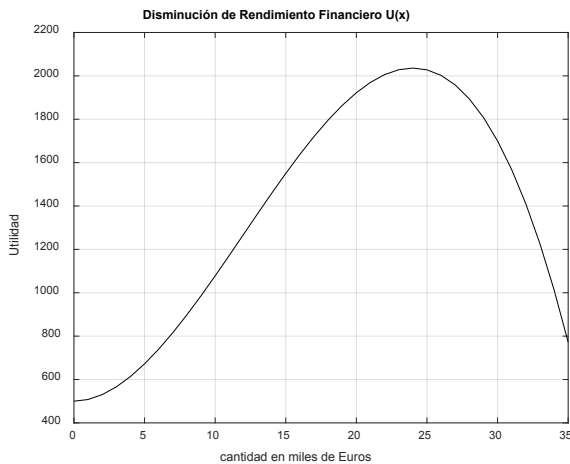


Figura 13.5. Representación gráfica de la disminución del rendimiento financiero.

b. La razón de cambio es:

`syms x`

$$U=-2/9*x.^3+8*x.^2+500;$$

$deriU=diff(U)$

$deriU =$

$$16*x - (2*x^2)/3$$

$d=simplify(deriU)$

$pretty(d)$

$d =$

$$-(2*x*(x - 24))/3$$

$pretty(d)$

$$2 x (x - 24)$$

3

Ahora se procede a remplazar los valores de x :

$x=10$;

$$deriU = 16*x - (2*x^2)/3$$

$deriU =$

$$93.3333$$

$deriU =$

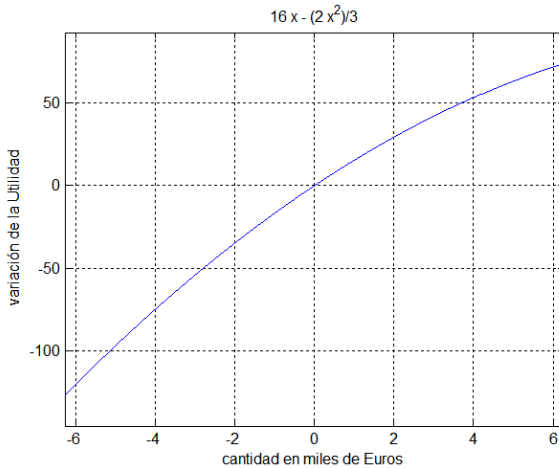
$$90$$

Es importante aclarar que es posible reducir estos pasos. En este caso se realizó de esta manera a fin de que se observe con detenimiento cada procedimiento.

c. Gráfica de $U(x)'$:



```
ezplot(deriU);
xlabel('cantidad en miles de Euros')
ylabel('variación de la Utilidad'), grid on
```



Representación ejercicio 5

6. Sea la función $f(x) = \frac{\text{sen}x - \cos(2x)}{\tan x}$, determine su derivada; exprese el resultado lo más claro posible y grafique su derivada.

```
syms x
```

$$f = (\sin(x) - \cos(2*x)) / \tan(x);$$

```
deri = diff(f)
```

```
deri =
```

$$(2*\sin(2*x) + \cos(x)) / \tan(x) + ((\tan(x)^2 + 1) * (\cos(2*x) - \sin(x))) / \tan(x)^2$$

```
d = simplify(deri)
```

```
d =
```

$$(2*\sin(x)^2 - \sin(x)^3 - 4*\sin(x)^4 + 1) / \sin(x)^2$$

pretty(d)

2 3 4

$$2 \sin(x) - \sin(x) - 4 \sin(x) + 1$$

2

sin(x)

ezplot(f);

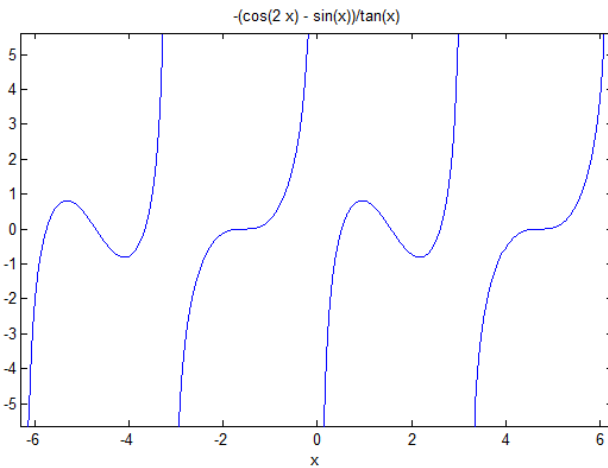


Figura 13.6. Gráfica de la derivada de la función original $f(x)$

7. La concentración $C(t)$ de un compuesto químico inyectado vía muscular al flujo sanguíneo en un tiempo t (horas) está dada por la ecuación:

$$C(t) = \frac{3t^2 + t}{52 + t^3}$$

Determine la variación de la concentración en un tiempo de dos y ocho horas.

- a. Calcule $C(t)'$ y simplifique.
- b. Grafique $C(t)'$.
- c. Grafique en una misma figura $C'(t)$ y $C(t)$ para el intervalo $[2,8]$, con particiones de 0,03.

Solución:

a. $t=2;$

$$C=(3*t^2+t)/(52+t^3)$$

$$C =$$

$$0.2333$$

$t=8;$

$$C=(3*t^2+t)/(52+t^3)$$

$$C =$$

$$0.3546$$

b. *syms t*

$$C=(3*t^2+t)/(52+t^3);$$

$$\text{deriC}=\text{diff}(C)$$

$$\text{deriC} =$$

$$6*t+1)/(t^3+52)-(3*t^2*(3*t^2+t))/(t^3+52)^2$$

$$d=\text{simplify}(\text{deriC})$$

$$d =$$

$$(-3*t^4-2*t^3+312*t+52)/(t^3+52)^2$$



`pretty(d)`

$$\frac{4}{3} \frac{-3t^4 - 2t^3 + 312t + 52}{(t + 52)^2}$$

`c. ezplot(deriC);`

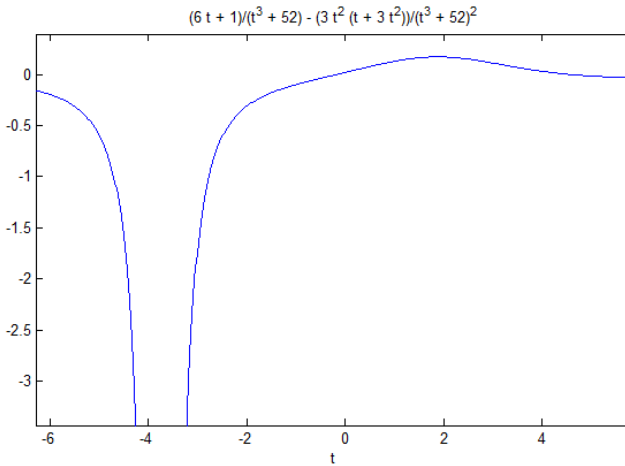


Figura 13.7. Gráfica de la derivada de la función costo.

Note que, al no dar un intervalo, se emplea la instrucción `ezplot`.

a. `t=2:0.03:8;`

$$C = (3*t.^2 + t) ./ (52 + t.^3);$$

$$d = (-3*t.^4 - 2*t.^3 + 312*t + 52) ./ (t.^3 + 52).^2;$$

`plot(t,C,':t,d,'-r')`

`title('Función de concentración y su derivada')`

`xlabel('tiempo'),ylabel('Concentración')`

`grid`

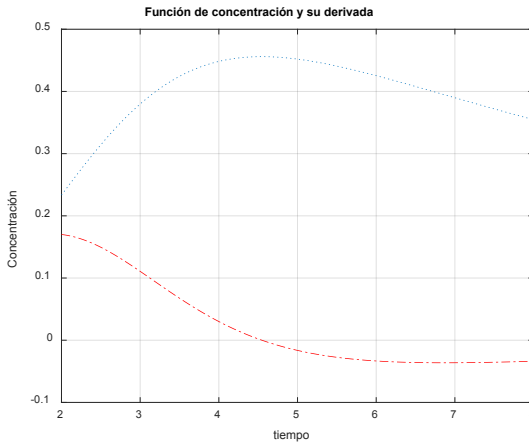


Figura 13.8. Gráfica de la concentración y su derivada.

Se puede emplear la función *ezplot*, teniendo en cuenta que debe ajustarse el intervalo para que se puedan observar las dos gráficas.

8. El área de la superficie de una celda de un panel está definida por la ecuación:

$$S(\theta) = 6hr + \frac{3r^2}{2} \left(\frac{\sqrt[3]{3} - \cos(\theta)}{\text{sen}(\theta)} \right)$$

Donde *h* y *r* son constantes positivas, y θ es el ángulo en el que las caras superiores alcanzan la altura de la celda, determine:

- a. Gráfica de $s(\theta)$ para el intervalo $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, con particiones 0,0001, donde $h = 0,1$ m y $r = 0,06$ m. Etiquete ejes y coloque como título área de la celda de un panel.
- b. $S'(\theta)$
- c. Simplifique la respuesta del punto b.

d. Grafique la derivada para el intervalo $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

Solución:

a.

```
theta=pi/6:0.0001:pi/2;
```

```
h=0.1; r=0.06;
```

```
S=6*h*r + 3*r.^2/2*(3.^(1/3)-cos(theta))./sin(theta));
```

```
plot(theta,S)
```

```
title('área de la celda de un panel')
```

```
xlabel('Angulo'),ylabel('S(\theta)')
```

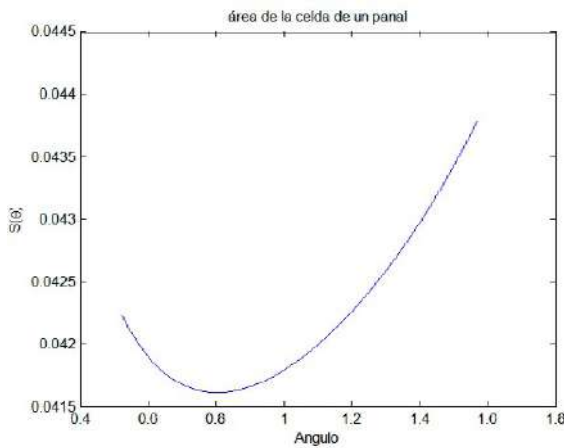


Figura 13.9. Gráfica de la celda de un panel.

b.

```
syms theta
```

```
h=0.1;
```

```
r=0.06;
```

$$S=6*h*r + 3*r.^2/2*((3.^{1/3})-cos(theta))/sin(theta);$$

$$derS=diff(S)$$

$$derS =$$

$$27*cos(theta)*(cos(theta) - 3247657313705851/2251799813685248))/(5000*sin(theta)^2) + 27/5000$$

c.

$$d =$$

$$87686747470057977 cos(theta) - 60798594969501696$$

$$2$$

$$11258999068426240000 (cos(theta) - 1)$$

d.

$$ezplot(derS, [-pi/6,pi/2])$$

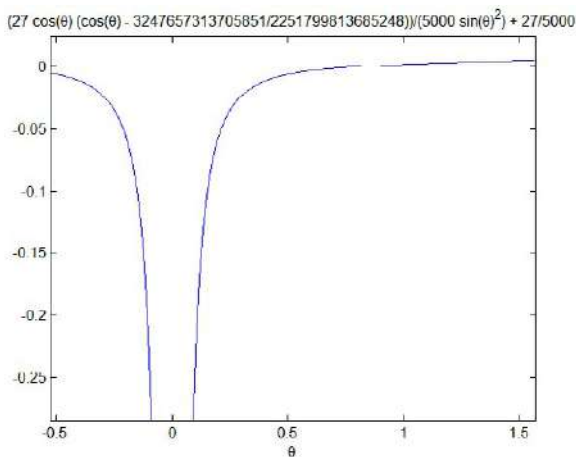


Figura 13.10. Resultado gráfico de la derivada.

9. Dada la función $f(x) = -2x\cos(x)$, grafique la función original, su derivada, una aproximación de la derivada y el error relativo, respectivamente. Todas evaluadas en el intervalo $[-10,10]$ con 1000 puntos.

```
x=linspace(-10,10,1000);
y11=(-x).*sin(x);
y12=2*x.*sin(x) - 2*cos(x);
y21=diff(y11)./(x(2)-x(1));
y22=(y21-y12(1:999))./norm(y12);
subplot(2,2,1); plot(x,y11); title('Función f(x)');
xlabel('x'),ylabel('y'), grid
subplot(2,2,2); plot(x,y12); title('Derivada de f(x)');
xlabel('x'),ylabel('y'), grid
subplot(2,2,3); plot(x(1:999),y21);
title('Aproximación a la derivada')
xlabel('x'),ylabel('y'), grid
subplot(2,2,4); plot(x(1:999),y22);
title('Error relativo cometido'),xlabel('x'),ylabel('y'), grid
```

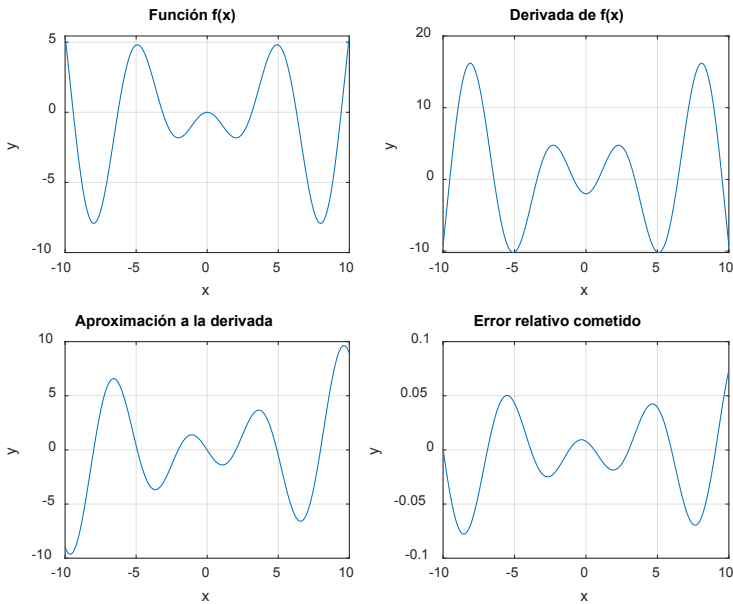


Figura 13.11. Representación de $f(x)$, derivadas y el error relativo

Emplee la función `ezplot` para llegar a la misma respuesta.

10. El costo en miles de dólares de pedido y transporte de insumos para la fabricación de un producto está representado por la ecuación:

$$C(x) = 100 \left(\frac{150}{x^2} + \frac{x}{x+20} \right), x \geq 1$$

Donde x representa el tamaño del pedido en cientos, determine:

- Costo para $x = 20, 40, 60$ y 80 , que se infiere de los resultados obtenidos.
- Gráfica del costo para $[10,80]$, con 200 puntos.
- Razón de cambio simplificada.
- Razón de cambio para $x = 20, 40, 60$ y 80 .

e. Qué se infiere de los resultados anteriores cuando el tamaño del pedido se incrementa.

f. Gráfica de la razón de cambio para [10,80].

Solución:

a. Costo para $x = 20, 40, 60$ y 80 .

$x=20$;

$$C=100*(150./x.^2+x./(x+20))$$

$C =$

87.5000

$x=40$;

$C =$

76.0417

$x=60$;

$C =$

79.1667

$x=80$;

$C =$

82.3438

Se infiere que a mayor cantidad de productos el costo va a ser menor hasta una determinada cota, la cual oscila entre 35 y 36, aproximadamente, luego de estos valores el costo se incrementa. Esto indica que hacer demasiados pedidos y transporte de insumos no es bueno.

b. Gráfica del costo para [10,80], con 200 puntos.

```
x=linspace(10,80,200)
```

```
C=100*(150./x.^2+x./(x+20));
```

```
plot(x,C,'k'),title('Función costo en miles de dólares')
```

```
xlabel('Tamaño del pedido en cientos')
```

```
ylabel('C(x)'), grid
```

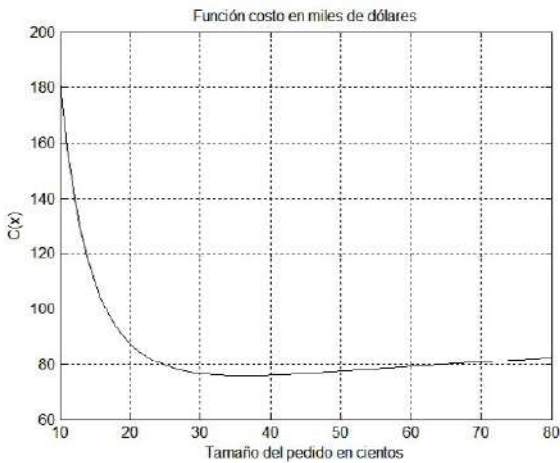


Figura 13.12. Curva de la función costo.

La gráfica ratifica los que teóricamente se demostró en el punto anterior.

c. Razón de cambio $C(x)$.

```
syms x
```

```
C=100*(150./x.^2+x./(x+20));
```

```
derC=diff(C);
```

```
razon_de_cambio=simplify(derC)
```

pretty(razon_de_cambio)

razon_de_cambio =

$$-(2000*(-x^3 + 15*x^2 + 600*x + 6000))/(x^3*(x + 20)^2)$$

$$3 \quad 2$$

$$(-x^3 + 15x^2 + 600x + 6000) 2000$$

$$3 \quad 2$$

$$x (x + 20)$$

d. Razón de cambio para $x = 20, 40, 60$ y 80 .

$x = 20$;

$$\text{razon_de_cambio} = -2000 * (-x^3 + 15 * x^2 + 600 * x) / (x^3 * (x + 20)^2)$$

razon_de_cambio =

$$-1.5625$$

$x = 40$;

razon_de_cambio =

$$0.1389$$

$x = 60$;

razon_de_cambio =

$$0.1823$$

$x = 80$;

$razon_de_cambio =$

0.1437

e. Se infiere de los resultados que cuando el tamaño del pedido se incrementa, si se realizan pocos pedidos, entre 33 y 34 aproximadamente, la razón de cambio es negativa. Ahora, si se incrementa los pedidos y el transporte de insumos está por encima de 34, la razón de cambio es positiva y tiende a cero. Este fenómeno implica que el costo se eleva infinitamente, lo cual en términos financieros nos dice que se deben realizar un tope de pedidos sin que se ponga en riesgo el costo por estos.

f. La gráfica de la razón de cambio para $[10,80]$.

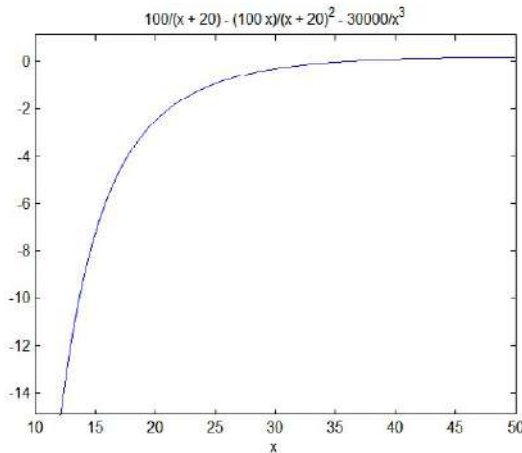


Figura 13.13. Razón de cambio de la función costo.

Derivada n —ésima

A fin de calcular la segunda derivada o n derivadas, en general, el procedimiento es muy parecido al de la primera derivada. Para esto se procede a emplear la instrucción $diff(f,x,n)$, donde n indica el número de la derivada.

Ejemplos

1. Sea la función $f(x)=3x^5+2x^4-5x^2+10x-8$, calcule la primera, la segunda, la tercera y la cuarta derivadas.

a. Primera derivada:

syms x

$$f=3.*x^5+2.*x^4-5.*x^2+10*x-8;$$

$$f1=diff(f,x)$$

$$f1 =$$

$$15*x^4 + 8*x^3 - 10*x + 10$$

b. Segunda derivada:

$$f2=diff(f,x,2)$$

$$f2 =$$

$$60*x^3 + 24*x^2 - 10$$

c. Tercera derivada:

$$f3=diff(f,x,3)$$

$$f3 =$$

$$180*x^2 + 48*x$$

d. Cuarta derivada:

$$f4=diff(f,x,4)$$

$$f4 =$$

$$360*x + 48$$

2. Un cuerpo en caída libre describe una posición (en metros) de:

$$x(t) = 60t - 255,864e^{-0,2345t}$$

Determine la velocidad y la aceleración para $t = 1, 1,5$ y 2 segundos.

a. Velocidad:

syms t

$$x = 60*t - 255.864*exp(-0.2345*t);$$

$$v = diff(x,t), pretty(v)$$

$$/ 469 t \setminus$$

$$exp| - \text{-----} | 15000027$$

$$\setminus 2000 /$$

$$\text{-----} + 60$$

$$250000$$

De lo que se infiere que la derivada es:

$$v(v) = 60t + 60,000108e^{-0,2345t}$$

Se procede a evaluar $v(1), v(1,5)$ y $v(2)$ en metros por segundo.

$$t=1;$$

$$v = 60*t + 60.000108*exp(-0.2345*t)$$

$$v =$$

$$107.46$$

$$t=1.5;$$

$v =$

132.21

$t=2;$

$v =$

157.54

Otra forma de obtener estos datos es empleando el comando $\text{subs}(f',x,n)$, donde se llama a la derivada de la función f' , a la variable x , y n , que es el valor sobre el cual se desea evaluar la función. Por tanto, si tomamos el valor de 1 como ejemplo, la estructura completa queda así:

$x=60*t-255.864*\exp(-0.2345*t);$

$v=\text{diff}(x)$

$\text{pretty}(v)$

$\text{subs}(v,t,1)$

$\text{ans} =$

$(15000027*\exp(-469/2000))/250000 + 60$

b. Aceleración en metros sobre segundo al cuadrado:

$\text{syms } t$

$v=60*t+60.000108*\exp(-0.2345*t)$

$a=\text{diff}(v,t)$

$\text{pretty}(a)$

$/ 469 t \setminus$

$\exp| - \text{-----} | 1980180025477094959$

$$\begin{array}{l} \backslash 2000 / \\ 60 \text{ ---} \text{-----} \text{-----} \\ \text{-----} \\ 140737488355328000 \end{array}$$

De lo que se infiere que la derivada es:

$$a(t) = 60 - 14,07e^{-0,2345t}$$

Se procede a evaluar $a(1)$, $a(1,5)$ y $a(2)$ en metros por segundo cuadrado.

$$t=1;$$

$$a = 60 - 14.07 * \exp(-0.2345 * t)$$

$$a =$$

$$48.871105089148301$$

$$t=1.5;$$

$$a =$$

$$50.102374586714582$$

$$t=2;$$

$$a =$$

$$51.197419904990710$$

3. Dada la función $f(x) = \frac{x^3}{x^2-1}$, calcule asíntotas, máximos y mínimos, puntos de inflexión, intervalos de crecimiento e intervalos de concavidad y convexidad cuando x tiende a infinito.

syms x



$$f = \lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 / (x^2 - 1))$$

$$f =$$

$$\infty$$

No existe una asíntota horizontal como tal. Con el fin de saber si hay asíntotas verticales se procede a analizar los valores de x que hacen a infinito mediante la instrucción *solve*:

$$\text{solve}(x^2 - 1)$$

$$\text{ans} =$$

$$-1$$

$$1$$

Las asíntotas verticales son las rectas $x = -1$ y $x = 1$.

Para obtener máximos y mínimos, puntos de inflexión e intervalos de crecimiento y concavidad se emplea de nuevo la instrucción *solve*, pero de la derivada de la función $f(x)$.

$$f = x^3 / (x^2 - 1);$$

$$\text{solve}(\text{diff}(f))$$

$$\text{ans} =$$

$$0$$

$$3^{1/2}$$

$$-3^{1/2}$$

La primera derivada se anula en los puntos de abscisa $x = 0$, $x = \sqrt{3}$ y $x = -\sqrt{3}$

Estos puntos son los más opcionales a ser los máximos y mínimos; para saber si lo son, se procede a calcular la segunda derivada en estos puntos:

```
syms x
```

```
f=x^3/(x^2-1);
```

```
d=diff(f,2)
```

```
d =
```

```
(6*x)/(x^2 - 1) - (14*x^3)/(x^2 - 1)^2 + (8*x^5)/(x^2 - 1)^3
```

Para evaluar d en los valores de x se puede crear un vector y proceder de la siguiente manera:

```
x=[0, sqrt(3), -sqrt(3)];
```

```
s = (6*x)/(x.^2-1) - (14*x.^3)/(x.^2-1).^2 + (8*x.^5)/(x.^2-1).^3
```

```
s =
```

```
0 2.5981 -2.5981
```

Según los datos obtenidos, se infiere que en el punto de la abscisa $x = \sqrt{3}$ hay un máximo y en el punto de abscisa $x = -\sqrt{3}$ un mínimo. Es decir, en las parejas ordenadas $(\sqrt{3}, 2,5981)$ y $(-\sqrt{3}, -2,5981)$. En $x = 0$ la función no cambia de signo.

Para calcular los puntos de inflexión se aplica la instrucción *solve* sobre la segunda derivada, así:

```
solve(diff(f,2))
```

```
ans =
```

```
0
```

$$-3^{(1/2)}*1i$$

$$3^{(1/2)}*1i$$

El único punto de inflexión posible se presenta en $x = 0$, y como $f(0) = 0$, el punto de inflexión está en $(0,0)$.

$$\text{subs(diff(f,3),0)}$$

ans =

Dado que la tercera derivada en $x = 0$ no se anula, el origen es en realidad un punto de inflexión:

$$\text{pretty(simplify(diff(f)))}$$

$$2 \quad 2$$

$$x \quad (x - 3)$$

$$2 \quad 2$$

$$(x - 1)$$

La curva es creciente cuando $y' > 0$, es decir, en los intervalos $(-\infty, -\sqrt{3})$ y $(\sqrt{3}, \infty)$.

La curva es decreciente cuando $y' < 0$, es decir, en los intervalos $(-\sqrt{3}, -1)$, $(-1, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, \sqrt{3})$.

$$\text{pretty(simplify(diff(f,2)))}$$

$$2$$

$$2 \quad x \quad (x + 3)$$

$$2 \quad 3$$



$$(x - 1)$$

La curva es cóncava cuando $y'' > 0$, es decir, para los intervalos $(-1,0)$ y $(1,\infty)$.

La curva es convexa cuando $y'' < 0$, es decir, para los intervalos $(0,1)$ y $(-\infty,-1)$.

La curva de $f(x)$ tiene tangentes horizontales en los tres puntos donde se anula la primera derivada. Las ecuaciones de las tangentes horizontales son $y = 0$, $y = 2,5981$, $y = -2,5981$.

La curva de la función $f(x)$ presenta tangentes verticales en los puntos en los que se hace infinita la primera derivada, es decir, en $x = -1$ y $x = 1$. Por consiguiente, las tangentes verticales coinciden con las asíntotas verticales.

En términos gráficos, la curva de la función con sus asíntotas es:

```
fplot('x^3/(x^2-1),x',[-6,6,-6,6])
```

```
title('x^3/(x^2-1)')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

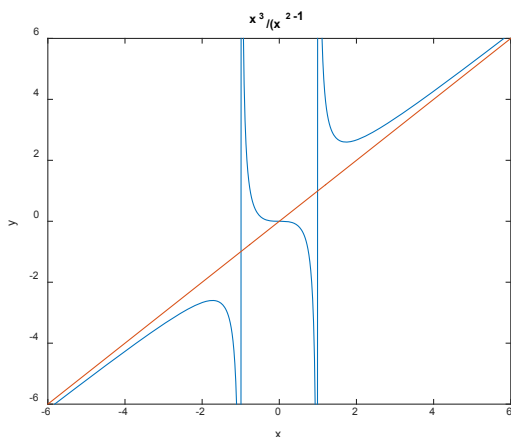


Figura 13.14. Función $f(x)$ con asíntotas.

La curva con sus respectivas asíntotas, tangentes horizontales y verticales, gráficamente es:

```
fplot('x^3/(x^2-1),x,2.5981,-2.5981],[-6,6,-6,6])
title('x^3/(x^2-1)')
xlabel('x'),ylabel('y')
```

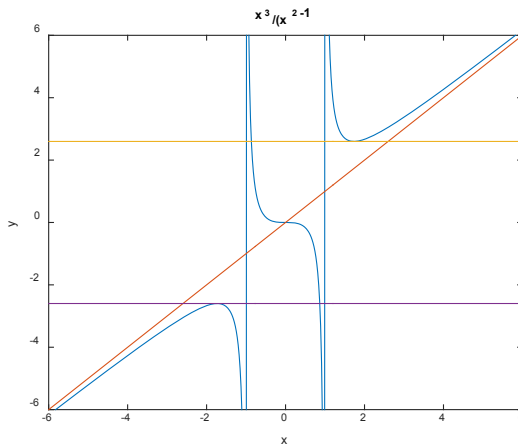


Figura 13.15. Función $f(x)$ con sus asíntotas, tangentes horizontales y verticales.

4. Cree un programa que solicite por consola la función y calcule la primera, la segunda y la tercera derivada.

```
clc, clear all

syms x y;

f=input('Digite la funcion a derivar: ');

der1=diff(f,x);

der2=diff(der1,x);

der3=diff(der2,x);
```

`display('La primera derivada es:')`

`pretty(der1)`

`display('La segunda derivada es:')`

`pretty(der2)`

`display('La tercera derivada es:')`

`pretty(der3)`

Al ejecutar el *script*, se tiene:

Digite la funcion a derivar: $x/\sqrt{1-x^2}$

La primera derivada es:

$$\frac{x^2}{(1-x)^{3/2}} + \frac{1}{\sqrt{1-x}}$$

La segunda derivada es:

$$\frac{3x^3}{(1-x)^{5/2}} + \frac{3x}{(1-x)^{3/2}}$$

La tercera derivada es:

$$\frac{2 \cdot 18 x^2 \cdot 15 x^4}{(1-x)^{2 \cdot 5/2}} + \frac{4 \cdot 15 x^3}{(1-x)^{2 \cdot 7/2}} + \frac{3}{(1-x)^{2 \cdot 3/2}}$$

5. Dada la función de campo eléctrico $E(t)$, calcule: $\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$.

$$E(t) = E_0 \sin\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

`syms E0 t T x l`

`E=E0*sin(2*pi*(t/T-x/l));`

`Ed=diff(E,t,2)`

`Ed =`

$$-(4 \cdot E_0 \cdot \pi^2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot (t/T - x/l))) / T^2$$

En *live script*:

$$-\frac{4 E_0 \pi^2 \sin\left(2 \pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{l}\right)\right)}{T^2}$$



Práctica 2

1. Halle la primera derivada de las funciones dadas.

$$f(x) = 8x^2 + 3x + 9$$

$$f(t) = (2\sqrt{t} + 0,7t) \left(0,85t^3 + 3t - \frac{0,3}{t} \right)$$

$$f(x) = \operatorname{sen}(5x^2 - x + 7)$$

$$f(x) = \frac{5^x}{x^5}$$

$$f(n) = \frac{\ln(n+1)}{\sqrt{n}}$$

$$g(x) = x^2 + \tan(3x^2 - x + 1)$$

$$f(x) = \cot x - \sec x + \csc x$$

$$y(t) = c + e^{\frac{k}{v}t}$$

$$f(x) = \log(x^2 + 2x + 3)$$

$$f(n) = \left(1 + \frac{12}{n} \right)^n$$

$$f(t) = \frac{1 + \operatorname{sen}(t)}{1 - \operatorname{sen}(t)}$$

$$g(x) = x^2(6x^6 - 2x^3 + 7x^2 + 3)^5$$

$$y(x) = -\ln \left(c - \frac{2}{5(x-2)^{\frac{5}{2}}} \right)$$

$$f(t) = |t^2 + 2t|$$

$$y(x) = \frac{e^{-x} + ac}{1 + ae^{-x}}$$

$$y(x) = 3x + x^2 e^{-x} + 1$$

$$y(t) = \frac{2abe^{-2t} - ct^2}{t + abc}$$

$$y(x) = \frac{z \tan(x^2 e^{-x})}{1 - z \cos(x)}$$

2. Halle la segunda derivada.

$$m(x) = x \tanh(4x^2 - 7x)$$

$$h(x) = 5e^{-3x} + 6e^{x^2}$$

$$f(t) = e^{-t} |2t - 5|$$

$$y = \left[\frac{2x}{(x^3 3x + 2)^2} \right]^5$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 10x^2 + 12}$$

$$m(x) = \frac{\operatorname{sen}(2x) + \cos(x)}{\tan x}$$

$$f(x) = x^2 \frac{2x+1}{1-3\sqrt{x}}$$

$$f(x) = \frac{(2x^4 - 5x^2 - 3x)^3}{9x^3 - 3x}$$

$$f(n) = \ln(n) - \ln(n+1)$$

$$y = \ln(\operatorname{sen}^2(x))$$

$$y = \operatorname{sen}(\sqrt{3x^2 + 4})$$

$$y = 2x \cos(2x^2 + x - 1)$$

$$y(z) = \frac{z \tan(x^2 e^{-x})}{1 - z \cos(z)}$$

$$y(t) = \frac{b \operatorname{sen}^{-1}(2t - \pi)}{a + t \ln(t)}$$

3. Grafique $f(x)$ y $f(x)'$ en la misma ventana tomando como intervalo $[-5,7]$. Coloque grilla e identifique cada función.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{(4x^2 - 3)^3}$$

$$f(x) = 10x \operatorname{sen} x$$

$$f(x) = \operatorname{sen} 3x + 5 \operatorname{cos} 2x + 1$$

$$f(x) = \frac{3e^{5x^2} + 2e^{-4x} + x}{e^{3x}}$$

$$f(x) = \ln|x + \operatorname{cos} x|$$

4. Dada la función $f(x) = \frac{x}{x+1}$, calcule las asíntotas, los máximos, los mínimos, los puntos de inflexión, los intervalos de crecimiento y los intervalos de concavidad y convexidad cuando x tiene a infinito.

5. La ecuación de la trayectoria de un móvil con velocidad inicial v_{\max} es:

$$y = -x \tan \theta + \frac{gx^2}{2v_{\max}^2} (1 + \tan^2 \theta)$$

a. Determine la pendiente de la curva dy/dx .

b. Si $dy/dx = 0$, despeje v_{\max} .

c. Si $dy/dx = 0$, despeje x .

6. Dada las funciones $f(x)$, subplotee $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$. Etiquete cada gráfica.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 1}$$

$$f(x) = x^5 \ln(x)$$

$$f(x) = \operatorname{sen}(x)e^x$$

$$f(x) = x^{\operatorname{sen}(x)}$$

7. Calcule la derivada de las siguientes funciones:

a.
$$f(x) = \frac{c}{b^2} \left[\frac{3a}{2(a+5bx)^2} - \frac{2}{a+bx} \right]$$

b.
$$f(x) = \frac{x}{3} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{3a^2}{5} \operatorname{acos} \left(\frac{x}{a} \right)$$

c.
$$f(x) = \frac{2ab}{7c^3} \left(5ax^2 - \frac{3}{4}c^2bx + 3b^2 \right) (3a + bcx)^{3/2}$$

8. Dada la función:

$$f(x) = e^{-x^2} - e^{-1000(x-0,131)^2} - 0,212$$

Evaluada en el intervalo $[-10,10]$.

d. Grafique la función en el intervalo dado con particiones de 0,2.

e. Determine $f(0)$, $f(-1,5)$, $f(3)$ y $f(3,75)$.

f. Grafique la derivada en el intervalo dado con particiones de 0,3.

g. Determine $f'(0)$, $f'(-1,5)$, $f'(3)$ y $f'(3,75)$.

Resuelva los siguientes problemas:

9. Dada la función posición $x(t)$, calcule la aceleración para un tiempo $t = 0, 0,5$ y 1 s.

$$x(t) = 4t^3 - 6t^2 + 5t - 1$$

10. El crecimiento de población en una determinada región durante t años está dada por la ecuación:

$$p(t) = \frac{40t^2 + 140t + 250}{2t^2 + 7t + 51}$$

Graficar $p'(t)$ para el intervalo $[0,15]$ con particiones de 0,1.

11. *La respuesta a la publicidad en la televisión.* El porcentaje de personas que respondieron a un comercial televisivo para un nuevo producto después de t días se encuentra con la expresión:

$$R(t) = 70 - 100e^{-0,2t}$$

Calcule la razón de cambio para uno, tres, cinco y siete días. Grafique $R(t)$ y $R'(t)$ en la misma ventana.

12. El movimiento de una partícula está definido por la ecuación:

$$x(t) = 2,5t^3 - 6,15t^2 + 28,45t - 10$$

Donde x se expresa en metros y t en segundos.

a. Subplotee las funciones posición, velocidad y aceleración para un tiempo comprendido entre 0 y 10 s y particiones de 0,1. Tome $x(t)$ como función principal.

b. Grafique en la misma ventana las funciones anteriores; coloque las etiquetas de *legenda* e identifique cada gráfica.

13. El volumen de un tanque está representado por la ecuación:

$$V(r) = \frac{2}{3}\pi r^2(2r + 17)$$

c. Determine el área y la longitud del tanque.

d. Grafique las tres funciones debidamente etiquetadas en una misma ventana con $r = [0,01, 10]$.

14.Cuál es la rapidez con que varía la concentración de CO_2 (en ppm/año) en una ciudad durante dos y tres años, dada la siguiente ecuación:

$$C(t) = \sqrt{\frac{3,1241 + 0,123t^2}{2} + 17,1}$$

15. Dada la función posición $x(t) = -\frac{1}{2}at^3 + 2at^2 - t + x_0$, determine:

a. Posición cuando la distancia inicial es de 10 metros en un tiempo de 5 segundos y a es igual a 4 m/s^2 .

b. Velocidad.

c. Aceleración.

d. Subplotee la posición, la velocidad y la aceleración para un intervalo de tiempo $[0,10]$ con particiones de 0,001, donde la posición inicial es de 12 m y $a = 2 \text{ m/s}^2$. Etiquete las gráficas con sus nombres y unidades respectivas.

16. La velocidad de un paracaidista está dada por la fórmula:

$$v(t) = \frac{gm}{c} \left(1 - e^{-\frac{ct}{m}} \right)$$

Donde $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, $c = 14 \text{ kg/s}$ (coeficiente de arrastre), t es el tiempo en segundos y m la masa del paracaidista en kg.

Si la masa es de 74 kg, determine su aceleración para un tiempo de 1,2 segundos.

17. Una población de 1000 bacterias se introduce en un cultivo que aumenta de acuerdo con la ecuación:

$$P(t) = 1000 \left(1 + \frac{4t}{10 + t^2} \right)$$

Donde t se mide en horas, calcule:

- Crecimiento bacteriano cuando $t = 2, 5, 9, 12 \text{ h}$.
- Razón de cambio al que crece la población para $t = 2, 5, 9, 12 \text{ h}$.
- Gráfica de la razón de cambio para el intervalo entre 0 y 12 horas con particiones de 0,1.
- Gráfica de p y p' en la misma ventana identificado cada curva con la respectiva función.

18. El costo de inventario $C(q)$ de un fabricante de productos de construcción está representado por la ecuación,

$$C(q) = \frac{150\,000}{q} + 6,63215q$$

Donde q representa el tamaño del pedido cuando se reponen existencias, determine:

- Gráfica del costo cuando q crece de 250 a 425.
- Razón de cambio para el mismo intervalo del punto a .
- Razón de cambio para un pedido de 200 y 350.
- Subplotee los puntos a y b .

19. *Diseminación viral.* Una enfermedad infecciosa comienza a diseminarse en una ciudad de 600 000 habitantes. Después de t días, el número de personas infectadas se modela mediante la siguiente ecuación:

$$I(t) = \frac{600000}{6 + 1328e^{-0,958t}}$$

- ¿Cuántas personas infectadas hay al cabo de 0, 5, 8 y 10 días?
- Grafique la ecuación $I(t)$ e interprete los datos.
- Determine la rapidez con que cambia la infección en los tiempos de 0, 5, 8 y 10 días.
- Gráfica de la rapidez e interprete los datos para el intervalo de 0 a 10 días tomando 600 puntos.

20. El arco Gateway, en San Luis, Missouri, está diseñado bajo el formato matemático de una función exponencial de la forma:

$$f(x) = a(e^{bx} + e^{-bx})$$

En términos físicos, la forma del arco es óptima debido a que distribuye equitativamente las fuerzas estructurales internas.

Con base en el modelo matemático grafique la función $f'(x)$, y $f(x)$ en la misma ventana para el intervalo 0 a 30 con particiones de 0,1. Tome los valores de $a = 10$ y $b = 0,1$.

21. La tasa de operación de una fábrica está representada mediante la función $f(t)$, donde t está expresado en años:

$$f(t) = 92 + \frac{1500t}{3t^2 + 34200} \quad 0 \leq t \leq 285$$

Determinar $f'(t)$ y grafique en la misma ventana a $f(t)$ para el intervalo dado. Etiquete los ejes y las gráficas con la función respectiva.

22. Dada la función $R(x)$, halle $R'(-1)$, $R'(0)$, $R'(1)$, $R'(2)$ y $R'(3)$.

$$R(x) = \frac{x - 5x^3 + 7x^5}{1 + 3x^3 + 6x^6 + 9x^9}$$

Subplotee $R(x)$ y $R'(x)$, personalizando cada gráfica tanto en color como en presentación (línea punto, estrella de cinco puntos) y grosor.

23. La ecuación de estado de Van Der Waals para un gas ideal está representada por la ecuación:

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

Donde P es la presión, V es el volumen por mol, R es la constante universal de los gases, T es la temperatura del sistema, y a y b son constantes que dependen del gas, determine dP/dV , con T constante.

24. La función de densidad probabilidad de Maxwell—Boltzmann $f(v)$ está descrita por la siguiente fórmula:

$$f(v) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m}{kT}\right)^3 v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

Donde m (kg) es la masa de cada molécula, v (m/s) es la velocidad, T (K) es la temperatura en grados kelvin y $k = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K es la constante de Boltzmann:

a. Determine $f'(v)$.

b. Si $m = 5,75 \times 10^{-26}$ kg y $T = 310$ K, subplotee $f(v)$ y $f'(v)$ para el intervalo $[0, 2500]$ m/s. Etiquete las gráficas respectivamente.

25. Una central termoeléctrica como resultado del proceso de la quema de carbón crea sustancias contaminantes que son liberadas al aire y que, por disposiciones ambientales, debe eliminar de forma apropiada. Esto conlleva a realizar gasto C en dólares, lo que implica eliminar un porcentaje p de estas sustancias contaminantes. Para esto se plantea la siguiente ecuación que permite calcular el gasto:

$$C(p) = \frac{80000p}{100 - p}$$

a. Gráfica de $C(p)$ para el intervalo $[10, 90]$.

b. Calcule la variación del costo.

c. Grafique el punto anterior para un intervalo de 15 % a 90 %, con particiones de 0,001.

26. El interés compuesto se representa mediante la ecuación:

$$A(t) = C \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{nt}$$

Donde vC es el capital invertido, i es la tasa anual, n es el número de periodos compuestos y t el número de años de inversión:

a. Grafique el interés compuesto en el intervalo $0 \leq t \leq 7$ para un capital de \$950 000 con una tasa anual del 10 %. El número de periodos es de 12.

b. Grafique la razón de cambio con el mismo intervalo, interprete la información para $A(2)'$ y $A(5)'$.

c. Grafique $A(t)$ y $A'(t)$ en la misma ventana. Etiquete los ejes y las gráficas con la función respectiva.

27. La posición de un cuerpo en un tiempo t está representado mediante la ecuación:

$$x(t) = 95t + 921,5 \left(e^{-\frac{t}{9,7}} - 1 \right)$$

Determine (expresé la respuesta como un vector):

a. Posición del cuerpo en los intervalos de tiempo de 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6 s.

b. Velocidad en el tiempo t dado.

c. Aceleración en el tiempo t dado.

d. Subplotee los puntos anteriores tomando los datos del punto a.

28. Halle la cantidad q que lleve al máximo la utilidad si el ingreso total $R(q)$ y el costo total $C(q)$ (en dólares) están dados por:

$$R(q) = 12q - 0,005q^2 \text{ y } C(q) = 380 + 1,25q$$

Donde $0 \leq q \leq 1200$ unidades.

¿Qué nivel de producción dará la utilidad mínima? (Ayuda: $R'(q) = C'(q)$, luego despeje q y reemplace en $R(q)$ y $C(q)$).

29. El factor de forma K para calcular la deflexión de un resorte plano está representado por:

$$K(\alpha) = \frac{3}{(1-\alpha)^3} (0,5 - 2\alpha + \alpha(1,5 - \ln(\alpha)))$$

- Calcule la primera y segunda derivada de $K(\alpha)$.
- Grafique $K(\alpha)$ y sus derivadas en la misma ventana para el intervalo $[0, 0,9]$, con particiones de 0,001.

30. Se ha estimado que la producción total de petróleo de cierto pozo está dada por:

$$T(t) = -1000(t+10)e^{-0,1t} + 10000$$

Donde $T(t)$ se mide en miles de barriles t días después de iniciar su producción:

- Determine la razón de cambio al cabo de 10 días, un mes y un año.
- ¿En qué año el pozo estará produciendo a su máxima capacidad? (Ayuda: use el concepto de punto crítico y despeje t).

31. El movimiento de un cuerpo está representado por las siguientes ecuaciones:

$$x=3t^3+2t+1; \quad y=2t^2+5t; \quad z=4t+7$$

- Calcule la velocidad resultante v en función del tiempo. Para esto emplee la siguiente ecuación:



$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

b. Calcule la aceleración resultante a en función del tiempo. Para esto emplee la siguiente ecuación:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

c. Para un tiempo de 3 s evalúe v y a .

d. Cuál es el valor de los cosenos directores en grados, donde:

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{|v|}, \quad \cos \alpha = \frac{v_y}{|v|}, \quad \cos \alpha = \frac{v_z}{|v|}$$

32. Dada la ecuación de la fuerza F que se ejerce sobre un cuerpo de peso W que se desplaza sobre una superficie inclinada de ángulo Θ :

$$F = \frac{\mu W}{\mu \sin \theta + \cos \theta}$$

Donde μ es el coeficiente de fricción:

a. Halle la razón de cambio de F con respecto al ángulo Θ .

b. Si $W = 40$ lb y $\mu = 0,52$, grafique en la misma ventana F y la razón de cambio para Θ que oscila entre 0 y 70 grados. Etiquete debidamente las gráficas.

33. A fin de evaluar el porcentaje de personas $R(t)$ que responden al anuncio de un producto nuevo en un periódico y que es comprado después de t días, se expresa mediante la fórmula:

$$R(t) = 50 - 100e^{-0,3t}$$

a. Grafique en la misma ventana la razón de cambio y la ecuación original debidamente etiquetadas en el intervalo $[0,10]$ con 250 puntos.



b. Si el porcentaje de compra es del 60 %, ¿en cuántos días se hizo la compra?

34. La disminución de la amplitud se denomina amortiguación, y el movimiento que realiza se llama oscilación amortiguada. De acuerdo con la segunda ley de Newton, se tiene una ecuación diferencial de segundo orden:

$$-kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

La solución de esta ecuación para valores de b pequeños es la expresión:

$$x(t) = Ae^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t} \cos(\omega t + \phi)$$

Donde A es la amplitud de la función (en metros), x es la elongación (en metros), t el tiempo (en segundos), ϕ ángulo de fase inicial, ω la frecuencia angular de la oscilación (en radianes por segundo) y k la constante de elasticidad.

ω está dada por:
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

Donde k es la constante de amortiguamiento, m la masa y b una constante que depende de las condiciones iniciales de oscilador.

Si $\omega = 0$, se infiere que el sistema no oscila, volviendo a su estado de posición de equilibrio, entonces, se afirma que se presenta una amortiguación crítica. Por tanto:

$$b = 2\sqrt{mk}$$

Ahora, si $b > 2\sqrt{mk}$, se dice que la oscilación es sobreamortiguada.

Determine:

a. Gráfica de la elongación en el intervalo $[0,10]$ cuando un cuerpo de 0,2 kg oscila con una máxima amplitud de 30 cm, la cons-

tante de elasticidad es de 2N/m, el factor de amortiguamiento es de 0,85 kg/s y el ángulo de fase es de 45 grados.

b. La razón de cambio de la elongación en el mismo intervalo de tiempo.

c. La aceleración en el mismo intervalo de tiempo.

35. La fórmula para hallar la distancia d que cae un cuerpo (en pies) durante los primeros t segundos después de haber sido soltado, teniendo en cuenta la resistencia del aire, es:

$$d(t) = \frac{32m}{b}t - \frac{32m^2}{b^2} \left(1 - e^{-\frac{bt}{m}}\right)$$

Donde m es la masa del cuerpo (kg), b una constante de resistencia al aire y t el tiempo, determine la derivada $d'(t)$ y grafique para $m = 10$ kg, $b = 0,35$ y t oscila entre 0 y 10 segundos.

36. La velocidad del flujo sanguíneo en una arteria de sección transversal circular de radio R está representado por la fórmula:

$$v(r) = \frac{P}{4\eta l} (R^2 - r^2)$$

Donde P , η y l , son constantes, halle $v'(r)$ cuando $R = 1,3r$

37. El movimiento de un resorte sometido a una fuerza de fricción se puede modelar mediante la siguiente ecuación:

$$x(t) = 2e^{-1,512t} \cos(2\pi t)$$

Donde x se mide en cm y t en segundos, determine:

a. Velocidad.

b. Aceleración.

c. Grafique en la misma ventana las tres funciones en el intervalo de tiempo $[0, 2,5]$ segundos.

38. Cree un programa que pida por consola una función y calcule cualquier derivada y la grafique. Debe arrojar la derivada simplificada por consola en conjunto con la gráfica. Pruebe para la tercera derivada de la función $f(x) = \frac{x - \operatorname{sen}(2x)}{\cos(x)}$.

39. La siguiente ecuación permite calcular el ángulo de elevación con la que una persona puede observar un cartel:

$$\tan\theta = \frac{4x}{x^2 + 252}$$

a. Halle la razón de cambio de θ con respecto a x .

b. Grafique la razón de cambio para el intervalo $[0,4]$; tome 500 puntos.

40. La ecuación de difusión unidimensional esta descrita por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = m \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Demuestre que las siguientes fórmulas son soluciones de la ecuación de difusión.

a. $u = A \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{4mt}} + B$, donde A y B son constantes.

b. $u = A e^{-\alpha x} \cos(\alpha x - 2m\alpha^2 t + B) + C$, donde A , B y C son constantes.

41. La cantidad de agua recogida en millones de litros en cierta área está representada mediante la expresión:

$$f(t) = \frac{12}{(t-7,25)^2 + 1,2} \quad 0 \leq t \leq 12$$

Donde t representa el tiempo en meses.

- a. Determine la razón de cambio de la función.
- b. Grafique $f'(t)$ bajo el intervalo dado.
- c. Subplotee $f(t)$ y $f'(t)$, ¿qué puede inferir de lo observado?

42. Dada la ecuación diferencial de un sistema físico de resorte:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \omega^2 x = 0$$

Demuestre que $x(t)$ satisface la ecuación:

$$x(t) = x_o \cos(\omega t) + \frac{v_o}{\omega} \sin(\omega t).$$

Donde $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, k es la constante del resorte, m es la masa del cuerpo suspendido, la velocidad inicial y t el tiempo medido en segundos.

43. La ecuación diferencial que permite modelar un cable suspendido entre dos postes es:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\rho g}{T} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

Donde ρ representa la densidad lineal del cable, g es la aceleración de la gravedad y T la tensión del cable en su punto más bajo, compruebe que la función $y = \frac{T}{\rho g} \cosh\left(\frac{\rho g x}{T}\right)$ es la solución de la ecuación diferencial.

Derivación implícita

La derivada de la función implícita $y=y(x)$ definida mediante la ecuación $F(x,y)=0$ (que se conoce como función implícita) se puede calcular despejando la variable y , o empleando el siguiente formulismo matemático:

$$y' = -\frac{F_x}{F_y} \text{ con la condición de que } F_y \neq 0$$

Las derivadas de orden superior de una función implícita se pueden calcular mediante la derivación sucesiva de la fórmula anterior, considerando y como función de x .

Las derivadas parciales de una función implícita de dos variables $z = f(x,y)$ se definen mediante la ecuación $F(x,y,z) = 0$, la cual se evalúa mediante las fórmulas:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z} \text{ con la condición de que } F_z \neq 0$$

Ejemplos

1. Calcule y' de la ecuación $y^3+3y^2x-5y-7x^2+8=0$.

Sea $F(x,y) = y^3+3y^2x-5y-7x^2+8$, se procede a hallar las derivadas parciales F_x y F_y :

$$F_x = 3y^2 - 14x ; F_y = 3y^2 + 6yx - 5$$

$$\text{Por tanto, } y' = -\frac{F_x}{F_y} = \frac{-3y^2+14x}{3y^2+6yx-5}$$

Las instrucciones en Matlab son:

```
syms x y
```

```
f=y^3+3*y^2*x-5*y-7*x^2+8;
```

```
imply=-diff(f,x)/diff(f,y)
```

imply =

$$(-3*y^2 + 14*x)/(3*y^2 + 6*x*y - 5)$$

2. Dada la ecuación $x^2 + y^2 = 25$, calcule y' :

syms x y

$$f=x^2+y^2-25;$$

$$imply = -diff(f,x)/diff(f,y)$$

imply =

$$-x/y$$

3. Dada la ecuación $6x - 2y = 0$, calcule y' :

syms x y

$$f=6*x-2*y;$$

$$imply = -diff(f,x)/diff(f,y)$$

imply =

$$3$$

4. Derive $x^2y - xy^2 + y^2 = 7$; proporcione la respuesta simplificada y organizada.

syms x y

$$f=x^2*y-x*y^2+y^2-7;$$

$$imply = -diff(f,x)/diff(f,y)$$

$$simplify(imply)$$

$$pretty(imply)$$



imply =

$$-(-y^2 + 2xy)/(x^2 - 2yx + 2y)$$

ans =

$$-(y(2x - y))/(x^2 - 2yx + 2y)$$

2

$$-y + 2xy$$

2

$$x - yx^2 + 2y$$

Práctica 3

Halle la derivada implícita de los ejercicios dados, donde el resultado esté simplificado y organizado. De igual manera, grafique la derivada resultante.

1. $4x^3y - 3xy^2 = 10$
2. $\sec^2x + \csc^2y = 4$
3. $x^2y - xy^2 + y^2 = 15$
4. $x^3 + y^3 = 8xy$
5. $x^2\text{sen}(x + y) - 5ye^x = 3$
6. $3x^2y - 5xy^2 + 10y^2 = 7$
7. $6x^2y + 5y^3 + 3x^2 = 12 - x^2y^2$
8. $y^3 + y^2 + 5xy + x^2 + x + y = 0$
9. $\sec^2y + \cot(x - y) = \tan^2x$
10. $f(x, y) = x - 3 - \sqrt{x^2 + y^2}$
11. $x^4 + x^2y^3 - y^5 = 2x + y$
12. $x^2\text{sen}(x + y) - 7ye^x = 5$
13. $yx^2 + \ln(x\sqrt{y}) = e^2$
14. $x\text{sen}(y) - y\cos(x) = 1$
15. $\frac{x^2}{y} + 2y^2x = 12$
16. $\sec^2x + \csc^2y = 0$
17. $9xy^7 - 5y^3 = 9x + 2y$
18. $f(x, y) = \frac{x^2}{y} - \frac{y}{x^2}$
19. $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{1}{2}\ln(x^2 + y^2)$
20. $f(x, y) = 2x\ln(xy) + \frac{3x^2}{5y} - k$
21. $f(x, y) = \text{sen}(xy) - \cos(xy)$
22. $f(x, y) = 2\text{sen}(x^2y) + \cos(xy^2) - \tan(x^2 - y^2)$

23. Calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ de la ecuación $9x^2z + 2x^2y^2 + 3z^3 + 8yxz = 18$.
24. Calcule $\frac{\partial z}{\partial x}$ y $\frac{\partial z}{\partial y}$ de la ecuación $x^2zy + 2xy^2z + 3z^3x + 8yz = 20$.
25. Grafique en la misma ventana la función original y su derivada implícita de:

$$6x^2y + 5y^3 + 3xy^2 = \text{sen}(12 - x^2y^2)$$

26. Dada la función costo, determine los gradientes con respecto a h y r .

$$C(h,r) = \pi rk(2h+3r)$$

27. Cree un programa en el que todos los datos se soliciten por consola y en la cual aparezca suplotada la función original y su derivada implícita.

$$f(x,y) = yx^2 - a\sqrt{xy} + bxy^2 - c$$

Gradiente de un campo escalar

Para funciones de varias variables, la entidad matemática que desempeña el mismo papel al de la derivada, para el caso de una función de una variable, es el gradiente. Sea un campo escalar con $f:D \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ con $f=f(x,y,z)$ y D una región cualquiera, se define el gradiente de f denotado por ∇f , como la función vectorial:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y, z)\mathbf{i} + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y, z)\mathbf{j} + \frac{\partial f}{\partial z}(x, y, z)\mathbf{k}$$

Para \mathbb{R}^2 solo se precisa suprimir la componente k .

Ejercicios resueltos

1. Considere una función escalar de dos variables $V(x,y)=2x^2+3y$. El gradiente de V está definido por el campo vectorial:

$$\nabla V = \left(\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y} \right) = (4x, 3)$$

El siguiente programa grafica el campo vectorial en el plano xy en los intervalos $[-3,3] \times [-3,3]$, con particiones de 0,2:

```
[x y] = meshgrid(-3:.2:3, -3:.2:3);
```

```
V=2*x.^2+3*y;
```

```
dx = 4*x;
```

```
dy = 3*dx;
```

```
contour(x, y, V), hold on
```

```
quiver(x, y, dx, dy), hold off
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

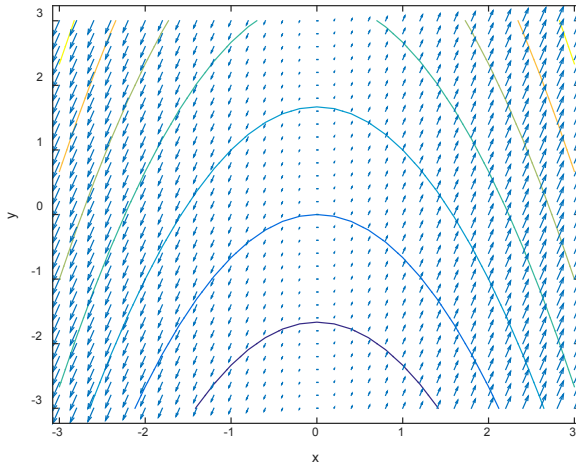


Figura 13.16. Grafica el campo vectorial en el plano xy .

2. Dada la función $f(x,y) = -x^2 - y^2$, grafique el campo gradiente para el intervalo $[-6,6]$.

Entonces $\nabla f(x,y) = -2xi - 2yj$, por consiguiente:

$$U(x,y) = -2x; \quad V(x,y) = -2y;$$

Gráficamente se tiene:

$$x = -6:6;$$

$$y = x;$$

$$[X,Y] = \text{meshgrid}(x,y);$$

$$U = -2 * X;$$

$$V = -2 * Y;$$

$$\text{quiver}(X,Y,U,V), \text{xlabel}('x'), \text{ylabel}('y')$$

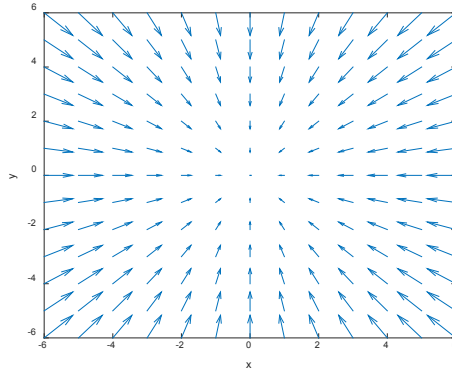


Figura 13.17. Gráfica de un campo gradiente.

Para adicionar líneas de contorno a la gráfica anterior:

$$x=-6:6; y=x;$$

$$[X,Y]=meshgrid(x,y);$$

$$U=-2*X;$$

$$V=-2*Y;$$

quiver(X,Y,U,V), hold on

$$Z=-X.^2-Y.^2;$$

$$cs=contour(X,Y,Z);$$

clabel(cs), xlabel('x'),ylabel('y')

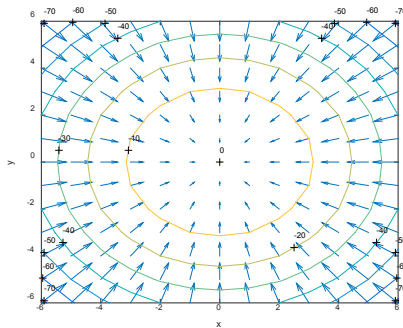


Figura 13.18. Campo gradiente con líneas de contorno.

3. Sea la función $f(x, y, z) = 2z + \frac{y^2 - 3x^2}{4}$, grafique el campo gradiente para el intervalo $[0, 2]$, con particiones de 0,2.

```
[x,y]=meshgrid(0:0.2:2);
u=-3*x/2; % Derivada con respecto a x
v=y/2; % Derivada con respecto a y
w=2+0*x; % Derivada con respecto a z
for z=[-1,0,1]
z=z+0*x;
quiver3(x,y,z,u,v,w)
hold on
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
end
axis image
```

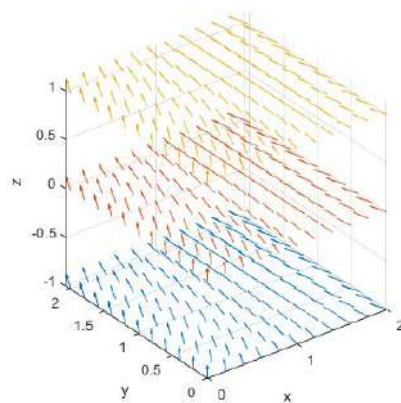


Figura 13.19. Campo gradiente tridimensional.

4. Dada la función $f(x,y) = \cos(3x) + \cos(3y)$ grafique y evalúe el vector gradiente y las líneas de contorno en el intervalo $[-2,2]$ con particiones de 0,1. Tome como ángulo fijo de vista $(-43,46)$. Analice las instrucciones citadas.

```
[x,y]=meshgrid(-2:0.1:2);

f=cos(3*x)+cos(3*y);

subplot(121), mesh(f)

title('superficie y lineas de contorno'), xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'), view(-43,46)

subplot(122),[fx,fy]=gradient(f);

contour(f)

hold on

quiver(fx,fy)

title('Lineas de contorno y vector gradiente'), xlabel('x'),ylabel('y')

hold off

colormap([0.3 0.3 0.3]), axis square
```

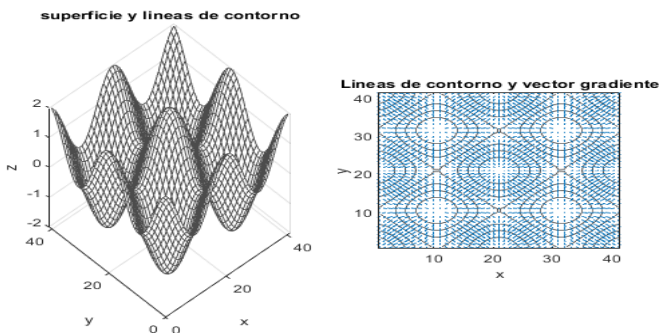


Figura 13.20. Función en 3D definida con líneas de contorno y vector gradiente respectivamente.

5. Dada la función $z = xe^{-x^2-y^2}$ calcule y grafique el campo gradiente para el intervalo $[-2,2]$, con particiones de 0,2.

```
[x,y]=meshgrid(-2:0.2:2);
```

```
z=x.*exp(-x.^2-y.^2);
```

```
[Dx,Dy]=gradient(z,0.2,0.2);
```

```
contour(x,y,z)
```

```
hold on
```

```
quiver(x,y,Dx,Dy)
```

```
colormap hsv
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
hold off
```

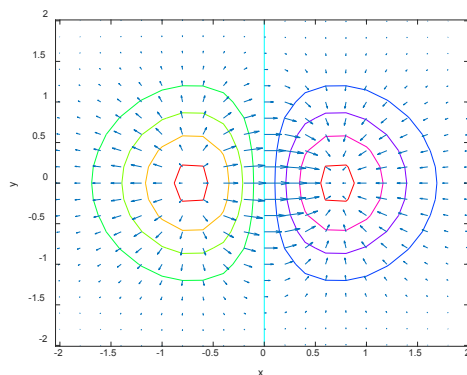


Figura 13.21. Campo gradiente de la función z .

6. Grafique el gradiente y las curvas de nivel en el intervalo $[-3,3]$ con particiones de 0,22. Para las curvas de contorno tome un valor de 20.

```
n = -3:.22:3;
```

```

[X,Y,Z] = peaks(n);
contour(X,Y,Z,20),hold on
[U,V] = gradient(Z,.2);
quiver(X,Y,U,V),xlabel('x'),ylabel('y')
hold off

```

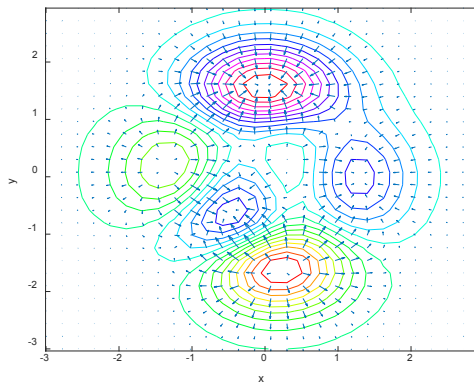


Figura 13.22. Campo gradiente y curvas de nivel.

7. Dada la función $z=|\text{sen}(y) \cos(x)|$, evaluada en los intervalos $[-\pi/2, \pi/2]$ y $[-\pi, \pi]$, con particiones de 0,1 y 0,2, respectivamente, grafique el gradiente con las curvas de contorno.

```

[X,Y]=meshgrid(-pi/2:0.1:pi/2,-pi:0.2:pi);
Z=abs(sin(Y).*cos(X));
[A,B]=gradient(Z,.1,0.2);
contour(Z);
hold on;
quiver(A,B);
hold off;

```

`xlabel('x'),ylabel('y')`

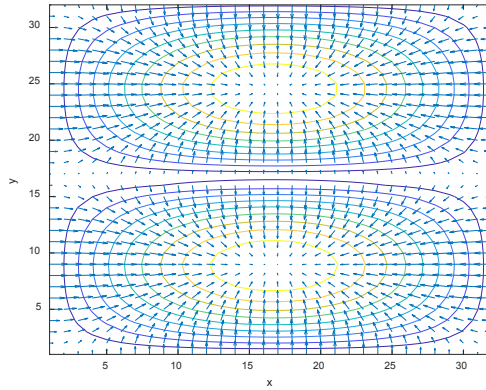


Figura 13.23. Campo gradiente con las curvas de contorno.

Práctica 4

1. Dada la función $f(x,y) = x^2 + y^2$, grafique el campo gradiente para el intervalo $[-6,6]$.

2. Grafique y evalúe el vector gradiente y las líneas de contorno en el intervalo $[-2,3]$ con particiones de 0,1. Tome como ángulo fijo de vista el que sea más conveniente.

$$f(x, y) = 5x^3 + 2y^2 + 5$$

$$f(x, y) = \text{sen}(2x) + \text{sen}(2y)$$

$$f(x, y, z) = 2\text{sen}(2x) + \cos(2y) - e^{x^2-y}$$

$$f(x, y) = e^{\cos(3x) + \cos(3y)}$$

$$f(x, y) = \log|\cos(3x) + \cos(3y)|$$

$$f(x, y) = \log_2|\text{sen}(2x) + \text{sen}(2y)|$$

$$f(x, y) = \sqrt{|\text{sen}(3x) + \text{sen}(2y/3)|}$$

3. Grafique el gradiente y las curvas de nivel en el intervalo $[-2,5, 2,5]$ con particiones de 0,3. Para las curvas de contorno tome un valor de 16.

4. Sea la función $f(x, y, z) = \frac{2zy^2 + 3x^2}{3}$, calcule y grafique el campo gradiente para el intervalo $[-1,2]$, con particiones de 0,2.

5. Dada la función gradiente $\nabla f(x,y) = (x^2 - xy)i + y^2 j$, grafique el campo vectorial para el intervalo $[-5,5]$.

6. Sea la función $f(x,y,z) = 2ze^{x^2-y}$, calcule y grafique el campo gradiente para el intervalo $[-2,2]$, con particiones de 0,1.

7. Sea la función $f(x, y, z) = \frac{\text{sen}(xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, calcule y grafique el campo gradiente para el intervalo $[-3,3]$, con particiones de 0,4.

8. Grafique el campo vectorial en el plano xy en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,3 para las siguientes funciones escalares:

$$V(x, y) = x^2 + y^2$$

$$V(x, y) = 3x^2y + 2xy^2$$

$$V(x, y) = \cos(x^2 + y^2)$$

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$f(x, y) = |-x^2 - y^2|$$

$$f(x, y) = \ln|2x^2 + y^2 + 1|$$

$$V(x, y) = x^3y - 2xy^3$$

$$V(x, y) = \cos(x^2) + \text{sen}(y^2)$$

Divergencia y rotacional de un campo vectorial

En un espacio euclidiano tridimensional, el concepto de gradiente se puede extender al caso de un campo vectorial, siendo el gradiente de la función un tensor que da el diferencial del campo al realizar un desplazamiento determinado. Un campo vectorial se puede derivar de dos maneras: de forma escalar o de forma vectorial.

La derivada escalar se define mediante el teorema de la divergencia, en el cual se define un campo vectorial $F(x,y,z) = u(x,y,z)i + v(x,y,z)j + w(x,y,z)k$, y se define la divergencia de F como el escalar:

$$\operatorname{div}F = \frac{\partial u}{\partial x}(x, y, z) + \frac{\partial v}{\partial y}(x, y, z) + \frac{\partial w}{\partial z}(x, y, z)$$

Para \mathbb{R}^2 solo se precisa suprimir la derivada parcial de w .

Ejemplos

Halle la divergencia de cada uno de los campos vectoriales dados.

$$1. F(x,y) = x^2 yi + xy^3 j$$

syms x y

$$u = x^2 y;$$

$$v = x y^3;$$

$$\operatorname{div}F = \operatorname{simplify}(\operatorname{diff}(u,x) + \operatorname{diff}(v,y))$$

$$\operatorname{div}F =$$

$$x y (3 y + 2)$$


```
syms x y z
u=2*x;
v=y^3*z^2;
w=x*z^3;
divF=simplify(diff(u,x)+diff(v,y)+diff(w,z))
```

```
divF =
3*y^2*z^2 + 3*x*z^2 + 2
```

3. Dada la función $F(x, y) = \sqrt{x + 2y}i - 2xy^3j$, calcule la divergencia y obtenga la gráfica de la función. Trace las figuras de dos formas distintas: con la expresión explícita de la divergencia y con las componentes del campo hallando la divergencia mediante la instrucción $divergence(x,y,u,v)$.

```
syms x y
u=sqrt(x+2*y);
v=-2*x*y^3;
divF=simplify(diff(u,x)+diff(v,y))
```

```
divF =
1/(2*(x + 2*y)^(1/2)) - 6*x*y^2
```

```
%%
```

```
[x,y]=meshgrid(1:0.1:5);
```

```
subplot(121)
```

```
divF = 1./(2*(x + 2*y).^(1/2)) - 6*x.*y.^2;
```

```

mesh(x,y,divF)

shading flat % Sombreado suave

axis square

title ('primera Forma')

%% Se introducen las componentes del campo

u=sqrt(x+2*y);

v=-2*x*y^3;

subplot(122)

div=divergence(x,y,u,v);

mesh(x,y,div)

shading flat % Sombreado denso

axis square

```

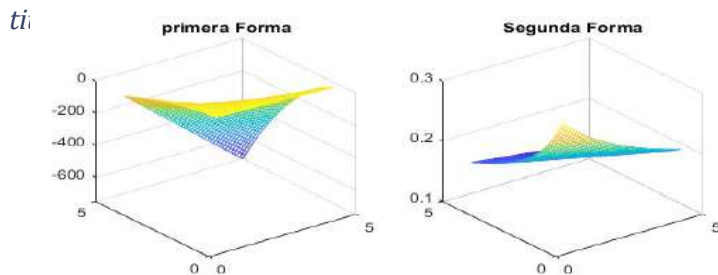


Figura 13.24. Gráfica de la divergencia y las componentes del campo.

La instrucción para calcular la divergencia en \mathbb{R}^3 es *divergence*(x,y,z,u,v,w).

Otra forma alternativa de calcular la divergencia de un campo vectorial F es hallar, en primer lugar, la matriz jacobiana de F , y

luego sumar los elementos de la diagonal, es decir, la traza de la matriz jacobiana. Por ejemplo:

$$4. F(x,y,z) = (x^2 y + z^2) i + (y^2 z + x^2) j + (z^2 - x^2) k$$

`syms x y z`

$$F = [x^2*y + z^2, y^2*z + x^2, z^2 - x^2];$$

$$J = \text{jacobian}(F)$$

$$\text{sum}(\text{diag}(J))$$

$$J =$$

$$[2*x*y, \quad x^2, \quad 2*z]$$

$$[2*x, \quad 2*y*z, \quad y^2]$$

$$[-2*x, \quad 0, \quad 2*z]$$

$$\text{ans} =$$

$$2*z + 2*x*y + 2*y*z$$

$$5. H(x,y,z) = z \text{sen}(2x) i + \text{sen}(xy) j + (x+yz - z^2) k$$

`syms x y z`

$$H = [z*\sin(2*x), \sin(x*y), x+y*z - z^2];$$

$$J = \text{jacobian}(H) \% \text{matriz jacobiano.}$$

$$\text{div} = \text{trace}(J) \% \text{Traza de la matriz}$$

$$\text{pretty}(\text{div})$$

$$J =$$

$$[2*z*\cos(2*x), \quad 0, \quad \sin(2*x)]$$

$$[y*\cos(x*y), \quad x*\cos(x*y), \quad 0]$$

$$[1, z, y - 2z]$$

$\text{div} =$

$$y - 2z + 2z \cos(2x) + x \cos(xy)$$

$$y - 2z + z \cos(2x) + x \cos(xy)$$



Práctica 5

Calcule la divergencia de un campo vectorial F empleando los dos métodos del jacobiano.

1. $F(x, y, z) = x^2yz^2\mathbf{i} + (y^2z - 3x^2)\mathbf{j} + z^2x^2\mathbf{k}$

2. $G(x, y, z) = e^{x^2+z^2}\mathbf{i} + \text{sen}(y)\mathbf{j} + \cos(2z)\mathbf{k}$

3. $H(x, y, z) = x^{-2}\mathbf{i} + \log(y)\mathbf{j} + \cos(2z)\mathbf{k}$

4. $F(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}(\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k})$

5. $G(x, y, z) = e^{x^2+z^2}\mathbf{i} + \text{sen}(y)\mathbf{j} + \cos(2z)\mathbf{k}$

6. $F(x, y, z) = x^3y\mathbf{i} + (xy^3 - x^2z)\mathbf{j} + x^2yz^3\mathbf{k}$

7. $H(x, y, z) = z\cos(xy)\mathbf{i} + x\tan(zy)\mathbf{j} + y\text{sen}(x + z^2)\mathbf{k}$

8. $F(x, y, z) = \text{sen}(3xy^3)\mathbf{i} + \cos(2xz^3)\mathbf{j} + x^2y\mathbf{k}$

9. $F(x, y, z) = \frac{2}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}(x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})$

10. $H(x, y, z) = 3x^2yzi + 2\text{sen}(xy^2)\mathbf{j} + 3\cos(zy)\mathbf{k}$

Rotacional o rotor

Para el caso de una derivada vectorial de un campo vectorial se toma como definición principal el rotacional o rotor, el cual es un operador que muestra la tendencia de un campo vectorial a inducir rotación alrededor de un punto.

Dado un campo vectorial $F(x,y,z) = u(x,y,z)i + v(x,y,z)j + w(x,y,z)k$, se define el rotacional de F como el vector:

$$\begin{aligned} \text{rot}F = & \left(\frac{\partial w}{\partial y}(x,y,z) - \frac{\partial v}{\partial z}(x,y,z) \right) i + \left(\frac{\partial u}{\partial z}(x,y,z) - \frac{\partial w}{\partial x}(x,y,z) \right) j \\ & + \left(\frac{\partial v}{\partial x}(x,y,z) - \frac{\partial u}{\partial y}(x,y,z) \right) k \end{aligned}$$

El rotacional de F determina un campo vectorial en tres dimensiones que tiene implicaciones importantes en física.

Ejemplos

1. Calcule el rotacional del siguiente campo vectorial:

$$F(x,y,z) = x^3 yz^2 i + y^2 zx^2 j + x^2 z^2 k$$

syms x y z

*u=x^3*y*z^2;*

*v=y^2*z*x^2;*

*w=x^2*z^2;*

r1=diff(w,y)—diff(v,z) % primera componente del rotacional

r2=diff(u,z)—diff(w,x) % segunda componente del rotacional

r3=diff(v,x)—diff(u,y) % tercera componente del rotacional

$$\text{rot}F=[r1,r2,r3]$$

$$r1 =$$

$$-x^2*y^2$$

$$r2 =$$

$$2*y*x^3*z - 2*x*z^2$$

$$r3 =$$

$$2*x*y^2*z - x^3*z^2$$

$$\text{rot}F =$$

$$[-x^2*y^2, 2*y*x^3*z - 2*x*z^2, 2*x*y^2*z - x^3*z^2]$$

El .

2. Calcule el valor simbólico del rotacional empleando elementos de la matriz jacobiana.

syms x y z

$$H=[x*\sin(2*y*z),\cos(y^2*x),2*x^2*z^2];$$

$$J=\text{jacobian}(H,[x,y,z]);$$

$$\text{rot}H=[J(3,2)-J(2,3),J(1,3)-J(3,1),J(2,1)-J(1,2)]$$

$$\text{rot}H =$$

$$[0, 2*x*y*\cos(2*y*z) - 4*x*z^2, -y^2*\sin(x*y^2) - 2*x*z*\cos(2*y*z)]$$

Matlab dispone de una instrucción que permite calcular el valor numérico del rotacional; su sintaxis es: *curl(x,y,z,u,v,w)*.

Como se aprecia, a medida que una función es más estructurada, más extenso va a ser el código. Por consiguiente, a fin de calcular la divergencia y el rotacional de un campo vectorial en se procede a crear un archivo *operadores.m* de la siguiente manera:

```
% Divergencia y Rotacional de un campo vectorial en R3

%.....

% La función de entrada es F=[u,v,w]

%.....

function [div,rot]=operadores(F)

if nargin==0

    error('Esta función necesita un argumento de entrada')

else

syms x y z

u=F(1);

v=F(2);

w=F(3);

div=simplify(diff(u,x)+diff(v,y)+diff(w,z));

r1=diff(w,y)—diff(v,z); % primera componente del rotacional

r2=diff(u,z)—diff(w,x); % segunda componente del rotacional

r3=diff(v,x)—diff(u,y); % tercera componente del rotacional

rot=[r1,r2,r3];

end
```


A fin de probar el *script*, tomemos la función $F(x,y,z) = x^2 i + xyzj + xz^3 k$.

Los datos de entrada son:

```
>> F=[x^2,x*y*z,x*z^3];
```

```
>> [div,rot]=operadores(F)
```

div =

$x*(3*z^2 + z + 2)$

rot =

$[-x*y, -z^3, y*z]$

Práctica 6

Utilice el archivo *operadores.m* para calcular la divergencia y el rotacional de los siguientes campos vectoriales:

1. $H(x, y, z) = 5xi - 3yz^2j + xy^2k$
2. $F(x, y, z) = x\cos(2yz)i + \cos(3x)j + \operatorname{sen}(xy^2z^2)k$
3. $H(x, y, z) = 4x^2yzi + 5xyj + xy^3z^2k$
4. $G(x, y, z) = \frac{3x-2y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}i + \frac{2y-5z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}j + \frac{z-x+y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}k$
5. $M(x, y, z) = \frac{x+y}{\cos(2yz)}i + \frac{\cos(3x)}{z+1}j + \operatorname{sen}(x+y^2+z^2)k$
6. $G(x, y, z) = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}i + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}j + \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}k$
7. $G(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}(x^2i + y^2j - z^2k)$
8. Campo vectorial obtenido como el producto vectorial $F \times G$ siendo,
 $(x, y, z) = 3xyi - 5yzj + 7xzk$ y $G(x, y, z) = -xi + x^2yz^{-1}j + y^2zk$

Laplaciano de un campo escalar

Sea $f: D \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ un campo escalar con derivadas parciales primeras y segundas continuas, se define el laplaciano de f , denotado por $\nabla^2 f$, como el escalar:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y, z) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y, z) + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}(x, y, z)$$

La ecuación $\nabla^2 f = 0$ se llama ecuación de Laplace, y toda función que la satisfaga en una región D se dice que es armónica en D .

Ejemplos

1. Demuestre que la función $f(x, y) = e^x \cos(y)$ es una función armónica en el plano XOY .

syms x y

*f=exp(x)*cos(y);*

L=diff(f,x,2)+diff(f,y,2) % Se calcula el laplaciano

L =

0

Por tanto, se infiere que f es una función armónica.

2. Determine si la función $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ es armónica. En la coordenada $(0,0,0)$ la función f no está definida.

syms x y

f=(x.^2+y.^2+z.^2)^(-1/2);

L=diff(f,x,2)+diff(f,y,2)+diff(f,z,2)

$L =$

$$\frac{(3x^2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} - \frac{3}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{(3y^2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}} + \frac{(3z^2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{5/2}}$$

Por tanto, se infiere que f no es una función armónica.

Ecuaciones diferenciales

Una ecuación diferencial relaciona una función con sus derivadas. Es decir, las funciones representan cantidades físicas, las derivadas representan las razones de cambio y la ecuación define la relación entre ellas. En términos operativos, las ecuaciones diferenciales juegan un papel sumamente importante en diversas disciplinas de las ciencias puras y básicas, así como en ingeniería.

Es importante mencionar que solo las ecuaciones diferenciales más simples se pueden resolver mediante fórmulas explícitas; sin embargo, se pueden determinar algunas propiedades de las soluciones de una cierta ecuación diferencial sin hallar su forma exacta. Es así que las ecuaciones diferenciales pueden dividirse en varios tipos:

- ordinaria/derivadas parciales;
- lineal/no lineal;
- homogénea/inhomogénea.

Existen otras propiedades y subclases de ecuaciones diferenciales que pueden ser muy útiles en contextos específicos de las ciencias y de ingeniería. Para esto, una condición esencial es el orden de la ecuación, descrito por la derivada de mayor orden.

En Matlab se emplea la instrucción simbólica *dsolve* para calcular las soluciones de una ecuación diferencial ordinaria. Este tipo de ecuaciones diferenciales dentro de su estructura simbólica contienen la función *diff*.

Antes de usar *dsolve* se debe crear la función simbólica para la cual se desea resolver una ecuación diferencial ordinaria. Se utiliza *sym* o *syms* a fin de crear una función simbólica de manera equivalente a lo visto con el tema de derivadas.

Para especificar las condiciones iniciales o de contorno de la ecuación se emplean ecuaciones adicionales. Si no especifican estas condiciones o límites las soluciones contendrán constantes de integración, tales como C1, C2, etc.

La salida de *dsolve* puede ser:

- Llamar *dsolve* con el número de variables de salida igual al número de variables dependientes.
- Colocar la salida en una estructura cuyos campos contengan las soluciones de las ecuaciones diferenciales.

La sintaxis general de *dsolve* es la siguiente.

- $S = dsolve(eqn)$. Resuelve la ecuación diferencial *eqn*, donde *eqn* es la ecuación simbólica. Se utiliza *diff* y *==* para representar ecuaciones diferenciales. Por ejemplo, $diff(y,x) == y$, que representa la ecuación $dy/dx=y$. *Solve*, es un sistema de ecuaciones diferenciales que especifica *eqn* como vector de esas ecuaciones.
- $S = dsolve(eqn,cond)$. Resuelve *eqn* con una condición inicial (*cond*).

- $S=dsolve(eqn,cond,Name,Value)$. Utiliza opciones adicionales especificadas por uno o más argumentos y valores.
- $[y1,...,yN] = dsolve(_)$. Asigna las soluciones a las variables $y1, \dots, yN$.

Ecuación diferencial ordinaria (EDO) lineal de primer orden

1. Sea la ecuación diferencial $\frac{dy}{dt} = ay$.

```
syms a y(t)
```

```
eqn = diff(y,t) == a*y;
```

```
x=dsolve(eqn)
```

```
x =
```

```
C3*exp(a*t)
```

$C3$ es una constante. Se puede eliminar las constantes, especificando las condiciones, como, por ejemplo, $y(0)=7$.

```
syms y(t) a
```

```
eqn = diff(y,t)==a*y;
```

```
cond = y(0)== 7;
```

```
Sol(t) = dsolve(eqn,cond)
```

```
Sol(t) =
```

```
7*exp(a*t)
```

2. Se desea resolver la ecuación $y'(t) = t*y$.

Primero, se crea la función simbólica $y(t)$:

```
syms y(t)
```

```
y(t) = dsolve(diff(y,t)==t*y)
```

```
y(t) =
```

```
C7*exp(t^2/2)
```

Es una solución a la ecuación para cualquier constante $C7$.

3. Resuelva la misma ecuación diferencial ordinaria, bajo la condición inicial $y(0) = 2$.

```
syms y(t)
```

```
y(t)=dsolve(diff(y,t)== t*y,y(0)==2)
```

```
y(t) =
```

```
2*exp(t^2/2)
```

Grafique $y(t)$ para el intervalo $[0,3]$ con particiones de 0,1.

```
t=0:0.1:3;
```

```
y=2*exp(t.^2/2);
```

```
plot(t,y),xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
title('y(t)=2*exp(t.^2/2)')
```

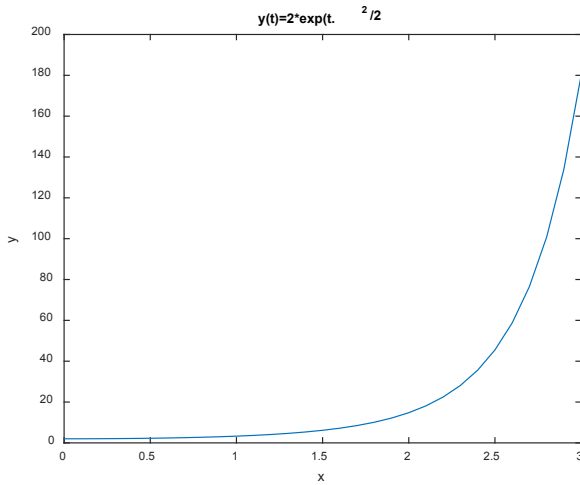


Figura 13.25. Gráfica de la función $y(t)$.

4. Especifique la derivada de segundo orden de una función y usando `diff(y,t,2)` o `diff(y,t,t)`. De forma similar, especifique la derivada de orden n usando `diff(y,t,n)`.

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = ay$$

```
syms y(t) a
```

```
eqn = diff(y,t,2) == a*y;
```

```
Sol(t) = dsolve(eqn)
```

```
Sol(t) =
```

$$C5 \cdot \exp(a^{1/2} \cdot t) + C6 \cdot \exp(-a^{1/2} \cdot t)$$

$C5$ y $C6$ son constantes. Se pueden eliminar las constantes especificando las condiciones.

EDO de segundo orden con condiciones iniciales

Una condición inicial es una derivada $y'(x)$ en $x = 0$. Para especificar esta condición inicial se crea una función simbólica adicional $Dy = \text{diff}(y)$. (También puede utilizar cualquier nombre de función válido en lugar de Dy). Entonces $Dy(0) = 0$ en $x = 0$.

3. Sea $\frac{d^2y}{dt^2} = a^2y$ con la condición $y(0)=b$ y $y'(0)=1$, cree la segunda condición asignando $\text{diff}(y, t)$ a Dy y luego usando $Dy(0) == 1$.

```
syms y(t) a b
```

```
eqn = diff(y,t,2) == a^2*y;
```

```
Dy = diff(y,t);
```

```
cond = [y(0)==b, Dy(0)==1];
```

```
Sol(t) = dsolve(eqn,cond)
```

```
Sol(t) =
```

```
(exp(a*t)*(a*b + 1))/(2*a) + (exp(-a*t)*(a*b - 1))/(2*a)
```

4. Sea la ecuación diferencial ordinaria lineal con coeficientes constantes homogénea de segundo orden que describe un oscilador armónico:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \omega^2u = 0$$

Evalúe la ED bajo la condición $y(0) = 0$ y $y'(0) = 0$.

```
syms u(x) omega
```

```
eqn = diff(u,x,2) == -omega^2*u;
```

```
Dy = diff(u,x);
```

```
cond = [y(0)==0, Dy(0)==0];
```

$Sol(t) = dsolve(eqn,cond)$

$Sol(t) =$

[empty sym]

Indica que no hay una solución explícita.

EDO no lineal

Las ecuaciones no lineales pueden tener múltiples soluciones, incluso si se especifican las condiciones iniciales. Así, por ejemplo:

$syms x(t)$

$x(t) = dsolve((diff(x,t) + x)^2 == 1, x(0) == 0)$

$x(t) =$

$exp(-t) - 1$

$1 - exp(-t)$

EDO de tercer orden

Sea la ecuación $\frac{d^3u}{dx^3} = u$, con las condiciones $u(0) = 1$, $u'(0) = -1$, $u''(0) = \pi$, halle la solución. Debido a que las condiciones iniciales contienen las derivadas de primer y segundo orden, por ende, se crean dos funciones simbólicas adicionales Dy y $D2y$ con el fin de especificar estas condiciones iniciales:

$syms u(x)$

$Du = diff(u,x);$

$D2u = diff(u,x,2);$

$u(x) = dsolve(diff(u,x,3) == u, u(0) == 1, Du(0) == -1, D2u(0) == pi)$

$$u(x) =$$

$$\frac{(\pi \cdot \exp(x))/3 - \exp(-x/2) \cdot \cos((3^{1/2} \cdot x)/2) \cdot (\pi/3 - 1) - (3^{1/2} \cdot \exp(-x/2) \cdot \sin((3^{1/2} \cdot x)/2) \cdot (\pi + 1))/3}$$

Ejercicios resueltos

Evalúe las ecuaciones diferenciales:

1. Sea $y(x) = \cos(2x) - y$, evalúe la ED para las condiciones $y(0) = 1$, $Dy(0) = 0$.

$$\text{syms } y(x)$$

$$Dy = \text{diff}(y);$$

$$y(x) = \text{dsolve}(\text{diff}(y, x) == \cos(2 \cdot x) - y, y(0) == 1, Dy(0) == 0);$$

$$y(x) = \text{simplify}(y)$$

$$y(x) =$$

$$1 - (8 \cdot \sin(x/2)^4)/3$$

2. $\frac{dy}{dt} + 5y(t) = e^{-t}$, con la condición $y(0) = 1$.

$$\text{syms } y(t)$$

$$a = \text{dsolve}(\text{diff}(y) + 5 \cdot y == \exp(-t), y(0) == 1)$$

$$a =$$

$$\exp(-t)/4 + (3 \cdot \exp(-5 \cdot t))/4$$

3. $3x^2 y'' + 4xy' - y = 0$, con la condición $y(0) = 1$.

$$\text{syms } y(x)$$

$$b = \text{dsolve}(3 \cdot x^2 \cdot \text{diff}(y, 2) + 4 \cdot x \cdot \text{diff}(y) - y == 0)$$

$$b =$$



$$C24/x^{(13^{1/2}/6 + 1/6)} + C25*x^{(13^{1/2}/6 - 1/6)}$$

4. $\frac{dy}{dt} = \frac{2a}{\sqrt{y}} + y$, donde $y(a) = 1$.

`syms a y(t)`

`eqn = diff(y) == 2*a/sqrt(y) + y;`

`cond = y(a) == 1;`

`sol = dsolve(eqn, cond)`

`sol =`

$$(exp((3*t)/2 - (3*a)/2 + log(2*a + 1)) - 2*a)^{2/3}$$

5. Sea la EDO $\frac{dy}{dt} + 4y = 70$ con la condición inicial $y(0) = 5$, halle al solución y gráfiquela.

`sol=dsolve('Dy+4*y=70',y(0)=5')`

`sol =`

$$35/2 - (25*exp(-4*t))/2$$

Por consiguiente, la respuesta es: $y = \frac{35}{2} - \frac{25}{2}e^{-4t} = 5/2(7 - 5e^{-4t})$.

`ezplot('5/2*(7-5*exp(-4*t))')`

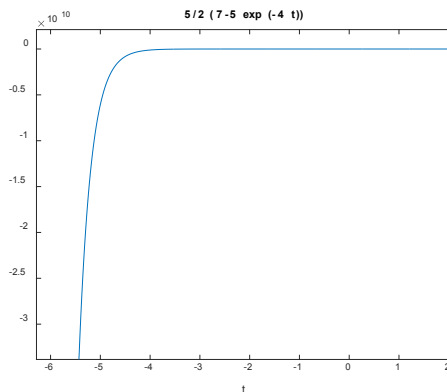


Figura 13.26. Gráfica de la solución de la ecuación diferencial.

6. Obtenga la solución general de la EDO de primer orden

$$\frac{dy}{dt} = 4t + 7y$$

`sol= dsolve('Dy=4*t+7*y')`

`sol =`

$$(C1*exp(7*t))/49 - (4*t)/7 - 4/49$$

La respuesta se visualiza como $y = \frac{C_1}{49} e^{7t} - \frac{4}{7}t - \frac{4}{49}$.

7. Dada la EDO de segundo orden $\frac{d^2y}{dt^2} - 2\frac{dy}{dt} + 3y = 0$, resuelva para las condiciones $y(0) = 1$, $Dy(0) = 0$.

`sol= dsolve('D2y-2*Dy+3*y=0',y(0)=1,'Dy(0)=0')`

`sol =`

$$l*exp(t)*cos(2^{(1/2)*t}) - (2^{(1/2)}*l*exp(t)*sin(2^{(1/2)*t}))/2$$

La respuesta simplificada se visualiza como: $y = 2e^t \cos(\sqrt{2}t)$

$$- \frac{\sqrt{2}}{2} \text{sen}(\sqrt{2}t)$$

8. Resuelva la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{3xy}{y^2 - x^2}$$

Una forma alternativa y más directa de resolver una ecuación diferencial, además de que aparezca de una vez organizada, es la siguiente:

`pretty(simplify(dsolve('Dy=x*y/(y^2-x^2)))) % pruebe la salida con el live script`

Donde k es la constante de proporcionalidad y p es la velocidad a la cual el medicamento es inyectado en el cuerpo:

- Determine la vida media del medicamento al cabo de tres horas.
- Un paciente ingresa en un hospital y la medicación se administra a una tasa de 50 mg/h (inicialmente no hay medicamento en el cuerpo del paciente). Expresa M en función del tiempo.
- Trace la función del punto anterior durante las primeras 24 horas.

Solución:

- La constante de proporcionalidad puede determinarse considerando el caso en el que el medicamento es consumido por el cuerpo y no se da nuevo medicamento. En este caso la ecuación diferencial es:

$$\frac{dM}{dt} = -kM$$

La ecuación se puede resolver con la condición inicial $M = M_0$ en $t = 0$:

syms M M0 k t

*Mt=dsolve('DM=-k*M','M(0)=M0')*

Mt =

$$M0 * \exp(-k * t)$$

La solución de Mt una función del tiempo: $M_t = M_0 e^{-kt}$.

La vida media del medicamento al cabo de tres horas corresponde a $M_t = 1/2 M_0$, ¿cuál es el valor de la constante k ?

$$1/2M_0 = M_0 e^{-kt}, \text{ entonces } 0,5 = e^{-kt}$$

La constante k se determina a partir de la solución de esta ecuación. A fin de obtener el valor directo de esta constante se emplea la instrucción *solve*, así:

$$ks = \text{solve}('0.5 = 1 * \exp(-k * 3)')$$

$ks =$

$$0.23104906018664843647241070715273$$

b. Para este punto se toma la ecuación diferencial original:

$$\frac{dM}{dt} = -kM + p$$

El valor de la constante k ya se conoce de la parte (a), y se da $p = 50$ mg/h. En la situación inicial no hay medicación en el cuerpo del paciente, por ende, $M = 0$ en $t = 0$. Luego:

syms p

$$Mt = \text{dsolve}('DM = -k * M + p, M(0) = 0')$$

$Mt =$

$$(p - p * \exp(-k * t)) / k$$

c. Trace la función del punto anterior durante las primeras 24 horas, es decir, el intervalo del tiempo está entre 0 y 24; por tanto, se tiene:

La ecuación con los datos dados es:

Entonces:

```
ezplot('216.3566*(1-exp(-0.2311*t))',[0,24])
```

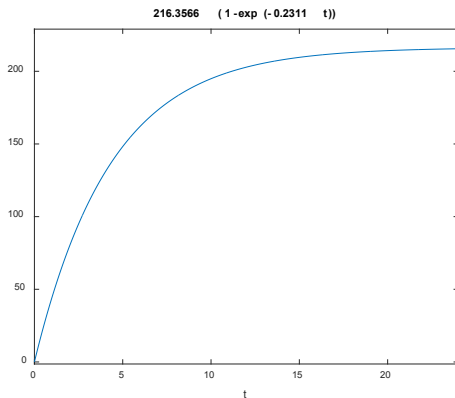


Figura 13.27. Gráfica que describe el comportamiento de un medicamento durante un periodo de 24 horas.

10. Halle la solución simplificada para la ED.

$$M_t = \frac{P - P e^{-kt}}{k} = \frac{P(1 - e^{-kt})}{k}$$

```
s=simplify(dsolve('7*D2y+3*Dy+5*y=cos(t)'))
```

s =

$$\frac{(3 \sin(t))}{13} - \frac{(2 \cos(t))}{13} + C_3 \exp\left(-\frac{3t}{14}\right) \cos\left(\frac{(131)^{1/2} t}{14}\right) + C_4 \exp\left(-\frac{3t}{14}\right) \sin\left(\frac{(131)^{1/2} t}{14}\right)$$

11. Dadas las condiciones iniciales $x(0) = 1, y(0) = 2$, resuelva el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$2x' - 3y = 7e^{-t} \quad 3y' - 5x + y = \sin(3t)$$

```
[x,y]=dsolve('2*Dx-3*Dy=7*exp(-t),3*Dy-5*Dx+y=sin(3*t)');x(0)=1,y(0)=2,'t')
```

x =

$$\frac{14 \cdot \exp(-t)}{11} + \frac{3 \cdot 733^{1/2} \cdot \cos(3t - \arctan(2/27))}{733} - \frac{30369 \cdot \exp(t)^{2/9}}{16126 + 3/2}$$

y =

$$\frac{35 \cdot \exp(-t)}{11} + \frac{2 \cdot 733^{1/2} \cdot \cos(3t - \arctan(2/27))}{733} - \frac{10123 \cdot \exp(t)^{2/9}}{8063}$$

12. Resuelva la ecuación diferencial $y'' + 7y' + 15y = 0$.

$$S = \text{dsolve}('D2y + 7 \cdot Dy + 15 \cdot y = 0')$$

S =

$$C3 \cdot \exp(-(7t)/2) \cdot \cos((11^{1/2} \cdot t)/2) + C4 \cdot \exp(-(7t)/2) \cdot \sin((11^{1/2} \cdot t)/2)$$

13. Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales:

a. $7y'''' - 5y''' + 57y'' - 4y' + 28y = 0$

b. $5y'' + 2y' - 7y = 0$

c. $2y'' + 3y' + 8y = 0$ $y(0) = 0$, $y'(0) = 1/2$

d. Nótese el grado de la ecuación que es cuatro.

$$\text{simplify}(\text{dsolve}('7 \cdot D4y - 5 \cdot D3y + 57 \cdot D2y - 4 \cdot Dy + 28 \cdot y = 0'))$$

ans =

$$C9 \cdot \exp((3^{5/12} \cdot 1847^{3/4} \cdot 12574^{1/2} \cdot t) \cdot (-1578543^{1/2} \cdot 94i - 70389)^{1/6} \cdot (94 \cdot 3^{1/6})^{5/2} \cdot 526181^{1/2} - 3^{2/3} \cdot 23463i)^{1/4} \cdot (2 \cdot (-77574 \cdot (155148 + 28 \cdot 3^{2/3}) \cdot (1578543^{1/2} \cdot 94i - 70389)^{2/3} - 3117 \cdot 3^{1/3}) \cdot (1578543^{1/2} \cdot 94i - 70389)^{1/3})^{1/2} - 56583 \cdot (1578543^{1/2} \cdot 94i - 70389)^{1/2} - 3117 \cdot 3^{1/3} \cdot (1578543^{1/2} \cdot 94i -$$

$$\begin{aligned}
& 70389)^{(1/3)} * (155148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
& - 70389)^{(2/3)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
& 70389)^{(1/3)})^{(1/2)} - 14 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
& 70389)^{(2/3)} * (155148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
& - 70389)^{(2/3)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
& - 70389)^{(1/3)})^{(1/2)})^{(1/2)} + 2^{(1/2)} * (155148 + \\
& 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(2/3)} - \\
& 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(1/3)})^{(3/4)} \\
& + 5 * 2^{(1/2)} * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
& 70389)^{(1/6)} * (155148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
& - 70389)^{(2/3)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70 \\
& 389)^{(1/3)})^{(1/4)} * (28 * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(1 \\
& /3)} * (2632 * 3^{(1/6)} * 526181^{(1/2)} - 3^{(2/3)} * 1262069i) + \\
& 2734648 * 3^{(5/6)} * 526181^{(1/2)} - 3^{(1/3)} * 626787868i - \\
& (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(2/3)} * 1790515i)^{(1/4)}) / 1 \\
& 0809554305032) + C10 * \exp((3^{(5/12)} * 1847^{(3/4)} * 12574^{(\\
& 1/2)} * t * (- 1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(1/6)} * (94 * 3^{(1/ \\
& 6)} * 526181^{(1/2)} - 3^{(2/3)} * 23463i)^{(1/4)} * (2^{(1/2)} * (155 \\
& 148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(2/3)} - \\
& 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(1/3)})^{(3/4)} \\
& - 2 * (- 77574 * (155148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
& - 70389)^{(2/3)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
& - 70389)^{(1/3)})^{(1/2)} - 56583 * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
& - 70389)^{(1/2)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
& 70389)^{(1/3)} * (155148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
& - 70389)^{(2/3)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
& 70389)^{(1/3)})^{(1/2)} - 14 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
& 70389)^{(2/3)} * (155148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
& - 70389)^{(2/3)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
& - 70389)^{(1/3)})^{(1/2)})^{(1/2)} + 5 * 2^{(1/2)} * 3^{(2/ \\
& 3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(1/6)} * (155148 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 28 \cdot 3^{2/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - 70389^{2/3} - \\
& 3117 \cdot 3^{1/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - 70389^{1/3} \\
&)^{1/4} \cdot (28 \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - 70389)^{1/3} \cdot \\
& 2632 \cdot 3^{1/6} \cdot 526181^{1/2} - 3^{2/3} \cdot 1262069i + \\
& 2734648 \cdot 3^{5/6} \cdot 526181^{1/2} - 3^{1/3} \cdot 626787868i \\
& - (1578543^{1/2})^{94i} - 70389)^{2/3} \cdot 1790515i)^{1/4} \\
&) / 10809554305032 + C11 \cdot \exp((3^{5/12})^{1847} \cdot (3 \\
& /4)^{12574} \cdot t \cdot (-1578543^{1/2})^{94i} - 70389)^{1/6} \\
& \cdot (94 \cdot 3^{1/6} \cdot 526181^{1/2} - 3^{2/3} \cdot 23463i)^{1/4} \\
& \cdot (2 \cdot (56583 \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - 70389)^{1/2} \\
& - 77574 \cdot (155148 + 28 \cdot 3^{2/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - \\
& 70389)^{2/3} - 3117 \cdot 3^{1/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - \\
& 70389)^{1/3})^{1/2} - 3117 \cdot 3^{1/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} \\
& - 70389)^{1/3} \cdot (155148 + 28 \cdot 3^{2/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} \\
& - 70389)^{2/3} - 3117 \cdot 3^{1/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - \\
& 70389)^{1/3})^{1/2} - 14 \cdot 3^{2/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - \\
& 70389)^{2/3} \cdot (155148 + 28 \cdot 3^{2/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} \\
& - 70389)^{2/3} - 3117 \cdot 3^{1/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} \\
& - 70389)^{1/3})^{1/2})^{1/2} - 2^{1/2} \cdot (155148 + \\
& 28 \cdot 3^{2/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - 70389)^{2/3} - \\
& 3117 \cdot 3^{1/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - 70389)^{1/3})^{3/4} \\
& + 5 \cdot 2^{1/2} \cdot 3^{2/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} - \\
& 70389)^{1/6} \cdot (155148 + 28 \cdot 3^{2/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} \\
& - 70389)^{2/3} - 3117 \cdot 3^{1/3} \cdot (1578543^{1/2})^{94i} \\
& - 70389)^{1/3})^{1/4} \cdot (28 \cdot (1578543^{1/2})^{94i} \\
& - 70389)^{1/3} \cdot (2632 \cdot 3^{1/6} \cdot 526181^{1/2} - \\
& 3^{2/3} \cdot 1262069i) + 2734648 \cdot 3^{5/6} \cdot 526181^{1/2} - \\
& 3^{1/3} \cdot 626787868i - (1578543^{1/2})^{94i} - 70389)^{2/3} \\
&) \cdot 1790515i)^{1/4} / 10809554305032 + C12 \cdot \exp(-3^{5/12} \\
&)^{1847} \cdot (3/4)^{12574} \cdot t \cdot (-1578543^{1/2})^{94i} - 70 \\
& 389)^{1/6} \cdot (94 \cdot 3^{1/6} \cdot 526181^{1/2} - 3^{2/3} \cdot 23463i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & ^{(1/4)} * (2 * (56583 * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(1/2)} \\
 & - 77574 * (155148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
 & 70389)^{(2/3)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
 & 70389)^{(1/3)})^{(1/2)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
 & - 70389)^{(1/3)} * (155148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
 & - 70389)^{(2/3)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
 & 70389)^{(1/3)})^{(1/2)} - 14 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
 & 70389)^{(2/3)} * (155148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
 & - 70389)^{(2/3)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
 & - 70389)^{(1/3)})^{(1/2)})^{(1/2)} + 2^{(1/2)} * (155148 + \\
 & 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(2/3)} - \\
 & 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(1/3)})^{(3/4)} \\
 & - 5 * 2^{(1/2)} * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - \\
 & 70389)^{(1/6)} * (155148 + 28 * 3^{(2/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i \\
 & - 70389)^{(2/3)} - 3117 * 3^{(1/3)} * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70 \\
 & 389)^{(1/3)})^{(1/4)} * (28 * (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(1 \\
 & /3)} * (2632 * 3^{(1/6)} * 526181^{(1/2)} - 3^{(2/3)} * 1262069i) + \\
 & 2734648 * 3^{(5/6)} * 526181^{(1/2)} - 3^{(1/3)} * 626787868i - \\
 & (1578543^{(1/2)} * 94i - 70389)^{(2/3)} * 1790515i)^{(1/4)}) / 108 \\
 & 09554305032)
 \end{aligned}$$

Aplique la instrucción *pretty* y *simplify* para reducir el resultado.

e. `pretty(simplify(dsolve('5*D2y+2*Dy-7*y=0')))`

$$/ 7 t \backslash$$

$$C9 \exp(t) + C10 \exp| - - - - |$$

$$\backslash 5 /$$

f. `pretty(simplify(dsolve('2*D2y+3*D-y+8*y=0',y(0)=0,Dy(0)=1/2')))`

$$\frac{\sqrt[3]{t} \sqrt[4]{\exp(\sqrt{55}t)} |\sin t|}{\sqrt[4]{t}}$$

55

14. Sea un sistema rígido proporcionado por las ecuaciones de Van der Pol en la oscilación de relajación de un cuerpo. El ciclo límite tiene componentes de la solución que cambian lentamente, donde el problema es bastante rígido, alternando con regiones de cambio muy agudo en las que no es rígido.

$y'_1 = 5y_2$ con la condición $y_1(0) = 0$.

$y'_2 = 1000(1 - 2y_1^2)y_2 - 3y_1$ con la condición $y_2(0) = 1$.

A fin de simular este sistema, se crea una función de nombre *rigido* que contenga estas ecuaciones:

```
function dy = rigido(t,y)
dy = zeros(2,1); % a column vector
dy(1) = 5*y(2);
dy(2) = 1000*(1 - 2*y(1)^2)*y(2) - 3*y(1);
```

Para este problema se usan las tolerancias relativa y absoluta que, por defecto, es 10^{-3} y 10^{-6} , respectivamente. Resuelva en un intervalo de tiempo de $[0 \ 3000]$ con el vector de condición inicial $[2 \ 0]$ en el tiempo 0.

```
[T,Y] = ode15s(@vdp1000,[0 3000],[2 0]);
```



```
plot(T,Y(:,1),'-o')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),grid
```

Se traza la primera columna de la matriz devuelta Y contra T que muestra la solución.

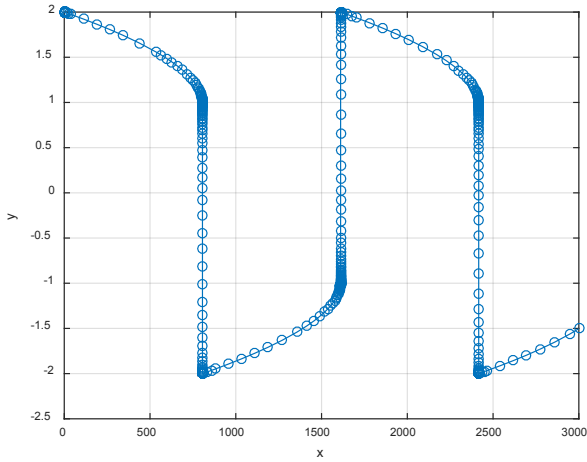


Figura 13.28. Gráfica solución de la ecuación diferencial.

Práctica 7

Encuentre la solución general de las siguientes ED:

1. $\frac{dy}{dx} = 2x$

2. Densidad de corriente $J = K \frac{\partial T}{\partial x}$.

3. $\frac{dy}{dt} = 5t - 4y$

4. $\frac{dy}{dx} = \frac{5x+4y}{xy-1}$

5. $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$

6. $\frac{dy}{dx} = -\sqrt{\frac{2}{5}\left(\frac{1}{y^3} - 1\right)}$

7. Ecuación diferencial de segundo orden: $y'' + 4y = 0$.

8. $\frac{d^2y}{dx^2} + 4x \frac{dy}{dx} + 7y = 0$

9. $y' = 3(y'')^2 + 5y - 3x + 2$. Grafique la solución.

10. $y'' + 8y' + 32y = 1, y(0) = 1, y'(0) = 4$.

11. Ley de Fourier $\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$, donde $\alpha = \frac{K}{\rho c}$.

12. $e^x \frac{d^2y}{dx^2} + \operatorname{sen}(x) \frac{dy}{dx} = x$, con la condición de que $y(0) = 1, D y(0) = 0$.

13. $y'' + 20y' + 95y = t$. Grafique la solución.

14. $y'' + k \frac{y'}{x} + e^y = 0$.

15. Ecuación diferencial de tercer orden: $xy''' - 2xy'' + 4y' = 0$.

16. $y''' + 2y'' - y' - 3y = 0$.

17. $y''' + 2y'' + 5y' + 7y = \operatorname{sen}(3x)$. Grafique la solución.

18. $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 - 2\left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + xy = 0$.

$$19. \frac{d^3y}{dx^3} - 2 \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^3 + \frac{dy}{dx} = \tan(x).$$

$$20. \frac{d^3y}{dx^3} + 3 \frac{d^2y}{dx^2} - 5 \frac{dy}{dx} + 8xy = 2x.$$

21. Ecuación diferencial de primer orden: $y' = y^2 + 2t^2$ con la condición $y(0) = 0$. Grafique en el intervalo $[0,1]$.

Halle la solución según las condiciones dadas.

22. Ecuación diferencial ordinaria lineal a coeficientes constantes de primer orden:

$$\frac{du}{dx} = cu + x^2$$

23. Ecuación diferencial ordinaria lineal homogénea de segundo orden:

$$\frac{d^2u}{dx^2} - x \frac{du}{dx} + u = 0$$

24. Ecuación diferencial ordinaria lineal a coeficientes constantes homogénea de segundo orden que describe un oscilador armónico:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \omega^2 u = 0$$

25. Ecuación diferencial ordinaria no lineal inhomogénea de primer orden:

$$\frac{du}{dx} = u^2 + 5$$

26. Ecuación diferencial ordinaria no lineal (debido a la función seno) de segundo orden, la cual describe el movimiento de un péndulo de longitud L :

$$L \frac{d^2u}{dx^2} + g \operatorname{sen}(u) = 0$$

27. Resolver la ED bajo las condiciones de $y(0) = 0, y'(0) = 5/3$.

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 3 \frac{d^2 y}{dx^2} + y = e^{3x}$$

28. Movimiento armónico simple: $m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0$.

29. Ecuación acimutal del átomo de hidrógeno: $\frac{d^2 F}{d\phi^2} - C_\phi F = 0$.

30. Ecuación para la descarga de un condensador: $R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$.

31. Sistema dinámico: $m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = f(t)$.

32. Ecuación de la energía almacenada por una bobina: $\frac{da}{dt} = Li \frac{di}{dt}$.

33. Ecuación que está relacionada con la teoría de flexión de viga de Euler y Bernoulli:

$$EI \frac{d^2 x}{dt^2} = M_i$$

34. Ecuación para el cálculo de la presión barométrica: $\frac{dP}{dh} = -\frac{m \cdot g}{\kappa T} P$.

35. Ecuación de un circuito RL: $L \frac{di}{dt} + Ri = E$.

36. Ecuación del perfil de velocidad en un flujo de fluido:

$$\frac{d^2 v}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\eta} \frac{\Delta P}{\Delta x}$$

Dadas las ecuaciones diferenciales, verifique las soluciones dadas.

37. Ecuación de un circuito LRC: $L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$.

38. La ecuación de Schrödinger en la región $0 < x < a$, donde $E_p(x) = 0$ se escribe:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \psi(x) = 0$$

39. $y' - y = 0$ es una ecuación diferencial ordinaria lineal de primer orden, que tiene como soluciones $y = ke^x$, con k un número real cualquiera.



40. $y'' + y = 0$ es una ecuación diferencial ordinaria lineal de segundo orden, que tiene como soluciones $y = a\cos(x) + b\text{sensen}(x)$, con a y b reales.

41. $y'' - y = 0$ es una ecuación diferencial ordinaria lineal de segundo orden que tiene como soluciones $y = ae^x + be^{-x}$ con a y b reales.

42. *Ley de desintegración radiactiva.* Se sabe que el número de núcleos atómicos dN que decaen en un intervalo de tiempo pequeño dt es proporcional al número de núcleos presentes $N(t)$. Este hecho conduce a la relación:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -kN(t)$$

Con k constante, halle la solución a esta ecuación.

43. Halle la solución a la ecuación no lineal $\frac{dN}{dt} = -kN^2$. Luego, determine la solución bajo la condición $N(0) = 0$.

44. La población $P(t)$ de un suburbio de una gran ciudad en un instante cualquiera se rige por la ED $\frac{dP}{dt} = P(0,1 - 10^{-7}P)$, con la condición $P(0) = 5000$; halle la solución y gráfiquela, donde t se mide en meses.

45. Halle la solución de la ecuación de Clausius—Clapeyron para la presión de vaporización $P(T)$ en función de la temperatura absoluta T .

$$\frac{dP}{dT} = \frac{1P}{RT^2}$$

46. Determine la solución de la ecuación que describe el movimiento en presencia de una fuerza externa $F(t)$:

$$y'' + 2\gamma y' + \omega^2 y = f(t)$$

Donde $f(t)=F(t)/m$ y $\gamma=\mu/(2m)>0$, halle la solución cuando $f(t)=A\cos(\omega_e t)$.

47. En un circuito con inducción L , resistencia R y potencial $V(t)$, la corriente I satisface la ecuación:

$$L \frac{dI}{dt} + RI = V(t)$$

Halle la solución a esta ecuación a nivel general, luego calcule de nuevo, pero bajo la condición $V(t)=0$.

48. La ecuación diferencial que describe la variación de la altura h de líquido en el tubo capilar en función del tiempo t es:

$$\pi r^2 \frac{dh}{dt} = \frac{\pi r^4}{8\eta h} \left(\frac{2\gamma}{r} - \rho gh \right)$$

49. Halle la solución de la ecuación de un péndulo simple, la cual es no lineal de segundo orden.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{l} \text{sen}(\theta)$$

50. Dormand (1996, p.144) ofrece un ejercicio acerca de la expulsión de un corcho de una botella que contiene un líquido de fermentación. Sea $x(t)$, que relaciona el desplazamiento del corcho en el tiempo t , y sea L la longitud del corcho, mientras que $x(t) \leq L$ (el corcho se encuentra aún en el cuello de la botella), el desplazamiento satisface la siguiente ecuación:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g(1+q) \left[\left(1 + \frac{x}{d}\right)^{-\gamma} + \frac{Rt}{100} - 1 + \frac{qx}{L(1+q)} \right]$$

Donde $g = 9,81$, $q = 20$, $d = 5$, $\gamma = 1,4$ y $R = 4$. Si $x(0) = 0$ y $x'(0) = 0$ (es decir, el corcho comienza en reposo) y $L = 3,75$, halle la solución de la ecuación cuando $x(t) = L$ (es decir, cuando el corcho sale del cuello de la botella). Grafique para el intervalo $[0,80]$.

Métodos para resolver ecuaciones diferenciales

Existen otros métodos que permiten resolver ecuaciones diferenciales en Matlab y requieren de ciertas adecuaciones específicas. Entre los métodos más usados se encuentran: el de Euler, el de Euler mejorado o Euler—Gauss (o método de Heun), la serie de Taylor, el de Milne, el de Adams—Bashforth—Moulton, el de Hamming y el de Runge—Kutta.

A continuación, se describen los comandos más importantes empleados en MatLab para la resolución de ecuaciones diferenciales:

- *ode45* (*ordinary differential equation solver of 4th and 5th order*). Resuelve las ecuaciones diferenciales no esenciales. Es un método de orden medio, basado en la fórmula de Runge—Kutta—Fehlberg. El método arroja buenos resultados para la mayoría de modelos continuos. Esta función se define como $tspan = [t_0 \ t_f]$, la cual integra la ecuación diferencial $y' = f(t, y)$ en los tiempos t_0 a t_f con condiciones iniciales y_0 .
- *ode23*. Resuelve las ecuaciones diferenciales no esenciales; es un método de orden bajo. Este método se basa en la fórmula de Runge—Kutta de 2º y 3º orden (par de Bogacki—Shampine), el cual es más eficiente que el *ode45*, cuando las tolerancias de error son flexibles y el sistema presenta un leve grado de rigidez.
- *ode113*. Resuelve las ecuaciones diferenciales no esenciales; es un método de orden variable de Adams—Bashforth—Moulton que requiere conocer varios puntos anteriores para calcular la solución actual de la ecuación. Este método

resulta más eficiente que *ode45* siempre y cuando las tolerancias de error sean estrictas.

- *ode15s*. Es un método de orden variable (entre el primer y quinto orden) basado en las fórmulas de diferenciación numérica (NDF). Este método se emplea con el fin de resolver ecuaciones diferenciales rígidas.
- *ode23s*. Es un método de un solo paso que se basa en la fórmula modificada de Rosenbrock de segundo orden. Es más eficiente que *ode15s* cuando se consideran altas tolerancias para resolver ecuaciones diferenciales rígidas; es un método de orden bajo.
- *ode23t*. Este método se emplea en sistemas semirígidos; usa la interpolación para resolver ecuaciones algebraicas y diferenciales ordinarias moderadamente rígidas mediante la regla trapezoidal.
- *ode23tb*. Ecuaciones diferenciales ordinarias mediante TR—BDF2. Es una fórmula implícita basada en el modelo de RungeKutta que emplea, en primera instancia, la regla trapezoidal, y luego las fórmulas de diferenciación por atraso de orden dos. Este método es más eficiente que *ode15s* para tolerancias altas, e ideal en el propósito de resolver ecuaciones diferenciales rígidas.

Estas funciones se definen como $tspan = [t_0 \ t_f]$ que integra a la ecuación diferencial $y' = f(t,y)$ en los tiempos t_0 a t_f con condiciones iniciales y_0 . La sintaxis general para los métodos anteriores es:

$$[T,Y] = \text{solver}(\text{odefun},tspan,y_0)$$

$$[T,Y] = \text{solver}(\text{odefun},tspan,y_0,\text{options})$$

$[T,Y,TE,YE,IE] = \text{solver}(\text{odefun}, \text{tspan}, y0, \text{options})$

$\text{sol} = \text{solver}(\text{odefun}, [t0 \text{ tf}], y0\dots)$

- *bvp4c*. Permite resolver problemas de valores límite o de frontera para las ecuaciones diferenciales ordinarias. La sintaxis general es:

$\text{Sol} = \text{bvp4c}(\text{odefun}, \text{bcfun}, \text{solinit})$

$\text{Sol} = \text{bvp4c}(\text{odefun}, \text{bcfun}, \text{solinit}, \text{opciones})$

$\text{Solinit} = \text{bvpinit}(x, \text{yinit}, \text{params})$

Ejemplos

A fin de resolver numéricamente una *ode*, primero se debe definir una función que puede usarse para representar la ecuación.

1. Dada la ecuación diferencial de primer orden que describe la carga de un condensador:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{V}{R} - \frac{q}{RC}$$

Halle la solución y evalúe la descarga cuando el voltaje es de 15, la resistencia de 2,5 Ω , la capacidad del condensador de 0,7 F, en un tiempo de 12 s.

$V=15;$

$R=2.5;$ %resistencia en ohms

$C=0.7;$ %capacidad en faradios;

$\text{tf}=12;$ %tiempo final

$f=@(t,q) V/R - q/(R*C);$

```

q0=0; %situación inicial
[t,q]=ode45(f,[0,tf],q0);
plot(t,q), grid on
xlabel('t'), ylabel('q');
title('Carga del condensador')

```

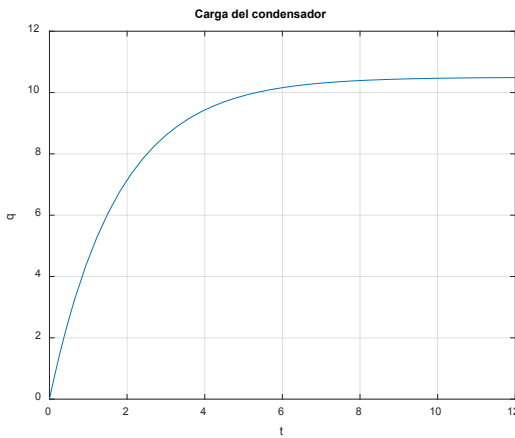


Figura 13.29. Representación gráfica de la carga de un condensador en un tiempo t .

2. Resuelva la ecuación $\frac{dx}{dt} = \text{sen}(2t)$.

Se puede integrar fácilmente la ecuación, lo que arroja como resultado $y(t) = -\frac{1}{2}\cos(2t) + C$, por lo que es sencillo comprobar la solución que obtenemos numéricamente.

Primero se define la función; para esto se crea un archivo *.m* y se digita la siguiente entrada:

```

function yp = eq1(t,y)
yp = sin(2*t);
end

```


A fin de resolver la *ode* se hace una llamada a la función *ode23*. Esta funciona integrando las ecuaciones diferenciales mediante el método Runge—Kutta de segundo y tercer orden. La sintaxis utilizada es:

```
[t,y] = ode23('func_name', [start_time, end_time], y(0))
```

Se va a resolver la *ode* para un intervalo de tiempo $0 \leq t \leq 2\pi$, suponiendo que $y(0) = 2$. La llamada se vería de la siguiente manera:

```
[t,y] = ode23('eq1',[0 2*pi],2);
```

Luego, se procede a generar un conjunto de datos que representen la solución analítica que se pueda comparar:

```
f = -1/2*cos(2*t)+2;
```

Ahora se usa la siguiente instrucción para generar la gráfica:

```
plot(t,y,'o',t,f)
```

```
xlabel('t'),ylabel('y(t)'), axis([0 2*pi 0 4])
```

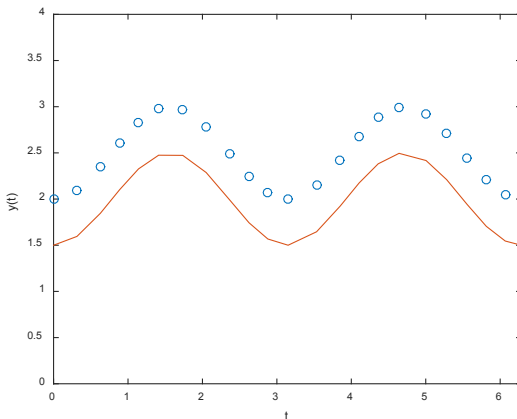


Figura 13.30. Gráfica de ecuaciones diferenciales bajo la instrucción *ode23*.

En la gráfica se muestran círculos que marcan la solución devuelta por *ode23*, mientras que la línea continua representa la solución analítica. Como se aprecia, la solución devuelta por *ode23* está bastante cerca.

¿Qué tan cercana está la solución? Se puede comprobar calculando el error relativo. Si $f(t)$ representa la solución analítica y $y(t)$ la solución numérica, entonces, el error relativo viene dado por:

$$\left| \frac{f(t) - y(t)}{f(t)} \right|$$

Sea la función de error *err*, que es igual a una matriz donde se va a almacenar el error en cada punto, por lo cual se emplea la función matricial *zeros*:

```
err = zeros(size(y));
```

Ahora, se calcula el error relativo en cada punto usando un bucle *for*:

```
for i = 1:1:size(y)
```

```
err(i) = abs((f(i)-y(i))/f(i))
```

```
end
```

Al momento de correr este código, se inicia una iteración recurrente hasta completar la matriz columna, en la que se observa que los errores son muy pequeños en este caso:

```
err =
```

```
0.3333333333333333
```



0.374737988503478

0.470338391114709

0.525670518272473

0.531774931345536

0.487505859709171

0.379847725543287

0.214955382972559

0.036169355992081

0.094060117640341

0.173090193938450

0.192092857310080

0.107404876463214

0.056805435341803

0.241780124941259

0.441026133615273

0.623073203010282

0.709724195019344

0.698525276941401

0.600863407640027

0.469536900921176

0.341826701500642



0.253495613375070

El mayor error es:

```
>> emax = max(err)
```

emax =

0.709724195019344

Veamos los puntos de datos devueltos por el *solver ode23*:

```
[t,y] = ode23('eq1',[0 2*pi],2)
```

y =

2.0000

2.0957

2.3459

2.6030

2.8269

2.9750

2.9729

2.7870

2.4915

2.2427

2.0673

2.0000

2.1463

2.4242

2.6754

2.8821

2.9954

2.9170

2.7100

2.4405

2.2043

2.0456

1.9999

También arroja valores en t , que en este caso no son relevantes.

Con la precisión utilizada a fin de presentar estos números, el error relativo es mucho menor, por tanto, podemos darnos por satisfechos con los resultados.

Ahora, veamos cómo varían los resultados al trabajar con la función *ode45*, la cual utiliza las fórmulas Runge—Kutta de orden superior. La llamada es similar, sin embargo, la solución se evalúa sobre un mayor número de puntos. Por consiguiente, se necesita regenerar la solución analítica, de manera que se trazan ambos:

$$[t,w] = \text{ode45}('eq1',[0 \ 2*\pi],2);$$

$$f = -1/2*\cos(2*t)+2;$$

$$\text{plot}(t,w,'o',t,f)$$


```
xlabel('t'),ylabel('y(t)')
```

```
axis([0 2*pi 0 4])
```

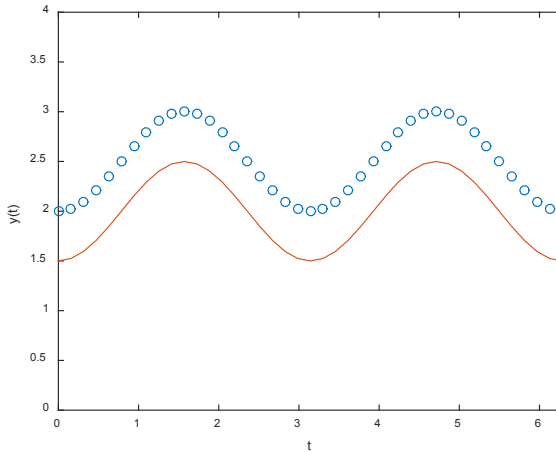


Figura 13.31. Gráfica de ecuaciones diferenciales bajo la instrucción *ode45*.

Como se observa, la densidad de puntos de la solución numérica es mayor que lo que obtenido con *ode23*.

Vamos a comparar los tamaños de las soluciones:

```
>> size(w),size(y)
```

```
ans =
```

```
41 1
```

```
ans =
```

```
23 1
```

El solver *ode45* ha devuelto 45 puntos de datos, mientras que el solver *ode23* ha devuelto 17 puntos de datos. Si esto es importante o no dependerá de la aplicación o contexto en el que se aplique la ecuación diferencial.

Vamos a crear otra matriz de ceros y a calcular el error relativo:

```
err = zeros(size(w));  
for i = 1:1:size(w)  
err(i) = abs((f(i)—w(i))/f(i))  
end  
err =  
  
0.3333333333333333  
0.328023345562371  
0.313383726027401  
0.293022408375694  
0.270928523161698  
0.250059607951928  
0.232081414080355  
0.217928583295936  
0.207940712425327  
0.201980672743310  
0.200003858089783  
0.201981518881967  
0.207941979523913  
0.217919426782003  
0.232063177066457
```

...

...

...

0.293016027427539

0.313368505846845

0.328013981150246

0.333333333333334

El error relativo máximo esta vez es:

```
>> wmax = max(err)
```

```
wmax =
```

0.333333333333334

El error máximo encontrado con *solver ode23* fue:

```
emax =
```

0.709724195019344

Esto es mayor que el error relativo máximo obtenido con *ode45*, de hecho, es casi dos veces más grande:

```
emax/wmax
```

```
ans =
```

2.13

Como conclusión del ejercicio se infiere que puede ser conveniente usar *ode45* si las diferencias de error son importantes.

3. Resuelva el sistema de ecuaciones:

$$\frac{dx}{dt} = -2x^2 + 3y; \quad \frac{dy}{dt} = -5x - 7xy;$$

Con las condiciones iniciales $x(0) = 0$, $y(0) = 1$, grafique ambas funciones, delimitando los ejes para mejorar la observación de las curvas.

A fin de solucionar estas ecuaciones diferenciales, se procede a crear una función en un *script*, que se denominará *eqx.m*.

```
function xp = eqx(t,x);
```

```
% Se asigna una matriz para almacenar datos
```

```
xp = zeros(2,1);
```

```
xp(1) = -2*x(1)^2 + 3*x(2);
```

```
xp(2) = -5*x(1) - 7*x(1)*x(2);
```

```
end
```

En otro *script* se digitan las siguientes instrucciones para graficar:

```
[t,x] = ode45('eqx',[0 10],[0,1]);
```

```
plot(t,x(:,1),t,x(:,2),'—'),xlabel('t')
```

```
axis([0 10 -1.12 1.12]), figure
```

```
plot(x(:,1),x(:,2))
```

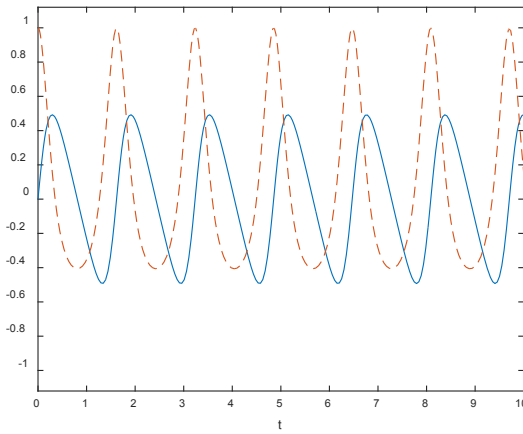


Figura 13.32. Gráfica de ecuaciones diferenciales bajo la instrucción `ode45`.

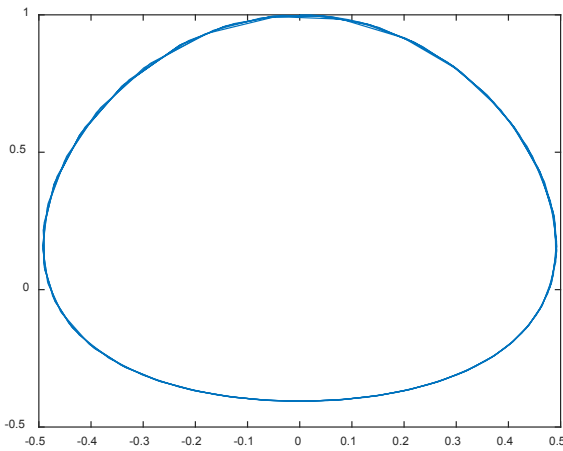


Figura 13.34. Otra manera de representar los datos del ejercicio anterior.

Considere la ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{dy}{dt} = 3(F(t) - y)$$

La función forzante es:

$$F(t) = t^2 e^{-\frac{t}{k}} \text{sen}(\omega t)$$

Halle y trace la solución numérica para los siguientes valores de la constante de tiempo k y la frecuencia ω que se muestran en la Tabla 13.1.

Tabla 13.1 Datos ejercicio 3

Tiempo constante	Frecuencia
0,01 s	628 rad/s
0,1 s	6,28 rad/s

Fuente: elaboración propia.

Con el propósito de facilitar la capacidad de utilizar varios valores diferentes de la constante de tiempo k y la frecuencia, los declararemos como valores globales. Primero se va a escribir una función a fin de implementar la ecuación, a la que se llamará *ecua.m*. En segundo lugar, se definen las variables globales (la constante de tiempo k y la frecuencia ω):

function s = ecua(t,y)

global k w

$F = t^2 * \exp(-t/k) * \cos(w*t);$

$s = 5 * F;$

Se procede a asignar los valores dados en la Tabla 13.1 y se establece el tiempo final del intervalo junto con la condición inicial:

$k = 0.01; w = 628; tf = 0.1; y0 = 0;$

A continuación, se llama a la función *ode45* y se genera la primera solución, en la que se traza la gráfica en conjunto con la función de reforzamiento F :

$k = 0.01; w = 628;$

```
tf = 0.1; y0 = 0;
F = t.^2.*exp(-t/k).*cos(w*t);
[t,y] = ode45('ecua',[0 tf],y0);
plot(t,y,t,F,'—'),xlabel('t')
```

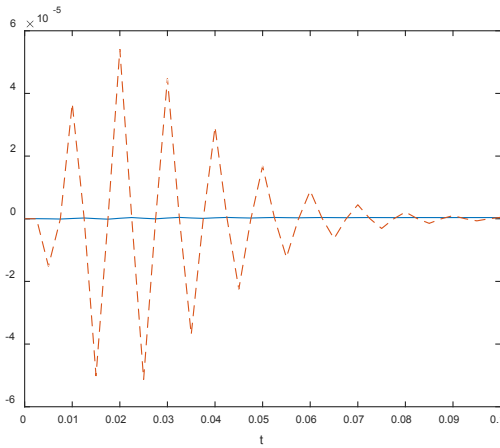


Figura 13.35. Gráfica de función forzante.

La función forzante es la línea punteada. Como se observa, es bastante mayor que la respuesta, pero tiene una forma funcional similar. En ambos casos vemos un oscilador exponencialmente en descomposición.

Para los valores $k = 0,1$, $w = 6,28$ y $tf = 1$, la gráfica resultante ajustando los ejes es:

```
k = 0.1; w = 6.28;
tf = 1; y0 = 0;
F = t.^2.*exp(-t/k).*cos(w*t);
[t,y] = ode45('ecua',[0 tf],y0);
plot(t,y), xlabel('t'), ylabel('y(t)')
```

`axis([0.01 0.7 0.5 0.015])`

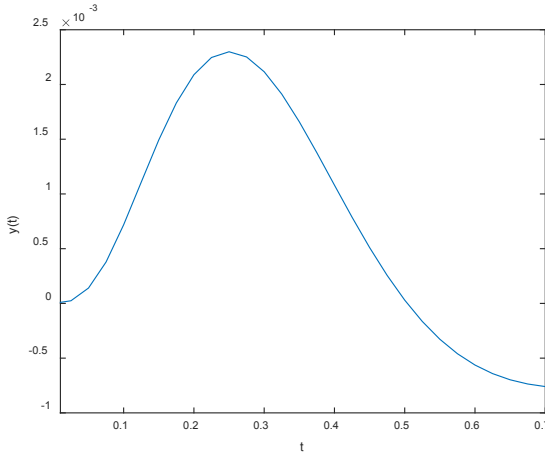


Figura 13.36. Función forzante ajustando ejes.

En el segundo caso examinado se obtiene un gráfico que muestra la respuesta rezagada de la función de forzamiento, de modo que presentan ambas funciones la misma forma general.

`plot(t,y,t,F'—')`

`xlabel('t'),ylabel('y(t)'), axis([0 0.6 0.5 0.4])`

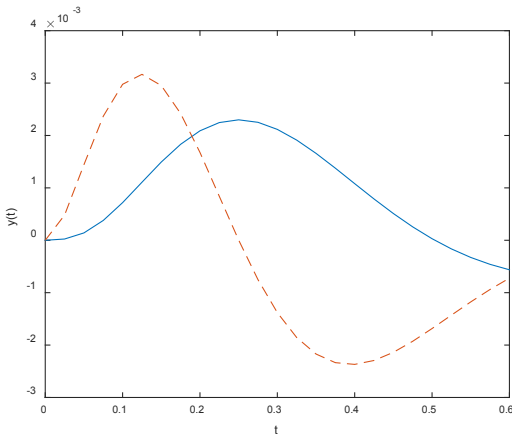


Figura 13.37. Funciones de reforzamiento estándar y de respuesta rezagada.

4. Halle la solución de la ecuación $y'' + 25y = 2\text{sen}(5.7t) + 3$, cuando $y(0) = 0, y'(0) = 0$.

Se puede cambiar la información dada en un sistema de ecuaciones de primer orden. Primero se fija:

$$x_1 = y; \quad x_2 = y', \text{ por tanto:}$$

$$x'_1 = y' = x_2; \quad x'_2 = y'' = 2\text{sen}(5.7t) - 25x_1 + 3$$

Ahora se crea una función para implementar este sistema:

```
function xp = eqx2(t,x);
% Se asigna un array para almacenar datos
xp = zeros(2,1);
xp(1) = x(2);
xp(2) = 2*sin(5.7*t)-25*x(1)+3;
end
```

Se va a emplear la instrucción *ode45* a fin de obtener una solución. Dado que la función de forzado es sinusoidal, se elige un intervalo de tiempo $[0, 2\pi]$. En otro *script* se digitan las siguientes líneas de código:

```
[t,x] = ode45('eqx2',[0 2*pi],[0,0]);
plot(t,x(:,1),t,x(:,2),'—'), xlabel('t'), axis([0 2*pi -3 3])
```

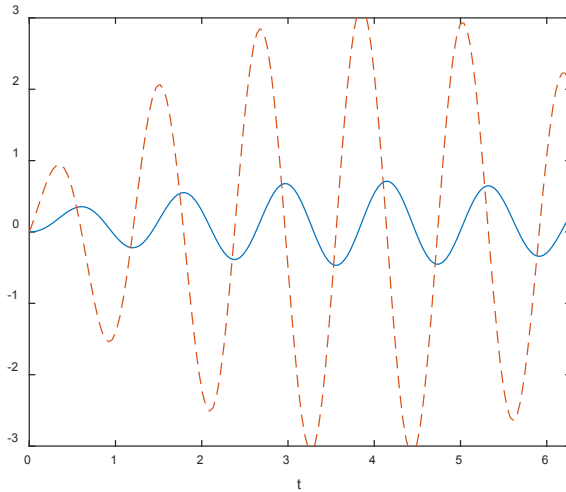


Figura 13.38. Funciones de forzado es sinusoidal.

Tal como se observa, las amplitudes de las soluciones están creciendo con el tiempo. También están fuera de fase y la segunda solución tiene una amplitud mucho mayor que la primera. En la gráfica de la Figura 13.39 se generan unas fases para el sistema:

```
plot(x(:,1),x(:,2)), xlabel('x1'),ylabel('x2')
```

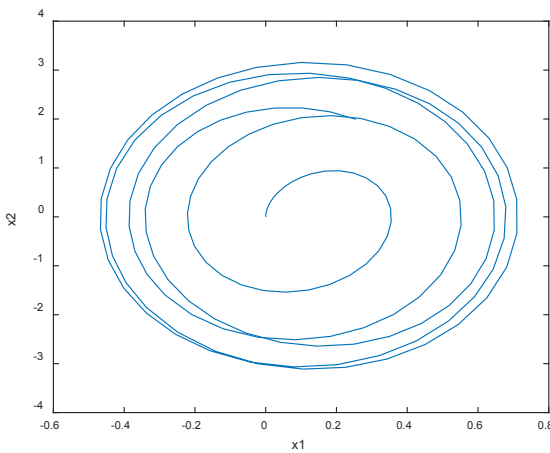


Figura 13.39. Representación de las fases según datos de la gráfica 13.38.

A modo de comparación, se considera el caso en el que las condiciones iniciales están dadas por $y(0) = y'(0) = 1$. Se repite la solución y se traza:

```
[t,x] = ode45('eqx2',[0 2*pi],[1,1]);
plot(t,x(:,1),t,x(:,2),'--');
xlabel('t'), axis([0 2*pi -4 4])
```

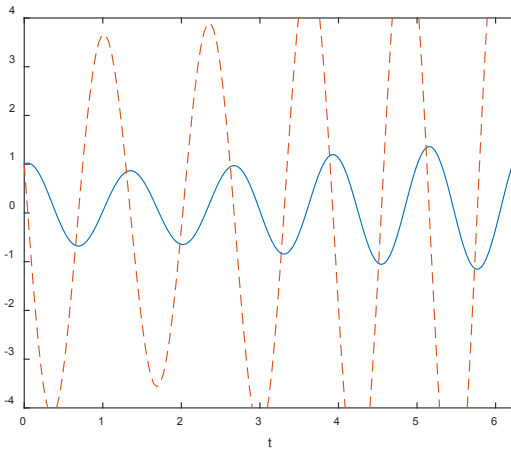


Figura 13.40. Funciones de forzado es sinusoidal bajo una nueva solución.

Como se aprecia, al cambiar las condiciones iniciales se ha aumentado la amplitud de las oscilaciones por una gran fracción (las funciones se hacen más grandes antes). El comportamiento aparece más regular. Miremos qué sucede al cambiar la función *seno* por *coseno* en la función *eqx2.m*. Luego, digite el siguiente código:

```
[t,x] = ode45('eqx2',[4*pi 20*pi],[0,0]);
plot(t,x(:,1)), xlabel('t')
```

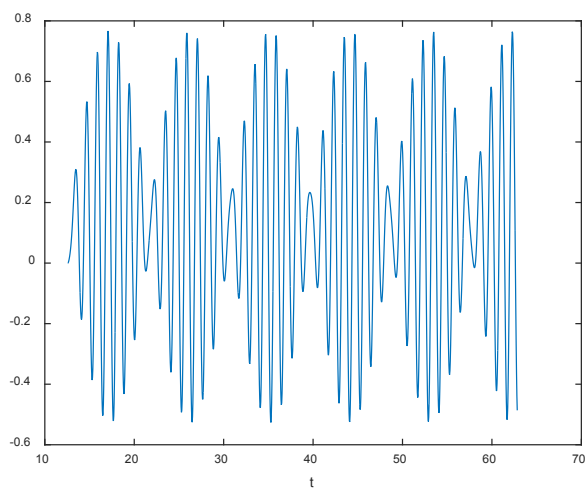



Figura 13.41. Ajuste de las amplitudes mediante la función coseno.

Práctica 8

1. Tome como referente el ejemplo 1, grafique y halle el error relativo empleando los métodos *ode113*, *ode15s*, *ode23s*, *ode23t* y *ode23tb*.

2. Resuelva la ecuación $\frac{dx}{dt} = \cos(t)$, con los métodos *ode23*, *ode23s* y *ode45*. Grafique la solución y calcule los errores relativos.

3. Halle la solución de la ecuación $5y'' + 12y - \cos(2\pi t) = 10$, cuando $y(0) = 0, y'(0) = 0$. Grafique la solución.

4. Resuelva la ecuación $\frac{dx}{dt} = t\cos(t)$, con los métodos *ode23*, *ode23s*, *ode23t* y *ode45*. Grafique la solución y calcule los errores relativos.

5. Resuelva el sistema de ecuaciones:

$$\frac{dx}{dt} = x^2 - y + 2; \quad \frac{dy}{dt} = 3x + xy^2;$$

Con las condiciones iniciales $x(0) = 0, y(0) = 1$, grafique ambas funciones, delimitando los ejes para mejorar la observación de las curvas.

6. Halle la solución de la ecuación $3/5y'' - 3ty = t\sin(t) + 7$, cuando $y(0) = 0, y'(0) = 0$. Grafique la solución.

14.

Cálculo integral



Integrales

La integral indefinida se caracteriza por no tener límites laterales, por lo que en el momento de evaluarla se obtiene una constante C que pertenece a los números reales. En general, la integral se define como:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

A fin de calcular una integral indefinida se procede a emplear el comando `int(f)`, donde f es la función a integrar. La primitiva de f debe estar antecedida por la función simbólica `syms x`.

Es importante que el lector en el momento de transcribir la ecuación adicione a la respuesta la constante C porque Matlab no lo hace.

Ejercicios resueltos

1. Sea la función $f(x)=x$ calcule la integral $\int f(x)dx$.

```
syms x
```

```
f=x;
```

```
int(f)
```

```
ans =
```

```
x^2/2 +c
```

2. $\int (x+1) dx$

```
syms x
```

```
int(x+1)
```



ans =

$$(x*(x + 2))/2 + c$$

3. $\int (x^2 - 3x + 5) dx$

syms x

$$\text{int}(x.^2 - 3*x - 5)$$

ans =

$$-(x*(-2*x.^2 + 9*x + 30))/6 + c$$

4. $\int \log(x + 1) dx$

syms x

$$\text{int}(\log(x+1))$$

ans =

$$(\log(x + 1) - 1)*(x + 1) + c$$

5. $\int 2e^{-5x} dx$

syms x

$$\text{int}(2*\exp(-5*x))$$

ans =

$$-(2*\exp(-5*x))/5 + c$$

6. $\int \frac{x^2 + 4x - 1}{x + 1} dx$

syms x

$$\text{int}((x.^2 + 4*x - 1)/(x + 1))$$

ans =



$$3^*x - 4^*\log(x + 1) + x^2/2+c$$

$$7. \int x^2 e^{ax} dx$$

syms a x

$$\text{int}(x^2*\exp(a*x))$$

ans =

$$(exp(a*x)*(a^2*x^2 - 2*a*x + 2))/a^3+c$$

$$8. \int (2\cos(x) - 6x)dx$$

syms x

$$\text{int}(2*\cos(x)-6*x)$$

ans =

$$2*\sin(x) - 3*x^2 + c$$

$$9. \int \frac{(6x+1)\text{sen}\sqrt{4x^3+x-1}}{\sqrt{4x^3+x-1}} dx$$

syms x

$$\text{int}((6*x+1)*\sin(\text{sqrt}(3*x^2+x-1))/\text{sqrt}(3*x^2+x-1))$$

ans =

$$-2*\cos((3*x^2 + x - 1)^(1/2))+c$$

10. Calcule la integral $\int \log(x+2)dx$ y compruebe la respuesta.

$$\text{int}(\text{sym}('log(x+2)'))$$

ans =

$$(\log(x + 2) - 1)*(x + 2)+c$$

`diff(sym('(log(x + 2) - 1)*(x + 2)')) % Comprobación`

`ans =`

`log(x + 2)`

11. Calcule la integral polinómica. Para esto se emplea la instrucción *polyint*.

$$\int (3x^3 + 4x^2 + 5x + 2)dx$$

`p=[3 4 5 2];`

`int=polyint(p)`

`int =`

`0.75 1.33 2.50 2.00 0`

12. Calcule la integral $\int \sqrt{x^3 + 2x + 3} dx$.

`syms x`

`int(sqrt(x^3+2*x+3))`

`ans =`

`(2*x*(x^3 + 2*x + 3)^(1/2))/5 + (18*((11^(1/2)*i)/2 + 3/2)*((x + (11^(1/2)*i)/2 - 1/2)/((11^(1/2)*i)/2 - 3/2))^(1/2)*((x + 1)/((11^(1/2)*i)/2 + 3/2))^(1/2)*((1/2 + (11^(1/2)*i)/2 - x)/((11^(1/2)*i)/2 + 3/2))^(1/2)*ellipticF(asin(((x + 1)/((11^(1/2)*i)/2 + 3/2))^(1/2)), -(11^(1/2)*i)/2 + 3/2)/((11^(1/2)*i)/2 - 3/2))/5*(- (11^(1/2)*i)/2 - 1/2)*(11^(1/2)*i)/2 + 1/2 - x*((11^(1/2)*i)/2 - 1/2)*(11^(1/2)*i)/2 + 1/2 + 1) + x^3)^(1/2)) - (8*((11^(1/2)*i)/2 - 1/2)*ellipticF(asin(((x+1)/((11^(1/2)*i)/2`

$$\begin{aligned}
& + 3/2))^{1/2}), -((11^{(1/2)*i})/2 + 3/2)/((11^{(1/2)*i})/2 - 3/2)) \\
& - ((11^{(1/2)*i})/2 - 3/2)*\text{ellipticE}(\text{asin}(((x + 1)/((11^{(1/2)*i})/2 \\
& + 3/2))^{1/2})), -((11^{(1/2)*i})/2 + 3/2)/((11^{(1/2)*i})/2 - \\
& 3/2))) * ((11^{(1/2)*i})/2 + 3/2) * ((x + (11^{(1/2)*i})/2 - 1/2)/ \\
& ((11^{(1/2)*i})/2 - 3/2))^{1/2} * ((x + 1)/((11^{(1/2)*i})/2 + \\
& 3/2))^{1/2} * ((1/2 + (11^{(1/2)*i})/2 - x)/((11^{(1/2)*i})/2 + \\
& 3/2))^{1/2}) / (5 * (- (11^{(1/2)*i/2}) - 1/2) * (11^{(1/2)*i/2} + \\
& 1/2) - x * ((11^{(1/2)*i/2}) - 1/2) * (11^{(1/2)*i/2} + 1/2) + 1) + \\
& x^3)^{1/2}) + c
\end{aligned}$$

Función humps

En las librerías de Matlab existe una función predefinida que está guardada en un fichero de nombre *humps.m*. Su estructura es la siguiente:

$$f(x) = \frac{1}{(x - 0,3)^2 + 0,01} + \frac{1}{(x - 0,9)^2 + 0,04} - 6$$

A fin de graficar la función solo se requiere definir el intervalo y plotear, así:

```
x=linspace(-1,2);
```

```
y=humps(x);
```

```
plot(x,y),grid,xlabel('x'),ylabel('y'),title('Función "humps"')
```

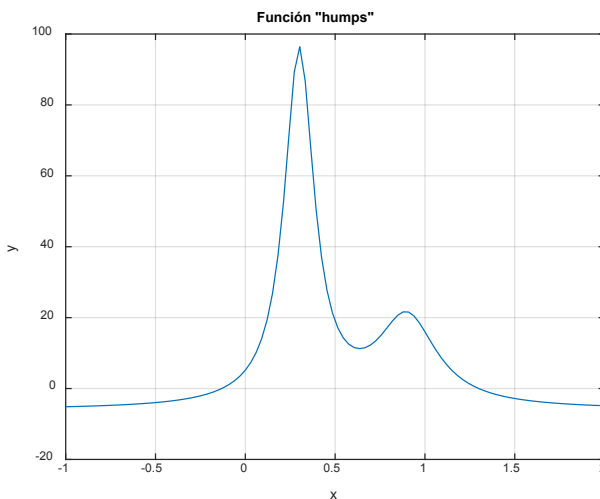



Figura 14.1. Función *humps*.

El valor de la integral de la función *humps* entre el intervalo -1 y 2 es $I = 26,34496047137833$.

Integrar una función es equivalente a calcular el área bajo dicha función. Matlab dispone de comandos que aproximan numéricamente la integral de funciones. Las más importantes son: *trapz*, *cumtrapz*, *quad*, *quadl*, *dblquad*, y *triplequad*.

a. *Integración numérica por medio de áreas trapezoidales de igual base.* Para integrar toda el área de una integral I se emplean trapezoides de igual base por medio de la instrucción *trapz* (regla trapezoidal o de Simpson). La precisión del resultado será mejor cuanto más pequeñas sean las bases de dichos trapezoides.

Se va a tomar la función *hump* y se integrará tomando 40 puntos, así:

```
x=linspace(-1,2,40);
```

```
y=humps(x);
```

```
area1=trapz(x,y)
```

```
paso=x(2)-x(1)
```

```
area1 =
```

```
26.3579
```

```
paso =
```

```
0.0769
```

Sin tomar ningún punto:

```
x=linspace(-1,2);
```

```
y=humps(x);
```

```
area1=trapz(x,y),paso=x(2)-x(1)
```

```
area1 =
```

```
26.3447
```

```
paso =
```

```
0.0303
```

b. *Integral acumulada*. En este caso se evalúa la integral I como función de x , para lo cual se emplea la instrucción *cumtrapz*:

```
x=linspace(-1,2);
```

```
y=humps(x);
```

```
I=cumtrapz(x,y);
```

```
plot(x,y,x,I),grid, xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
title('Función "humps" y su integral acumulada')
```

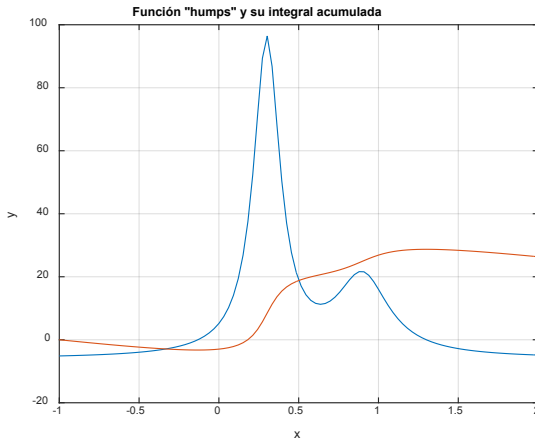


Figura 14.2. Resultado de la integral acumulada.

c. Integración numérica por cuadratura. Se emplean las funciones *quadl* y *quad* que poseen la particularidad de modificar el ancho de los trapecios individuales según la forma de la función, por lo cual se obtienen resultados mejores que con *trapz*. La función *quadl* (la *l* viene de *adaptive* Lobato) es ligeramente mejor que *quad* en cuanto a la tasa de acierto.

format long

```
qd=quad(@humps,-1,2)
```

```
ql=quadl(@humps,-1,2)
```

```
qd =
```

```
26.344960501201232
```

```
ql =
```

```
26.344960471378972
```

Práctica 1

1. Calcule las integrales indefinidas y compruebe alguna de ellas.

$$\int x^3 dx$$

$$\int (0,5x^4 - 2,58x^3 + 3,58x^2 - 0,25x + 5) dx$$

$$\int \cot(x) dx + \int \sec(x) dx + \int \csc(x) dx$$

$$\int \sqrt{x^3 - 2x + 3} dx$$

$$\int \operatorname{sen}(3x) dx$$

$$\int 5 \cos(\operatorname{sen}(x)) dx$$

$$\int \frac{3x}{x+2} dx$$

$$\int (x^2 + 1)(x^3 + 4x)^4 dx$$

$$\int \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$\int (2x^3 + 0,25x)^2 dx$$

$$\int 5^x dx$$

$$\int \frac{2}{3} \left(4x^3 - 2x^2 + \frac{3}{7}x + 1 \right) dx$$

$$\int 2^{\operatorname{sen}(x)} \cos(2x) dx$$

$$\int \frac{3^{2x}}{1+3^{2x}} dx$$

$$\int x^n \ln(x) dx$$

$$\int \frac{1}{x} dx$$

$$\int e^{ax} \operatorname{sen}(bx) dx$$

$$\int 5e^{-3x} dx$$

$$\int \frac{x+1}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$$

$$\int e^{-x} \tan(e^{-x}) dx$$

$$\int (x^2 - 8x + 3) dx$$

$$\int \cos(x) dx + \int \tan(2x) dx$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$$

$$\int \frac{t}{t^4+25} dt$$

$$\int \frac{x}{x^4+2x^2+2} dx$$

$$\int \sqrt[3]{x+1} dx$$

$$\int xe^x dx$$

$$\int x^5 \log(x) dx$$

$$\int \log\left(\frac{x+5}{x}\right) dx$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} dx$$

$$\int x^2 \operatorname{sech}^2(x^3) dx$$

$$\int e^{-\frac{5}{3}x} dx$$

$$\int e^x \sqrt{a - be^x} dx$$

$$\int xe^x dx$$

$$\int \frac{1}{t+25} dt$$

$$\int \frac{x^2-1}{x^3-3x} dx$$

$$\int \frac{\cosh\sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$$

$$\int \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2} dx$$

$$\int \operatorname{sen}(ax) \cos(bx) dx$$

$$\int \cosh(2x) \operatorname{senh}^2(2x) dx$$

2. Calcule el momento de inercia respecto al eje E :

$$I_E = \int x^2 dM$$

3. Calcule la integral, donde a , b y c son constantes.

$$T = \int \frac{abx^2 - 1}{xc} dx$$

4. Calcule la integral, donde a , b , c y k son constantes.

$$S = \frac{kb}{\sqrt{2a}} \int xe^{-2cx} dx$$

5. Halle la solución de la ecuación que representa la ley de enfriamiento de Newton.

$$\frac{dQ}{dt} = hA(T - T_{\text{fluido}})$$

Integración por partes

La integración por partes en Matlab se realiza de manera equivalente a desarrollar de manera manual, es decir, la función $f(x)$ se divide en dos variables: u y v .

Ejemplos

1. Sea $\int e^{2x} \operatorname{sen}(3x) dx$, desarrolle la integral por partes. Cree un programa que permita ingresar los datos por consola para cualquier integral.

Para este caso se va a desarrollar el *script*, a fin de que el usuario digite los datos de forma directa en la Command Window.

```
syms x

f=input('Digite la función a integrar');

integral=int(f);

disp('*****');

fprintf('La integral es:');

s=simplify(integral);

pretty(s)

% Integral por partes

disp('*****');

u=input('Digite la parte u de la integral');

dv=input('Digite la parte dv de la integral');

du=diff(u);
```

```

v=int(dv);
ipp=u*v—int(v*du);
fprintf('La integral por partes ipp obtenida es');
sp=simplify(ipp);
pretty(sp)

```

Al ejecutar el programa, se obtiene lo siguiente:

*Digite la función a integrar $\exp(2*x)*\sin(3*x)$*

La integral es: $\exp(2 x) (\cos(3 x) 3 - \sin(3 x) 2)$

13

*Digite la parte u de la integral $\exp(2*x)$*

*Digite la parte dv de la integral $\sin(3*x)$*

La integral por partes ipp obtenida es

$\exp(2 x) (\cos(3 x) 3 - \sin(3 x) 2)$

13

Como se observa, el resultado es el mismo.

2. Calcule la integral por medio de fracciones parciales y compruebe su resultado.

$$\int \frac{50}{x^2 + x - 2} dx$$

syms x;

f=50/(x^2+x-2);

disp('la integral es');

s=simplify(int(f));

pretty(s)

la integral es

*/ 2 x 1 *

atanh| ——— + — | 100

\ 3 3/

3

Por fracciones parciales:

[n,d]=numden(f);

N=sym2poly(n);

D=sym2poly(d);

[R,P,K]=residue(N,D);

r1=poly2sym(poly(P(1)));


```

r2=poly2sym(poly(P(2)));
disp('La integral por fracciones parciales es: ')
fp=int(R(1)/r1)+int(R(2)/r2);
pretty(fp)

```

La integral por fracciones parciales es:

$$\frac{50 \log(x - 1)}{3} - \frac{50 \log(x + 2)}{3}$$

$$\frac{50 \log(x - 1)}{3} - \frac{50 \log(x + 2)}{3}$$

En este código se realiza la integración por dos métodos: el directo con el comando $\text{int}(f)$ y por partes. Al compilar este código se generan los resultados que, si bien en apariencia son diferentes, si se analiza con cuidado son iguales.

Práctica 2

Encuentre por integración y fracciones parciales la solución de las siguientes funciones.

$$\int \frac{25}{x^2+4x-4} dx$$

$$\int \frac{5}{2x^2+5x+2} dx$$

$$\int \frac{8x^3+13x}{(x^2+2)^2} dx$$

$$\int \frac{x-1}{x^3-x^2-2x} dx$$

$$\int \cot^4(\theta) d\theta$$

$$\int \frac{y}{(y+4)(2y-1)} dy$$

$$\int \frac{7x^2-11x-3}{x^3-x} dx$$

$$\int \frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x+x} dx$$

$$\int \frac{1}{x^2(a+bx)} dx$$

$$\int \frac{2x^3-4x-8}{(x^2-x)(x^2+4)} dx$$

$$\int \frac{x}{16x^4-1} dx$$

$$\int \frac{1-x+2x^2-x^3}{x(x^2+1)^2} dx$$

$$\int \frac{1}{x(a+bx)} dx$$

$$\int \frac{x}{(a+bx)^2} dx$$

$$\int \frac{5x+1}{(2x+1)(x-1)} dx$$

$$\int \frac{x^2+1}{x(x^2+3)} dx$$

$$\int \frac{1}{x^2-1} dx$$

$$\int \frac{3x-4}{(x-1)^2} dx$$

Para este último punto se debe considerar que el denominador tiene tres raíces, por lo que se debe agregar en el programa otra fracción parcial y, por ende, otra integral. Además, adicione al programa las variables $r3$ y otra int en fp .

Integral definida

La integral definida o integral propia se caracteriza porque el integrando está definido y es finito en un intervalo cerrado y acotado, cuyos extremos son los límites de integración.

Para calcular una integral definida se procede a emplear el comando $\text{int}(f,a,b)$, donde f es la función a integrar, así como a y b los límites inferior y superior, respectivamente, que pueden ser escalares o variables simbólicas.

La función f puede ser una expresión simbólica o el nombre de una expresión simbólica.

Existe otro comando $\text{int}(f,var,a,b)$ que calcula la integral con respecto a una variable simbólica var .

Ejercicios resueltos

Calcule las siguientes integrales:

$$1. \int_{-3}^2 x^2 dx$$

$$\text{int}(x^2,-3,2)$$

ans =

$$35/3$$

$$2. \int_2^4 \sqrt{x+1} dx$$

$$\text{int}(\text{sqrt}(x+1),2,4)$$

ans =

$$(10*5^{(1/2)})/3 - 2*3^{(1/2)}$$



$$3. \int_{-1}^2 (x^3 - 2x) dx$$

$$\text{int}((x^3 - 2*x), -1, 2)$$

ans =

$$3/4$$

$$4. \int_{-1}^1 x^{100} dx$$

$$\text{int}(x^{100}, -1, 1)$$

ans =

$$2/101$$

$$5. \int_{\pi/3}^{\pi} \text{sen}(x) dx$$

$$\text{int}(\sin(x), \pi/3, \pi)$$

ans =

$$3/2$$

$$6. \int_{-2}^3 e^{3x} dx$$

$$\text{int}(\exp(3*x), -2, 3)$$

ans =

$$(\exp(-6) * (\exp(15) - 1)) / 3$$

$$7. \int_0^{\pi/4} \sec(x) \tan(x) dx$$

$$\text{int}(\sec(x) * \tan(x), 0, \pi/4)$$

ans =

$$2^{(1/2)} - 1$$

$$8. \int_0^{\pi} (\cos(y) - 3y^3) dy$$

syms y;

$$\text{int}(\cos(y) - 3*y^3, 0, \pi)$$

ans =

$$-(3*\pi^4)/4$$

9. *Cálculo de áreas.* Sea una función no negativa evaluada en el intervalo $[a, b]$, se interpreta geoméricamente como el área delimitada por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x = a, x = b$.

Sea la curva $y = 3x^2 + 2x - 2$ en el intervalo $[0, 3]$, calcule el área bajo la curva.

$$A = \text{int}(3*x^2 + 2*x - 2, 0, 3)$$

A =

$$30$$

10. Calcule el área bajo la curva $y = 5x^2 - 3x + 2$ en el intervalo $[0, 1]$.

$$\text{int}(5*x^2 - 3*x + 2, 0, 1)$$

ans =

$$13/6$$

Grafique la función y .

syms x

$$y = 5*x^2 - 3*x + 2;$$

$$\text{ezplot}(y, [0, 1]);$$

grid on



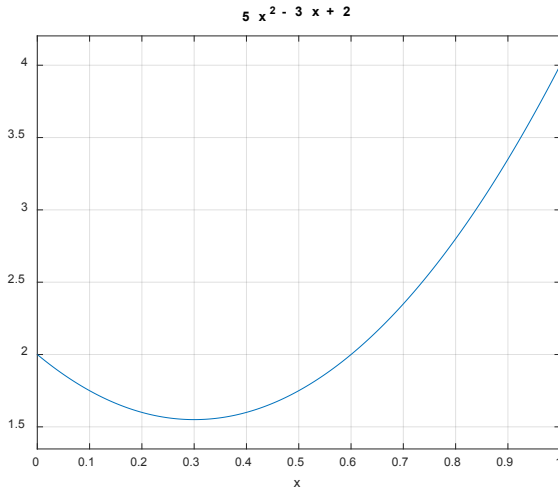


Figura 14.3. Gráfica de la función $y=5x^2 - 3x + 2$.

11. Determine el área bajo la curva formada por la intersección de la parábola $y^2=2x$ y la recta $y=2x - 2$.

A fin de solucionar este problema se procede a obtener los puntos en los cuales se intersecan la recta y la parábola, para lo cual se igualan ambas ecuaciones, así:

Se procede a despejar y^2 de la ecuación de la parábola antes de igualar: $y^2=2x$, entonces $y=\sqrt{2x}$.

Luego $2x - 2 = \sqrt{2x}$, al elevar al cuadrado en ambos lados de la igualdad, organizar las variables y simplificar se obtiene la ecuación cuadrática:

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

Las raíces de esta ecuación son:

$$x_1 = 0,5 \quad x_2 = 2$$

Una vez identificadas las distintas regiones que conforman el área que se desea determinar, se puede definir la ecuación del área total:

$$A_{Total} = \int_0^{0.5} 2\sqrt{2x}dx + \int_{0.5}^2 (\sqrt{2x} - (2x - 2))dx$$

Se define x como variable simbólica, y 1 como la primera ecuación auxiliar de la parábola que se grafica en un intervalo arbitrario $[0,4]$ que permita visualizar mejor la cuadrícula.

```
syms x
```

```
y1=sqrt(2*x);
```

```
ezplot(y1,[0,4]); grid on
```

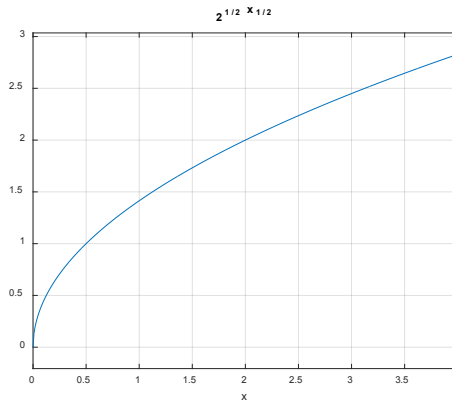


Figura 14.4. Gráfica de la función $\sqrt{2x}$.

Se define la función auxiliar $y2$, y se digita *hold* con el fin de mantener ambas gráficas abiertas.

```
y2=-sqrt(2*x);
```

```
hold on
```

```
ezplot(y2,[0,4]);
```

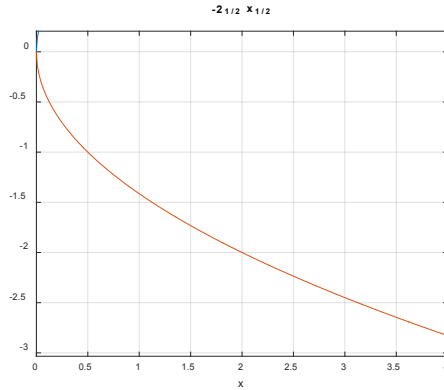


Figura 14.5. Gráfica de la función $-\sqrt{2}x$.

Se define la función de la recta aplicando el comando *hold on* de nuevo y se grafica la curva, en la cual se fusionan las tres figuras en una sola de modo que aparecen así:

$$y=2*x-2;$$

hold on

$$ezplot(y,[0,4]);$$

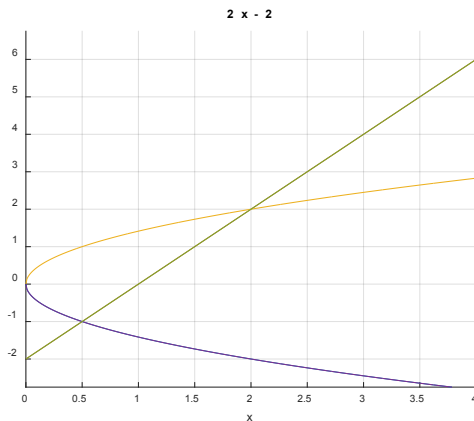


Figura 14.6. Representación gráfica de las tres funciones y_1, y_2, y_3 .

Para obtener las raíces y verificar de paso los resultados obtenidos se procede de la siguiente manera:

`raices=roots([2 -5 2])`

`raices =`

`2.00`

`0.50`

El área bajo la curva se obtiene así:

`Area=int(2*sqrt(2*x),0,raices(2))+int(sqrt(2*x)—2*x+2,raices-`
`(2),raices(1))`

`Area =`

`9/4`

12. Halle el volumen de una elipse cuya área $A(x)$ está dada por la ecuación:

$$A(x) = \pi \frac{bc}{a^2} (a^2 - x^2)$$

Entonces, el volumen pedido es:

$$V = \int_{-a}^a A(x) dx$$

De esta manera, al usar Matlab se obtiene:

`syms a b c x`

`A=pi*b*c/a^2*(a^2—x^2);`

`V=int(A,x,—a,a)`

`V =`

`(4*pi*a*b*c)/3`

13. *Momento de inercia de una distribución continua de masa.* Se pasa de una distribución de masas puntuales a una distribución continua de masa. La fórmula a emplear es:

$$I = \int x^2 dx$$

Donde dm es un elemento de masa situado a una distancia x del eje de rotación, calcule el momento de inercia de una varilla de masa M y longitud L con respecto a un eje perpendicular a la varilla que pasa por el centro de masas.

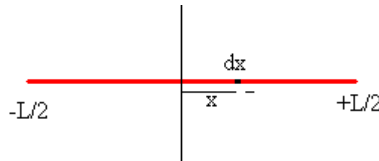


Figura 14.7. Varilla de masa M y longitud L .

La masa dm del elemento de longitud de la varilla comprendido entre x y $x+dx$ es:

$$dm = \frac{M}{L} dx$$

El momento de inercia de la varilla es: $I_c = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{M}{L} x^2 dx$.

syms M L x

*Ic=int(M/L*x^2,x,-L/2,L/2)*

Ic =

*(L^2*M)/12*

Longitudes de arcos de curvas

Sea la curva $y = f(x)$ con f una función derivable y con derivada continua en el intervalo $[a,b]$. La longitud del arco de la curva en el intervalo de abscisas está dada por la ecuación:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

Calcule la longitud del arco de la curva $y=(1+x^2)^{1/2}$ desde el punto $(0,1)$ al punto $(1,0)$.

A fin de hallar la solución se procede a evaluar la derivada de y , para luego reemplazar en L , así:

$f(x) = (1+x^2)^{1/2}$, entonces $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$. Note que existe la derivada de la función en el punto $x=1$ y $X=0$, por lo que el intervalo a evaluar es entre 0 y 1.

$$L = \int_0^1 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx = \int_0^1 \sqrt{1 + \frac{x^2}{1+x^2}} dx = \int_0^1 \sqrt{\frac{1}{1+x^2}} dx$$

Empleando Matlab se tiene:

$$L = \text{int}(1/(1+x^2), 0, 1)$$

$$L =$$

$$\pi/4$$

Regla del trapecio

Sea la función f y se quiere calcular la integral:

$$\int_a^b f(x) dx \approx (b-a) \frac{f(a) + f(b)}{2}$$

Matlab tiene implementada la regla del trapecio en su base de datos de instrucciones y el comando propio es *trapz*, cuya sintaxis es la siguiente *trapz(x, y)*. Donde x e y son vectores de la misma dimensión. De esta forma, se calcula la integral de y con respecto a x .

Calcule la integral por los dos métodos, *int* y *trapz*, de:

$$I = \int_0^3 e^{\sin(x^2)} dx$$

a=0;

b=3;

syms x

f=exp(sin(x.^2));

fa=subs(f,a);

fb=subs(f,b);

intf=(b-a)(fa+fb)/2;*

I=vpa(intf,4)

I =

3.765

x = 0:0.1:3;

y = exp(sin(x.^2));

I = trapz(x, y)

I =

4.5476

Como se aprecia, el primer método es una aproximación, por lo que se debe tener cuidado con el método que se emplee.

Si se procede a evaluar la integral de forma exacta empleando el cálculo simbólico se obtendrá lo siguiente:

syms x

$$y = \exp(\sin(x.^2));$$

$$I = \text{int}(y, 0, 3)$$

$$I =$$

$$\text{int}(\exp(\sin(x.^2)), x, 0, 3)$$

No se puede evaluar.

Cuadratura adaptativa de Simpson (regla del Simpson)

La integración numérica la componen varios algoritmos que permiten calcular el valor numérico de una integral definida o, en su defecto, resolver ecuaciones diferenciales. En el caso de Matlab, este método permite calcular una integral numérica. La sintaxis general para este método es la siguiente:

- $\text{quad}(\text{funcion}', a, b)$. Utiliza una tolerancia de 10^{-6} .
- $\text{quad}(\text{funcion}', a, b, \text{tol})$. Aproxima la integral de la función entre el intervalo a y b tomando como tolerancia tol , la cual la define el usuario.

Sea la función f y se quiere calcular la integral:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6} \left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right)$$

Calcule la integral:

$$\int_0^2 e^{\cos(x^2)} dx$$

$$a = 0; b = 2;$$

$$c = (a + b)/2;$$

$$\text{syms } x$$

```
f = exp(cos(x^2));
```

```
fa = subs(f, a);
```

```
fb = subs(f, b);
```

```
fc = subs(f, c);
```

```
intf = ((b-a)/6)*(fa + 4*fc + fb)
```

```
I1=vpa(intf,4)
```

```
intf =
```

```
exp(1)/3 + (4*exp(cos(1)))/3 + exp(cos(4))/3
```

```
I1 =
```

```
3.368
```

Existe una combinación de la instrucción *quad* con *inline* que emplea el método de Simpson, así:

```
f=inline('exp(cos(x.^2))');
```

```
q=quad(f,0,2)
```

```
q =
```

```
3.2233
```

Determine el valor de la integral numérica $f(x)=e^{x^3} + 2x + 1$ en el intervalo $[0,1]$.

```
f=inline('exp(x.^3)+2*x+1');
```

```
quad(f,0,1)
```

```
ans =
```

3.3419

Cabe recordar que es un método de aproximación, de ahí la diferencia de resultados.



Práctica 3

1. Calcule las integrales definidas; exprese en términos fraccionarios y decimales. Grafique el área bajo la curva para los puntos que tengan asterisco (*).

$$\int_{-1}^3 (x^2 + 3x + 5) dx$$

$$\int_1^4 (5 - 3x + 3x^3) dx *$$

$$\int_1^4 \sqrt{x} dx + \int_1^8 x^{-2/3} dx$$

$$\int_0^\pi \sec^2(x) dx *$$

$$\int_1^{18} \sqrt{\frac{5}{x}} dx *$$

$$\int_0^3 (2\operatorname{sen}(x) - e^x) dx *$$

$$\int_1^2 \frac{x^3 + 3x^6}{x^4} dx *$$

$$\int_0^1 \cosh(x) dx + \int_{-\pi/4}^{3\pi/4} \cos(x) dx$$

$$\int_{-1}^3 \ln(x^2 - 2x + 1) dx$$

$$\int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{8}{1+x^2} dx + \int_{-1}^1 e^{x+1} dx$$

$$\int_1^2 \frac{4+x^2}{x^3} dx *$$

$$\int_{1/2}^{1/\sqrt{2}} \frac{4}{\sqrt{1-x^2}} dx *$$

$$\int_0^2 \left(2x^3 - 5x + \frac{3}{x^2+1} \right) dx *$$

$$\int_1^9 \frac{2x^2 + x^2\sqrt{x-2}}{x^2} dx *$$

$$\int_{-2}^2 (x - x^2)^7 dx$$

$$\int_{-1}^1 (\arccos(x))^2 dx$$

$$\int_0^5 \sqrt{4x + x^2} dx *$$

$$\int_{-3}^2 \frac{1+2x-x^2}{x^4-4x^3+7x^2-6x+2} dx$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\operatorname{sen}x - \tan x} dx$$

$$\int_{\pi/3}^{3\pi/2} x \operatorname{sen}(0,6x) dx$$

$$\int_0^1 (x+2)(x-3) dx + \int_0^4 (4-x)\sqrt{x} dx$$

$$A = 2\pi \int_0^a bc \left(1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right) dx$$

$$\int_2^{10} \frac{0.5x^3}{1+2\sqrt{x}} dx$$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-z^2} dz$$

$$\int_0^2 k \ln(1 - bx) dx$$

$$\int_{-2}^1 \frac{3a^2c + 2bx^2 - 2}{a+x^2} dx$$

$$A = \frac{2\pi}{a^2} \int_0^a \sqrt{a^4y^2 + a^2b^2x^2 - b^2c^2x^2} dx$$

2. Sean las funciones $f(x)=x+1$ y $g(x)=(x+2)^2$, calcule $\int_0^2 (f+g) dx$. Compare el resultado obtenido con $\int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 g(x) dx$.

3. Sean $f(x)=\cos(x)$ calcule $I = \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$. Explique que sucede si se calcula: $\int_{-\pi}^0 f(x) dx + \int_0^{\pi} f(x) dx$

4. Calcule las integrales de Fresnel:

$$C(u) = \int_0^u \cos\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) dx \quad S(u) = \int_0^u \sin\left(\frac{\pi x^2}{2}\right) dx$$

5. Determine la ganancia que está expresada en función de la curva de demanda y superávit:

$$d = \int_0^{20} (50 - 0,06x^2 - 26) dx$$

6. Dada la función de velocidad $v(t)=3 \cos(3t) +5$. Determine el desplazamiento para un tiempo de 0 y 7 s.

7. La batería V suministra carga al condensador. Cuando el condensador está cargado con una carga q , la energía suministrada por la batería es:

$$Q = \int_{q_1}^q V dq$$

¿Cuál es la ecuación algebraica de Q ?

8. Sea la función $S = \frac{\operatorname{sen}^2 x}{1+\operatorname{cos}^2 x}$, evaluada en el dominio $0 \leq x \leq \pi$, determine:

a. Gráfica de S .

b. Integral de S .

9. La fuerza F_e de atracción entre las placas de un condensador cuando la diferencia de potencial V es constante es:

$$F_e = -\frac{1}{2} \varepsilon_0 S \frac{V^2}{x^2}$$

Evalúe la integral del trabajo W realizado por la fuerza F_e si $W = \int_{d_1}^z F_e dx$.

10. Calcule el momento de inercia de un disco de masa M y radio R respecto de un eje perpendicular al plano del disco y que pasa por su centro, el cual está representado por la integral:

$$I_c = \int_0^R \frac{2M}{R^2} x^3 dx$$

11. Calcule el momento de inercia de una esfera de masa M y radio R respecto a uno de sus diámetros, que está representado por la integral:

$$I_c = \frac{3M}{8R^3} \int_{-R}^R (R^4 + z^4 - 2R^2 z^2) dz$$

12. Calcule el momento de inercia de un disco de masa M y radio R con respecto a uno de sus diámetros, el cual está representado por la integral:

$$I_c = \frac{MR^2}{4\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos(4\theta)) d\theta$$

13. La probabilidad de que se tomen muestras de un mineral de una zona que contiene entre $a\%$ y $b\%$ de este mineral es:

$$P = \int_a^b \frac{1155}{32} x^3 \sqrt{(1-x)^3} dx$$

14. Calcule la entropía (kJ/kmolK) de un sistema físico que está representado por la integral:

$$S = \int_{T_0}^T \frac{a + b \cdot 10^{-3}T + c \cdot 10^{-5}T^2 + d \cdot 10^{-8}T^3}{T} dT$$

15. Calcule el momento de inercia de un cilindro de masa M , radio R y longitud L con respecto a un eje perpendicular a su generatriz que pasa por su centro, y que está representado por la integral:

$$I_c = \int_{-L/2}^{L/2} \left(\frac{1}{2}R^2 + x^2 \right) \frac{M}{L} dx$$

16. El caudal Q (volumen de fluido por segundo m^3/s) en un tubo redondo se puede calcular por la integral:



$$Q = \int_0^r 2\pi v r dr$$

Para un flujo turbulento, el perfil de velocidad puede estimarse mediante la ecuación:

$$v = v_{max} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}$$

Evalúe la integral según los parámetros dados.

17. Calcule el trabajo total realizado en el proceso de carga eléctrica mientras esta aumenta desde cero hasta su valor final Q , representado por la integral:

$$W = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq$$

18. Determine el valor de la integral numérica:

a. $f(x) = x^2 + 1$, en el intervalo $[-1, 1]$.

b. $f(x) = \sqrt{x+1}$, en el intervalo $[0, 1]$.

c. $f(x) = \text{sen}(3x + \pi)$, en el intervalo $[-\pi, \pi/2]$.

19. La fuerza centrífuga sobre la porción de líquido en el tubo horizontal se representa por, evalúe la integral:

$$F_c = \int_{z-h-a}^{d-a} \rho A \omega^2 x dx$$

20. Calcule el trabajo realizado por la fuerza exterior $F_{magnética} = F_{elétrica}$ para incrementar la separación de las placas paralelas cargadas eléctricamente que está representado por la integral:

$$W_m = \int_x^{x+\Delta x} \frac{q^2}{2\epsilon_0 S} dx$$

21. Calcule el momento de inercia de un paralelepípedo de masa M y de lados a , b y c respecto a un eje perpendicular a una de sus caras, representado por la integral:

$$I_c = \frac{M}{c} \int_{-c/2}^{c/2} \left(\frac{b^2}{12} + x^2 \right) dx$$

22. Calcule mediante la regla del trapecio la integral:

$$I = \int_1^3 e^x \operatorname{sen}(x) dx$$

23. La fuerza centrífuga total sobre todos los elementos del líquido situado en el brazo horizontal de un tubo se obtiene integrando desde $x = 0$ hasta $x = L$. Determine la fórmula de la fuerza centrífuga:

$$F_c = \int_0^L \rho A \omega^2 x dx$$

24. Calcule la fuerza de atracción de una varilla metálica de masa M , longitud l y una masa puntual m situada en la dirección de la varilla y cuya distancia al extremo más lejano es L .

$$F = \int_0^l f(t) dt, \text{ donde } f(t) = G \frac{Mm}{l(L-t)^2}$$

25. Calcule la longitud del arco de la curva $y = (1+x)^{1/3}$ en el intervalo $[0,1]$. Grafique el área bajo la curva.

26. Calcule mediante la regla de Simpson las integrales $I1$ e $I2$:

$$I1 = \int_0^3 3e^{-2x^2} dx \quad I2 = \int_0^3 \frac{dx}{2x^3 + 3x^2 - 7x + 5}$$

27. Calcule el beneficio anual de:

$$B = \int_0^{365} (3t^2 + 5) dt$$

28. El campo eléctrico E de un disco circular cargado de radio r a una distancia z a lo largo del eje del disco está dado por:

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-\frac{3}{2}} (2r) dr$$

¿Cuál es el campo eléctrico total si $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$, $\sigma = 320 \text{ } \mu\text{C}/\text{m}^2$ y el radio es de $0,06 \text{ m}$?

29. Dada la función de aceleración de una partícula $a(t) = -3 \text{ sen}(7t) + 5$, determine la velocidad y el desplazamiento para un tiempo de 0 y 4 s .

30. Calcule las integrales de Fresnel:

$$S(x) = \int_0^x \text{sen}(t^2) dt \quad C(x) = \int_0^x \text{cos}(t^2) dt$$

31. La temperatura en grados Fahrenheit en una bodega es:

$$T = 72 + 12 \text{sen} \left[\frac{\pi(t-8)}{12} \right]$$

Donde t es el tiempo medido en horas, con $t = 0$, que representa la media noche. El costo de refrigeración horario es de $0,17$ dólares por grado. Encuentre el costo C de refrigeración de la bodega cuando el termostato se ajusta en 73°F calculando la integral:

$$C = 0,17 \int_8^{20} [T - 73] dt$$

32. Calcule el calor específico de $Q = m \int_{T_0}^T c dT$.

33. El periodo T de un péndulo de longitud L puede calcularse mediante la integral:

$$T = \sqrt{\frac{L}{g}} \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sqrt{1 - k^2 \text{sen}^2 x}}$$

Donde g es la aceleración de la gravedad y $k = \text{sen}\left(\frac{1}{2}\theta_0\right)$. El ángulo Θ_0 es el que describe el péndulo con respecto a la vertical.

a. Calcule la integral de manera convencional.

b. Calcule la integral mediante la regla de Simpson.

34. La energía potencial centrífuga del líquido contenido en el brazo horizontal es la suma de la energía potencial de cada uno de los elementos de masa dm que distan x del eje de rotación.

$$E_c = \int_{-a}^{d-a} -\frac{1}{2}\omega^2 x^2 dm$$

35. El campo eléctrico en un punto $p(a,b)$ equidistante a una varilla de longitud L está dado por la integral:

$$E(x) = \frac{\lambda b}{4\pi\epsilon_0} \int_{-a}^{L-a} \frac{dx}{(x^2 + b^2)^{3/2}}$$

Donde λ representa la densidad de carga por unidad de longitud de la varilla y ϵ_0 es la constante de permitividad eléctrica, calcule la integral del campo eléctrico.

36. La capacidad calorífica de un sistema termodinámico está definida como:

$$C = a + bT + cT^2 + dT^3$$

Determine la integral de la entalpía:

$$H = \int_{T_1}^{T_2} C dT$$

¿Cuál es el valor de la entalpía para un sistema cuya temperatura fluctúa entre los 450 K y 920 K, donde $a = 24,5781$, $b = 1,5214 \times 10^{-3}$, $c = -0,8452 \times 10^{-6}$ y $d = 1,4578 \times 10^{-9}$?

37. Calcule la línea de acción relacionada con la carga concentrada equivalente de la carga distribuida sobre una estructura parabólica:

$$\bar{x} = \frac{\int_0^L x \left(-\frac{4Wx^2}{L^2} + \frac{4Wx}{L} \right) dx}{\int_0^L \left(-4\frac{Wx^2}{L^2} + 4\frac{Wx}{L} \right) dx}$$

Calcule los desplazamientos:

$$d_1 = \frac{1}{EI} \int_0^L \left(\frac{Wx^4}{3L^2} - \frac{2Wx^3}{3L} \right) (x) dx$$

$$d_2 = \frac{1}{EI} \int_0^L \left(\frac{Wx^4}{3L^2} - \frac{2Wx^3}{3L} \right) (-1) dx$$

38. Calcule los desplazamientos que se presentan en una viga con carga triangular simétrica:

$$d_1 = \frac{1}{EI} \left[\int_0^{L/2} \left(-\frac{Wx^3}{3L} \right) (x) dx + \int_{L/2}^L \left(\frac{W}{3L} x^3 - Wx^2 + \frac{WL}{2} x - \frac{WL^2}{12} \right) (x) dx \right]$$

$$d_2 = \frac{1}{EI} \left[\int_0^{L/2} \left(-\frac{Wx^3}{3L} \right) (-1) dx + \int_{L/2}^L \left(\frac{W}{3L} x^3 - Wx^2 + \frac{WL}{2} x - \frac{WL^2}{12} \right) (-1) dx \right]$$

39. Si R es la región del plano acotada por las rectas $x = a$, $x = b$ y las curvas $0 \leq y_1(x) \leq y_2(x)$, $a \leq x \leq b$, entonces se cumple:

$$M_x = \frac{1}{2} \int_a^b [y_2^2 - y_1^2] dx \quad M_y = \int_a^b x [y_2 - y_1] dx$$

$$I_x = \frac{1}{3} \int_a^b [y_2^3 - y_1^3] dx \quad I_y = \int_a^b x^2 [y_2 - y_1] dx$$

Desarrolle cada integral de manera general y luego evalúelas cuando $a = 1$ y $b = 3$.

40. *Volumen de un cuerpo de revolución.* Si se hace girar la curva $y = f(x)$ alrededor del eje de las abscisas se genera un sólido

de revolución, cuyos cortes al eje OX tienen área $(A)=\pi(f(x))^2$. Por consiguiente, el volumen V es:

$$V = \pi \int_a^b (f(x))^2 dx$$

Calcule el volumen del sólido generado al hacer girar la región acotada por la función $f(x) = \sqrt{x+1}$, la recta $x = 3$ y el eje de las abscisas.

En las librerías de Matlab se encuentran unas funciones simbólicas predefinidas especiales para aplicaciones muy puntuales en ciencias e ingeniería, las cuales se resumen en la Tabla 14.1.

41. Calcule el volumen según las integrales dadas:

$$V = \pi \int_0^{\frac{ab}{a+c}} \frac{y}{a} dy + \pi \int_{\frac{ab}{a+c}}^b \frac{b-y}{c} dy$$

Existe un conjunto de instrucciones particulares que permite el cálculo de otro tipo de integrales, tal como se observa en la Tabla 14.1.

Tabla 14.1 Funciones simbólicas predefinidas especiales

Instrucción	Descripción
<i>cosint(x)</i>	Denominado como coseno integral, que equivale a: $C_i(x) = \gamma + \ln(x) + \int_0^x \frac{\cos(t) - 1}{t} dt$ Donde $\gamma=0,57\dots$
<i>sinint(x)</i>	Denominado como seno integral, que equivale a: $S_i(x) = \int_0^x \frac{\text{sen}(t)}{t} dt$
<i>lambertw(x)</i>	Esta instrucción que resuelve la ecuación: $x = \lambda(x)e^{\lambda(x)}$
<i>hypergeom(n,d,z)</i>	Función hipergeométrica generalizada. Dependiendo de sus argumentos, puede devolver el punto flotante o los resultados simbólicos exactos.
<i>zeta(x)</i>	Z de Riemann, que se define como: $Z(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^x}$
<i>zeta(n,x)</i>	Equivale a la derivada n -ésima de $zeta(x)$.

Fuente: elaboración propia.



Ejercicios resueltos

1. Calcule zeta(7).

En términos matemáticos es:

$$Z(7) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^7}$$

zeta(7)

ans =

1.0083

2. Calcule la función seno integral de 5:

En términos matemáticos es:

$$S_i(5) = \int_0^5 \frac{\text{sen}(t)}{t} dt$$

sinint(5)

ans =

1.5499

3. Calcule la función coseno integral de $3\pi/5$:

En términos matemáticos es:

$$C_i(3\pi/5) = \gamma + \ln(3\pi/5) + \int_0^{3\pi/5} \frac{\cos(t) - 1}{t} dt$$

*cosint(3*pi/5)*

ans =

0.4445

4. Calcule la segunda derivada de zeta(7).

zeta(2,7)

ans =

0.0045

5. Calcule la función hipergeométrica para los números dados $([1,2],2.5,2)$, $(1/3,[2,3],\pi)$. Tenga en cuenta que, debido a que estos números no son objetos simbólicos, se obtienen resultados de coma flotante.

A = [hypergeom([1,2],2.5,2),hypergeom(1/3,[2,3],pi)]

A =

-1.2174 - 0.8330i 1.2091 + 0.0000i

6. Halle la solución para la ecuación de Lambert en $x = 3$ y $x = -2$.

lambertw(3)

ans =

1.0499

lambertw(-2)

ans =

0.1728 + 1.6737i

Integral impropia

Una integral impropia se caracteriza por combinar el concepto de integral definida y el de límite. Existen tres tipos de integrales impropias:

1. *Primera especie.* Son aquellas cuya función a integrar es acotada pero el intervalo de integración no lo es.
2. *Segunda especie.* Son aquellas cuya función a integrar no es acotada, mientras que el intervalo de integración sí.
3. *Tercera especie.* Es la combinación de los dos tipos anteriores.

A fin de calcular una integral impropia se procede a emplear las instrucciones $\text{int}(f,a,\text{inf})$, $\text{int}(f,-\text{inf},b)$, $\text{int}(f,-\text{inf},\text{inf})$, donde f es la función a integrar, a y b los límites inferior y superior, según sea el caso, $\pm\text{inf}$ menos infinito o más infinito.

Ejercicios resueltos

Calcule las siguientes integrales:

$$1. \int_0^{\infty} x^2 dx$$

$\text{int}(x^2,0,\text{inf})$

ans =

Inf

$$2. \int_0^{\infty} \frac{\text{sen}(x)}{x} dx$$

$\text{int}(\text{sen}(x)/x,0,\text{inf})$

ans =

pi/2

$$3. \int_4^{\infty} \frac{1}{x^2+5x+6} dx$$

$$\text{int}(1/(x.^2+5*x+6),4,\text{inf})$$

ans =

$$\log(7/6)$$

$$4. \int_1^{\infty} \frac{1}{x} dx$$

$$\text{int}(1/x,1,\text{inf})$$

ans =

Inf

$$5. \int_{-\infty}^0 xe^x dx$$

$$\text{int}(x*\exp(x),-\text{inf},0)$$

ans =

-1

$$6. \int_{-\infty}^0 2^x dx$$

$$\text{int}(2.^x,-\text{inf},0)$$

ans =

$$1/\log(2)$$

$$7. \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$$

$$\text{int}(1/(1+x.^2),-\text{inf},\text{inf})$$

ans =

pi



$$8. \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\pi x) dx$$

`int(cos(pi*x),-inf,inf)`

`ans =`

`NaN`

¿Qué significa *Not a Number (NaN)*? Aparece como resultado de una operación en la que la expresión obtenida es indefinida.

$$9. \int_{-\infty}^{\infty} x^3 e^{-x^4} dx$$

`int(x.^3*exp(-x.^4),-inf,inf)`

`ans =`

`0`

10. Calcule la integral compleja $\int_1^{\infty} \frac{i}{z^2} dz$.

`syms z;`

`int(i/z^2,1,inf)`

`ans =`

`i`



Práctica 4

1. Desarrolle las integrales impropias:

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3} dx$$

$$\int_{-\infty}^0 e^x dx$$

$$\int_0^{\infty} \cos(x) dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$$

$$\int_3^{\infty} \frac{1}{\sqrt{(x-2)^3}} dx$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{1+x}} dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{9+x^6} dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{2x}}{e^{2x}+4} dx$$

$$\int_{-\infty}^0 x e^{2x} dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x+1} dx$$

$$\int_{-\infty}^0 \frac{1}{3-4x} dx$$

$$\int_2^{\infty} \left(\frac{ax}{x^2+1} - \frac{1}{2x+1} \right) dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx$$

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x^2+2x-3} dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} (5x^3 + 5x^2) dx$$

$$\int_2^{\infty} 3xe^{-3x} dx$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^3}} dx$$

$$\int_0^{\infty} \frac{2x}{2x^3+1} dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} \operatorname{sen}(bx) dx \quad a>0$$

$$\int_0^{\infty} \frac{2+3x^{-x}}{x} dx$$

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{1+2x^2}} - \frac{a}{x+1} \right) dx$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\arctan(x)}{4+e^x} dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{e^x+e^{-x}} dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(x)}{4+x^2} dx$$

$$\int_{-\infty}^0 e^{-|x|} dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x^2} dx$$

$$\int_5^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2-25}} dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x^4+1}} dx$$

$$\int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx$$

$$\int_{\pi}^{\infty} \frac{2+\cos(x)}{x} dx$$

$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^8} dx$$

$$\int_0^{\infty} \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

$$\int_{-\infty}^{-2} \frac{2}{x^2-1} dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2-x+2}{x^4+10x^2+9} dx$$

$$\int_1^{\infty} \frac{3}{x^5} dx$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} \operatorname{sen}\left(\frac{1}{x^2}\right)}{\ln(1+x)} dx$$

$$\int_5^{\infty} \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx$$

$$\int_0^{\infty} x^n dx$$

2. Evalúe la función gamma particular $\int_0^{\infty} x^6 e^{-x} dx$.

3. Calcule la integral $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax} dx$.

4. El potencial magnético P en un punto en el eje de un circuito circular está representado por la integral:



$$P = \frac{2\pi Nlr}{k} \int_c^\infty \frac{1}{\sqrt{(r^2 + x^2)^3}} dx$$

Donde N, l, r, k y c son constantes. Halle P .

5. Halle la solución para la integral de difusión unidimensional:

$$\int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx$$

6. Determine el número de fotones con energía E_f superior a la energía de formación de deuterio E_d :

$$E_f = \int_{E_d}^\infty \frac{8\pi E^2}{(hc)^3} e^{-\frac{E}{kT}} dE$$

Integrales dobles y triples

El cálculo de las integrales se realiza a través de la evaluación iterativa de n integrales simples. Sea la integral doble:

$$\int_c^d \int_a^b f(x, y) dx dy$$

En Matlab se pueden emplear dos tipos de estructuras a fin de evaluar la integral:

- `syms x y a b c d`

`int(int(f(x,y),x,a,b),y,c,d)`

- `int(int('f(x,y)',x,'a','b'),'y','c','d')`

Otra opción para calcular la integral doble es por medio de la función `dblquad`, cuya sintaxis es:

`A = dblquad(fun, a, b, c, d)`

Es importante aclarar que esta estructura se emplea definiendo una función anónima.

Ejercicios resueltos

1. Calcule la integral:

$$I = \int_{-2}^1 \int_1^3 (x^2 + y^2) dx dy$$

`syms x y`

`int(int(x^2+y^2,x,1,3),y,-2,1)`

`ans =`

32

2. Calcule la integral:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy = \pi$$

syms x y

int(int(exp(-(x^2+y^2)),x,—inf,inf),y,—inf,inf)

ans =

pi

3. Calcule la integral doble indefinida, donde a es un parámetro constante:

$$\iint a \ln(1 - yx) dx dy$$

syms a x y

*int(int(a*log(1—y*x),x),y)*

ans =

$$a*x*y*log(1 - x*y) - a*log(x*y - 1) - a*log(x*y - 1)*log(x*y) - 2*a*x*y - a*dilog(x*y)$$

Si se desea simplificar el resultado se procede de la siguiente manera:

syms a x y

*pretty(simplify(int(int(a*log(1—y*x),x),y)))*

$$-a (\log(x y - 1) + Li(x y)/2 + \log(x y - 1) \log(x y) + 2 x y - x y \log(1 - x y))$$

4. Calcule la integral A empleando la función *dblquad* sobre una región rectangular especificada por los intervalos $[1,3]$ y $[0,1]$.

$$A = \int_0^1 \int_1^3 2xy^2 dx dy$$

`fun = @(x,y)2*x.*y^2;`

`A = dblquad(fun, 1, 3, 0, 1)`

`A =`

`2.6667`

Cabe mencionar que algunas integrales dobles se suelen especificar sobre una región no rectangular. Por consiguiente, estos problemas pueden manejarse por una transformación de variables. También se puede utilizar una región rectangular que encierra la región no rectangular y obligar al integrando a ser cero fuera de la región no rectangular, utilizando, por ejemplo, los operadores relacionales de Matlab.

5. Calcule la integral (tomado de Palm, p. 327):

$$I = \iint (x - y)^4 (2x + y)^2 dx dy$$

Sobre una región R delimitada por las líneas:

$$x - y = \pm 1 \quad 2x + y = \pm 2$$

Se debe convertir la integral a una que se especifique sobre la región rectangular de interés. Para esto se procede a definir las siguientes variables:

$$u = x - y \quad y \quad v = 2x + y$$

Usando el jacobiano se obtiene:

$$dx dy = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix} du dv = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{vmatrix} du dv = \frac{1}{3} du dv$$

Así, entonces, la región se especifica como una región rectangular en términos de u y v . Sus límites son dados por y , por lo que la integral se convierte en:

$$I = \frac{1}{3} \int_{-2}^2 \int_{-1}^1 u^4 v^2 du dv$$

Al evaluar en Matlab la región, se tiene:

```
fun = @(u,v)u.^4*v.^2;
```

```
I = (1/3)*dblquad(fun, -1, 1, -2, 2)
```

```
I =
```

```
0.7111
```

6. Dada la integral I , evalúe por diferentes métodos.

$$I = \int_{-10}^{10} \int_{-10}^{10} e^{-(x^2+y^2)} dx dy = \pi$$

```
syms x y
```

```
int(int(exp(-(x.*x+y.*y)),x,-10,10),y,-10,10)
```

```
ans =
```

```
pi*erf(10)^2
```

Tiene como resultado π con un margen de error de función de 100. Para calcular la solución con un único comando, se procede a emplear otras instrucciones alternas como *dblquad* combinada con *inline*:

```
dblquad(inline('exp(-(x.*x+y.*y))'),-10,10,-10,10)
```

```
ans =
```

```
3.1415
```

Con una función anónima:

```
dblquad(@(x,y) exp(-(x.^2+y.^2)),-10,10,-10,10)
```

```
ans =
```

```
3.1415
```

Se debe tener mucho cuidado con el uso de estas instrucciones porque se pueden obtener resultados no válidos.

7. A fin de integrar integrales mediante un *script* se procede a digitar las siguientes líneas:

```
clear, clc
```

```
syms x y;
```

```
f=input('Digite la función a integrar: ');
```

```
F=inline(char(f));
```

```
a=input('Límite inferior de (x): ');
```

```
b=input('Límite superior de (x): ');
```

```
a1=input('Límite inferior de (y): ');
```

```
b1=input('Límite superior de (y): ');
```

```
F=int(int(f,x,a,b),y,a1,b1)
```

Halle el área bajo la curva de la siguiente integral:

$$\int_{-2}^5 \int_1^3 (xy + x + 2) dx dy$$

La información a ingresar por consola es:

Digite la función a integrar: $x*y+x+2$

Límite inferior de (x) : -2

Límite superior de (x) : 5

Límite inferior de (y) : 1

Límite superior de (y) : 3

$F =$

91

8. Determine el volumen simplificando el proceso de la integral:

$$V = 2\pi \left[\int_0^3 \left((3 + \sqrt{5 - x^2})^2 - (3 - \sqrt{5 - x^2})^2 \right) dx \right]$$

syms x

simplify((3+sqrt(4-x^2))^2-(3-sqrt(4-x^2))^2)

ans =

12(4 - x^2)^(1/2)*

*>> v=2*pi*12*int((4 - x^2)^(1/2),0,2)*

v =

*24*pi^2*

9. Determine el volumen que encierra la intersección del paraboloide $z=ax^2+y^2$ y el cilindro $z=a^2-y^2$. De igual manera, halle el volumen de la intersección de los cilindros $z=x^2$ y $z=4-y^2$.

El primer volumen se calcula de la siguiente manera:

syms a z x y

*pretty(int(int(int(1,z,a*x^2+y^2,a^2-y^2),y,0,sqr-*

$$t(a^2 - a \cdot x^2/2), x, 0, \sqrt{a})$$

$$7/2$$

$$\sqrt{2} a$$

1

Para calcular el segundo volumen se procede a graficar la intersección de las funciones dadas, así:

$$[x,y]=\text{meshgrid}(-2:0.1:2);$$

$$z=x.^2;$$

$$\text{mesh}(x,y,z), \text{hold on};$$

$$z=4-y.^2;$$

$$\text{mesh}(x,y,z)$$

$$\text{xlabel}('x'), \text{ylabel}('y'), \text{zlabel}('z')$$

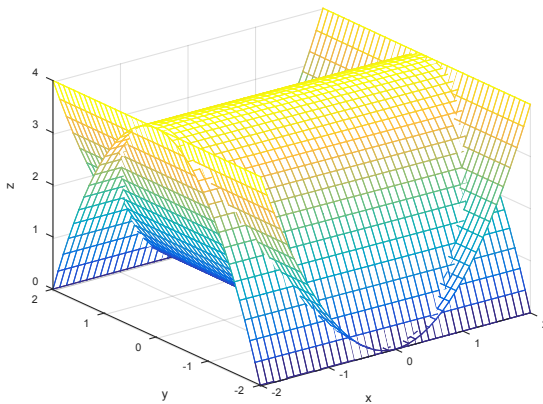


Figura 14.8. Volumen que encierra la intersección del paraboloides y el cilindro.

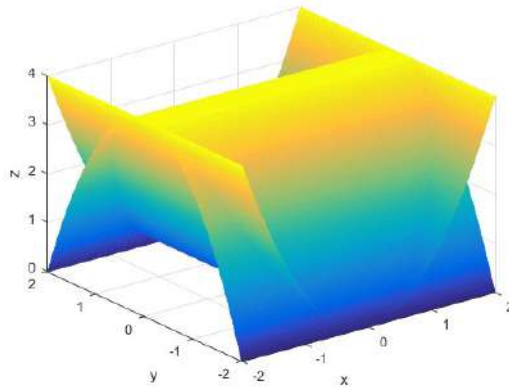


Figura 14.9. Volumen de la intersección de los cilindros.

A fin de mejorar la grilla de la gráfica, se puede aumentar el número de particiones en:

syms a z x y

s=int(int(int(1,z,x^2,4-y^2),y,0,sqrt(4-x^2)),x,0,2)

s =

*2*pi*

Teorema de Fubini

Este teorema permite calcular una integral múltiple mediante el cálculo reiterativo de integrales en una variable. Entonces, dada la integral:

$$\int_{A \times B} |f(x, y)| d(x, y) < \infty$$

Indica el producto cartesiano de los intervalos $[a, b]$ y $[c, d]$ en el espacio $A \times B$ que, de manera general, está compuesto por integrales simples, así:

$$\int_A^{\square} \left(\int_B^{\square} f(x, y) dy \right) dx = \int_B^{\square} \left(\int_A^{\square} f(x, y) dx \right) dy = \int_{A \times B}^{\square} f(x, y) d(x, y)$$

Por ejemplo:

1. Dado el intervalo $[0,2] \times [1,4]$, calcule la integral sobre la función:

$$f(x, y) = 3\sqrt{x^2 + 1} + 2y^2 + 1:$$

$$\iint (3\sqrt{x^2 + 1} + 2y^2 + 1) dx dy = \int_0^2 \left[\int_1^4 (3\sqrt{x^2 + 1} + 2y^2 + 1) dy \right] dx$$

syms x y real % Indica que se declara las variables independientes como reales

*f=3*sqrt(x^2+1)+2*y^2+1; %definimos la función a integrar*

I1=int(f,y,1,4) % Integral evaluada en y

I=int(I1,x,0,2) % Integral evaluada en x

I1 =

$$9*(x^2 + 1)^{(1/2)} + 45$$

I =

$$(9*\log(5^{(1/2)} + 2))/2 + 9*5^{(1/2)} + 90$$

$$116.6210$$

2. Calcule la integral:

$$\iint (3xy + 1) dx dy$$

Bajo la condición $(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 1$.

Como se aprecia, la ecuación representa una circunferencia que se puede desglosar en los siguientes intervalos $[-1,1]$ y $[-\sqrt{1-x^2}, \sqrt{1-x^2}]$; luego, al aplicar el teorema de Fubini, se tiene:

$$\iint (3xy + 1) dx dy = \int_{-1}^1 \left(\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} (3xy + 1) dy \right) dx$$

syms x y real

*f=3*x*y+1;*

I1=int(f,y,-sqrt(1-x^2),sqrt(1-x^2))

I=int(I1,x,-1,1)

I1 =

2(1 - x^2)^(1/2)*

I =

pi

Para graficar la condición en los intervalos dados se procede a emplear la función *ezplot*.

syms x y

ezplot(x^2+y^2-1,[-1,1,-1,1])

axis equal %Para que la escala en x e y sea igual

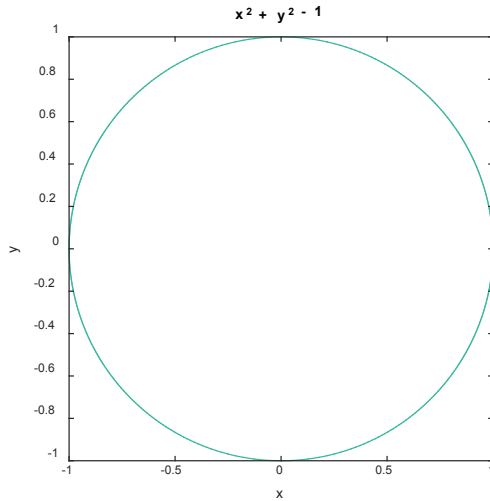


Figura 14.10. Gráfica de circunferencia de radio 1.

3. Calcule la integral doble de la función $f(x,y)=2x^2 + y^2 - 3$ que está limitada por las parábolas $y=3x^2$, $y=1-x^2$.

A fin de obtener los límites de la integral o los puntos de corte se procede a calcular los valores solución de las parábolas:

syms x y real

$[X,Y]=\text{solve}(y-3*x^2,y-1+x^2,x,y)$

$X =$

$-1/2$

$1/2$

$Y =$

$3/4$

$3/4$

Se puede deducir que la parábola que queda por encima es $y=3x^2$, por tanto, el dominio de integración es:

$$-1 \leq x \leq 1, \quad 1-x^2 \leq x \leq 3x^2$$

Gráficamente se tiene:

```
ezplot(3*x^2,[-1,1])
```

```
hold on
```

```
ezplot(1-x^2,[-1,1]), grid on
```

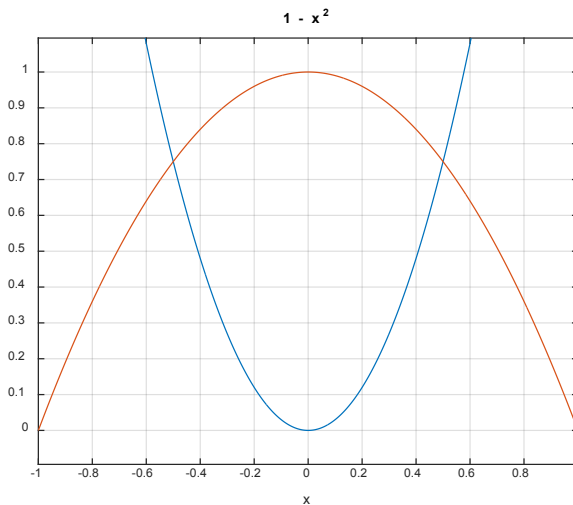


Figura 14.11. Representación de las parábolas según dominios evaluados.

Ahora, para calcular la integral se tiene:

$$\iint (2x^2 + y^2 - 3) \, dx \, dy = \int_{-1/2}^{3/4} \left(\int_{1-x^2}^{3x^2} (2x^2 + y^2 - 3) \, dy \right) dx$$

```
I=int(int(2*x^2+y^2-3,y,1-x^2,3*x^2),x,-1/2,3/4)
```

```
I =
```

```
18775/12288
```

Este resultado, expresado en formato real de doble precisión, queda como:

```
double(I)
```

```
ans =
```

```
1.5279
```

4. Calcule la integral $\iiint (xy^2z^3 - 100) dx dy dz$ en los intervalos $[0,1]$ $x[1,2]$ $x[0,3]$.

Entonces, se procede aplicar la misma fórmula que en una integral doble:

$$\iiint (xy^2z^3 - 100) dx dy dz = \int_0^1 \left(\int_1^2 \left(\int_0^3 (xy^2z^3 - 100) dz \right) dy \right) dx$$

```
syms x y z
```

```
I1=int(x*y^2*z^3-100,z,0,3);
```

```
I2=int(I1,y,1,2);
```

```
V=int(I2,x,0,1);
```

```
V =
```

```
741/8
```

Integrales triples

A fin de calcular una integral triple en Matlab es muy similar al procedimiento de una integral doble, solo se debe añadir una coordenada más. Para esto se pueden emplear dos tipos de estructuras:

```
syms x y z a b c d e f
```

$I = \text{int}(\text{int}(\text{int}(f(x,y), x, a, b), y, c, d), z, e, f)$

$(\text{int}(\text{int}(f(x,y), 'x', a, b'), 'y', c, d'), 'z', e, f')$

Recuerde que la estructura de una integral triple es:

$$\int_e^f \int_c^d \int_a^b f(x, y, z) dx dy dz$$

Otra opción para calcular la integral doble es por medio de la función *triplequad*. Por tanto, la sintaxis es:

$A = \text{triplequad}(\text{fun}, a, b, c, d, e, f)$

Es importante aclarar que esta estructura se emplea definiendo una función anónima. Donde *fun* es el manejador de una función definida por el usuario que representa el integrando $f(x,y,z)$. La función debe aceptar un vector x , así como los escalares y, z . Además, devuelve un resultado vectorial, por lo que deben emplearse las operaciones matriciales apropiadas. La sintaxis extendida permite al usuario ajustar la precisión y utilizar la instrucción *quadl* o una rutina de cuadratura definida por el usuario.

Ejercicios resueltos

Calcule las siguientes integrales triples:

$$1. I = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \frac{z^2 y - z x^2 - z x^4}{1 + x^2} dx dy dz$$

syms x y z

*int(int(int((z^2*y - z*x^2 - z*x^4)/(1+x^2), x, 0, 1), y, 0, 1), z, 0, 1)*

ans =

$$\text{pi}/24 - 1/6$$

$$2. I = \int_0^2 \int_1^2 \int_{-1}^1 z^2 y^3 e^x dx dy dz$$

syms x y z

*int(int(int(z^2*y^3*exp(x),x,-1,1),y,1,2),z,0,2)*

ans =

$$10 * \exp(-1) * (\exp(2) -$$

Calcule la integral anterior por el método de la función anónima:

*fun = @(x,y,z) z^2*y^3*exp(x);*

I = triplequad(fun, -1, 1, 1, 2, 0, 2)

I =

$$23.5040$$

3. Calcule la integral indefinida, donde k y w son parámetros constantes:

syms k w x y z

*int(int(int(kz*log(k*y-w*x),x),y),z)*

ans =

$$\begin{aligned} & (k^3 y^3 z^2 \log(w^*x - k*y)) / (4 * (x^*w^2 - k*y*w)) \\ & - (3 * k^*x*y*z^2) / 4 - (w^*x^2*z^2 * \log(k*y - w*x)) / 4 - \\ & (k^3 y^3 z^2) / (8 * (x^*w^2 - k*y*w)) + (k^*x*y*z^2 * \log(k*y \\ & - w*x)) / 2 + (k^2 * w^*x*y^2 * z^2) / (8 * (x^*w^2 - k*y*w)) - \\ & (k^2 * w^*x*y^2 * z^2 * \log(w^*x - k*y)) / (4 * (x^*w^2 - k*y*w)) \end{aligned}$$

Si se desea simplificar el resultado se procede de la siguiente manera:

syms k w x y z

*pretty(simplify(int(int(int(k*z*log(k*y-w*x),x),y),z)))*

$$2 \ 2 \ 2 \quad 2 \ 2 \quad 2 \ 2$$

$$z (ky \log(wx - ky) - ky + 2wx \log(ky - wx) +$$

$$8w$$

$$6kwx y - 4kwx y \log(ky - wx))$$

$$8w$$

4. La proyección D sobre el plano XOY es el cuarto de disco $x^2 + y^2 \leq 4$ e $y \geq 0$. La proyección D se considera un conjunto de puntos $(x, y) \in \mathbb{R}$ tales que, para cada x fijo entre 0 y 2, y varía desde $y=0$ hasta $y = \sqrt{4-x^2}$. Como $0 \leq z \leq 4-2y$, se tiene la integral I con base en la definición del teorema de Fubini:

$$I = \iint \left(\int_{\phi_1(x,y)}^{\phi_2(x,y)} f(x,y,z) dz \right) dx dy$$

Donde $z=\phi_1(x,y)$ y $z=\phi_2(x,y)$, son dos superficies y D la proyección de S sobre el plano XOY .

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} \int_0^{4-2y} x dz dy dx$$

syms x y z

*I=int(int(int(x,z,0,4-2*y),y,0,sqrt(4-x^2)),x,0,2)*

I =

20/3

5. Con el fin de integrar integrales triples mediante un *script* se procede a digitar las siguientes líneas:

clear, clc,

syms x y z;

f=input('Digite la función a integrar: ');

F=inline(char(f));

a=input('Límite inferior de (x): ');

b=input('Límite superior de (x): ');

a1=input('Límite inferior de (y): ');

b1=input('Límite superior de (y): ');

a2=input('Límite inferior de (z): ');

b2=input('Límite superior de (z): ');

F=int(int(int(f,x,a,b),y,a1,b1),z,a2,b2)

Halle el volumen de la siguiente integral:

$$\int_{-2}^2 \int_{-3}^3 \int_0^{\pi} (x^2 + y^2) dx dy dz$$

La información a ingresar por consola es:



Digite la función a integrar: x^2+y^2

Límite inferior de (x): -2

Límite superior de (x): 2

Límite inferior de (y): -3

Límite superior de (y): 3

Límite inferior de (z): 0

Límite superior de (z): π

F =

$104*\pi$

Cree una función con base en el código dado, adicionando una leyenda de salida.

Integral de Riemann en \mathbb{R}^4

Las integrales múltiples de orden superior a tres se pueden definir y calcular de forma análoga a las dobles y las triples. Así, por ejemplo, calcule la integral de la hipercaja en dimensión 4, definida por $[0,1] \times [0,2] \times [-1,1] \times [1,2]$:

$$I = \int \int \int \int 2xyz^2w^3 dx dy dz dw$$

`syms x y z w`

`I=int(int(int(int(2*x*y*z^2*w^3,x,0,1),y,0,2),z,-1,1),w,1,2)`

`I =`

`5`

Práctica 5

1. Calcule las integrales por el método más conveniente.

$$\iint x^3 y dx dy$$

$$\iint xy e^{-y^2} dx dy$$

$$\int_{1/2}^1 \int_{1-x}^{1-x^2} (2x-1)e^{x^2+y} dy dx$$

$$\int_{3\pi/5}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(x^2) \operatorname{Cos}(y^2) dx dy$$

$$\int_{-4}^2 \int_0^5 \frac{xy-2x^2}{xy+1} dx dy$$

$$\iint \sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}} dx dy$$

$$\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-y}}^{\sqrt{1-y}} xy dx dy$$

$$\int_0^1 \int_0^x \int_0^{x+y} (x+y+z) dz dy dx$$

$$\int_0^1 \int_0^{\pi/2} \int_0^{\cos\theta} r dr d\theta du$$

$$\iiint xy e^z dx dy dz$$

$$\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^1 ye^{x^3} dx dy$$

$$\int_0^{\infty} \int_5^{10} e^{-yx} dy dx$$

$$\iiint (2zx^2 + 2zy^2) dx dy dz$$

$$\int_0^1 \int_w^1 \int_y^1 e^{x^3} dx dy dw$$

$$\int_0^6 \int_0^{3-\frac{x}{2}} \int_0^{2-\frac{x}{3}-\frac{2y}{5}} dz dy dx$$

$$\int_0^4 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{4\rho\cos\theta} \rho dz d\theta d\rho$$

$$\int_0^{\sqrt{3}} \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\rho^2}{3}}^{\sqrt{4-\rho^2}} \rho dz d\theta d\rho$$

$$\iiint 2z(x^2 + y^2) dx dy dz$$

$$\iiint \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$$

$$\iiint xy^2 z^5 dx dy dz$$

$$\iiint x(x^2 + y^5) dx dy dz$$

$$\iiint 2xyz(xy^3 + yz^2) dx dy dz$$

2. Halle el área bajo la curva de la siguiente integral:

$$\int_{-3}^7 \int_2^5 (2x^2y + 3y^3x - 5) dx dy$$

3. Determine las coordenadas de centro de masas según la integral dada.

$$x_{CM} = \frac{\sigma}{M} \int_0^l x dx \int_0^{\frac{h}{l}x+h} dy \quad y_{CM} = \frac{\sigma}{M} \int_0^l dx \int_0^{\frac{h}{l}x+h} y dy$$

4. Halle el volumen de la integral:

$$\int_0^1 \int_{-1}^3 \int_{\pi/2}^{\pi} x^2 y^2 z^3 dx dy dz$$



5. Calcule la integral indefinida, donde a , b y c son parámetros constantes:

$$\iiint x(abyz - c) dx dy dz$$

6. Resuelva la integral de Riemann definida para los siguientes intervalos:

- $[-1,1] \times [-2,2] \times [-3,1] \times [1,3]$
- $I = \iiint (xyz^2 w^3 + x^2 yw - z) dx dy dz dw$

7. Halle el volumen limitado por las superficies $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$, $z = xy$, $z = 0$.

$$V = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\rho^2}{3}}^{1+\rho(\cos\theta+\text{sen}\theta)+\rho^2\cos\theta\text{sen}\theta} \rho dz d\theta d\rho$$

8. Halle el volumen de la integral:

$$\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^{1-y^2} z dz$$

9. Calcule la integral doble indefinida, donde a es un parámetro constante:

$$\iint a \text{sen}(x - y) dx dy$$

10. Halle el volumen de un sólido limitado por los cilindros $x^2 + y^2 = a^2$ y $x^2 + z^2 = a^2$.

$$V = \int_{-a}^a \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} dz dy dx$$

11. Calcule el área de:

$$A = \int_0^4 \int_{\frac{-\sqrt{y}}{2}}^{\frac{\sqrt{y}}{2}} dx dy + \int_4^{16} \int_{\frac{y-20}{16}}^{\frac{\sqrt{y}}{2}} dx dy + \int_{16}^{22} \int_{\frac{y-20}{16}}^{\frac{20-y}{2}} dx dy$$

12. Halle el valor de la integral:

$$2 \int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}^{1/2} \theta d\theta \int_0^{2\cos\theta} r^2 dr \int_0^r dz$$

13. Se desea saber el volumen de la parte superior de una esfera, según las condiciones dadas:

$$V = \int_h^R \int_{-\sqrt{R^2-z^2}}^{\sqrt{R^2-z^2}} \int_{-\sqrt{R^2-x^2-z^2}}^{\sqrt{R^2-x^2-z^2}} dy dx dz$$

14. Halle el volumen de la integral:

$$\int_0^{\pi} \operatorname{sen}^2 \theta d\theta \int_0^4 dz \int_0^{z \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}} r^3 dr$$

15. Calcule las integrales dobles según las condiciones dadas:

$$\iint xy(x+y) dx dy \quad \text{donde } I=[0,1] \times [0,1]$$

$$\iint \operatorname{sen}^2 x \operatorname{sen}^2 y dx dy \quad \text{donde } I=[0,\pi] \times [0,\pi]$$

$$\iint \operatorname{sen}(x+y) dx dy \quad \text{donde } I=[0, \pi/2] \times [0, \pi/2]$$

16. Hallar el área:

$$A = \int_2^3 \int_{\frac{4}{x}}^x dy dx + \int_3^{27/4} \int_{\frac{4}{27x^2}}^x dy dx$$

17. Calcule el volumen de un sólido, donde a , b y c son constantes:

$$\iiint \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \right) dx dy dz$$

18. Halle el área bajo la curva de:



$$\int_0^{\pi} \int_0^{\operatorname{sen} x} (x^2 + y^2) dy dx$$

19. Según el principio de Saint—Venant, el estado tensional sobre un sólido será idéntico en puntos suficientemente alejados si la distribución de fuerzas es estáticamente equivalente a la dada.

La fuerza resultante de la distribución es:

$$R_z = \int_{-a}^a \int_{-b}^b q \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right] dx dy$$

Halle la solución general para R_z .

20. Halle el volumen de un cilindro de altura h y radio a :

$$\int_0^h \int_0^{2\pi} \int_0^a r \, dr d\theta dz$$

21. Calcule los momentos de inercia:

$$I_x = \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{4x^2+4y^2}^{8-4x^2-4y^2} (y^2 + z^2)(x + y + z + 1) dz dy dx$$

$$I_y = \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{4x^2+4y^2}^{8-4x^2-4y^2} (x^2 + z^2)(x + y + z + 1) dz dy dx$$

$$I_z = \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{4x^2+4y^2}^{8-4x^2-4y^2} (x^2 + y^2 + z^2)(x + y + z + 1) dz dy dx$$

22. Calcule los momentos estáticos de un sólido en el espacio respecto a los planos xy , yz y xz :



$$M_{xy} = \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{4x^2+4y^2}^{8-4x^2-4y^2} z(x+y+z+1) dz dy dx$$

$$M_{yz} = \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{4x^2+4y^2}^{8-4x^2-4y^2} x(x+y+z+1) dz dy dx$$

$$M_{xz} = \int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{4x^2+4y^2}^{8-4x^2-4y^2} y(x+y+z+1) dz dy dx$$

23. Calcule los momentos estáticos de un sólido en el espacio respecto a los planos xy , yz y xz :

$$M_{xy} = \int_{-2}^2 \int_{\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}}^{\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}} \int_0^{1-y} 2z^2 dz dy dx \quad M_{yz} = \int_{-2}^2 \int_{\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}}^{\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}} \int_0^{1-y} x(2z) dz dy dx$$

$$M_{xz} = \int_{-2}^2 \int_{\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}}^{\frac{\sqrt{4-x^2}}{2}} \int_0^{1-y} y(2z) dz dy dx$$

24. Calcule el volumen del sólido para los intervalos $[0, 2\pi]$, $[0, \pi]$, $[0, 1]$.

25. Cree un *script* para la integral de Riemann definida para los intervalos:

$$[-3, 1] \times [0, 2] \times [-1, 2] \times [-1, 3]$$

$$I = \iiint \int w e^{xy+z} dx dy dz dw$$

26. Halle el volumen de:

$$V = abcd \int_0^1 \int_0^{1-t} \int_0^{1-s-t} \int_0^{1-v-s-t} du dv ds dt$$

27. Halle el volumen de la integral:

$$V = \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-R}^{-a} dz \int_0^{\sqrt{R^2-z^2}} r dr + \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-a}^{R-2a} dz \int_{2\sqrt{a(z+a)}}^{\sqrt{R^2-z^2}} r dr$$

28. Cree un *script* para la integral de Riemann definida para los intervalos:

$$[-2,1] \times [0,3] \times [-1,3] \times [-1,2]$$

$$I = \iiint \int (xye^z + wz^2 + x^3z) dx dy dz dw$$

Calcule las integrales empleando el teorema de *Fubini*:

29. $\int_0^1 \int_0^3 2x^2y \, dx dy$

30. $\int_{-1}^1 \int_0^2 (4x^2y - 2x + y - 1) dx dy$

31. $\int_0^1 \int_0^2 \frac{4x^2+y}{x-y} dx dy$

32. $\iiint (2xyz) dx dy dz$ en los intervalos $[0,1] \times [1,3] \times [0,2]$.

33. Integral doble de la función $f(x,y) = x^3y + xy^2$, que está limitada por las parábolas: $y = x^2, y=1 - x^2$.

15. Ecuaciones algebraicas y polinomios



Ecuación algebraica

Una ecuación algebraica es una ecuación de la forma $P = 0$ definida sobre un cuerpo de los números racionales, excepto que se especifique lo contrario. Donde P representa un polinomio; por ejemplo:

$$P = x^2 + 6xy - 5y^2 + 2 = 0$$

En este caso P es una ecuación algebraica de segundo grado con dos variables x e y sobre un cuerpo de los números racionales.

A fin de evaluar una ecuación algebraica en Matlab se procede a resolver de forma simbólica estas ecuaciones, de acuerdo con la siguiente sintaxis:

```
solve('eqn1','eqn2',...,'eqnn')
```

```
solve('eqn1','eqn2',...,'eqnn','var1,var2,...,varn')
```

```
solve('eqn1','eqn2',...,'eqnn','var1','var2',...,'varn')
```

Ejemplos

1. Evalúe las raíces de un polinomio genérico de grado 3 ax^3+bx^2+cx+d .

```
syms x a b c d
```

```
v=solve(a*x^3+b*x^2+c*x+d)
```

```
r=subexpr(v(1))
```

```
s=subexpr(v(2))
```

```
t=subexpr(v(3))
```



$v =$

$$\text{RootOf}(a*z^3 + b*z^2 + c*z + d, z)[1]$$

$$\text{RootOf}(a*z^3 + b*z^2 + c*z + d, z)[2]$$

$$\text{RootOf}(a*z^3 + b*z^2 + c*z + d, z)[3]$$

$r =$

$$\text{RootOf}(a*z^3 + b*z^2 + c*z + d, z)[1]$$

$s =$

$$\text{RootOf}(a*z^3 + b*z^2 + c*z + d, z)[2]$$

$t =$

$$\text{RootOf}(a*z^3 + b*z^2 + c*z + d, z)[3]$$

La instrucción *RootOf* representa el conjunto simbólico de raíces del polinomio $f(x)$ con respecto a un x indeterminado.

RootOf sirve como una representación simbólica del conjunto cero de un polinomio. Puesto que es, por lo general, imposible representar las raíces de un polinomio en términos de radicales, *RootOf* es a menudo la única manera posible de representar las raíces de forma simbólica.

2. Calcule las raíces de la ecuación algebraica

$$-7x^3 + \frac{2}{3}x^2 - 5x + 3.$$

syms x a b c d

$$v=\text{solve}(-7*x^3+2/3*x^2-5*x+3)$$



$$r = \text{subexpr}(v(1))$$

$$s = \text{subexpr}(v(2))$$

$$t = \text{subexpr}(v(3))$$

$$v =$$

$$\text{RootOf}(z^3 - (2z^2)/21 + (5z)/7 - 3/7, z)[1]$$

$$\text{RootOf}(z^3 - (2z^2)/21 + (5z)/7 - 3/7, z)[2]$$

$$\text{RootOf}(z^3 - (2z^2)/21 + (5z)/7 - 3/7, z)[3]$$

$$r =$$

$$\text{RootOf}(z^3 - (2z^2)/21 + (5z)/7 - 3/7, z)[1]$$

$$s =$$

$$\text{RootOf}(z^3 - (2z^2)/21 + (5z)/7 - 3/7, z)[2]$$

$$t =$$

$$\text{RootOf}(z^3 - (2z^2)/21 + (5z)/7 - 3/7, z)[3]$$

Nota 34. *RootOf* representa el conjunto simbólico de raíces del polinomio $f(x)$ con respecto a un x indeterminado.

3. Calcule las raíces de la ecuación algebraica $6x^3 - x + 4$.

$$\text{syms } x \ a \ b \ c \ d$$

$$v = \text{solve}(6x^3 - 0x^2 - x + 4)$$

$$r = \text{subexpr}(v(1))$$

$$s = \text{subexpr}(v(2))$$

$$t = \text{subexpr}(v(3))$$

$$v =$$

$$\text{RootOf}(z^3 - z/6 + 2/3, z)[1]$$

$$\text{RootOf}(z^3 - z/6 + 2/3, z)[2]$$

$$\text{RootOf}(z^3 - z/6 + 2/3, z)[3]$$

$$r =$$

$$\text{RootOf}(z^3 - z/6 + 2/3, z)[1]$$

$$s =$$

$$\text{RootOf}(z^3 - z/6 + 2/3, z)[2]$$

$$t =$$

$$\text{RootOf}(z^3 - z/6 + 2/3, z)[3]$$

4. Calcule las raíces de la ecuación algebraica $4x^2 + 4x + 1$.

$$\text{syms } x \ a \ b \ c \ d$$

$$v = \text{solve}(0*x^3 + 4*x^2 + 4*x + 1)$$

$$r = \text{subexpr}(v(1))$$

$$s = \text{subexpr}(v(2))$$

$$v =$$

$$-1/2$$

$$-1/2$$

$$r =$$

$$-1/2$$

$$s =$$

$$-1/2$$



Práctica 1

Calcule las raíces de las siguientes ecuaciones:

1. $-8x^2 + 5x + 2$

2. $x^3 - 2x^2 + x + 7$

3. $4x^3 + 7x^2 - 9x + 12$

4. $2x^2 + 8x = -5x^2 + 11$

5. $x^5 - 3,587x^4 + 1,7589x^3 - 6,351x^2 + 8x + 1,2578$

6. $3akx^3 - bx^2 + 2cx = wd$

Es importante anotar que, cuando se da una función polinómica en la que existen variables de carácter simbólico, se requiere precisamente de la función simbólica *syms*, que permite —a través de la instrucción *simplify*— reducir el tamaño y la presentación de un polinomio que, en su momento, puede ser extenso y de manera manual engorroso.

Ejemplos

1. Sea $5ab^3 - 3a^2b^2c + 5cba - 3ab^3 - 10a^2b^2c + 9cba - a + 1$.

syms a b c

*np=simplify(5*a*b^3-3*a^2*b^2*c+5*c*b*a-3*a*b^3-10*a^2*b^2*c+9*c*b*a-4+1)*

np =

$$-13c^2a^2b^2 + 2a^2b^3 + 14c^2ab - 3$$

2. Sea el polinomio $p = \frac{2}{1+b} + \frac{3}{(1+b)^2} + \frac{5}{(1+b)^3} - \frac{7}{(1+b)^4}$.

syms a b c

pretty(simplify(2/(1+b)+3/(1+b)^2+5/(1+b)^3-7/(1+b)^4))

$$\frac{3}{2}$$

$$2b^2 + 9b + 17b + 3$$

$$4$$

$$(b + 1)$$

3. Calcule con la función simbólica $1 + \frac{2}{3+\sqrt{2}}$.

s=sym(1+2/(3+sqrt(2)))

s =

$$818012353763659/562949953421312$$

4. Cabe recordar que para resolver una función de carácter polinomial se puede emplear la instrucción *solve*. Esto con el fin de establecer sus posibles raíces. Así, entonces:



Sea la función $f(x) = 2x^3 - x + 1 = 0$.

`solve('2*x^3-x+1=0')`

`ans =`

`-1`

`1/2 - 1i/2`

`1/2 + 1i/2`

`pretty(solve('2*x^3-x+1=0'))`

`/ -1 \`

`| |`

`| 1 1 |`

`|---i |`

`| 2 2 |`

`| |`

`| 1 1 |`

`| - + -i |`

`\ 2 2 /`

Práctica 2

Simplifique y mejore los resultados de presentación de los siguientes ejercicios:

$$1. \frac{1}{5c}ab^3 + \frac{2}{3a}b^2c + \frac{1}{7b}ca - 3$$

$$2. \frac{a}{a+b} + \frac{ab}{(a+b)^2} + \frac{abc}{b(a+b)^3} - \frac{b}{5(a+b)^4}$$

$$3. \frac{2}{8+3i} + \frac{1}{1-5i} + \frac{3}{2+i}$$

$$4. 2\sqrt{3} + \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} + 3$$

$$5. \text{Halle las raíces de } x^4 - 1 = 0.$$

$$6. \text{Halle las raíces de } -5x^3 - 7x = -35.$$

$$7. \text{Halle las raíces de } 8x^5 + 3x^3 - x^2 + 4.$$

8. Halle las raíces del polinomio de Laguerre:

$$L_3(t) = -t^3 + 9t^2 - 18t + 6$$

$$9. \text{Halle las raíces de } x^4 - \frac{15}{7}x^3 + 5x^2 - 5.$$

10. Halle las raíces del polinomio de Hermite:

$$H_3(t) = 8t^3 - 12t$$

11. Halle las raíces del polinomio de Legendre:

$$P_8(x) = \frac{1}{128}(6435x^8 - 12012x^6 + 6930x^4 - 1260x^2 + 35)$$

12. Halle las raíces del polinomio de Laguerre:

$$L_4(t) = t^4 - 16t^3 + 72t^2 - 96t + 24$$

Polinomios

Un polinomio es una expresión algebraica de dos o más monomios compuestos por los coeficientes, las variables y los exponentes que se combinan mediante operaciones de suma, resta y multiplicación, mas no por divisiones. Un polinomio, en términos generales, es una expresión algebraica de la forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0$$

Donde $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1$, con a_0 como término independiente, x las variables y $n, n-1, n-2, \dots, 1$ los exponentes.

Recuerde que el grado de un polinomio está representado por el mayor exponente al que se encuentra elevada la variable x . Por ende, existe una clasificación así:

- Polinomio de grado cero: $P(x) = 6$.
- Polinomio de primer grado: $P(x) = 5x + 6$.
- Polinomio de segundo grado: $P(x) = 4x^2 + 3x - 7$.
- Polinomio de tercer grado: $P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 9x + 8$.
- Polinomio de cuarto grado: $P(x) = x^4 + 10x^3 + 21x^2 + 5x + 4$.
- Polinomio de n ésimo grado: $P(x) = 2 + 5x - 8x^2 + \dots + a_n x^n$.

Los coeficientes del polinomio se ordenan de forma decreciente por su grado. Ahora, si dado el caso faltan coeficientes, su valor será igual a 0.

Las instrucciones empleadas para las operaciones con polinomios se resumen en la Tabla 15.1.

Tabla 15.1 Instrucciones empleadas para las operaciones con polinomios

Instrucción	Descripción
conv	Producto de polinomios
deconv	División de polinomios
poly	Definición de polinomios por raíces
polyder	Derivada de polinomios
polyfit	Interpola por mínimos cuadrados
polyval	Valor polinomio en un punto
polyvalm	Valor polinomio con matrices
residue	Fraciones parciales
roots	Raíces de un polinomio

Fuente: elaboración propia.

Así, por ejemplo, sea x^2+x+1 , en Matlab se representa mediante el vector:

$$p=[1 \ 1 \ 1]$$

$$p =$$

$$1 \ 1 \ 1$$

Para el caso en el que el polinomio esté incompleto en cuanto a sus potencias, se procede de la siguiente manera:

$5x^4+4x+7$, en Matlab se interpreta como $5x^4+0x^3+0x^2+4x+7$, por tanto, queda:

$$\gg p1=[5 \ 0 \ 0 \ 4 \ 1]$$

$$p1 =$$

$$5 \ 0 \ 0 \ 4 \ 1$$

A fin de evaluar un polinomio de grado n en un valor determinado x , se procede a emplear la función $\text{polyval}(p,x)$:

Dado el polinomio $p(x)=5x^4+4x+7$ evalúe para $x=2$.

$$p=[5 \ 0 \ 0 \ 4 \ 1];$$

$$\text{polyval}(p,2)$$

ans =

89

Operaciones polinómicas

Antes de empezar las operaciones tenga en cuenta que ambos polinomios deben poseer la misma cantidad de elementos, si no, complete con ceros.

Sea $P_1=5x^4+7x^3+x+2$ y $P_2=x^3+6x^2+x+9$

Suma

1. Dados los polinomios p_1 y p_2 , halle p_1+p_2 :

$$p_1=[5 \ 7 \ 0 \ 1 \ 2];$$

$$p_2=[0 \ 1 \ 6 \ 1 \ 9];$$

$$p_1+p_2$$

ans =

8 6 2 11

2. La otra opción es la siguiente, en la que no se requiere completar con ceros:

$$\text{syms } x$$



$$p1=5*x^4+7*x^3+x+2;$$

$$p2=x^3+6*x^2+x+9;$$

$$\text{pretty}(p1+p2)$$

$$4 \quad 3 \quad 2$$

$$5x^4 + 8x^3 + 6x^2 + 2x + 11$$

Resta

$$p1-p2$$

$$\text{ans} =$$

$$6 \quad -6 \quad 0 \quad -7$$

$$\text{pretty}(p1-p2)$$

$$4 \quad 3 \quad 2$$

$$5x^4 + 6x^3 - 6x^2 - 7$$

Multipliación

No es necesario que los polinomios sean de igual largo. Note que el producto debe realizarse mediante el comando *conv*:

$$\text{conv}([5 \ 7 \ 0 \ 1 \ 2],[0 \ 1 \ 6 \ 1 \ 9])$$

$$\text{ans} =$$

$$0 \ 5 \ 37 \ 47 \ 53 \ 71 \ 13 \ 11 \ 18$$



2. Forma compacta:

$conv(p1,p2)$

$ans =$

$5 \ 37 \ 47 \ 53 \ 71 \ 13 \ 11 \ 18$

3.

$pretty(p1*p2)$

$4 \ 3 \ 3 \ 2$

$(5x^4 + 7x^3 + x^2 + 2)(x^3 + 6x^2 + x + 9)$

Multiplicación por un escalar

$x=5;$

$p3=x*p1$

$p3 =$

$25 \ 35 \ 0 \ 5 \ 10$

División

El resultado de esta operación devuelve dos vectores: cociente c y resto r . Para esto se precisa de la función *deconv*.

$[c,r]= deconv(p1,p2)$

Usando los polinomios anteriores, note lo que sucede al tratar de evaluarlo con la división:



```
[c,r]=deconv([5 7 0 1 2],[0 1 6 1 9])
```

Error using deconv (line 19)

First coefficient of A must be non—zero.

Significa que el primer término del polinomio divisor es cero, lo cual da una indeterminación. Por consiguiente, se invierten los polinomios:

```
>> [c,r]=deconv(p2,p1)
```

```
c =
```

```
0
```

```
r =
```

```
0 1 6 1 9
```

Al empezar, la instrucción *pretty* suele ser más conveniente.

```
pretty(p1/p2)
```

```
4 3
```

```
5x + 7x + x + 2
```

```
-----
```

```
3 2
```

```
x + 6x + x + 9
```

Para descomponer el cociente entre $p1$ y $p2$ en suma de fracciones simples, se emplea la instrucción *residue*($p1,p2$).

```
p1=[5 7 0 1 2];
```

```
p2=[0 1 6 1 9];
```



```
residue(p1,p2)
```

```
ans =
```

```
1.0e+02 *
```

```
1.3495 + 0.0000i
```

```
—0.0097 — 0.0059i
```

```
—0.0097 + 0.0059i
```

Ajuste de curvas

Sea dos vectores, x e y , del mismo tamaño, se puede aproximar la relación funcional entre ellos con un polinomio de cierto grado. Si el grado es 1, la relación es lineal; si es 2, la relación es cuadrática, etc. Esto se puede realizar con la función *polyfit* ().

El siguiente *script* calcula los coeficientes de los polinomios de orden 1, 2 y 3, para un conjunto dado de observaciones, y traza los resultados en tres gráficos.

Sea los vectores $x = [1\ 3\ 5\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9]$; $y = [2\ 3\ -3\ 5\ 7\ -8\ 1\ 9\ 7]$; evaluados en el intervalo $[0,10]$; tome 120 puntos.

```
x = [1 3 2 4 5 6 7 8 9]; y = [2 3 -3 5 7 -8 1 9 7];
```

```
x_val = linspace(0,10,120);
```

```
for grado=1:3
```

```
poly = polyfit(x,y,grado);
```

```
disp(['Coeficientes, caso ' num2str(grado) ': ' num2str(poly)])
```

```
y_val = polyval(poly,x_val);
```

```
subplot(3,1,grado), plot(x,y,'r*'), axis([0 10 0 10])
hold on
plot(x_val,y_val), ylabel(['Grado: ' num2str(grado)])
end
```

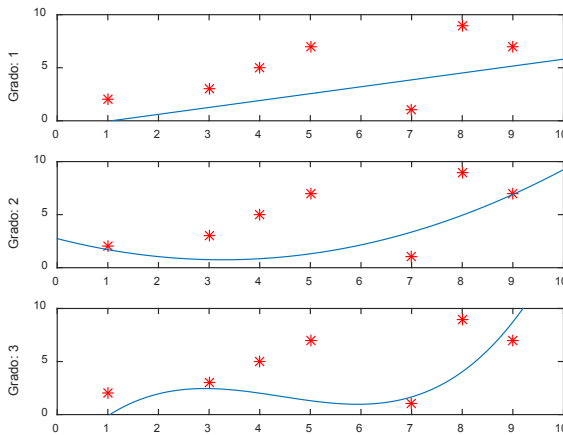


Figura 15.1. Representación gráfica de ajuste de curvas.

Los valores de los coeficientes para los polinomios son:

Coeficientes, caso 1: 0.65 -0.69444

Coeficientes, caso 2: 0.18723 -1.2223 2.7381

Coeficientes, caso 3: 0.10859 -1.4416 5.6403 -4.4286

Las dos primeras entradas de *polyfit()* son los valores de los vectores *X* e *Y*, y la tercera es el grado del polinomio (es decir, el valor más alto del exponente). La función responde con una matriz que contiene un elemento más que el grado. Los elementos de la matriz son los coeficientes del polinomio estimado; por ejemplo, en el tercer caso, el resultado debe interpretarse como:

$$p=0,10859x^3 - 1,4416x^2 + 5,6403x + 4,4286$$

Matlab también proporciona una herramienta que permite calcular los valores de un polinomio, dado un vector de coeficientes. La función *polyval()* emplea una matriz de coeficientes, *poly*, y devuelve valores para valores *X* e *Y* dados.

Para el ejercicio dado, los valores de *X* pueden ser un vector. La figura muestra las tres curvas resultantes. Los marcadores rojos son los mismos en los tres casos, pero las curvas corresponden a los polinomios ajustados.

Gráficas de un polinomio en 3D

A fin de graficar un polinomio se procede a emplear funciones de tipo *meshgrid* y *plot3*, en las que se genera una malla de puntos en los cuales es posible evaluar una función de dos variables.

Ejemplos

1. Función $z(x,y)=x^2y+xy^2+1$ para los intervalos $[-3,3]$ y $[-3,3]$, con particiones de 0,2.

```
[X, Y]=meshgrid(-3:0.2:2,-3:0.2:3);
```

```
% crea matrices para hacer la malla
```

```
Z=X.^2.*Y + X.*Y.^2+ 1;
```

```
plot3(X,Y,Z), title('Z=X^2Y + XY^2+ 1')
```

```
grid on
```

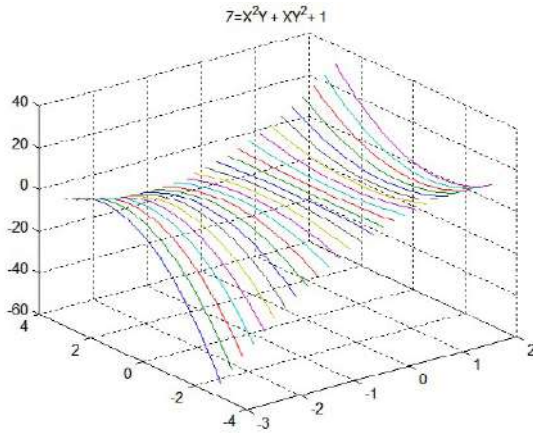


Figura 15.2. Gráfica de polinomio en 3D.

2. En cuanto a los gráficos tridimensionales y de superficie (curvas de nivel), se puede emplear las instrucciones $\text{surf}(X,Y,Z,C)$, $\text{surfc}(X,Y,Z,C)$.

```
[X, Y]=meshgrid(-3:.2:2,-3:0.2:3);
```

```
Z=X.^2.*Y + X.*Y.^2 + 1;
```

```
figure(1), surf(X,Y,Z)
```

```
figure(2), surfc(X,Y,Z)
```

```
title('Z=X^2Y + XY^2 + 1'), grid on
```

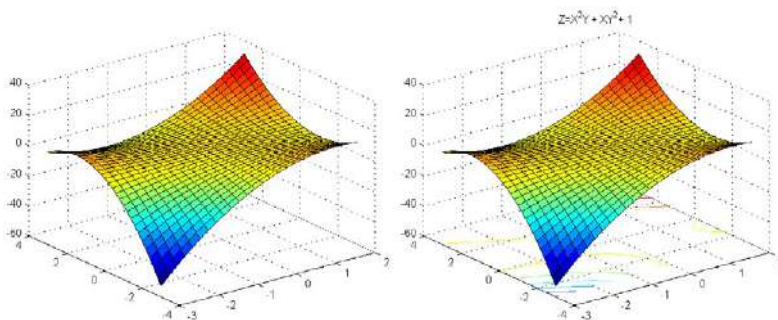


Figura 15.3. Gráfica tridimensional y de superficie.

Para gráficos de malla en 3D se emplea la instrucción *mesh(X,Y,Z,C)* en la cual se muestra la matriz Z sobre las coordenadas de la rejilla especificada por las matrices X e Y . A fin de crear estas matrices se utiliza el comando *meshgrid*:

$$[X,Y] = \text{meshgrid}(x,y)$$

Donde x e y son los vectores base a partir de los cuales se construye la rejilla. Las de la matriz de salida X son copias del vector x y las columnas de la matriz de salida Y son copias del vector y .

Las instrucciones *mesh(X,Y,Z,C)*, y *meshc(X,Y,Z,C)*, con los colores especificados en C (que puede ignorarse), en conjunto con el gráfico de contorno correspondiente (curvas de nivel). De igual manera *meshz(X,Y,Z,C)* a fin de crear la gráfica de cortina en la parte inferior de la gráfica.

Retomando las gráficas anteriores, se tiene:

1.

$$[X,Y]=\text{meshgrid}(-3:2:2,-3:0.2:3);$$

$$Z=X.^2.*Y + X.*Y.^2+ 1;$$

$$\text{figure}(1), \text{mesh}(X,Y,Z)$$

$$\text{figure}(2), \text{meshc}(X,Y,Z)$$

$$\text{figure}(3), \text{meshz}(X,Y,Z)$$

$$\text{title}('Z=X^2Y + XY^2 + 1'), \text{grid on}$$

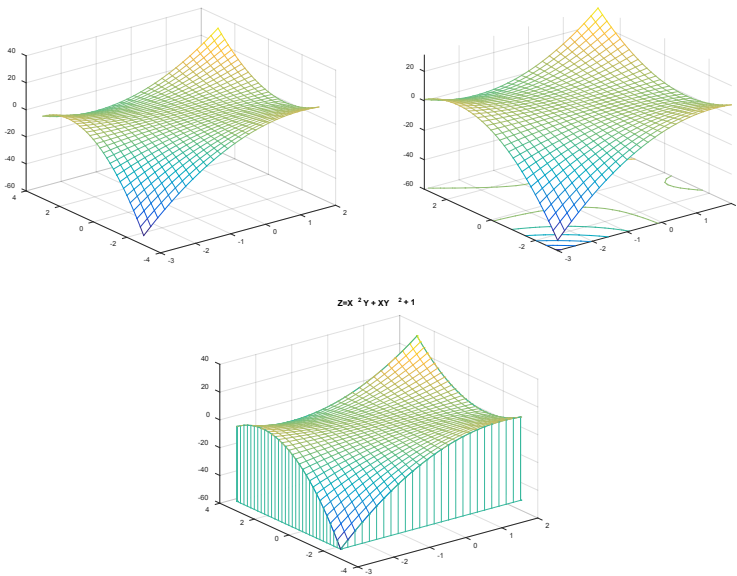


Figura 15.4. Gráficas tridimensionales con las instrucciones *mesh*, *meshc* y *meshz*.

En los gráficos de contorno (curvas de nivel) se emplea *contour(Z,n)* o *contour3(Z,n)*, donde n representa el número de líneas (es opcional).

2. Sea la función polinómica $z=x^2y+xy^2+1$, grafique para los intervalos $[-3,2] \times [-3,3]$ con particiones de 0,2. Halle el contorno en 1D y 3D.

```
[X,Y]=meshgrid(-3:0.2:2,-3:0.2:3);
```

```
Z=X.^2.*Y + X.*Y.^2+ 1;
```

```
contour(Z),figure(2)
```

```
contour3(Z), grid on
```

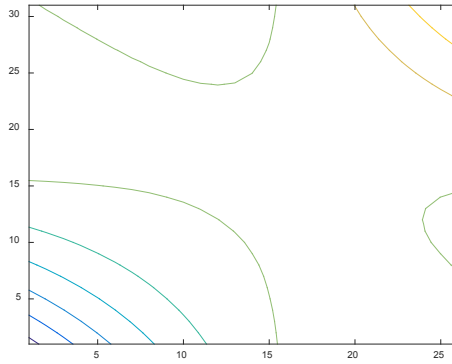


Figura 15.5. Gráfica de curvas de nivel de la función polinómica $z=x^2y+xy^2+1$

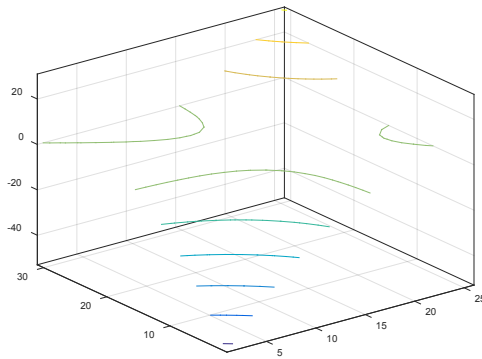


Figura 15.6. Curvas de nivel en el espacio tridimensional.

3. Para etiquetar las curvas de nivel con el valor de la función en los puntos de cada curva se emplea la instrucción *clavel*.

Veamos un ejemplo para la función $z(x,y)=sen(xy)$, para el intervalo $[-1,5, 1,5]$, con particiones de 0,1.

```
[X,Y]=meshgrid(-1.5:0.1:1.5);
Z=sin(X.*Y);
[c,h]=contour(X,Y,Z); clabel(c,h), xlabel('x'),ylabel('y')
title('Z=sin(XY)')
```

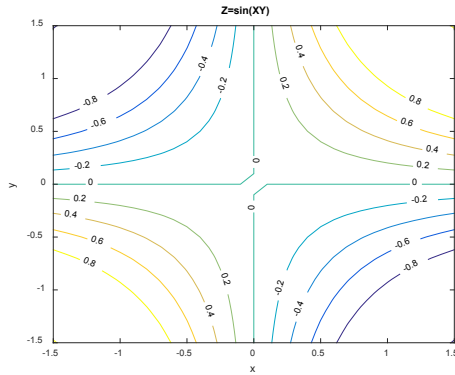


Figura 15.7. Etiquetas de curvas de nivel.

4. A fin de generar gráficos de densidad de colores, se emplea la instrucción `pcolor(X,Y,Z)`. También se puede fijar el punto de vista de la figura según las coordenadas (x,y,z) mediante la instrucción `view([x,y,z])`.

```
[X,Y]=meshgrid(-3.:2:2,-3:0.2:3);
```

```
Z=X.^2.*Y + X.*Y.^2 + 1;
```

```
pcolor(X,Y,Z),grid on
```

```
title('Densidad de colores'),view([30, 30, 30])
```

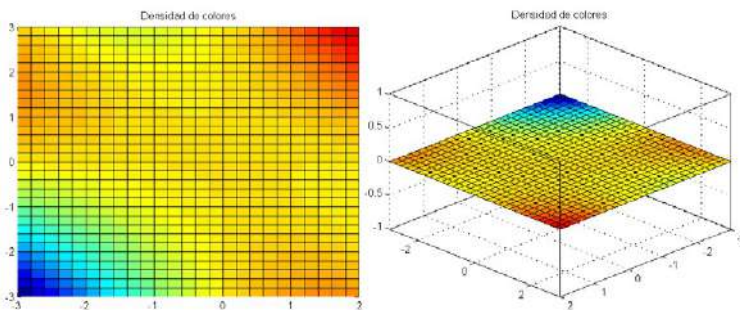


Figura 15.8. Gráficos de densidad de colores.

5. Con el fin de obtener las coordenadas (x,y) de cualquier punto seleccionado en la gráfica se emplea la instrucción `ginput`. Tenga

en cuenta que debe seleccionar mediante un clic en el área a estudiar y luego oprimir Enter.

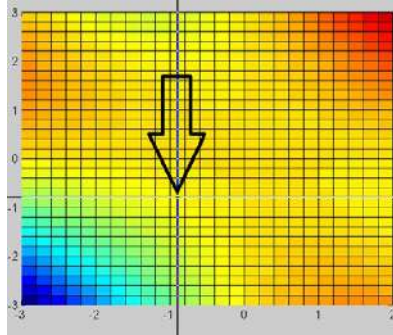


Figura 15.9. Selección de un punto en un gráfico de densidad de colores

Luego se registra la respuesta en la Command Window:

ans =

−1.9587 1.1533

−1.8820 −0.3796

0.2965 0.6423

−0.4520 2.1898

−0.8935 −0.7883

6. Grafique la función $z=x^2+y^2-5\text{sen}(xy)$, evaluada en el intervalo $|x|\leq 2$ y $|y|\leq 2$. Emplee la función *pcolor* allí donde la gráfica aparezca normal y sombreada.

$r=-2:0.2:2;$

$[X,Y]=\text{meshgrid}(r,r);$

$Z=X.^2+Y.^2-5*\text{sin}(X.*Y); \text{pcolor}(Z),\text{axis}('off')$

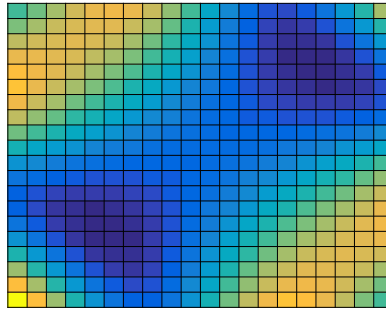


Figura 15.10. Resultado al emplear la función *pcolor*.

Al adicionar la instrucción *shading interp* que permite el sombreado, se tiene:

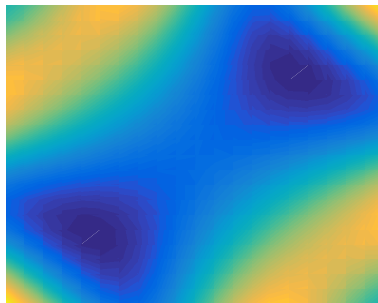


Figura 15.11. Resultado al emplear la instrucción *shading interp*.

7. Uso del comando *peaks* que genera una matriz trasladando y reescalando la distribución gaussiana en dos dimensiones.

```
[x,y]=meshgrid(-3:1/8:3);
Z=peaks(x,y).*sin(x);
subplot(2,1,1); v1=-4:-1; v2=0:4;
contour(Z,v1,'k-'); hold on;
contour(Z,v2,'k--'); hold off;
subplot(2,1,2); C=contour(Z); clabel(C);
```

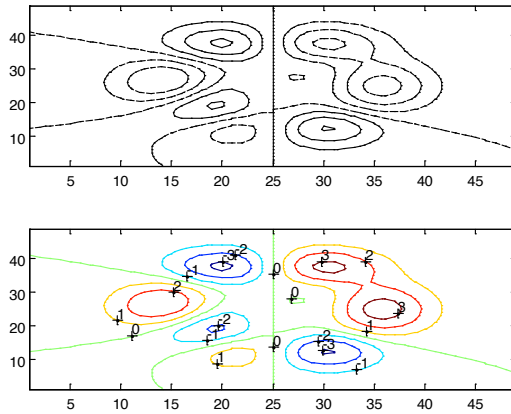


Figura 15.12. Resultado al emplear la instrucción *peaks*.

8. Grafique las curvas de nivel de las siguientes dadas usando el comando *meshgrid* y *contour* para las funciones dadas.

$f(x,y)=\text{sen}(x)\text{sen}(y)$, evaluada en $[0,\pi]\times[0,\pi]$, con particiones de 0,02.

$g(x,y)=x-0,5x^3+0,25y^2+1$, evaluada en $[-3,3]\times[-3,3]$, con particiones de 0,25.

$h(x,y)=\frac{\text{sen}\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^2}$, evaluada en $[-8,8]\times[-8,8]$, con particiones de 0,01.

$$x=0:0.02:3*\pi;$$

$$y=0:0.025:5*\pi;$$

$$[XX,YY]=\text{meshgrid}(x,y);$$

$$z1=\text{sin}(XX).\text{*sin}(YY);$$

$$x=-3:0.25:3;$$

$$y=x;$$

$$[XX,YY]=\text{meshgrid}(x,y);$$

```

z2=XX—0.5*XX.^3+0.25*YY.^2+1;
x=—8:0.01:8;
y=x;
[XX,YY]=meshgrid(x,y);
r=sqrt(XX.^2+YY.^2)+eps;
z3=sin(r)./r;
subplot(2,2,1); contour(z1); title('sen(x)*sen(y)');
subplot(2,2,2); contour(x,y,z3); title('sen(r)/r');
subplot(2,2,3); contour3(z2,15);
title('x—0.5 x^3 + 0.2 y^2 + 1');
subplot(2,2,4); contour3(x,y,z3); title('sen(r)/r');
    
```

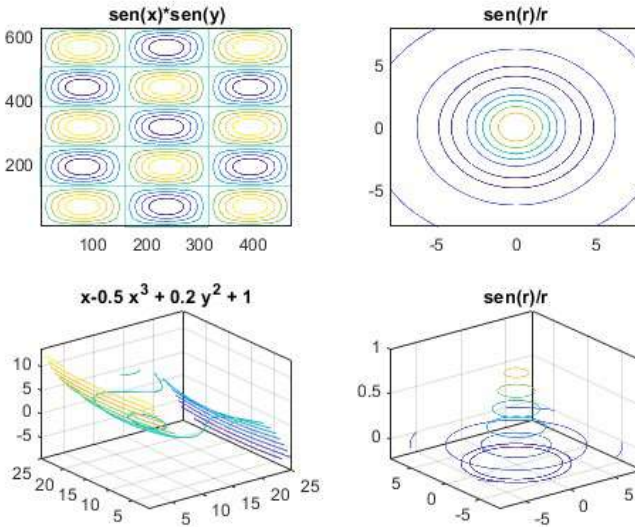


Figura 15.13. Curvas de nivel bidimensional y tridimensional de diferentes funciones.

Raíces polinómicas

Matlab permite calcular las raíces de los polinomios con determinada precisión, por lo que el usuario deberá prever este aspecto. Por consiguiente, en los casos en los que se requiere de resultados más exactos se debe recurrir a otros métodos relacionados con los métodos numéricos.

1. A fin de evaluar las raíces se emplea la función *roots*, así:

$$P_1 = 5x^4 + 7x^3 + x + 2$$

```
roots([ 5 7 0 1 2 ])
```

```
ans =
```

```
—1.3465 + 0.0000i
```

```
0.3345 + 0.5471i
```

```
0.3345 — 0.5471i
```

```
—0.7225 + 0.0000i
```

Se puede usar la forma comprimida, teniendo en cuenta que debe declarar una variable, la cual, en este caso, es *p1*.

```
p1=[ 5 7 0 1 2 ];
```

```
roots(p1)
```

```
ans =
```

```
—1.3465 + 0.0000i
```

```
0.3345 + 0.5471i
```

```
0.3345 — 0.5471i
```

```
—0.7225 + 0.0000i
```

Es posible generar el polinomio mónico que tiene por raíces a los números i , $-i$, $0,5$ y πi . Por ejemplo:

```
>> poly([i -i 1/2 pi])
```

```
ans =
```

```
1.0000 -3.6416 2.5708 -3.6416 1.5708
```

2. Halle las raíces del polinomio $[-7, 9, -25, 12, -6, 17]$ y grafique en el intervalo $[-5,5]$, con particiones de $0,1$.

```
p = [-7, 9, -25, 12, -6, 17];
```

```
r = roots(p)
```

```
x = -5:0.1:5;
```

```
f = polyval(p,x);plot(x,f), grid on
```

```
r =
```

```
0.4993 + 1.7324i
```

```
0.4993 - 1.7324i
```

```
1.0000 + 0.0000i
```

```
-0.3565 + 0.7874i
```

```
-0.3565 - 0.7874i
```

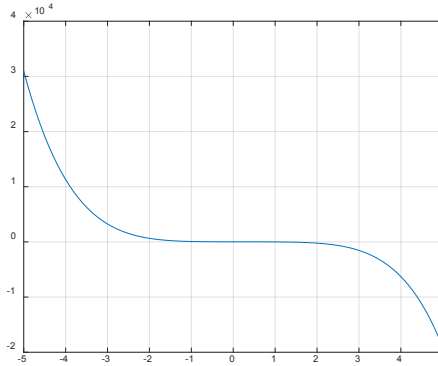


Figura 15.14. Gráfica del polinomio $[-7, 9, -25, 12, -6, 17]$.

Construir un polinomio

A fin de construir un polinomio se procede a calcular la función inversa con el fin de hallar las raíces, para lo cual se emplea la función *poly* sobre la función *roots*, así:

Sea $p1 = [5 \ 8 \ 6 \ 1]$

$p1 = [5 \ 8 \ 6 \ 1];$

$poly(\text{roots}(p1))$

$ans =$

$1.0000 \ 1.6000 \ 1.2000 \ 0.2000$

Con el propósito de verificar esta respuesta, nos devolvemos:

$r1 = \text{roots}([5 \ 8 \ 6 \ 1])$

$r1 =$

$-0.6878 + 0.6467i$

$-0.6878 - 0.6467i$

$-0.2244 + 0.0000i$

Llamamos a la función *poly* sobre *r1*.

poly(r1)

ans =

1.0000 1.6000 1.2000 0.2000

Evaluar un polinomio y un escalar

En este caso se procede a emplear la función *polyval(p,n)*, donde *p* representa el polinomio y *n* el escalar. Por tanto, la operación queda de la siguiente manera:

1. Sea $x = 3$ y $P_1 = 5x^4 + 7x^3 + x + 2$

polyval([5 7 0 1 2],3)

ans =

599

2. Sea la función $f(x) = 1,578x^4 - 13,845x^3 + 32,471x^2 - 27,351x + 12$, grafique en el intervalo $[0,6]$.

f=[1.578 -13.845 32.471 -27.351 12];

x=linspace(0,6);

y=polyval(f,x);

plot(x,y,'k'), xlabel('x'), ylabel('y')

title('Función polinómica'), grid on

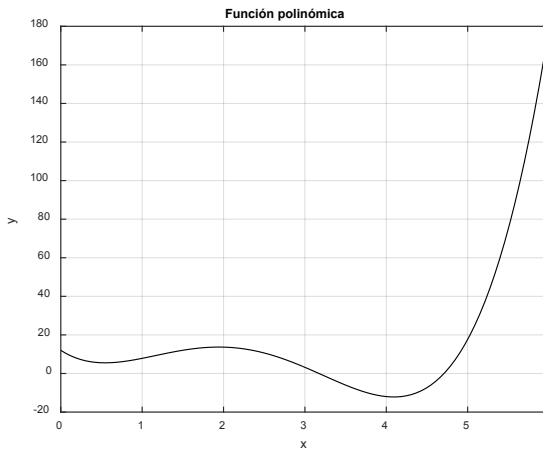


Figura 15.15. Gráfica del polinomio $f(x)$.

La función que contiene la curva de la que se quiere obtener los mínimos locales es:

function $y=curva2(x)$

$f=[1.578 \ -13.845 \ 35.471 \ -27.351 \ 12];$

$y=polyval(f,x);$

Para obtener lo mínimos se emplea la instrucción *fminsearch*:

fminsearch(@curva2,0.5)

ans =

0.5451

fminsearch(@curva2,3)

ans =

4.0931

A fin de obtener los máximos locales basta con cambiar de signo la curva y volver a ejecutar *fminsearch*.

3. *Optimización en funciones de 2 variables.* La función para optimizar sigue siendo *fminsearch*. Dada la función *z*, optimice para los valores $[0,0]$.

$$z = 3(1 - x)^2 e^{-x^2 - (y+1)^2} - 10 \left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5 \right) e^{-x^2 - y^2} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2 - y^2}$$

```
function z=superficie(u)
```

```
x=u(1);
```

```
y=u(2);
```

```
z = 3*(1-x).^2.*exp(-(x.^2) - (y+1).^2) ...
```

```
— 10*(x/5 - x.^3 - y.^5).*exp(-x.^2-y.^2) ...
```

```
— 1/3*exp(-(x+1).^2 - y.^2);
```

```
end
```

```
fminsearch(@superficie,[0 0])
```

```
ans =
```

```
0.2964 0.3202
```

4. Con la instrucción *polyval* se puede realizar la conversión de binario a decimal.

Sea $[1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1]$, realice la conversión a decimal:

```
br = [1 1 1 1 0 0 0 1 0 1];
```

```
dec = polyval(br, 2)
```

```
dec =
```

```
965
```

Transformar un vector a polinomio o viceversa

En el propósito de realizar este proceso, se emplea la función `poly2sym`. Cabe mencionar que en versiones futuras no aceptará cadenas de caracteres como un segundo argumento de entrada. En su lugar, se crean variables simbólicas con `syms`.

La sintaxis es:

$$p = \text{poly2sym}(c)$$

$$p = \text{poly2sym}(c, \text{var})$$

Ejemplos

1. Cree una expresión polinómica a partir de un vector simbólico de coeficientes. Si no especifica una variable polinomial, `poly2sym`, se emplea por defecto `x`.

`syms a b c d e`

$$p = \text{poly2sym}([a, b, c, d, e])$$

`p =`

$$a*x^4 + b*x^3 + c*x^2 + d*x + e$$

2. Cree una expresión polinomial a partir de un vector simbólico de coeficientes racionales.

$$p = \text{poly2sym}(\text{sym}([1/2, -1/3, 1/4, 1/5]))$$

`p =`

$$x^3/2 - x^2/3 + x/4 + 1/5$$

3. Cree una expresión polinomial a partir de un vector simbólico de coeficientes enteros.

$$p = \text{poly2sym}(\text{sym}([2 \ 0 \ -5 \ 6 \ 7 \ 3]))$$

$$p =$$

$$2*x^5 - 5*x^3 + 6*x^2 + 7*x + 3$$

4. Especifique la variable polinomial. Cree una expresión polinómica a partir de un vector simbólico de determinados coeficientes. Utilice t como una variable polinomial.

$$\text{syms } a \ b \ c \ d \ t$$

$$p = \text{poly2sym}([a, b, c, d], t)$$

$$p =$$

$$a*t^3 + b*t^2 + c*t + d$$

5. Para usar una expresión simbólica tal como t^2+1 o $\exp(t)$, en lugar de una variable polinomial, se sustituye la variable utilizando los subíndices.

$$p1 = \text{subs}(p, t, t^2 + 1)$$

$$p2 = \text{subs}(p, t, \exp(t))$$

$$p1 =$$

$$d + a*(t^2 + 1)^3 + b*(t^2 + 1)^2 + c*(t^2 + 1)$$

$$p2 =$$

$$d + c*\exp(t) + a*\exp(3*t) + b*\exp(2*t)$$

Relación entre un polinomio y una matriz

Para este caso se procede a emplear la función $\text{polyvalm}(p,M)$, donde p representa el polinomio y M la matriz. Por tanto, la operación queda de la siguiente manera:

$$\text{Sea } P_1 = 5x^4 + 7x^3 + x + 2$$

$$M = \begin{bmatrix} 6 & -9 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\text{polyvalm}([5 \ 7 \ 0 \ 1 \ 2], [6 \ -9; 5 \ 3])$$

ans =

$$-21025 \quad 17082$$

$$-9490 \quad -15331$$

Como se observa, arroja una matriz resultante.

Factorización de polinomios

Factorice el siguiente polinomio:

$$p(x) = x^4 + x^3 + 2x - 4 = (x-1)(x+2)(x^2+2)$$

syms x

$$q = x^4 + x^3 + 2*x - 4$$

$$p = \text{factor}(q)$$

q =

$$x^4 + x^3 + 2*x - 4$$

p =

$$(x - 1)*(x + 2)*(x^2 + 2)$$

Represente la función de forma gráfica en los ejes coordenados dados:

hold on

grid on

$f=(10*x+5)/q$

ezplot(f,[-5,5])

hold off

$f=$

$(10*x + 5)/(x^4 + x^3 + 2*x - 4)$

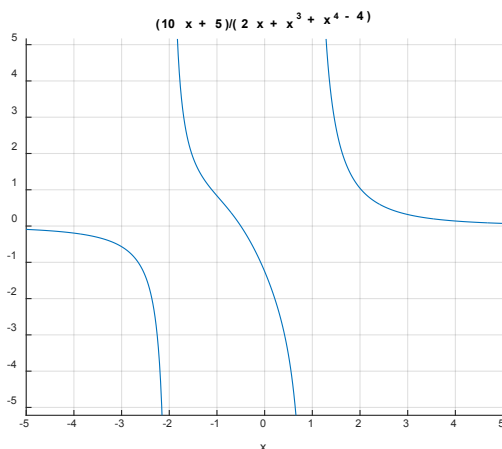


Figura 15.16. Gráfica del polinomio $P(x)$.

Polinomio con mínimo error cuadrático medio

Para calcular un polinomio de grado n que se ajusta a los datos (x,y) con el mínimo error cuadrático medio, se emplea la función $\text{polyfit}(x,y,n)$.

1. Sea $p1 = [3 \ 5 \ -8 \ 6 \ 0]$ y $p2 = [-7 \ 9 \ 0 \ 1 \ 2]$, $n = 4$.

$p1 = [3 \ 5 \ -8 \ 6 \ 0];$

$p2 = [-7 \ 9 \ 0 \ 1 \ 2];$

$n = 4;$

$A = \text{polyfit}(p1, p2, n)$

$A =$

$-0.1034 \ 0.1920 \ 5.7306 \ -19.1279 \ 2.0000$

2. Dada la función $f(x) = \cos(3x+5)$, grafique en el intervalo $[0, \pi]$, con particiones de 0,01. Calcule el error con un porcentaje del 5 %.

$x = 0:0.01:\pi;$

$f = \cos(3*x+5) + 0.05*\text{rand}(1, \text{length}(x));$

% Se ajustan los datos

$p = \text{polyfit}(x, f, 4);$

% se evalua el ajuste

$g = \text{polyval}(p, x);$

$\text{plot}(x, f, 'r: ', x, g, 'b—.', \text{xlabel}('x'), \text{ylabel}('y'))$

$\text{title}('f = \cos(3x+5) + 0.05\text{rand}(1, \text{length}(x))')$

$\text{legend}('Datos de Ruido', 'Ajuste'), \text{grid on}$

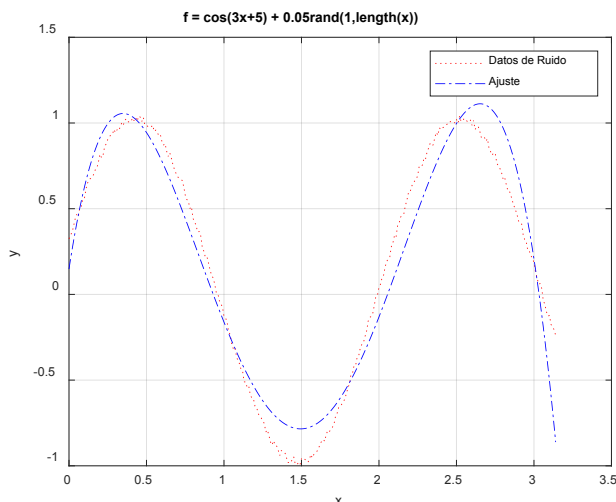


Figura 15.17. Gráfica del polinomio con ajuste de error.

3. *Recta de regresión.* Suponga que se tienen diversos pares de puntos (x,y) y se quiere encontrar la recta que más se ajusta a todos ellos (véase la Tabla 15.2).

Tabla 15.2 Datos ejercicio 3

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	1,75	-2,84	0,45	6,85	4,77	7,15	6,70	10,42	8,13

Fuente: elaboración propia.

$x=[-2,-1,0,1,2,3,4,5,6];$

$y=[1.75,-2.84,0.45,6.85,4.77,7.15,6.70,10.42,8.13];$

`figure(1)`

`plot(x,y,'ok'), xlabel('x'), ylabel('y')`

`grid,`

`axis([-3 7 -1 12])`

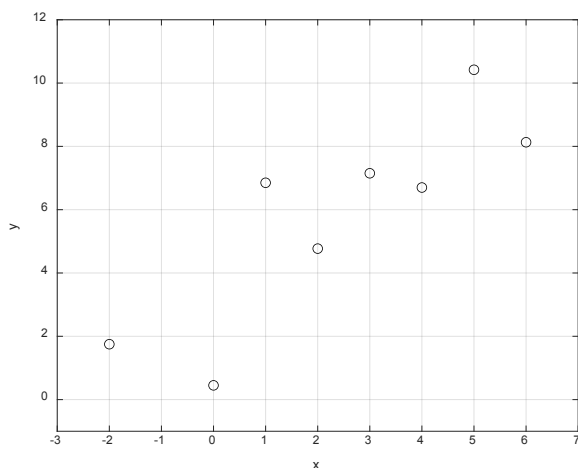


Figura 15.18. Gráfica de los datos de la Tabla 15.2.

Encontrar la recta $y_r = ax + b$ es equivalente a especificar su pendiente a y su ordenada en origen b . Dado que no existe una recta que pase por todos ellos, se busca una recta óptima en el sentido que minimiza la suma de los errores cuadráticos en los puntos conocidos. Para esto se emplea la función *polyfit*, así:

```
coefs=polyfit(x,y,1)
```

```
coefs =
```

```
1.3017 2.2167
```

A fin de representar la recta $y_r = 1,3017x + 2,2167$, se puede usar la función *polyval*,

```
yr=polyval(coefs,x);
```

```
hold on,plot(x,yr,'r'),title('Puntos y recta de regresión'),
```

```
hold off
```

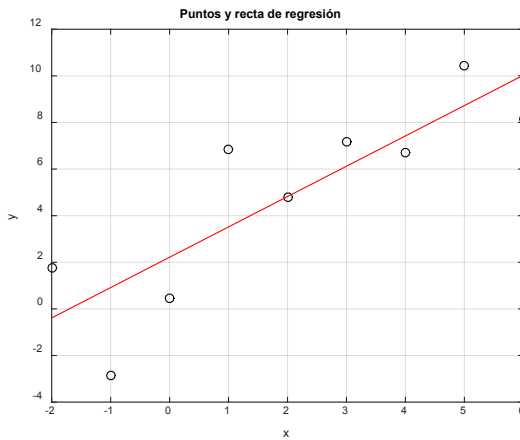


Figura 15.19. Resultado de aplicar la recta óptima que minimiza la suma de los errores cuadráticos.

También se podría haber hecho $yr = \text{coefs}(1)*x + \text{coefs}(2)$.

$yr =$

—0.3867 0.9150 2.2167 3.5183 4.8200 6.1217 7.4233 8.7250
10.0267

4. *Ajuste con polinomios de orden superior.* En el caso de los polinomios de orden superior, el procedimiento es el siguiente:

%regresión cuadrática

$x=0:0.1:1;$

$y=[-.447\ 1.978\ 3.28\ 6.16\ 7.08\ 7.34\ 7.66\ 9.56\ 9.48\ 9.3\ 11.2];$

$\text{coefs1}=\text{polyfit}(x,y,2);$

$x1=\text{linspace}(0,1);$

$y1=\text{polyval}(\text{coefs1},x1);$

```

figure(1),plot(x,y,'or',x1,y1),grid
xlabel('x'),ylabel('y'), title('Puntos y polinomio de orden 2')
%curva que pasa exactamente por los puntos
n=length(x);
coefs2=polyfit(x,y,n-1);
x2=linspace(0,1);
y2=polyval(coefs2,x1);
figure(2),plot(x,y,'or',x2,y2),grid,xlabel('x'),ylabel('y')
title(['Puntos y polinomio de orden ',num2str(n-1)])

```

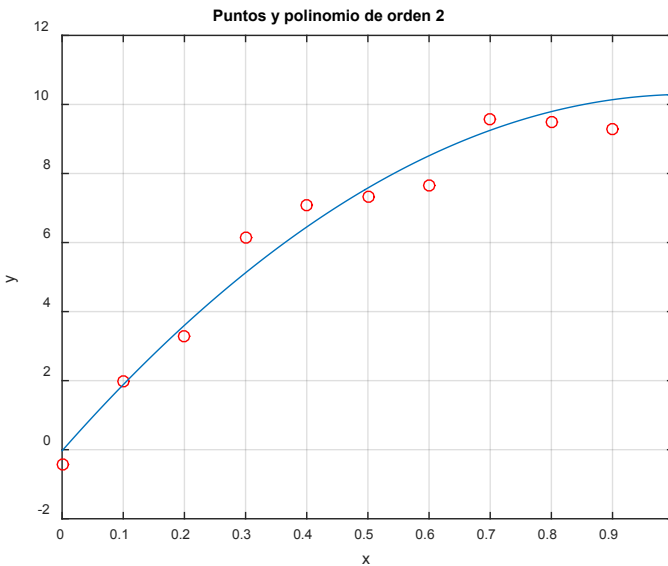


Figura 15.20. Gráfica de puntos y polinomio de orden 2.

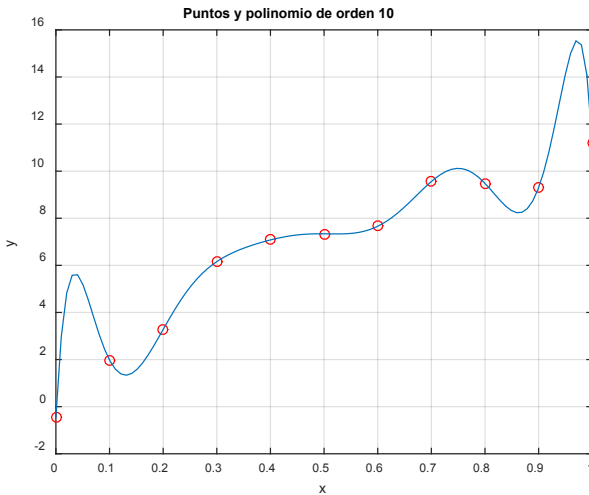


Figura 15.21. Gráfica de puntos y polinomio de orden 10.

Ajuste de datos experimentales

El ajuste de datos a una línea recta es un caso particular de la instrucción *polyfit*, correspondiente al primer grado. Este tema es muy importante, porque muchas funciones no lineales pueden transformarse en lineales, siendo la recta la mejor prueba de hipótesis de correlación. Es un aspecto muy útil en la investigación.

Los mejores coeficientes de la recta son los que consiguen hacer mínima la sumatoria de las desviaciones estándar al cuadrado, de los puntos experimentales a la recta postulada. El método se resume en las siguientes ecuaciones:

1. Ecuación de la recta buscada: $y=mx+b$.
2. La desviación procedente de las medidas experimentales es: $\delta=y-mx-b$.

Al elevar al cuadrado la desviación y extender al conjunto de datos, se obtiene una sumatoria de desviaciones al cuadrado que

permite obtener los coeficientes que determinan las condiciones mínimas. Al igualar a cero y simplificar se obtienen los coeficientes de la recta:

$$b = \frac{\sum y \sum x^2 - \sum x \sum xy}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}; m = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{N \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

3. El coeficiente de correlación específico r para la recta se calcula así:

$$r = \pm \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{(N \sum x^2 - (\sum x)^2)(N \sum y^2 - (\sum y)^2)}}$$

Ejemplo

Creamos un archivo con el nombre *tabla1* con los siguientes datos:

```
% tabla1.m
datos=[1 7.25
2 8.98
3 10.54
4 11.48
5 12.35
6 13.75
7 17.62
8 20.81
9 22.82];
```

El programa principal va a llamar a *tabla1.m*, así:

```
tabla1
```

```
X=datos(:,1); Y=datos(:,2);
```

```
N=length(X);
```

```
SX=sum(X); SX2=sum(X.^2);
```

```
SY=sum(Y); SY2=sum(Y.^2);
```

```
SXY=sum(X.*Y);
```

```
b=(SY*SX2—SX*SXY)/(N*SX2—SX^2);
```

```
m=(N*SXY—SX*SY)/(N*SX2—SX^2);
```

```
r=(N*SXY—SX*SY)/sqrt((N*SX2—SX^2)*(N*SY2—SY^2));
```

```
Yc=m*X+b;
```

```
plot(X,Y,'*',X,Yc,'—')
```

% el comando text, permite ubicar en un lugar estratégico de la representación gráfica la información relevante de las operaciones, para este caso, los valores de b, m y r; que representan respectivamente los coeficientes de la recta y de correlación específico .

```
text(1.6,17,'r='), text(2,17,num2str(r))
```

```
text(1.6,19,'b='), text(2,19,num2str(b))
```

```
text(1.6,21,'m='), text(2,21,num2str(m))
```

```
xlabel('x'), ylabel('y')
```

```
title('Ajuste por mínimos cuadrados')
```

El resultado numérico y gráfico del ajuste de los datos experimentales llevados a una línea recta se muestra por medio del símbolo *; sobre estos aparece una línea continua de recta calculada. Dado que r se aproxima a la unidad, indica que es un excelente grado de ajuste.

$r =$

0.974

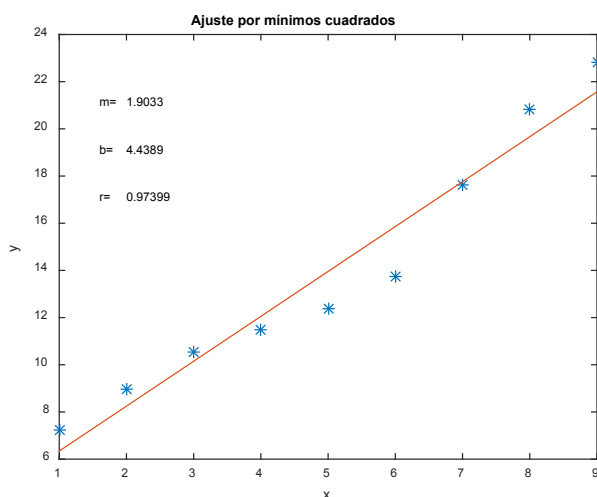


Figura 15.22. Ajuste por mínimos cuadrados.

Ajuste polinomial de datos

Dado un conjunto de datos relacionados a puntos en el plano, es posible representarlo mediante dos vectores x e y , y puede realizarse un ajuste polinómico de grado n ($n = 1$ para una recta, ...) de estos. En este sentido se emplea la función *polyfit* de la siguiente manera: $\text{polyfit}(x, y, n)$.

Esta función devuelve los coeficientes del polinomio $p(x)$ del grado n que se ajusta a los datos, en la que se minimiza la suma de

los cuadrados de las desviaciones, es decir, con esta instrucción se soluciona el problema de ajuste por mínimos cuadrados.

Ejemplo

Si se desea ajustar un polinomio de grado 2 (tres coeficientes), un conjunto de datos puede operarse de la siguiente forma:

$$x=[.32 \ 2.25 \ .89 \ 1.9]; y=[.68 \ .9 \ 1.8 \ 2.45];$$

$$n=2;$$

$$\text{coef}=\text{polyfit}(x, y, n)$$

$$\text{coef} =$$

$$-1.7753 \quad 4.8800$$

Así, entonces, en el vector denominado *coef* quedan almacenados los tres coeficientes, que corresponden al polinomio:

$$-1.7753x^2 + 4.8800x - 0.8356$$

Almacenados de modo que:

$$-1.7753 \rightarrow \text{coef}(1)$$

$$4.8800 \rightarrow \text{coef}(2)$$

$$-0.8356 \rightarrow \text{coef}(3)$$

Interpolación y regresión. Ajuste polinomial de curvas

Interpolación significa estimar valores intermedios a un conjunto de datos conocidos. Se trata de una operación importante en análisis de datos y ajuste de curvas.

La interpolación en una dimensión (*interp1*) consiste en ajustar un polinomio entre cada par de puntos y estimar su valor en

el punto de interpolación deseado. Para profundizar sobre este tema digite `help interp1`.

En el entorno de trabajo de Matlab el comando `interp1` facilita la interpolación, en este caso, se denomina interpolación unidimensional (1D) o lineal porque la función depende de una sola variable. La sintaxis es:

- $Vq = \text{interp1}(x, v, xq)$. Devuelve valores interpolados de una función en 1D en puntos de consulta específicos usando la interpolación lineal. El vector x contiene los puntos de muestreo y v contiene los valores correspondientes, $v(x)$. El vector xq contiene las coordenadas de los puntos de consulta.
- $Vq = \text{interp1}(x, v, xq, \text{método})$. Especifica una cadena (*string*) para elegir el mejor método alternativo de interpolación: *nearest*, *next*, *previous*, *linear*, *spline*, *pchip*, o *cubic*. Por *default* el método es *linear*.
- $Vq = \text{interp1}(x, v, xq, \text{método}, \text{extrap})$. Especifica una estrategia para evaluar puntos que están fuera del dominio de x . Se establece la extrapolación a la cadena, *extrap*, cuando se desea usar el algoritmo del método para la extrapolación. De forma alternativa se puede especificar un valor escalar, en cuyo caso `interp1` devuelve ese valor para todos los puntos fuera del dominio de x .
- $Vq = \text{interp1}(v, xq)$. Devuelve valores interpolados y asume un conjunto predeterminado de coordenadas con respecto a un punto de muestreo. Los puntos por defecto son la secuencia de números de 1 a n , donde n depende de la forma de v :

- cuando v es un vector, los puntos por defecto son 1: $length(v)$;
- cuando v es una matriz, los puntos predeterminados son 1: $size(v, 1)$.

Se puede utilizar la siguiente sintaxis cuando no son relevantes las distancias absolutas entre los puntos:

- $Vq = interp1(v, xq, \text{método})$. Especifica cualquiera de los métodos de interpolación alternativos y utiliza los puntos de muestra predeterminados.
- $Vq = interp1(v, xq, \text{método}, \text{extrapolación})$. Especifica una estrategia de extrapolación y utiliza los puntos de muestra predeterminados.
- $Pp = interp1(x, v, \text{método}, 'pp')$. Devuelve la forma polinomial de $v(x)$ usando un método.

Ejemplos

1. Interpole la función $y = x \tan\left(\frac{\pi x}{30}\right)$ en el intervalo $[0,14]$. Tome 120 puntos.

```
x=0:14; y=x.*tan(pi*x/30);
```

```
xi=linspace(0,14,120); yp=spline(x,y,xi);
```

```
plot(x,y,'o',xi,yp), xlabel('x'),ylabel('y'), title('y=xtan(pi*x/25)')
```

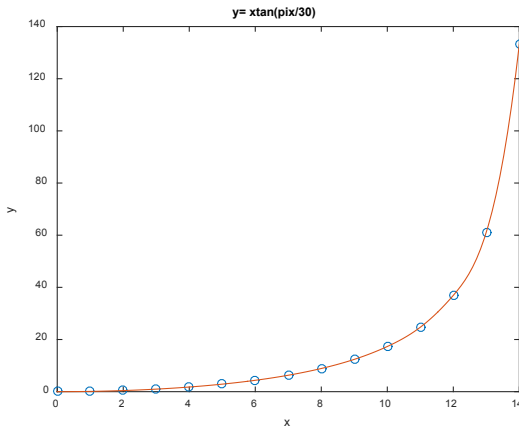


Figura 15.23. Interpolación de la función $y = x \tan\left(\frac{\pi x}{30}\right)$

Sobre estos mismos datos es posible generar los coeficientes de los métodos de *spline*:

```
pp= spline(x,y)
```

```
yp= ppval(pp,xi);
```

```
[breaks,coefs,npolys,ncoefs,dim]= unmkpp(pp)
```

```
pp= mkpp(breaks, coefs); % composición
```

```
pp =
```

```
form: 'pp'
```

```
breaks: [0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14]
```

```
coefs: [14x4 double]
```

```
pieces: 14
```

```
order: 4
```

```
dim: 1
```

breaks =

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

coefs =

0.0021 0.1013 0.0018 0
 0.0021 0.1075 0.2105 0.1051
 0.0045 0.1136 0.4316 0.4251
 0.0069 0.1270 0.6722 0.9748
 0.0109 0.1479 0.9471 1.7809
 0.0164 0.1806 1.2755 2.8868
 0.0281 0.2297 1.6858 4.3593
 0.0388 0.3139 2.2294 6.3028
 0.0987 0.4303 2.9735 8.8849
 0.0763 0.7265 4.1303 12.3874
 0.6184 0.9554 5.8122 17.3205
 -0.1627 2.8105 9.5780 24.7064
 7.1947 2.3224 14.7109 36.9322
 7.1947 23.9065 40.9398 61.1602

npolys =

14

ncoefs =

4



dim =

1

2. Interpole la función $v = 2\sin(3x - 1)\cos(x)$ evaluada en el intervalo $[0, 3,5\pi]$, con particiones de $\pi/10$.

*x = 0:pi/10:3.5*pi; v = 2*sin(3*x-1).*cos(x);*

Se definen los puntos de consulta como un muestreo más fino en el rango de x , es decir:

*xq = 0:pi/10:3.5*pi;*

Se procede a interpolar la función en los puntos de consulta y trazar el resultado:

*x = 0:pi/10:3.5*pi;*

*v = 2*sin(3*x-1).*cos(x);*

*xq = 0:pi/10:3.5*pi;*

figure

vq1 = interp1(x,v,xq);

*plot(x,v,'o',xq,vq1,':'); xlim([0 3.5*pi]);*

title('Interpolación de $2\sin(3x-1)\cos(x)$ ');

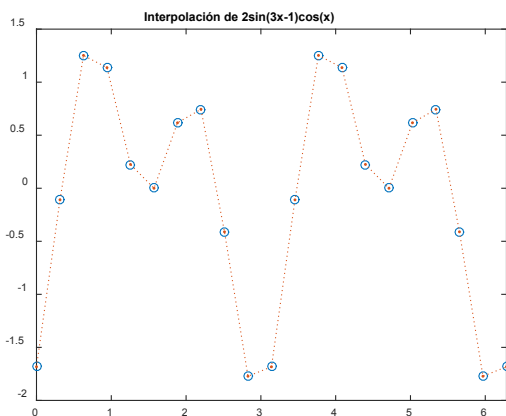


Figura 15.24. Interpolación de la función $v = 2\text{sen}(3x - 1)\text{cos}(x)$

Ahora se evalúa v en el mismo punto, usando el comando *spline*, cuya función es suavizar la curva, así:

```
figure
```

```
vq2 = interp1(x,v,xq,'spline');
```

```
plot(x,v,'o',xq,vq2,':');
```

```
xlim([0 3.5*pi]);
```

```
title('Interpolación con Spline');
```

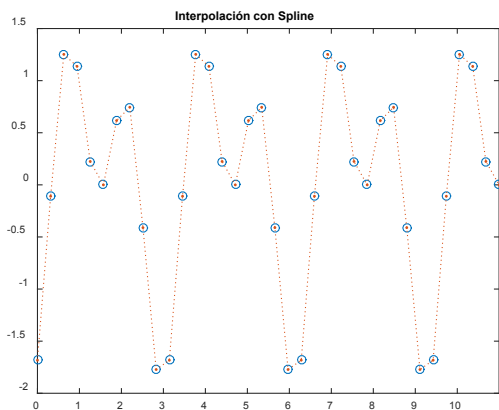


Figura 15.25. Interpolación de la función empleando la instrucción *spline*.

3. Interpole la función $v=x\cos(2x)$ evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/7$.

```
x = 0:pi/7:2*pi;
```

```
v = x.*cos(2*x);
```

```
xq = 0:pi/16:2*pi;
```

```
figure
```

```
vq1 = interp1(x,v,xq);
```

```
plot(x,v,'o',xq,vq1,':'); xlim([0 2*pi]);
```

```
title('Interpolación de xcos(2x)'); xlabel('x'),ylabel('y')
```

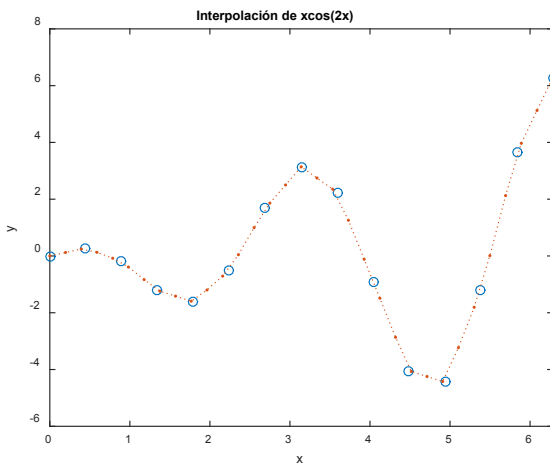


Figura 15.26. Interpolación de la función $v=x\cos(2x)$

Para suavizar la curva:

```
figure
```

```
vq2 = interp1(x,v,xq,'spline');
```

```
plot(x,v,'o',xq,vq2,':');
```

```
xlim([0 2*pi]);
title('Interpolación con Spline')
xlabel('x'),ylabel('y')
```

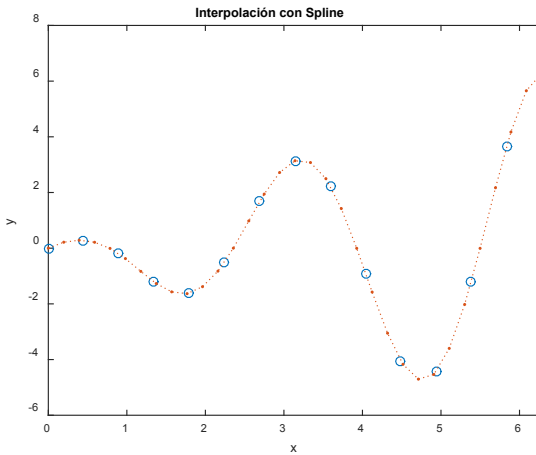


Figura 15.27. Interpolación de la función v con *spline*.

Al usar otros métodos como el Nearest se obtiene un cambio en la presentación de la curva (véase la Figura 15.28).

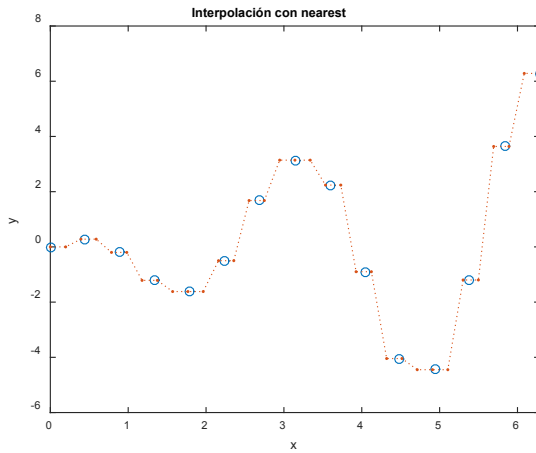


Figura 15.28. Interpolación de la función v con el método de Nearest.

4. Se definen los puntos de muestreo, x , y los valores de muestra correspondientes, v . De igual manera, se especifican los puntos de consulta, xq , que se extienden más allá del dominio de x .

$$x = [1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 9]; \ v = [15 \ 16 \ 32 \ 17 \ 8]; \ xq = [0 \ 0,5 \ 1,5 \ 5,5 \ 6];$$

Evalúe v en xq utilizando el método *pchip*.

$$x = [1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 9];$$

$$v = [15 \ 16 \ 32 \ 17 \ 8];$$

$$xq = [0 \ 1.5 \ 4.5 \ 7.5 \ 10];$$

$$vq1 = \text{interp1}(x,v,xq,'pchip')$$

$$vq1 =$$

$$15.2941 \ 15.0680 \ 29.5882 \ 14.2930 \ 6.0313$$

A continuación, evalúe v en xq utilizando el método *linear*.

$$vq2 = \text{interp1}(x,v,xq,'linear')$$

$$vq2 =$$

$$\text{NaN} \ 15.2500 \ 28.0000 \ 14.7500 \ \text{NaN}$$

Ahora, use el método *linear* con la opción *extrap*.

$$vq3 = \text{interp1}(x,v,xq,'linear','extrap')$$

$$vq3 =$$

$$14.5000 \ 15.2500 \ 28.0000 \ 14.7500 \ 3.5000$$

5. Dado el vector $v = [0 \ 2.41 \ 3 \ 2.41 \ 0 \ -2.41 \ -3 \ -2.41 \ 0]$, definido en el intervalo $[1,9]$. Evaluar v en xq .

$$v = [0 \ 2.41 \ 3 \ 2.41 \ 0 \ -2.41 \ -3 \ -2.41 \ 0];$$

```

xq = 1.5:8.5;
vq = interp1(v,xq); figure
plot((1:9),v,'ko',xq,vq,'*');
legend('v','vq');
title('Interpolación de V');
xlabel('x'),ylabel('y')

```

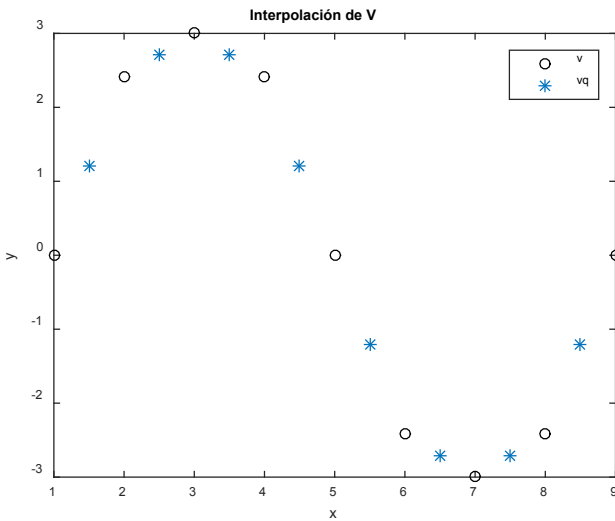


Figura 15.29. Interpolación del vector v .

6. Suponga que se tienen 20 puntos de una curva cosenoidal evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$; grafique e interpole la curva en el punto 0,5.

```

x=linspace(0,2*pi,20);
y=cos(x);
figure(1), plot(x,y,'+',x,y)

```

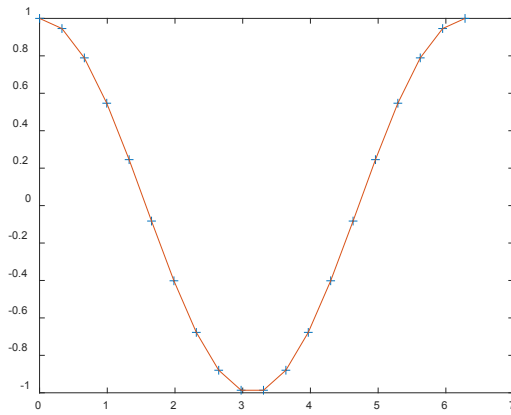


Figura 15.30. Interpolación de una curva cosenoidal.

A fin de interpolar el valor de 0,5 se puede usar la función *interp1*. Esta función implementa diversos métodos de interpolación:

```
s1=interp1(x,y,0.5,'linear')
```

```
s2=interp1(x,y,0.5,'cubic')
```

```
s3=interp1(x,y,0.5,'spline')
```

```
s1 =
```

```
0.8324
```

```
s2 =
```

```
0.8576
```

```
s3 =
```

```
0.8803
```

El valor exacto es $\cos(0.5)=0.8776$. Por tanto, la opción *spline* es la que da mejor resultado en el ejercicio.

7. Método de spline con el método de Hermite. Interpole en el intervalo $[0,12]$ la función $y = xe^{-\frac{x}{15}} \cos(3x)$ sobre el vector $x = [0, 2, 3, 4, 5, 6, 2, 8, 10, 4, 12]$. Tome 120 puntos.

```
x=[0,2,3,4,5,6,2,8,10,4,12];
y= x.*exp(-x/15).*cos(3*x);
xi=linspace(0,12,120);
yp=spline(x,y,xi);
ch= pchip(x,y);
y1= ppval(ch,xi);
plot(x,y,'o',xi,yp,'k',xi,y1),xlabel('x'),ylabel('y')
title('y= xexp(-x/15)cos(3x)')
```

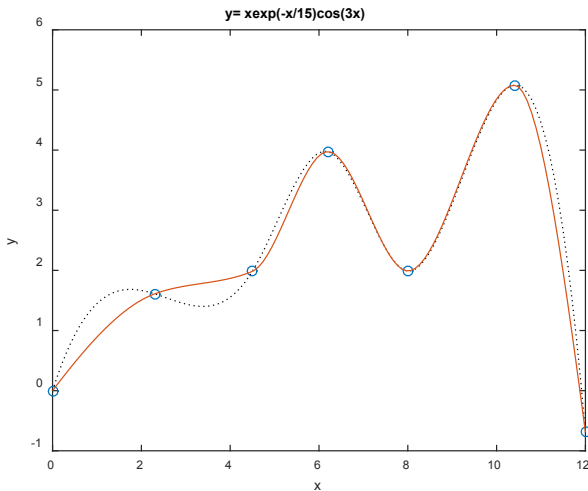


Figura 15.31. Resultado gráfico al emplear los métodos *spline* y *Hermite*.

8. Se realiza una medición de temperatura (en grados centígrados) en una determinada región por un periodo de 12 horas, cuyo registro se resume en el vector $T = [8 \ 11,2 \ 15,6 \ 10,8 \ 18 \ 19,5 \ 20,2 \ 14,7 \ 18,5 \ 12,8 \ 17,2 \ 13,2]$. Interpole la data suministrada.

Grafique y determine la temperatura para los siguientes tiempos:

- 10: 30, 4:45, y de las 3:”5 a las 11:30.
- Repita los puntos anteriores con el método *spline*.
- Estime la temperatura cada cuarto de hora y graficar suavizando la curva.

Solución:

a.

horas=1:12;

T=[8 11.2 15.6 10.8 18 19.5 20.2 14.7 18.5 12.8 17.2 13.2];

plot(horas,T,'+','horas,T','r')

xlabel('Horas'), ylabel('Temperatura en C')

title('Interpolación Temperatura vs tiempo')

t=interp1(horas,T,10.30) % Temperatura estimada a las 10 y 30

t=interp1(horas,T,4.75) % Temperatura estimada a las 5 menos cuarto

t=interp1(horas,T,[3.25,6.5,7.25,11.75])

% Temperaturas desde las 3.25 hasta las 11.30

t =

14.12

$t =$

16.20

$t =$

14.40 19.85 18.825 16.00

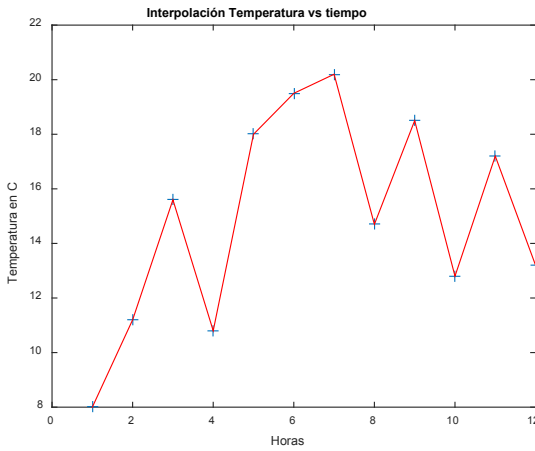


Figura 15.32. Gráfica de vector de temperaturas con respecto al tiempo.

b.

`t=interp1(horas,T,9.25,'spline') %Temperatura estimada a las 9 y cuarto`

`t=interp1(horas,T,4.75,'spline') % Temperatura estimada a las 5 menos cuarto`

`t=interp1(horas,T,[3.25,6.5,7.25,11.30],'spline')% Temperaturas desde las 3.25 hasta las 11.30`

$t =$

17.5890

```
t =
    16.0696

t =
    14.4709  20.4700  18.8033  18.3499

c.

h=1:0.25:12;
t=interp1(horas,T,h,'spline');
plot(horas,T,'+;horas,T,'r',h,t), title('Temperatura Región')
xlabel('Horas'),ylabel('Temperatura en C')
```

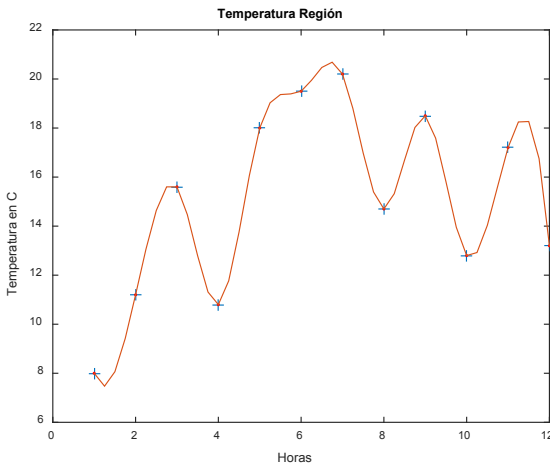


Figura 15.33. Gráfica de vector de temperaturas con respecto al tiempo, ajustado con la instrucción *spline*.

9. *Interpolación de datos en una dimensión por distintos métodos.* Sean los vectores $x = [1\ 2\ 3\ 4\ 5]$, $y = [15,5\ 42,5\ 68,7\ 290,7\ 500,4]$, evaluados en el intervalo $[1,6]$. Tome 150 puntos.

```

x = [1 2 3 4 5];
y = [15.5 42.5 68.7 290.7 500.4];
s1= interp1(x,y,2.5,'linear')
s2= interp1(x,y,2.5,'cubic')
s3= interp1(x,y,2.5,'spline')
s4= interp1(x,y,2.5,'nearest')
g= linspace(1,6,150);
s5= interp1(x,y,g,'spline');
plot(g,s5,'-','x,y','o'),xlabel('x'),ylabel('y')
title('Métodos de interpolación')

```

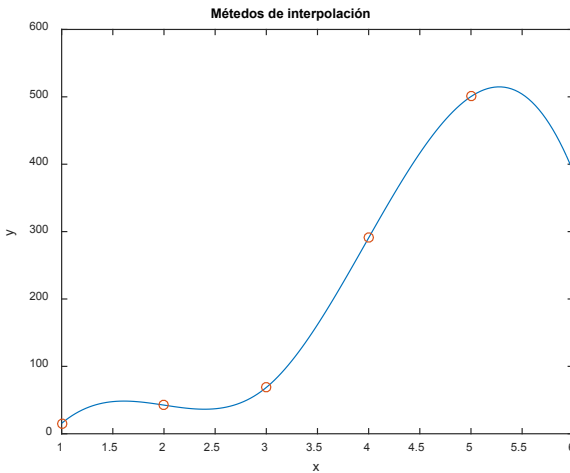


Figura 15.34. Interpolación de datos en una dimensión.

Los valores de cada método s_1, s_2, s_3, s_4 son:

$s_1 =$
55.6000

$s2 =$

53.0657

$s3 =$

37.0891

$s4 =$

68.7000

Para el caso de $s5$, los datos son más extensos, por lo cual se sugiere al lector verificarlo respectivamente.

10. Interpole por varios métodos y muestre las gráficas en una misma ventana de los siguientes polinomios $x = [-1 \ 0 \ 3 \ 5 \ 7]$, $y = [1 \ 3 \ 4 \ -2 \ 5]$. Etiquete cada curva y ventana.

$x=[-1 \ 0 \ 3 \ 5 \ 7]; y=[1 \ 3 \ 4 \ -2 \ 5];$

$plot(x,y,'o'), grid on$

$xi=-1:0.1:5;$

$yi=interp1(x,y,xi);$

$hold on$

$plot(xi,yi,'-r'), yi=interp1(x,y,xi,'spline');$

$plot(xi,yi,'-k'), yi=interp1(x,y,xi,'pchip');$

$plot(xi,yi,'-g'), xlabel('x'), ylabel('P(x)')$

$title('Interpolación por distintos métodos')$

$legend('Datos originales','Interpolación lineal',...$

$, 'Spline cúbica','Hermite cúbica')$

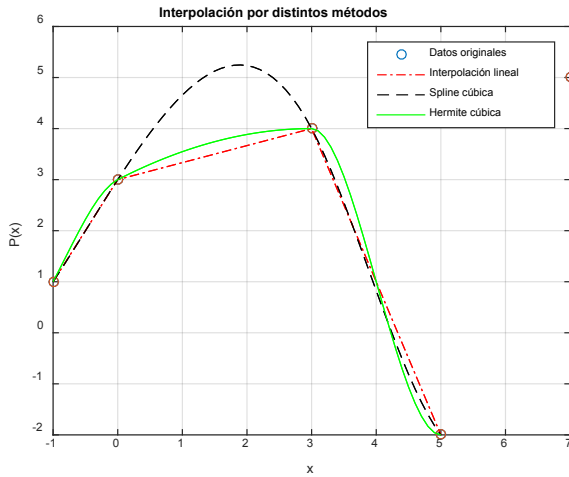


Figura 15.35. Interpolación de datos en una dimensión por distintos métodos.

11. *Interpolación en dos dimensiones (interp2)*. Se usa igual que *interp1*, pero ahora se interpolan puntos en un plano.

Se tiene un *script prof.m* que contiene datos sobre la profundidad en metros de un sector del lecho marino. Interpola los datos sobre las medidas de profundidad marina representada mediante los intervalos $[0,4] \times [0,6]$ km, con particiones de 0,5.

```
x=0:0.5:4; %km   y=0:0.5:6; %km
z=[100 95 100 99 100 99 99 99 100;
   100 96 99 99 100 99 100 99 99;
   99 95 98 98 103 99 100 106 100;
   100 98 97 97 99 100 100 100 97;
   101 100 98 98 100 102 103 100 100;
   102 103 101 100 102 106 104 101 100;
```

```

98 102 100 100 104 108 106 101 99;
97 99 100 105 102 105 103 101 100;
104 102 103 101 105 101 102 102 99;
100 102 103 102 106 101 100 99 98;
97 103 101 101 108 100 102 99 99;
100 97 100 100 109 99 96 99 99;
101 100 98 99 97 100 99 100 99];
mesh(x,y,z)
xlabel('x (km)'),ylabel('y (km)'),zlabel('Profundidad (m)')

```

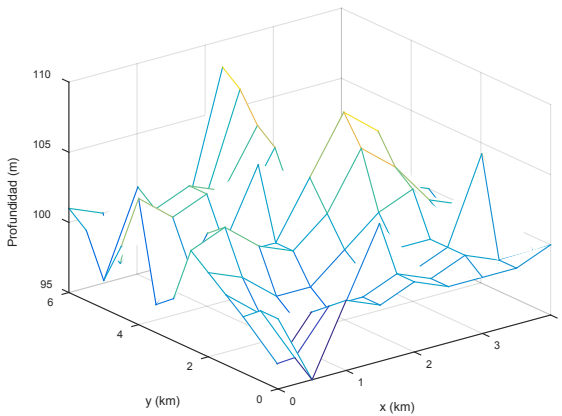


Figura 15.36. Interpolación en dos dimensiones.

A fin de interpolar la profundidad en un punto particular como (3,8, 4,6), se procede hacer lo siguiente:

```
interp2(x,y,z,3.8,4.6,'cubic')
```

```
ans =
```

```
98.2867
```

12. Método *splines* en 2D. Interpole en el intervalo $[0,4\pi]$ las funciones $x = \sqrt{t}\cos(t)$; $y = \sqrt{t}\sin(t)$. Tome 16 puntos y 1000.

```
t= linspace(0,4*pi,16);
x= sqrt(t).*cos(t);y= sqrt(t).*sin(t);
pxy= spline(t,[x;y])
t1= linspace(0,4*pi,1000);
xy= ppval(pxy,t1);
plot(x,y,'d',xy(1,:),xy(2,:))
xlabel('x'),ylabel('y')
title('x= sqrt(t)cos(t);y= sqrt(t)sin(t)')
```

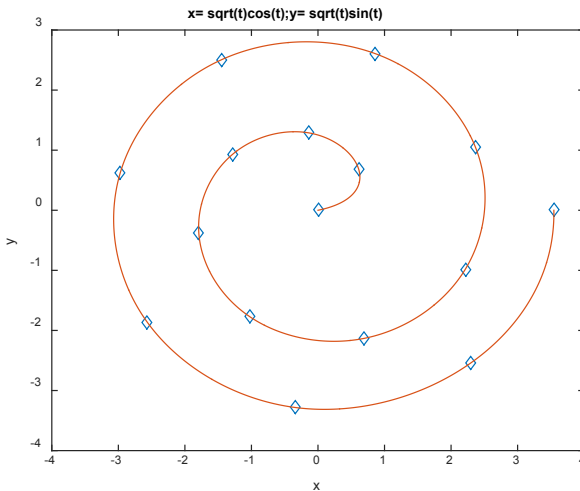


Figura 15.37. Interpolación en dos dimensiones empleando la instrucción *spline*.

Los datos de la interpolación mostrados por consola son:

pxy =

form: 'pp'

*breaks: [0 0.8378 1.6755 2.5133 3.3510 4.1888 5.0265 5.8643
6.7021 7.5398 8.3776 9.2153 10.0531 10.8909 11.7286 12.5664]*

coefs: [30x4 double]

pieces: 15

order: 4

dim: 2

13. Interpolación de datos en dos dimensiones por distintos métodos.

```
[x,y] = meshgrid(-4:0.1:4) ;
```

```
z = peaks(x,y);
```

```
surf(x,y,z)
```

```
[xi,yi] = meshgrid(-4:0.3:4);
```

```
z1 = interp2(x,y,z,xi,yi,'nearest');
```

```
surf(xi,yi,z1);
```

```
z2 =interp2(x,y,z,xi,yi,'bilinear');
```

```
surf(xi,yi,z2);
```

```
z3 = interp2(x,y,z,xi,yi,'bicubic');
```

```
surf(xi,yi,z1);
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
title('Métodos de interpolación')
```

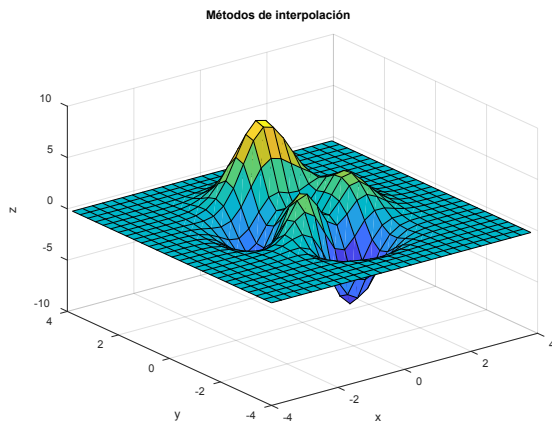


Figura 15.38. Interpolación de datos en dos dimensiones por distintos métodos.

Para los valores de z_1 , z_2 y z_3 los datos son extensos, por lo cual se sugiere al lector verificarlo respectivamente.

14. *Z real interpolada.* Tome la función $z = X_2 e^{-X_2^2} \cos(2X_1)$ en los intervalos $[-2,2]$ y $[-2,2]$, con particiones de 0,02. En este contexto, se emplea la función *griddata*, la cual ajusta una superficie de la forma $v = f(x,y)$ a los datos dispersos de los vectores (x,y,v) .

```
[Xi1,Xi2] = meshgrid(-2:.02:2, -2:.02:2);
```

```
[X1,X2] = meshgrid(-2:.02:2, -2:.02:2);
```

```
Z = X2.*exp(-X2.^2).*cos(2*X1);
```

```
Zi =griddata(X1,X2,Z,Xi1,Xi2);
```

```
subplot(211); mesh(X1,X2,Z);
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'), zlabel('z')
```

```
subplot(212); mesh(Xi1,Xi2,Zi)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'), zlabel('z'),
```

```
title('Z = X2exp(-X2^2)cos(2X1)')
```

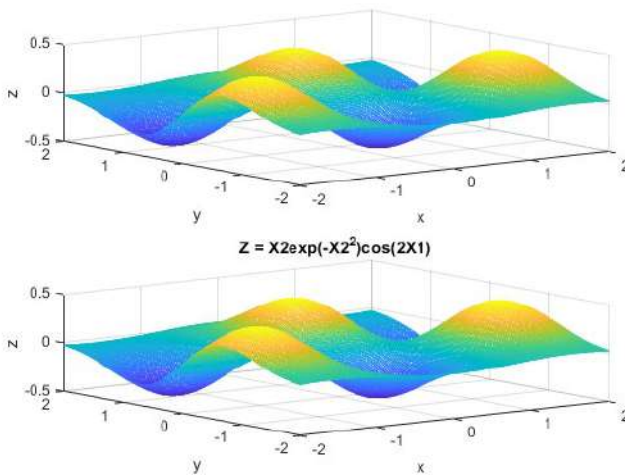


Figura 15.39. Interpolación de datos en tres dimensiones.

Para la salida Z_i , los datos son extensos, por lo cual se sugiere al lector verificarlo respectivamente.

15. Dada la función $f(x,y)=x^2 e^{-(x^2-y^2)}$, grafique usando la función de interpolación para el intervalo $[-2,2]$, con particiones de 0,4. Use el intervalo $[-2,2]$ con particiones de 0,1 para la interpolación.

$$a=-2:0.1:2; b=a;$$

$$[x y]=\text{meshgrid}(a,b);$$

$$z=x.^2.*\exp(-(x.^2+y.^2));$$

$$c=-2:0.1:2; d=c;$$

$$[xi yi]=\text{meshgrid}(c,d);$$

$$zi=\text{interp2}(x,y,z,xi,yi,'spline');$$

$\text{mesh}(x,y,z)$, hold on

```
mesh(xi,yi,zi+2)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

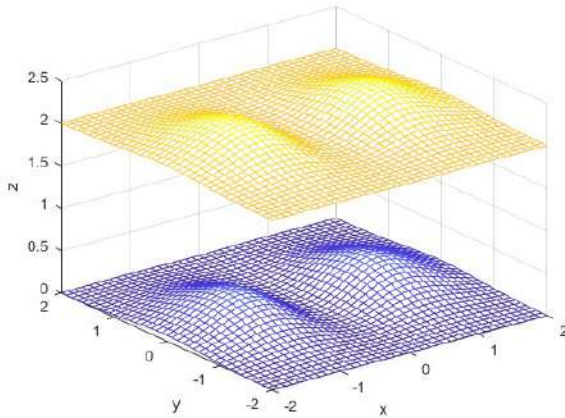


Figura 15.40. Interpolación de datos en tres dimensiones.

Interpolación polinómica a trozos

Este tipo de interpolación se enfoca en la técnica de hallar una curva que pase por unos puntos dados, y se dice que es a trozos porque se utilizan polinomios de bajo orden definidos a intervalos. Para esto se emplea la instrucción *interp1*, la cual emplea los puntos con el objetivo de interpolar en una dimensión. También soporta la interpolación lineal, discreta, cúbica, hermitiana y por *splines* cúbicos.

Ejemplo

Dadas las funciones:

$$x=0:0.05:10; f=\cos(2*\pi*x/5);$$

$$y=0:0.6:10; g=\cos(2*\pi*y/5);$$


```

lin=interp1(y,g,x);
spl=interp1(y,g,x,'spline');
cub=interp1(y,g,x,'cubic');
near=interp1(y,g,x,'nearest');
plot(x,f,x,lin,x,spl,x,cub,x,near)
legend('real','lineal','splines','cúbica','discreta')
xlabel('x'),ylabel('y')
title('Comparación de las opciones de interpolación')

```

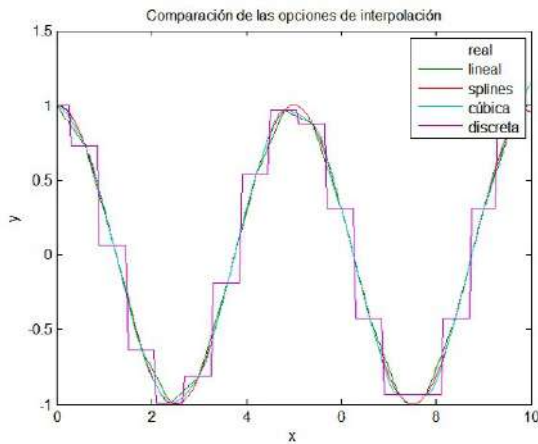


Figura 15.41. Interpolación polinómica a trozos.

De todos los métodos de interpolación a trozos, el más efectivo suele ser *splines*, ya que define una curva cúbica reduciendo en gran medida el error en el caso que los puntos sean de una función suave (aspecto que no se sabe). Cuando se interpola por trozos es importante conocer algo de información sobre la función que representan en cuanto a su estructura; no sirve ninguna fórmula universal.

Regresión polinomial

La regresión polinomial, denominada también como polinomio de mínimos cuadrados, se evalúa a través de dos funciones: *polyfit* (para el montaje de polinomio con los datos) y *polyval* (a fin de evaluar el o los polinomios).

Esta es la forma más sencilla de usar estas funciones:

$P = \text{polyfit}(x, y, n)$ encuentra los coeficientes de un polinomio $p(x)$ de grado n que se ajusta mejor a los datos y en un sentido a los mínimos cuadrados.

P es un vector de fila de longitud $n + 1$ que contiene los coeficientes polinomiales en potencias descendentes, $p(1) x^n + p(2) x^{n-1} + \dots + p(n)x + p(n+1)$.

$y = \text{polyval}(p, x)$ devuelve el valor de un polinomio p evaluado en x . P es un vector de longitud $n + 1$ cuyos elementos son los coeficientes del polinomio en potencia descendente, $y = p(1) x^n + p(2) x^{n-1} + \dots + p(n)x + p(n+1)$. Si x es una matriz o vector, el polinomio se evalúa en todos los puntos de x .

Dados los vectores $x = [1 \ 2.7 \ 3 \ 4 \ 6.5 \ 8 \ 10]$, $y = [3 \ 5 \ 10 \ 16 \ 20 \ 21 \ 23]$, se requiere explorar los ajustes de 2º, 4º y 5º orden.

```
x = [1 2.7 3 4 6.5 8 10];
```

```
y = [3 5 10 16 20 21 23];
```

```
plot(x, y, 'ro', 'linewidth', 2)
```

```
hold on
```

```
% Encontrar polinomios de diferentes órdenes
```

```
p2 = polyfit(x, y, 2)
```

```

p4 = polyfit(x, y, 4)
p5 = polyfit(x, y, 5)
%
xc = 1:0.1:10;
% Se grafica el polinomio de segundo orden
y2 = polyval(p2, xc);
plot(xc, y2, 'g.—')
% Se grafica el polinomio de cuarto orden
y4 = polyval(p4, xc);
plot(xc, y4, 'linewidth', 2)
% Se grafica el polinomio de quinto orden
y5 = polyval(p5, xc);
plot(xc, y5, 'k', 'linewidth', 2)
legend('Datos originales', '2do orden', '4to orden', '5to orden')
grid
p2 =
    -0.2524    5.1303   -3.1604
p4 =
    0.0415   -0.9120    6.3008  -11.9488    9.2528
p5 =
    -0.0198    0.5811   -6.2955    30.1844  -56.8889    35.4115

```

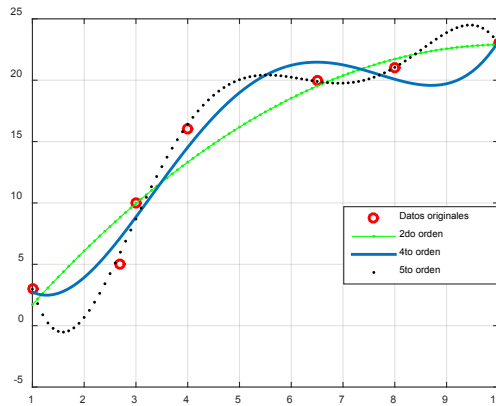


Figura 15.42. Gráfica de Regresión polinomial.

La representación completa de los polinomios de segundo, cuarto y quinto orden son:

$$p_2 = -0,2524x^2 + 5,1303x - 3,1604$$

$$p_4 = 0,0415x^4 - 0,912x^3 + 6,3008x^2 - 11,9488x + 9,2528$$

$$p_5 = -0,0198x^5 + 0,5811x^4 - 6,2955x^3 + 30,1844x^2 - 56,8889x + 35,4115$$

Derivada de un polinomio

Para este caso se procede a emplear la función *polyder(p)*, donde *p* representa el polinomio. Por tanto, la operación queda de la siguiente manera:

$$\text{Sea } P_1 = 5x^4 + 7x^3 + x + 2$$

Al desarrollar la derivada de forma algebraica la respuesta es:

$$P_1' = 20x^3 + 21x^2 + 1$$

`polyder([5 7 0 1 2])`

`ans =`

`20 21 0 1`

Como se aprecia, la respuesta es correcta; lo que se debe tener en cuenta es el grado del polinomio a la hora de representarlo de manera algebraica.

Nota 35. En el caso de calcular la derivada del producto de dos polinomios se emplea la instrucción `polyder(p1,p2)`.

Integral de un polinomio

En este caso se procede a emplear la función `polyint(p)`, donde p representa el polinomio. Por consiguiente, la operación queda de la siguiente manera:

Sea $P_1 = 10x^3 + 21x^2 + 1$

Al desarrollar la integral de forma algebraica la respuesta es:

$$P_1 = \int (10x^3 + 21x^2 + 1)dx = \frac{10}{4}x^4 + \frac{21}{3}x^3 + x + c$$

Que al simplificar queda:

$$\frac{5}{2}x^4 + 7x^3 + x \quad \text{Con } c=0$$

Solución:

`polyint([10 21 0 1])`



ans =

2.5000 7.0000 0 1.0000 0

Matriz polinomial

Evalúa un polinomio en un sentido matricial. El polinomio p es un vector cuyos elementos son los coeficientes de un polinomio en potencias descendentes, y X debe ser una matriz cuadrada. Por tanto, la sintaxis es:

$Y = \text{polyvalm}(p, X)$

Esto es lo mismo que sustituir una matriz X en un polinomio p .

Así, por ejemplo, tomemos una matriz de Pascal, que se forma a partir del triángulo de Pascal de coeficientes binomiales.

Sea una matriz de Pascal de orden 5.

$X = \text{pascal}(5)$

$X =$

1 1 1 1 1

1 2 3 4 5

1 3 6 10 15

1 4 10 20 35

1 5 15 35 70

Su polinomio característico puede ser generado con la función *poly*.



$p = \text{poly}(X)$

$p =$

1 -99 626 -626 99 -1

La representación polinomial es, entonces, $x^5 - 99x^4 + 626x^3 - 626x^2 + 99x - 1$.

Las matrices de Pascal tienen la curiosa propiedad de que el vector de coeficientes del polinomio característico es palindrómico, es decir, es lo mismo hacia delante y hacia atrás.

La evaluación de este polinomio en cada elemento se puede realizar con la instrucción $\text{polyval}(p,X)$.

$\text{polyval}(p,X)$

$\text{ans} =$

0 -0 0 0 0

0 1149 3788 6123 4344

0 3788 -7255 -325611 -2279116

0 6123 -325611 -7880421 -69963636

0 4344 -2279116 -69963636 -484632471

La evaluación de este polinomio en cada elemento no es muy interesante. Sin embargo, es interesante evaluarla en un sentido matricial. Para esto se emplea la instrucción $\text{polyvalm}(p,X)$.

$\text{polyvalm}(p,X)$

$\text{ans} =$



$$\begin{array}{ccccc}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array}$$

El resultado es la matriz cero. Esta es una instancia del teorema de Cayley—Hamilton: una matriz satisface su propia ecuación característica.

Instrucción *residue*

Convierte en una expansión de fracción parcial $F(s)$ la relación entre dos polinomios $b(s)$ y $a(s)$. Su sintaxis es la siguiente:

$$[r,p,k] = \text{residue}(b,a)$$

$$[b,a] = \text{residue}(r,p,k)$$

La definición matemática es:

$$F(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_1 s^m + b_2 s^{m-1} + b_3 s^{m-2} + \dots + b_{m+1}}{a_1 s^n + a_2 s^{n-1} + a_3 s^{n-2} + \dots + a_{n+1}}$$

Las entradas son los vectores cuyos coeficientes polinómicos están representados como $b = [b_m \dots b_1 b_0]$ y $a = [a_n \dots a_1 a_0]$. Las salidas son los residuos $r = [r_m \dots r_2 r_1]$, los polos $p = [p_m \dots p_2 p_1]$ y el polinomio k . Para la mayoría de los problemas $k = 0$ ó una constante.

La instrucción $[b,a] = \text{residue}(r,p,k)$ convierte la expansión de la fracción parcial en la proporción de dos polinomios y devuelve los coeficientes en b y a .



Ejemplos

1. Encuentre la expansión de la fracción parcial

$$F(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{7s^3 + 4s^2 - 3s + 11}{-5s^3 + 8s + 3}$$

$$b = [7 \ 4 \ -3 \ 11];$$

$$a = [-5 \ 0 \ 8 \ 3];$$

$$[r,p,k] = \text{residue}(b,a)$$

$$r =$$

$$-1.57$$

$$-1.57$$

$$2.34$$

$$p =$$

$$1.42$$

$$-1.00$$

$$-0.42$$

$$k =$$

$$-1.40$$

Esto representa la expansión de la fracción parcial:

$$F(s) = \frac{-1.57}{s - 1.42} - \frac{1.57}{s - 1} + \frac{2.34}{s - 0.42} - 1.4$$

2. Convierta la fracción parcial de la expansión a coeficientes polinomiales utilizando residuos:



$$b = [7 \ 4 \ -3 \ 11];$$

$$a = [-5 \ 0 \ 8 \ 3];$$

$$[b,a] = \text{residue}(r,p,k)$$

$$b =$$

$$-1.40 \quad -0.80 \quad 0.60 \quad -2.20$$

$$a =$$

$$1.00 \quad 0.00 \quad -1.60 \quad -0.60$$

El resultado es normalizado para el coeficiente principal en el denominador y representa:

$$F(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{-1,4s^3 - 0,8s^2 + 0,6s - 2,2}{s^3 - 1,6s - 0,6}$$

3. Expansión con grado de numerador mayor que el grado de denominación.

El radio polinomial $F(s)$ y su expansión de la fracción parcial es:

$$F(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{2s^4 + s}{s^2 + 1} = \frac{0,5 - i}{s - i} + \frac{0,5 + i}{s + i} + 2s^2 - 2$$

Halle la expansión de fracción parcial de $F(s)$ usando un residuo. Cuando el grado del numerador es mayor que el grado del denominador, la salida k es un vector que representa los coeficientes de un polinomio en s .

$$b = [2 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0];$$

$$a = [1 \ 0 \ 1];$$

$$[r,p,k] = \text{residue}(b,a)$$

$$r =$$

$$0.5$$

$$0.5$$

$$p =$$

$$0$$

$$0$$

$$k =$$

$$2 \quad 0 \quad -2$$

Donde k representa el polinomio $2s^2 - 2$.



Práctica 3

Dados los vectores x e y , obtenga el polinomio:

1. $x = [2,5 \ 3,1 \ 0,51 \ 0,78]$; $y = [0,7 \ 3,5 \ 1,95 \ 3]$; $n = 3$;

2. $x = [-1, \ 5, \ 3, \ 8, \ 1]$; $y = [2, \ 0, \ -3, \ 7, \ 6]$; $n = 4$;

3. $x = [6, \ 1,5, \ 5, \ 2, \ -3, \ 8]$; $y = [2,5, \ 1, \ -4, \ 9, \ 7, \ -1]$; $n = 5$;

4. $x = [0,22, \ 0,78]$; $y = [2, \ 0,879]$; $n = 1$;

5. $x = [-4, \ 0, \ 3,5, \ 2, \ -1]$; $y = [-3,12, \ 0,85, \ -7,95, \ 0, \ 4,22]$; $n = 5$;

6. Dados los polinomios, evalúe las operaciones de suma, resta y multiplicación según sea el caso:

$$P_1 = 4x^4 + 21x^3 - 10x^2 - 5x + 4$$

$$P_2 = -5x^4 + 3x^2 + 8$$

$$P_3 = 2x^2 + 6x + 1$$

$$P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_1 - P_2 + P_3$$

$$2P_1 - 3P_2 + 8P_3$$

$$P_1 P_2$$

$$2/3 P_2 P_3$$

$$P_3 P_1$$

$$P_1 P_2 P_3$$

$$5P_1$$

$$-9P_3$$

Divida P_1/P_2 ; P_2/P_3 ; P_3/P_1 .

Raíces de P_1 , P_2 y P_3 .

Derive los polinomios P_1 , P_2 y P_3 .

Integre los resultados del punto anterior.

7. Sea la matriz:



$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 9 \\ 2 & -7 & 8 \\ -1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

Calcule la relación de los polinomios P_1 , P_2 y P_3 con la matriz A .

8. Transforme de binario a decimal:

a. 0001

b. 11101010101

c. 0101000100111011

d. 1111100010100100010001

9. Halle la integral de $3x^3 + 2x^2 - 15x + 10$.

10. Emplee el criterio de matriz polinomial para una matriz mágica de orden 3 y verifique si cumple el teorema de Cayley—Hamilton.

11. Simplifique e integre: $(4x^3 + 5x - 3)(-8x^3 - 9x^2 + 6x - 1)$.

12. Cree una expresión polinomial a partir de un vector simbólico de coeficientes enteros positivos [2 5 8 9 10 25 6].

13. Cree una expresión polinomial a partir de un vector simbólico de coeficientes reales [-5,23, -1,75, 0, 1, 2,5, 3,587, 7,81].

14. Halle la integral del polinomio:

$$(4x^3 + 5x - 3)(-8x^3 - 9x^2 + 6x - 1).$$

15. El polinomio de Chebyshev de cuarto grado se emplea en estudios de estadística.

$$f(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$$

a. Halle las raíces del polinomio.



Factorice el polinomio.

16. Dado el polinomio complejo $f(x)=x^3 - ix^2 + 2ix + 2$ halle sus raíces.

17. Emplee el criterio de matriz polinomial para una matriz de pascal de orden 4 y verifique si cumple el teorema de Cayley—Hamilton.

18. Dada la matriz $A = [1 \ 5 \ -6; 0 \ 4 \ -3; 7 \ 5 \ 1]$. Emplee el criterio de matriz polinomial y verifique si cumple el teorema de Cayley—Hamilton.

19. El volumen de una caja está representado por el polinomio:

$$V(x)=4x^3 - 100x^2 + 600x$$

Factorice el polinomio.

20. Encuentre la expansión de la fracción parcial:

$$F(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{5s^3 - 2s^2 + 9s - 10}{7s^3 + 3s^2 - s + 7}$$

Convierta la fracción parcial de la expansión a coeficientes polinomiales utilizando residuos.

21. El polinomio de tercer grado de *Legendre* se emplea en la solución de sistemas termodinámicos relacionados con la transferencia de calor:

$$P(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

a. Halle las raíces del polinomio.

b. Factorice el polinomio.



22. La población de animales en una reserva después de t años está representada por el polinomio:

$$N(t) = -t^4 + 21t^2 + 120 \quad t > 0$$

- Halle las raíces del polinomio.
- Derive $N(t)$.
- Grafique en la misma ventana $N(t)$ y $N'(t)$. Etiquete las curvas con la respectiva función.

23. La temperatura $T(^{\circ}F)$ para cierto periodo de 24 horas en invierno se representa por medio de la ecuación:

$$T = \frac{1}{20}(t^3 - 36t + 288) \quad \text{Para } 0 \leq t \leq 24$$

Donde t se mide en horas y $t = 0$ corresponde a las 6:00 a. m.

Factorice el polinomio y grafique según el intervalo dado.

24. Interpole por varios métodos y muestre las gráficas en una misma ventana de los siguientes polinomios $x = [0 \ 1 \ 3 \ 5 \ 7]$, $y = [-1 \ 4 \ -5 \ 3 \ 2]$. Etiquete cada curva y ventana.

25. Interpole la función $v = 3\text{sen}(2x + 3/2)$ evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de $\pi/9$.

26. Sea la función polinómica $z = x^3 y + x^2 y^2 + xy^3 + 1$, grafique para los intervalos $[-3, 3] \times [-3, 3]$ con particiones de 0,2. Halle el contorno en 1D y 3D.

27. Interpole en el intervalo $[0, 4\pi]$ las funciones $x = t\cos(t)$; $x = \text{sen}(t)$. Tome 16 puntos y 1000.

28. Interpole Z real de la función $z = e^{-0.5x_2^2} \text{sen}(X_1 - X_2)$.

29. Interpole por el método de Hermite en el intervalo $[0,10]$ la función $y = xe^{-0,2x} \operatorname{sen}(2x)$ sobre el vector $x = [0, 2, 1, 4, 2, 6, 9, 8, 5, 11, 12]$. Tome 130 puntos.

30. Se considera un conjunto de temperaturas registradas en una máquina de prueba. Los tiempos de funcionamiento en segundos y las temperaturas en grados Fahrenheit son las siguientes:

- tiempo = $[0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]$;
- temperatura = $[0, 25, 7, 35, 89, 40, 2, 48, 6, 57, 9, 69, 78, 8, 98, 5, 105, 2, 120]$.

Interpore los datos suministrados. Grafique y determine la temperatura para los siguientes tiempos:

a. De 0 a 4 y de 6 a 10.

b. Repita los puntos anteriores con el método *spline*.

31. Dada la función $f(x,y) = |x| \log(x^2 + y^2)$, grafique usando la función de interpolación para el intervalo $[-2, 2]$, con particiones de 0,3. Use el intervalo $[-2, 2]$ con particiones de 0,1 para la interpolación.

32. Las dimensiones de un recipiente cilíndrico en el que se desea minimizar la cantidad de material para su fabricación están representadas mediante la ecuación:

$$s(x) = 2\pi(x + 0,65)^2 + \frac{1200}{\pi x^2} (2\pi x + 0,65)$$

a. Halle las raíces.

b. Determine $s'(x)$.

c. Gráfica de $s'(x)$.

33. Encuentre la expansión de la fracción parcial:

$$F(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{11s^4 + 5s^2 - 4s + 1}{s^3 - 2s^2 + 3s + 2}$$

Convierta la fracción parcial de la expansión a coeficientes polinomiales utilizando residuos.

34. El aumento de la temperatura como consecuencia de la concentración del CO_2 en la atmósfera debido al efecto invernadero se puede representar mediante la aproximación polinómica (en partes por millón):

$$A(t) = -\frac{t^3}{2400} + \frac{t^2}{20} + \frac{7t}{6} + 360$$

Donde t se mide en años. Cuando $t = 0$, corresponde a 1980, y $0 \leq t \leq 60$.

- Halle las raíces del polinomio.
- Derive $A(t)$ y grafique la función etiquetando debidamente la ventana.

35. La densidad atmosférica $D(h)$ medida en kg/m^3 , con respecto a la altura h en metros, se representa mediante el polinomio:

$$D(h) = 1,212 - ah + bh^2 - ch^3 \quad 0 \leq h \leq 30000$$

Donde $a = 1,0961 \cdot 10^{-4}$, $b = 3,421 \cdot 10^{-9}$, $c = 3,601 \cdot 10^{-14}$.

- Halle las raíces de $D(h)$.
 - Grafique $D(h)$.
36. Una viga horizontal de l pies de largo se encuentra apotrada en uno de sus extremos en una pared. Si la viga se somete a una

carga uniforme, donde y denota la flexión de esta en una posición x pies del extremo con apoyo, entonces se puede demostrar que:

$$y=cx^2(x^2-4lx+6l^2)$$

Donde $c > 0$, que depende del peso de la carga y las propiedades físicas de la viga:

a. Halle las raíces con respecto a x .

b. Halle las raíces con respecto a l .

c. Derivada con respecto a x .

37. Interpole por varios métodos y muestre las gráficas en una misma ventana de los siguientes polinomios $x = [2\ 4\ -5\ 7\ 9\ 11]$, $y = [-1\ 0\ 5\ -7\ 9\ 15]$. Etiquete cada curva y ventana.

38. Halle la integral polinómica para la condición: $-1 \leq x \leq 2$:

$$f(x)=2x^4-3x^3-3x^2+7x-15$$

39. Para simular la trayectoria de un cohete se emplea el siguiente modelo matemático:

$$y(t)=6+2,131t^2-0,001312t^4$$

Donde y representa la altura alcanzada en metros y t el tiempo en segundos.

a. Halle las raíces que indican el tiempo de vuelo (recuerde que esta debe ser positiva).

b. Halle la altura máxima.

c. ¿Cuál es su velocidad?

d. ¿Cuál es su aceleración?

e. Grafique altura, velocidad y aceleración en la misma ventana para el intervalo de 0 y el tiempo de vuelo estimado. Etiquete cada curva.

40. Dada la función $f(x,y)=y^2 \operatorname{sen}(-x+0,5y)$, grafique usando la función de interpolación para el intervalo $[-2,2]$, con particiones de 0,04. Use el intervalo $[-2,2]$ con particiones de 0,1 para la interpolación.

Polinomios de Legendre

Las funciones de Legendre son las soluciones de las ecuaciones diferenciales de Legendre:

$$\frac{d}{dx} \left[(1 - x^2) \frac{d}{dx} P_n(x) \right] + n(n + 1)P_n(x) = 0. \text{ Con } n = 1, 2, 3, \dots$$

Cada polinomio de Legendre $P_n(x)$ es de grado n , y puede representarse mediante la fórmula de Rodrigues:

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} [(x^2 - 1)^n]$$

Los primeros polinomios de Legendre son:

$$P_0(x) = 1$$

$$P_1(x) = x$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^3 - 3x)$$

$$P_4(x) = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3)$$

$$P_5(x) = \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x)$$

$$P_6(x) = \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5)$$

$$P_7(x) = \frac{1}{16}(429x^7 - 693x^5 + 315x^3 - 35x)$$

$$P_8(x) = \frac{1}{128}(6435x^8 - 12012x^6 + 6930x^4 - 1260x^2 + 35)$$

Relación de recurrencia

Una relación de recurrencia se entiende como una ecuación que permite definir una secuencia recursiva de términos, en la que



cada uno se define como una función de los términos anteriores. Esta relación se aplica para calcular los polinomios de Legendre a través de la siguiente fórmula:

$$(n+1)P_{n+1}(x) = (2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x)$$

Como $P_n(x)$ es un polinomio de grado n , el siguiente polinomio que se quiere calcular será de grado $n + 1$. Entonces, en vez de generarlo a partir de $P_{n+1}(x)$ directamente, se hace desde $xP_n(x)$.

Ortogonalidad

Teorema: sea $\{P_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ una familia de polinomios de Legendre de grado n , entonces se verifica que:

$$\int_{-1}^1 P_n(x)P_m(x)dx = 0 \text{ si } n \neq m$$

Teorema: para $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ se tiene que:

$$\int_{-1}^1 P_n(x)^2 dx = \frac{2}{2n+1}$$

Es decir, la norma de los polinomios de Legendre, $P_n(x)$ es $\sqrt{\frac{2}{2n+1}}$.

Bajo los criterios anteriores, se infiere que la ortogonalidad para los polinomios de Legendre cumple la siguiente condición:

$$\int_{-1}^1 P_n(x)P_m(x)dx = \int_0^{\pi} P_n(\cos\theta)P_m(\cos\theta)\sin\theta d\theta = \frac{2}{2n+1} \delta_{nm}$$

Donde δ_{nm} representa el delta de Kronecker.

Ejemplos

1. Compruebe las relaciones de ortogonalidad de los polinomios de Legendre $P_6(x)$ a $P_7(x)$.



```
syms x;
```

```
n=6;
```

```
P6=diff((x^2-1)^n,n)/(2^n*factorial(n));
```

```
P6=simplify(P6)
```

```
P6 =
```

$$(231*x^6)/16 - (315*x^4)/16 + (105*x^2)/16 - 5/16$$

```
%%
```

```
n=7;
```

```
P7=diff((x^2-1)^n,n)/(2^n*factorial(n));
```

```
P7=simplify(P7)
```

```
P7 =
```

$$(x*(429*x^6 - 693*x^4 + 315*x^2 - 35))/16$$

```
%%
```

```
int(P6*P7,x,-1,1)
```

```
int(P6*P6,x,-1,1)
```

```
int(P6,x,-1,1)
```

```
int(P7,x,-1,1)
```

```
ans =
```

```
0
```

```
ans =
```

```
2/13
```

```
ans =
```

```
0
```

```
ans =
```

```
0
```

2. Cree un *script* cuya función permita calcular los coeficientes de los polinomios de Legendre, empleando para ello la relación de recurrencia.

```
function p=legendre_p(n)

    p1=1;

    p2=[1,0];

    if n==0

        p=p1; %P0

    elseif n==1

        p=p2; %P1

    else

        for i=2:n

            p=((2*(i-1)+1)*[p2,0]-(i-1)*[0,0,p1])/i;

            p1=p2;

            p2=p;

        end

    end

end
```

end

Hallar P_5

>> legendre_p(5)

ans =

7.8750 0 -8.7500 0 1.8750 0

Hallar P_{10}

>> legendre_p(10)

ans =

180.42 0 -427.32 0 351.91 0 -117.30 0 13.53 0 -0.24

3. Genere polinomios de Legendre y compruebe sus propiedades con base en el *script* del punto 1.

La función *poly2sym* convierte el vector de los coeficientes de un polinomio en un polinomio simbólico $p(x)$.

syms x;

P5=poly2sym(legendre_p(5));

P10=poly2sym(legendre_p(10));

P5=simplify(P5)

P10=simplify(P10)

P5 =

(x(63*x^4 - 70*x^2 + 15))/8*

$P_{10} =$

$$(46189*x^{10})/256 - (109395*x^8)/256 + (45045*x^6)/128 - (15015*x^4)/128 + (3465*x^2)/256 - 63/256$$

%%

$\text{int}(P_5 * P_{10}, x, -1, 1)$

$\text{int}(P_5 * P_{10}, x, -1, 1)$

ans =

0

ans =

0

4. Calcule el valor del polinomio $P_8(x)$ y $P_{12}(x)$ cuando $x = 0,35$.

Para evaluar estos polinomios se emplea la función $\text{legendre}_p(n)$.

$\gg x=0.35;$

$\gg \text{polyval}(\text{legendre}_p(8), x)$

ans =

-0.2812

$\gg \text{polyval}(\text{legendre}_p(12), x)$

ans =

-0.0552

5. Represente gráficamente los polinomios de $P_1(x)$ a $P_5(x)$.

$\text{syms } x;$

```

hold on
for n=1:5
    y=diff((x^2-1)^n,n)/(2^n*factorial(n));
    ezplot(y,[-1,1]);
end
hold off
grid on
xlabel('x'),ylabel('P_n(x)')
title('Polinomios de Legendre')

```

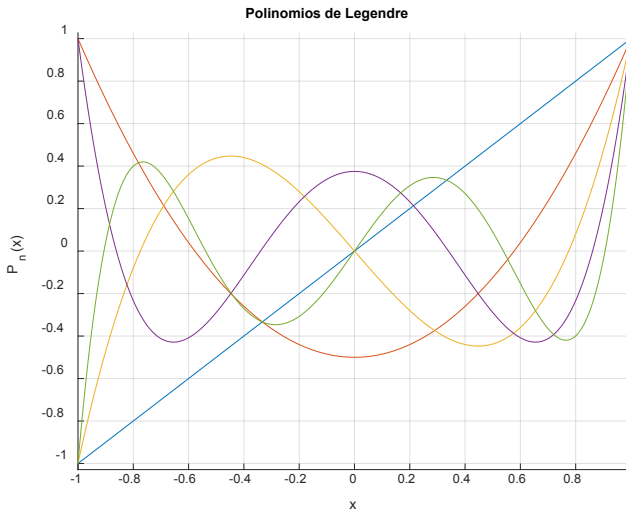


Figura 15.43. Gráfica de los polinomios $P_1(x)$ a $P_5(x)$.

Como se aprecia, la instrucción *ezplot* es bastante útil en diferentes operaciones algebraicas, que eventualmente puede sustituir a instrucciones como *plot* o *fplot*.

Práctica 4

1. Represente gráficamente los polinomios de $P_{11}(x)$ a $P_{15}(x)$.
2. Genere polinomios de Legendre y compruebe sus propiedades con base en el *script* del punto 1.
3. Compruebe las relaciones de ortogonalidad de los polinomios de Legendre $P_{10}(x)$ a $P_{11}(x)$.
4. Calcule el valor del polinomio $P_{20}(x)$ y $P_{25}(x)$ cuando $x = 0,43$.

16. Series y transformadas



Series

Una serie es un par ordenado de sucesiones matemáticas $((a_n), (s_n))$ relacionadas por la condición que, para cada $n \in \mathbb{N}$ se tiene que $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

A fin de calcular una serie en Matlab se emplea la instrucción *symsum*. La sintaxis general es:

- *symsum(S)*. Calcula la serie indefinida S con respecto a la variable por defecto.
- *symsum(S,v)*. Calcula la serie indefinida S con respecto a la variable v .
- *symsum(S,a,b)* y *symsum(s,v,a,b)*. Calculan las series finitas S de a hasta b con respecto a la variable v .

Para evaluar la serie se requiere la función simbólica *syms*, citando las variables relacionadas con la serie.

Ejemplos

1. *syms x k n;*

s1 = symsum(k)

s1 =

$$k^2/2 - k/2$$

2. *s2 = symsum(k, 1, n)*

s2 =

$$(n*(n + 1))/2$$



$$3. s3 = \text{symsum}((k-1)/k^2, 1, \text{inf})$$

$$s3 =$$

$$\text{Inf}$$

$$4. s4 = \text{symsum}(1/k^2, 1, \text{inf})$$

$$s4 =$$

$$\pi^2/6$$

$$5. s5 = \text{symsum}(x^k, k, 0, \text{inf})$$

$$s5 =$$

$$\text{piecewise}([1 \leq x, \text{Inf}], [\text{abs}(x) < 1, -1/(x-1)])$$

$$6. s6 = \text{symsum}((k^2+2*k+1)/k, 1, 15)$$

$$s6 =$$

$$55249757/360360$$

$$7. s7 = \text{symsum}(1/(k^2-1))$$

$$s7 =$$

$$-1/(2*(k-1)) - 1/(2*k)$$

$$8. \text{syms } x \ k \ n;$$

$$s8 = \text{symsum}(2*k^3-k+2, k)$$

$$s8 =$$

$$k^4/2 - k^3 + (5*k)/2$$

Polinomio de Taylor

La sintaxis para evaluar el polinomio de Taylor es variada:

- *Taylor (f)*. Calcula la expansión de la serie de Taylor de la función f hasta el quinto orden. El punto de expansión es 0.
- *Taylor (f, Name, Value)*. Utiliza opciones adicionales especificadas por uno o más argumentos de nombre y par de valores.
- *Taylor (f, v)*. Calcula la expansión de la serie de Taylor de f con respecto a v .
- *Taylor (f, v, Name, Value)*. Utiliza opciones adicionales especificadas por uno o más argumentos de nombre y un par de valores.
- *Taylor (f, v, a)*. Calcula la expansión de la serie de Taylor de f con respecto a v alrededor del punto de expansión a .
- *Taylor (f, v, a, nombre, valor)*. Utiliza opciones adicionales especificadas por uno o más argumentos de nombre y un par de valores.

Al polinomio se debe adicionar la variable simbólica *syms*.

Ejercicios resueltos

1. Obtenga el polinomio de Taylor para las funciones $f=2e^x$, $g=3\text{sen}(x)$ y $h=\text{cos}(x)$.

```
syms x
```

```
taylor(2*exp(x))
```

ans =

$$x^5/60 + x^4/12 + x^3/3 + x^2 + 2*x + 2$$

*taylor(3*sin(x))*

ans =

$$x^5/40 - x^3/2 + 3*x$$

taylor(cos(x))

ans =

$$x^4/24 - x^2/2 + 1$$

2. Encuentre el polinomio de Taylor de la función $y = \text{sen}(x)$ de grado 11.

La estructura de desarrollo es:

syms x

taylor(función,'order',grado)

syms x,

taylor(sin(x),'order',11)

ans =

$$x^9/362880 - x^7/5040 + x^5/120 - x^3/6 + x$$

3. Encuentre la expansión de la serie Maclaurin, mediante la creación de un vector de variables x, y, z , con la función f de Taylor.

syms x y z

$$f = 2*\cos(x) + 3*\sin(y) + \exp(-2*z);$$


```
taylor(f)
```

```
ans =
```

$$x^4/12 - x^2 + \exp(-2*z) + 3*\sin(y) + 2$$

4. Halle el desarrollo de MacLaurin de grado 13 para la función $\cosh(x)$.

```
syms x,
```

```
pretty(taylor(cosh(x),order,13))
```

$$\frac{x^{12}}{479001600} + \frac{x^{10}}{3628800} + \frac{x^8}{40320} + \frac{x^6}{720} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^2}{2} + 1$$

5. Calcule las expansiones de la serie Taylor alrededor de $x = 1$ para la función $\log(x+1)$. El punto de expansión predeterminado es 0. Para especificar un punto de expansión diferente, utilice la instrucción *ExpansionPoint*:

```
syms x
```

```
t=taylor(log(x+1), x, 'ExpansionPoint', 1)
```

```
t =
```

$$x/2 + \log(2) - (x - 1)^2/8 + (x - 1)^3/24 - (x - 1)^4/64 + (x - 1)^5/160 - 1/2$$

6. Dada la función $f(x) = \frac{\cos(x)}{x}$, grafique el polinomio de Taylor.

```
syms x
```



$$f = \cos(x)/(x+1);$$

$$t = \text{taylor}(f)$$

$$\text{ezplot}(t)$$

$$t =$$

$$- (13*x^5)/24 + (13*x^4)/24 - x^3/2 + x^2/2 - x + 1$$

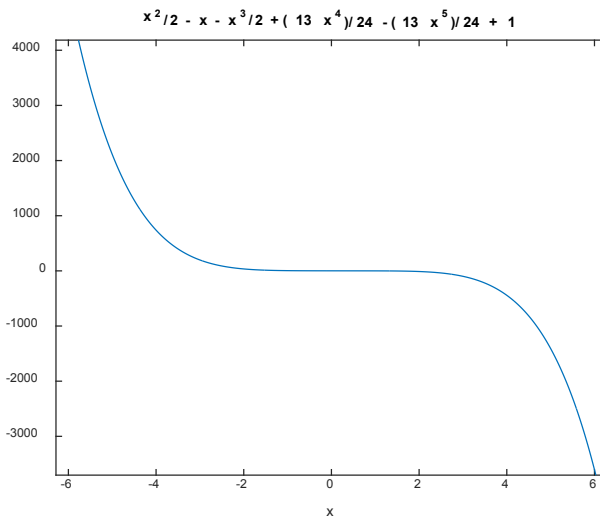


Figura 16.1. Polinomio de Taylor de la función $f(x) = \frac{\cos(x)}{x}$

7. Determine le serie de Taylor de la función $f(x)=\text{acot}(x)$ para x que se analiza en torno a 1.

$$\text{taylor}(\text{acot}(x), x, 1)$$

$$\text{ans} =$$

$$\pi/4 - x/2 + (x - 1)^2/4 - (x - 1)^3/12 + (x - 1)^5/40 + 1/2$$

8. Encuentre la expansión multivariable de Maclaurin especificando el vector de variables con base en el ejercicio anterior.

$$\text{syms } x \ y \ z$$

$$f = 2*\cos(x) + 3*\sin(y) + \exp(-2*z);$$

`taylor(f, [x, y, z])`

`ans =`

$$x^4/12 - x^2 + y^5/40 - y^3/2 + 3*y - (4*z^5)/15 + (2*z^4)/3 - (4*z^3)/3 + 2*z^2 - 2*z + 3$$

9. Halle el desarrollo de Taylor de orden 6 de la función $\frac{1}{1+x}$ en torno al punto $x = 1$.

`syms x`

`pretty(taylor(1/(1+x),'order',6,'ExpansionPoint', 1))`

$$\begin{array}{cccc} 2 & 3 & 4 & 5 \\ (x-1)^2 & x(x-1) & (x-1)^3 & (x-1)^4 & 3 \\ \hline & & & & + \\ \hline & & & & + \\ \hline 8 & 4 & 16 & 32 & 64 & 4 \end{array}$$

10. Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$, grafique la serie de Taylor para un orden de 8 y 10, incluyendo la función original. Personalice la gráfica con la instrucción *legend*. Tome un intervalo de $[-5, 5]$.

`syms x`

$$f = x^2/(x-1);$$

`t=taylor(f);`

`t1 = taylor(f, 'Order',8);`

`t2=taylor(f, 'Order',10);`

`ezplot(t, [-5, 5]), hold on`



```

ezplot(t1, [-5, 5])
ezplot(t2, [-5, 5])
ezplot(f, [-5, 5])
legend('aproximación de t','aproximación de t1',...
'aproximación de t2','x^2/(x-1)','Location','South')
title('Series de Expansión de Taylor'), hold off

```

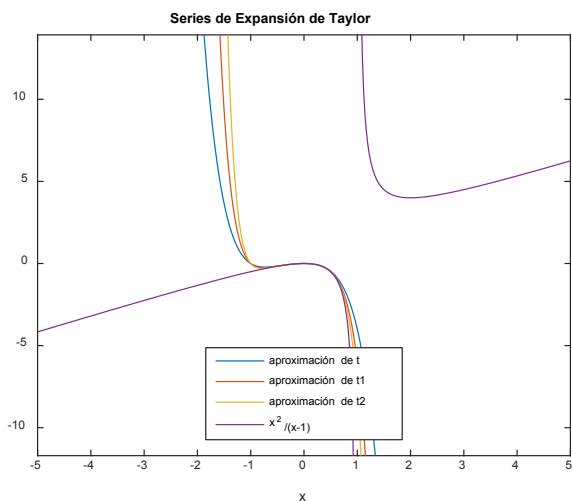


Figura 16.2. Representación gráfica de las series de expansión de Taylor.

11. Sea la función $f(x) = \frac{1}{3+2\text{sen}(x)}$, halle el desarrollo de Taylor para un orden de 8.

```
syms x
```

```
f = 1/(3 + 2*sin(x));
```

```
T = taylor(f, 'Order', 8)
```

```
pretty(T)
```

```
7 6 5 4 3 2
```

$$\frac{2357x^8 + 88x^7 + 53x^6 + 4x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 1}{367416x^{10} + 10935x^9 + 14580x^8 + 243x^7 + 81x^6 + 27x^5 + 9x^4 + 3x^3}$$

12. Sea la función $f(x)=e^{x\cos(x)}$, emplee las instrucciones `ExpansionPoint = 2`, orden 7.

```
syms x
```

```
f = exp(x*cos(x));
```

```
t = taylor(g, 'ExpansionPoint', 2, 'Order', 7);
```

Ahora bien, t es una expresión muy grande. Para saber que tan grande es, emplee la siguiente instrucción:

```
size(char(t))
```

```
ans =
```

```
1.00 2863.00
```

Al simplificar se tiene:

```
t = simplify(t);
```

```
size(char(t))
```

```
ans =
```

```
1.01 2863.00
```

```
ans =
```

```
1.02 1676.00
```

Aun así, la serie es demasiado extensa. Se sugiere al lector comprobarla.

13. Cree una función que reciba como argumento de entrada un número real x y devuelva el valor a la exponencial de dicho número, que se calcule por medio de la serie de Taylor:

La serie de Taylor de la función exponencial es: $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, para todo x .

```
function r=exptaylor(x)
    r=0;
    for n=0:1:100
        r=r+x^n/factorial(n)
    end
end
```

Como patron de entrada y salida se tiene que $x = 10$ y $x = 30$:

```
>> exptaylor(10)
```

```
ans =
```

```
22026.47
```

```
>> exptaylor(30)
```

```
ans =
```

```
10686474581524.47
```

14. *Interfaz gráfica GUI de la serie de Taylor.* Matlab dispone de un par de instrucciones que permiten graficar una función contra la

N —ésima suma parcial de la serie de Taylor sobre un punto base $x = a$ en un intervalo definido. La sintaxis es la siguiente:

- *taylortool*. Esta instrucción inicia la GUI que grafica una función $f(x) = x\cos(x)$ por defecto, asignando un valor de $N = 7$, para el punto base $a = 0$, en un intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.
- *taylortool (f')*. Inicia la GUI para la expresión dada de la función $f(x)$.

Para el primer caso se va a modificar la función por defecto a $f(x) = 3x\cos(5x)$, asignando un valor de $N = 9$. Por tanto, la gráfica obtenida es:

>> *taylortool*

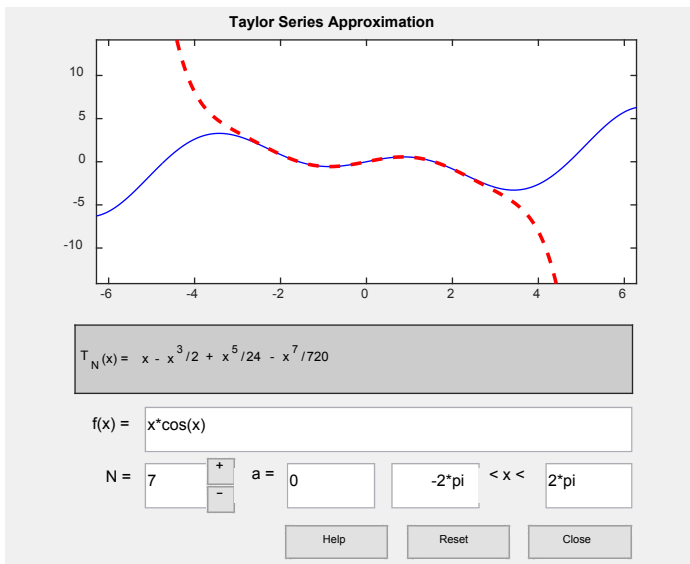


Figura 16.3. Interfaz gráfica de Matlab para calcular las series de Taylor por el método de aproximación.

Para el segundo caso, se tiene la función $f(x) = 3\text{sen}(x)\cos(x+1)^2$, grafique y halle la serie de Taylor para $N = 7$.

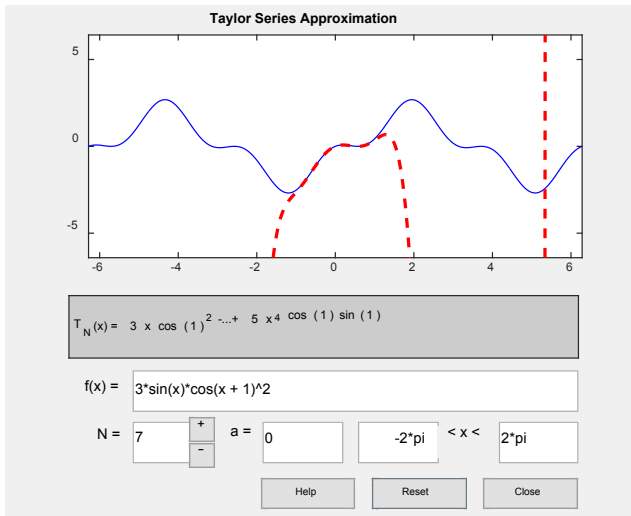


Figura 16.4. Series de Taylor por el método de aproximación.

Estudio de la convergencia de la serie de Taylor

Lo que se pretende demostrar con el presente ejercicio es cómo la serie de Taylor se acerca al valor de una función en un intervalo $[a,b]$ determinado. De igual manera, se requiere mostrar el error que se comete al efectuar las aproximaciones y el error en función del orden según dos puntos cercanos al origen.

Sea el intervalo $[0,4]$ con 200 puntos, tome las funciones exponencial e^x y la inversa del factorial $1/n!$ como polinomio para el desarrollo de la serie de Taylor hasta el grado 5.

En el desarrollo del código se toma la función *semilogy*, la cual permite crear un gráfico utilizando una escala logarítmica base 10 para el eje y , y una escala lineal para el eje x .

% Fuente del código original es de Guillem Borrell I Noruegas

% Introducción a Matlab y Octave. Release 0.1. 2010.


```

%Código adaptado por el autor

clf,clear all

serie = @(x,n) polyval(1./factorial(linspace(n,1,n)),1],x);

figure(1)

x = linspace(0,4,200);

plot(x,exp(x),x,serie(x,1),x,serie(x,2),x,serie(x,3),...
x,serie(x,4),x,serie(x,5));

legend('exacta','n=1','n=2','n=3','n=4','n=5');

title('Desarrollo de Taylor de una funcion exponencial en x=0');

xlabel('x'),ylabel('y')

figure(2)

semilogy(x,exp(x)—serie(x,1),x,exp(x)—serie(x,2), ...
x,exp(x)—serie(x,3),x,exp(x)—serie(x,4),x,exp(x)—serie(x,5));

legend('n=1','n=2','n=3','n=4','n=5');

hold on

semilogy([0.1,0.1,0.1,0.1,0.1],[...
exp(0.1)—serie(0.1,1),exp(0.1)—serie(0.1,2), ...
exp(0.1)—serie(0.1,3),exp(0.1)—serie(0.1,4), ...
exp(0.1)—serie(0.1,5)],'ko')

semilogy([0.2,0.2,0.2,0.2,0.2],[...

```

```

exp(0.2)—serie(0.2,1),exp(0.2)—serie(0.2,2), ...
exp(0.2)—serie(0.2,3),...
exp(0.2)—serie(0.2,4),exp(0.2)—serie(0.2,5)],'ko')
xlabel('x'),ylabel('exp(x)—p_n(x)')
title('Error de las aproximaciones')
figure(3)
semilogy([0,1,2,3,4,5,6,7,8],[exp(0.1),...
exp(0.1)—serie(0.1,1),exp(0.1)—serie(0.1,2), ...
exp(0.1)—serie(0.1,3),exp(0.1)—serie(0.1,4), ...
exp(0.1)—serie(0.1,5),exp(0.1)—serie(0.1,6),...
exp(0.1)—serie(0.1,7),exp(0.1)—serie(0.1,8)],'ko')
hold on
semilogy([0,1,2,3,4,5,6,7,8],[exp(0.2),...
exp(0.2)—serie(0.2,1),exp(0.2)—serie(0.2,2),...
exp(0.2)—serie(0.2,3),exp(0.2)—serie(0.2,4),...
exp(0.2)—serie(0.2,5),exp(0.2)—serie(0.2,6),...
exp(0.2)—serie(0.2,7),exp(0.2)—serie(0.2,8)],'bo')
legend('punto 0.1', 'punto 0.2');
axis([-0.1,8.1,1e-16,1e1]);
xlabel('Orden'), ylabel('exp(x)—pn(x)')
title('Convergencia de aproximaciones')

```

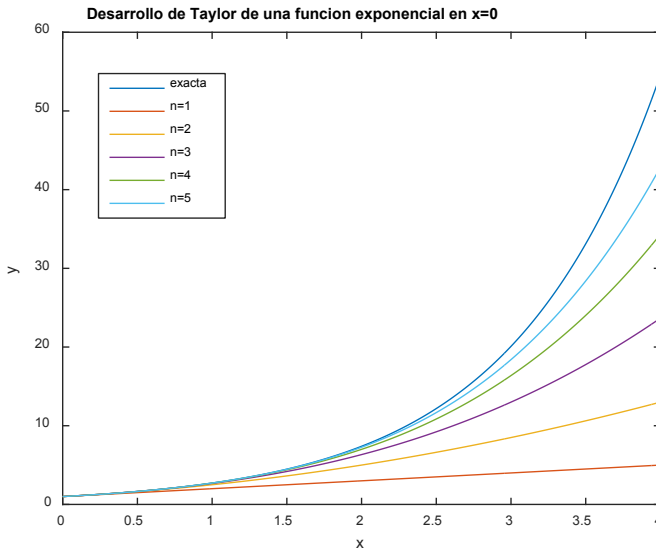


Figura 16.5. Representación gráfica del desarrollo de las series de Taylor.

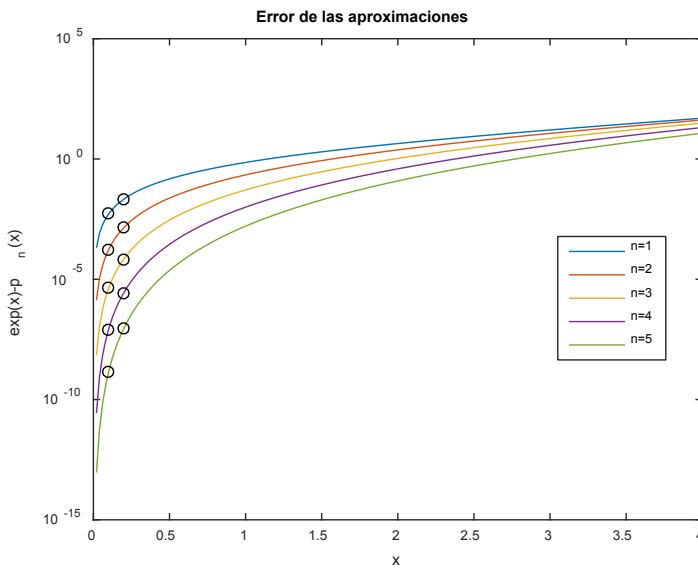


Figura 16.6. Representación gráfica del error de aproximación de las series de Taylor.

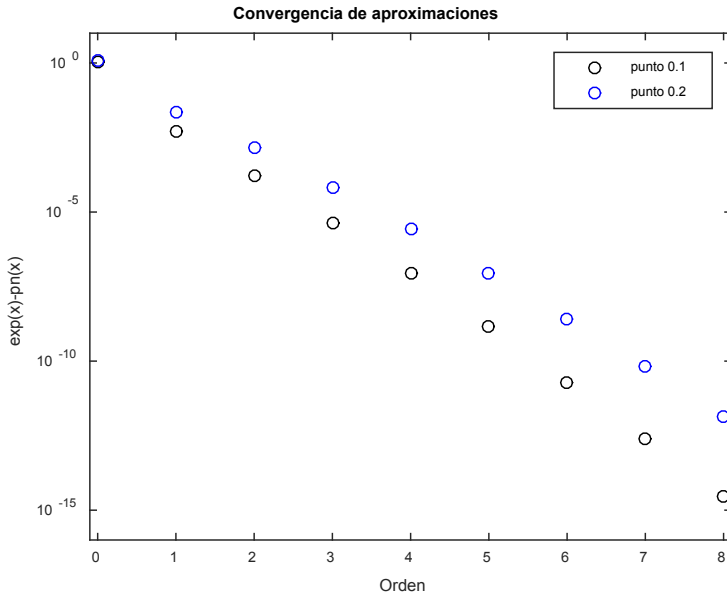


Figura 16.7. Representación gráfica de la convergencia de aproximación de las series de Taylor.

Según las gráficas de las figuras 16.5, 16.6 y 16.7, para el caso del error del desarrollo, los puntos son los valores en las abscisas $x = 0,1$ y $x = 0,2$, respectivamente. En cuanto a la convergencia de las aproximaciones es evidente en la Figura 16.7.

Práctica 1

1. Calcule la suma de las siguientes series:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{n^3+3n^2+2n}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} az^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{7n^2-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n+3}}{9n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+n+1}{n+1}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (-1)^{n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{10^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+n}{2^{n+1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{3^{n+1}}$$

Calcule las series de Taylor según las condiciones de entrada dadas.

2. $f(x,y,z) = \text{sen}(x) + \cos(2y) + \sqrt{z}$

3. $f(x,y,z) = ye^{x-1} - x \log(y)$, de orden 4.

4. $f(x) = \tan(x) + \log(2x) + 3x$, de orden

5. Tome el punto anterior, adicionando las instrucciones 'Order-Mode', 'relative'.

6. Dada la función $g(x) = \frac{x+1}{1+\text{sen}(x)}$, de orden 8, obtenga el polinomio simplificado.

7. Halle el desarrollo de MacLaurin de grado 13 para la función $\text{senh}(2x)$.

8. Dada la función $f(x) = \text{atan}(x) + x$, grafique la serie de Taylor para un orden de 5 y 8, incluyendo la función original. Personalice la gráfica con la instrucción *legent*. Tome un intervalo de $[-5,5]$.

9. Dada la función $f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$, grafique el polinomio de Taylor.

10. Halle el desarrollo de Taylor de orden 7 de la función $\frac{1}{x^2+2x+1}$ en torno al punto $x = 1$.

11. Dada la función $f(x) = x \operatorname{sen}(3x) - \cos(x)$, grafique el polinomio de Taylor.
12. Determine la serie de Taylor de la función $f(x) = \tanh(2x)$ para x con un punto de expansión 1 y luego encuentre la expansión multivariable de Maclaurin.
13. Dada la función $f(x) = e^{-\operatorname{sen}(x^2)}$, grafique la serie de Taylor para un orden de 5 y 8, incluyendo la función original. Personalice la gráfica con la instrucción *legend*. Tome un intervalo de $[-3.5, 3.5]$.
14. Dada la función $f(x) = e^{-x} \operatorname{sen}(2x)$ grafique y halle la serie de Taylor para $N = 7$ y $N = 8$.
15. Dada la función $f(x) = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$, grafique y halle la serie de Taylor para $N = 7$.

Transformada de Laplace

La transformada de Laplace es un tipo de transformada integral que se emplea en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias.

La transformada de Laplace de una función $f(t)$ definida para todos los números positivos $t \geq 0$ es la función $F(s)$, definida por:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

Donde $s = \sigma + i\omega$.

Bajo este contexto, permite transformar $f(t)$ en el dominio del tiempo, a $L(s)$ en el dominio de la variable compleja.

Ejemplo

1. Halle la transformada de Laplace de a :

`syms a`

`L=laplace(a)`

`L =`

`1/s^2`

2. Halle la TL de t^2 :

`syms t`

`L=laplace(t^2)`

`L =`

`2/s^3`

3. Halle la TL de at^5/c :

syms a t c

*L=laplace(a*t^5/c)*

L =

$$(120*a)/(c*s^6)$$

4. Halle la TL de :

>>L1=laplace(exp(-t),t,s)

L1 =

$$1/(s + 1)$$

>> pretty(L1)

$$1$$

—————

$$s + 1$$

5. Dada la función $f(t) = 7ta + ce^{-\frac{1}{2}tb}$, calcule la transformada de Laplace.

syms a b c t

*L=laplace(7*t*a+c*exp(-1/2*t*b))*

L =

$$(7*a)/s^2 + c/(b/2 + s)$$

6. Halle la TL de te^{-2t} .

syms t s



$$f=t*\exp(-2*t);$$

$$sol=laplace(f)$$

$$sol =$$

$$1/(s + 2)^2$$

7. Dada la función $f(t)=sen(\omega t+\pi/3)$, calcule la TL. Mejore la presentación de la salida.

$$syms a w t s$$

$$F=sin(w*t+pi/3)*exp(-a*t)$$

$$L=laplace(F,t,s)$$

$$F =$$

$$\exp(-a*t)*\sin(pi/3 + t*w)$$

$$L =$$

$$w/(2*((a+s)^2 + w^2))+(3^(1/2)*(a+s))/(2*((a+s)^2 + w^2))$$

$$>>pretty(L)$$

$$\frac{w}{2^2 ((a + s)^2 + w^2)} + \frac{\sqrt{3} (a + s)}{2^2 ((a + s)^2 + w^2)}$$

Transformada inversa

La transformada inversa se ejecuta sobre expresiones de la variable compleja s , a fin de volver al dominio del tiempo. Esta transformada se representa de la siguiente manera:

$$L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{st} F(s) ds$$

Bajo este contexto, permite transformar $f(t)$ en el dominio del tiempo, y a $L(s)$ en el dominio de la variable compleja.

Retomando el ejercicio 6, se tiene la siguiente instrucción para hallar la transformada inversa:

1.

>> I=ilaplace(L,s,t)

I =

$$(3^{1/2} \exp(-a t) (\cosh(t w) + \sinh(t w)) (a - (3^{1/2} (w + 3^{1/2} a)) / 3) / w) / 2$$

>> I1=ilaplace(L1,s,t)

I1 =

$$\exp(-t)$$

2. Halle la transformada inversa de $F(s) = \frac{2+3s}{1-5s}$

syms s

$$F = (2+3*s)/(1-5*s);$$

ilaplace(F)

ans =

$$-(13 \exp(t/5))/25 - (3 \operatorname{dirac}(t))/5$$

3. Halle la transformada inversa de $F(s)=2t^2 e^{-t}] \cos(5t)+\sqrt{2}t$.
Optimice la salida.

`syms t s`

$$F = 2*(t.^2)*exp(-t).*cos(5*t)+sqrt(2*t);$$

`sol = laplace(F)`

`pretty(sol)`

`sol =`

$$\frac{(2^{1/2}*\pi^{1/2})/(2*s^{3/2}) - (4*(2*s + 2))/((s + 1)^2 + 25)^2 - (4*(s + 1))/((s + 1)^2 + 25)^2 + (4*(2*s + 2)^2*(s + 1))/((s + 1)^2 + 25)^3}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{\pi} (2s + 2)^4 \quad 4(s + 1) \quad (2s + 2)(s + 1)^4}{2}$$

 - + -----

$$\frac{3/2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad 3}{2s \quad ((s + 1) + 25) \quad ((s + 1) + 25) \quad ((s + 1) + 25)}$$

4. Halle la transformada inversa de $F(s) = \frac{s^2}{(s+7)^3}$ y grafíquela. Luego, tome la transformada con intervalos restringidos que muestre la mejor curva.

`syms s`

$$F = s^2/(s+7)^3;$$

`ilaplace(F)`

`ans =`

$$exp(-7*t) - 14*t*exp(-7*t) + (49*t^2*exp(-7*t))/2$$

>> ezplot(ans)

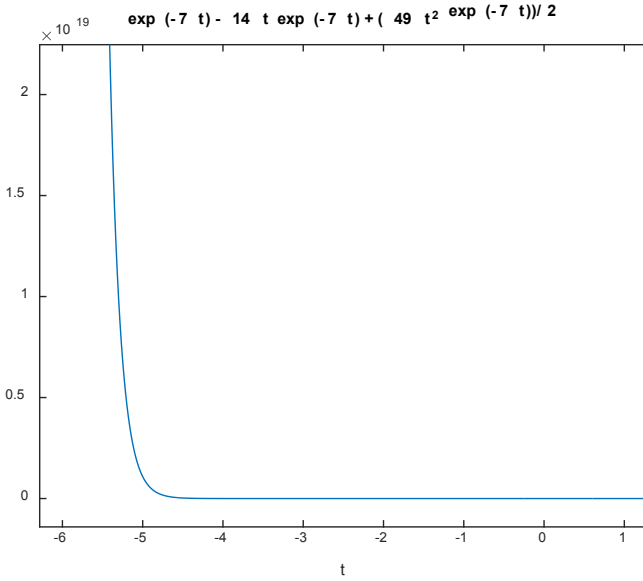


Figura 16.8. Gráfica de la transformada inversa de $F(s)$.

>> ezplot(ans, [0,5])

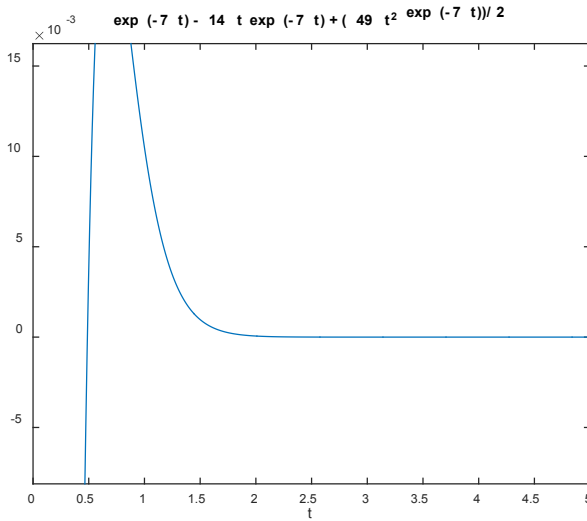


Figura 16.9. Gráfica de la transformada inversa de $F(s)$ en el intervalo $[0,5]$

>> ezplot(ans, [0,1])

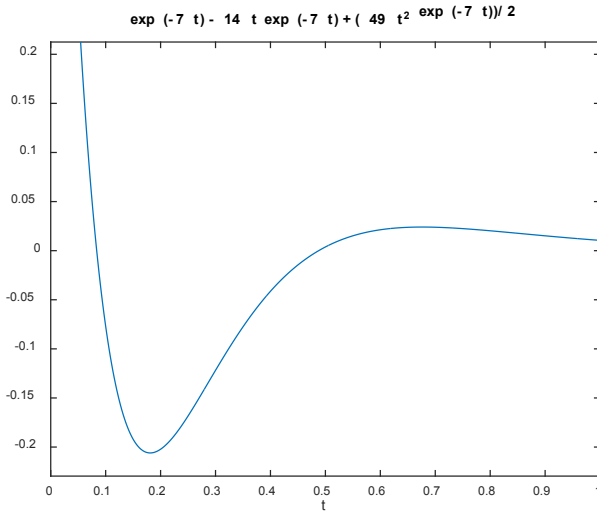


Figura 16.10. Gráfica de la transformada inversa de $F(s)$ en el intervalo $[0,1]$.

Práctica 2

1. Halle la transformada de Laplace y su inversa.

$$t^3$$

$$t^{15}$$

$$at^7$$

$$\frac{a+t}{b-t}$$

$$f(t) = \cos(\omega t)$$

$$f(t) = \sqrt[n]{t}$$

$$f(t) = \log(t)$$

$$f(t) = t$$

$$f(t) = \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$f(t) = \operatorname{cosh}(\alpha t)$$

$$f(t) = e^{-at} \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$f(t) = 3t - 1$$

$$f(t) = e^{-at} \cos(\omega t)$$

$$f(t) = \operatorname{senh}(\alpha t)$$

$$f(t) = 1 - e^{-at}$$

$$f(t) = \frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt})$$

$$f(t) = \frac{t^n}{n!}$$

$$f(t) = e^{-at}$$

$$f(t) = \frac{t^n}{n!} e^{-at}$$

2. Halle la inversa de la transformada de Laplace y grafique el resultado.

$$F(s) = \frac{2s^2 + 7s + 9}{s^2 + 3s + 1}$$

$$F(s) = \frac{3s + 1}{(s+1)^2 (s+3)^2}$$

$$F(s) = \frac{100 - 75s + 4s^2 - s^3}{s^2 (s^2 + 25)}$$

$$F(s) = \frac{9s}{(s+5)^3}$$

$$F(s) = \frac{1}{s(s^2 + 3)}$$

$$F(s) = \ln\left(\frac{s-1}{s+1}\right)$$

$$y(t) = \frac{10e^{-0,5s}}{s^2 + 100}$$

3. Obtenga la transformada de Laplace de las funciones genéricas y simplifique el resultado.

$$y(t) = 1 - ae^{-\frac{t}{T}}$$

$$y(t) = 1 - ae^{-\frac{t}{T}} + 3ae^{-t} \operatorname{sen}(\omega t)$$



Transformada Z

La transformada Z (TZ) permite obtener una expresión matemática que convierte una señal real o compleja definida en un dominio de tiempo discreto a una señal de frecuencia compleja. La diferencia de TZ con respecto a la de Laplace es que esta última trabaja con señales de tiempo continuo.

La transformada Z puede definirse como una transformada unilateral o bilateral, es decir:

$$\text{Bilateral: } X(z) = Z\{x[n]\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

Donde n es un número entero y z es un número complejo de la forma:

$$z = Ae^{j\omega}$$

Donde A representa el módulo de z , y ω es el argumento del número complejo que representa la frecuencia angular.

$$\text{Unilateral: } X^+(z) = Z\{x[n]\} = \sum_{n=0}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

Donde $n \geq 0$.

En Matlab, la TZ se calcula mediante la instrucción *ztrans*. Para esto se requiere definir la función simbólica. La sintaxis general es:

- *ztrans (f, n, z)*. Calcula la TZ de una función, vector o matriz simbólica f con respecto al índice de transformación n o “variable de tiempo discreto”, en el punto de evaluación z o “variable de frecuencia compleja”. Cabe mencionar que, si f no contiene a n , entonces la variable predeterminada se determina mediante la instrucción *symvar*. Si z es el índice de

transformación de f , entonces el punto de evaluación predeterminado es la variable w .

Ejemplos

1. Calcule la transformada Z de la función coseno con respecto al índice de transformación k en el punto de evaluación x :

syms k x

$f = \cos(k);$

$TZ = ztrans(f, k, x)$

$TZ =$

$(x*(x - \cos(1)))/(x^2 - 2*\cos(1)*x + 1)$

2. Calcule la TZ de esta expresión a^n . Si no, especifica el índice de transformación. Para este caso, *ztrans* utiliza la variable n .

syms a n x

$f = a^n;$

$TZ = ztrans(f, x)$

$TZ =$

$-x/(a - x)$

Si dado el caso no se especifica el punto de evaluación, *ztrans* utiliza la variable z :

$TZ = ztrans(f)$

$TZ =$

$-z/(a - z)$

3. Calcule las siguientes transformaciones Z que implican la función Heaviside y el coeficiente binomial:

syms n z

$TZ = ztrans(\text{heaviside}(n - 4), n, z)$

$TZ =$

$$(1/(z - 1) + 1/2)/z^4$$

syms n z

$TZ = ztrans(\text{nchoosek}(n,3)*\text{heaviside}(7 - n), n, z)$

$TZ =$

$$z/(z - 1)^4 + (20*z - z^8/(z - 1)^4 + 10*z^2 + 4*z^3 + z^4)/z^7 + 35/(2*z^7)$$

Si la función $ztrans$ no puede encontrar una representación explícita de la TZ , devuelve una llamada no evaluada:

syms f(n) z

$F = ztrans(f, n, z)$

$F =$

$$ztrans(f(n), n, z)$$

4. Para devolverse a la expresión original, se emplea la instrucción $iztrans$.

$iztrans(F, z, n)$

$ans =$

$$f(n)$$

5. Encuentre la TZ de la matriz dada. Utilice matrices del mismo tamaño con el fin de especificar la variable de transformación y el punto de evaluación.

syms a b c d w x y z

*TZ= ztrans([exp(-x), x-1; cos(y), i*z],[w, x;y, z],[a, b; c, d])*

TZ =

*[(a*exp(-x))/(a - 1), b/(b - 1)^2 - b/(b - 1)]*

[(c(c - cos(1)))/(c^2 - 2*cos(1)*c + 1), (d*i)/(d - 1)^2]*

6. Cuando los argumentos de entrada son no escalares, la función *ztrans* actúa sobre ellos en función de los elementos, siempre y cuando estos tengan el mismo tamaño. Si se llama la función *ztrans* con argumentos escalares y no escalares, esta expande los argumentos escalares en *arrays* del mismo tamaño que los argumentos no escalares con todos los elementos de la matriz iguales al escalar. Así:

syms w x y z a b c d

TZ= ztrans(x,[x, w; y, z],[a, b; c, d])

TZ =

*[a/(a - 1)^2, (b*x)/(b - 1)]*

*[(c*x)/(c - 1), (d*x)/(d - 1)]*

7. Cuando el primer argumento es una función simbólica, el segundo argumento debe ser un escalar.

syms f1(x) f2(x) a b

*f1(x) = 2*exp(x);*

$$f2(x) = 3*x;$$

$$TZ=ztrans([f1, f2],x,[a, b])$$

$$TZ =$$

$$[(2*a)/(a - exp(1)), (3*b)/(b - 1)^2]$$

Transformada Z inversa

La transformada Z inversa está basada en la integral de Cauchy y se define como:

$$x[n] = Z^{-1}\{X(z)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint X(z)z^{n-1}dz$$

Donde la integral se evalúa en un círculo cerrado o contorno que envuelve el origen y una región de convergencia o ROC, el cual contiene los polos de $X(z)$.

La sintaxis es:

- $iztrans(F)$. Esta función devuelve la inversa de la transformada Z de una expresión F , en la que se usa una variable independiente por defecto z , y una variable n de transformación por defecto.
- $iztrans(F,transVar)$. Esta función utiliza la variable de transformación especificada $transVaren$ en lugar de n .
- $iztrans(F,var,transVar)$. Utiliza la variable independiente que se especifica con var y la transformación $transVaren$ en lugar de z y n , respectivamente.

Donde F representa la función, el vector o la matriz simbólica. La variable simbólica var representa la variable independiente. Esta



variable se denomina a menudo como “variable de frecuencia compleja”. La variable o expresión simbólica *transVar* representa la variable de transformación. Esta variable a menudo se llama “variable en el tiempo discreto”.

Por defecto, si n es la variable independiente de F , la variable de transformación será k .

Ejemplos

Calcule la transformada Z inversa:

1. Con respecto a la variable independiente x para la variable de transformación k de la siguiente expresión:

$$F = \frac{3x}{(x-3)^2}$$

syms k x

$$F = 3*x/(x-3)^2;$$

$$ITZ = iztrans (F, x, k)$$

ITZ =

$$3^k + 3^k*(k-1)$$

2. De la expresión $F = e^{-\frac{2a}{3z}}$ en la que no se especifica la variable independiente. En este caso, la instrucción *iztrans* emplea la variable z .

syms z a k

$$F = \exp(-2*a/(3*z));$$

$$ITZ = iztrans (F,k)$$

ITZ =



$$(-(2*a)/3)^k/\text{factorial}(k)$$

Si no se especifica la variable de transformación, la instrucción *iztrans* utiliza la variable *n*:

$$ITZ=\text{iztrans}(F)$$

$$ITZ =$$

$$(-(2*a)/3)^n/\text{factorial}(n)$$

3. De las expresiones $1/z$, $(2z^3 + 5z^2 + 7z + 9)/z^5$ con los índices *z* y *n*, los resultados implican la función delta de Kronecker.

syms n z

$$ITZ=\text{iztrans}(1/z,z,n)$$

$$ITZ =$$

$$\text{kronckerDelta}(n - 1, 0)$$

syms n z

$$ITZ=\text{iztrans}((2*z^3 + 5*z^2 + 7*z + 9)/z^5,z,n)$$

$$ITZ =$$

$$2*\text{kronckerDelta}(n - 2, 0) + 5*\text{kronckerDelta}(n - 3, 0) + 7*\text{kronckerDelta}(n - 4, 0) + 9*\text{kronckerDelta}(n - 5, 0)$$

4. La transformación *z* se suele emplear para resolver ecuaciones de diferencia. En particular, consideremos el “problema del conejo”. Supongamos que un conjunto de conejos se reproducen solo en cumpleaños impares $(1, 3, 5, 7, \dots, 2n-1)$.

Si $p(n)$ es la población de conejos en el año *n*, entonces *p* obedece a la ecuación de diferencias:



$$p(n + 2) = p(n + 1) + p(n), p(0) = 1, p(1) = 2.$$

Encuentre la población para cada año $p(n)$. Primero, aplique *ztrans* a las ecuaciones.

syms p(n) z

$$eq = p(n + 2) - p(n + 1) - p(n);$$

$$Zeq = ztrans(eq, n, z)$$

$$Zeq =$$

$$z*p(0) - z*ztrans(p(n), n, z) - z*p(1) + z^2*ztrans(p(n), n, z) - z^2*p(0) - ztrans(p(n), n, z)$$

5. De la matriz $[2e^x \ 1 - w; \cos(y) \ z^2]$. Se debe emplear matrices del mismo tamaño para especificar las variables independientes y las variables de transformación.

syms a b c d w x y z

$$ITZ = iztrans([2*exp(x), 1 - w; \cos(y), z^2], [w, x; y, z], [a, b; c, d])$$

$$ITZ =$$

$$[2*exp(x)*kroneckerDelta(a, 0), -kroneckerDelta(b, 0)*(w - 1)]$$

$$[\quad iztrans(\cos(y), y, c), \quad iztrans(z^2, z, d)]$$

6. Cuando los argumentos de entrada son no escalares, *iztrans* calcula elemento a elemento. Si los argumentos son escalares y no escalares, se expanden los argumentos escalares en matrices del mismo tamaño que los argumentos no escalares, con todos los elementos de la matriz igual al escalar.

syms w x y z a b c d

$ITZ=iztrans(x,[x, w; y, z],[a, b; c, d])$

$ITZ =$

$[iztrans(x, x, a), x*kronckerDelta(b, 0)]$

$[x*kronckerDelta(c, 0), x*kronckerDelta(d, 0)]$

7. Cuando el primer argumento es una función simbólica, el segundo argumento debe ser un escalar. Así:

$syms f1(x) f2(x) a b$

$f1(x) = exp(-0.5*x);$

$f2(x) = x+1;$

$ITZ = iztrans([f1, f2],x,[a, b])$

$ITZ =$

$[iztrans(exp(-x/2),x,a),kronckerDelta(b,0) + iztrans(x,x,b)]$

Transformada de Fourier

La transformada de Fourier (TF) representa un modelo matemático empleado para el análisis y el estudio de señales en el dominio del tiempo, el espacio y la frecuencia. Una transformada de Fourier permite convertir una función de tiempo o espacio en una función de frecuencia.

La transformada de Fourier de una función $f(t)$ se define como:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

Se puede calcular la transformada de Fourier de una función en Matlab digitando la instrucción *fourier*. Esta función calcula la transformada de Fourier de f con respecto a la transformación variable *trans_var* en el punto *eval_point*. Su sintaxis es:

$$F = \text{fourier}(f, \text{trans_var}, \text{eval_point})$$

Es importante definir de manera previa la instrucción *syms* y declarar las variables de la función f .

Ejemplos

1. Calcule la TF de la expresión: $f(x) = \frac{1+x}{\text{sen}(x)}$.

syms x t y

$$f = (1+x)/\sin(x);$$

$$F = \text{fourier}(f, y)$$

$F =$

$$(2 * \pi * \text{fourier}(x/\sin(x), x, y) + 2 * \pi * \text{fourier}(1/\sin(x), x, y)) / (2 * \pi)$$

2. Calcule la TF de la expresión: $f = 2e^{-x^2} e^{-t^2}$.

syms x t y

$$f = 2 * \exp(-x^2) * \exp(-t^2);$$

$$F = \text{fourier}(f, y)$$

$F =$

$$2 * \pi^{1/2} * \exp(-t^2) * \exp(-y^2/4)$$

3. Verifique la transformada de Fourier de la función *seno*, la cual está dada por dos delta de Dirac:


```
syms x
```

```
F=fourier(sin(x))
```

```
F =
```

```
—pi*(dirac(w — 1) — dirac(w + 1))*1i
```

La delta de Dirac es una distribución que define un funcional en forma de integral sobre un espacio de funciones, usada de forma regular en física cuántica. Se expresa como:

$$\delta_a(x) = \delta(x - a)$$

Donde $\delta(x)$ tiende a infinito cuando $x = a$, y para cualquier otro valor de x su valor es 0.

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$$

4. Halle la TF de $f(x) = e^{-2x^2}$. Grafique la función original y la transformada en el intervalo $[-2, 2]$.

```
f = exp(-2*x^2); ezplot(f,[-2,2])
```

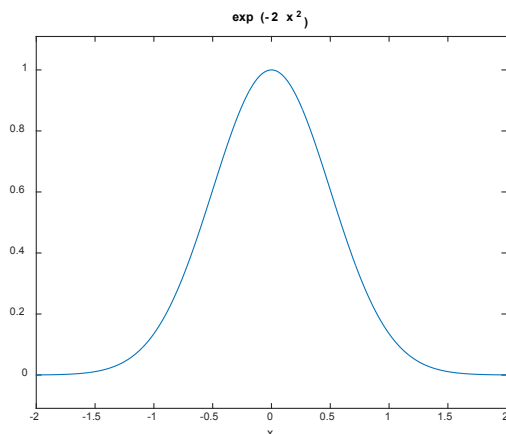


Figura 16.11. Gráfica de $f(x)$.

```
syms x
```

```
f = exp(-2*x^2);
```

```
F=fourier(f)
```

```
F =
```

$$(2^{1/2} \pi^{1/2} \exp(-w^2/8))/2$$

Como se observa, la gráfica inicial da como resultado una gaussiana, aunque con algunos parámetros de escala. Para la TF se obtiene algo muy parecido.

```
F=(2^(1/2)*pi^(1/2)*exp(-x^2/8))/2;
```

```
ezplot(F,[-2,2])
```

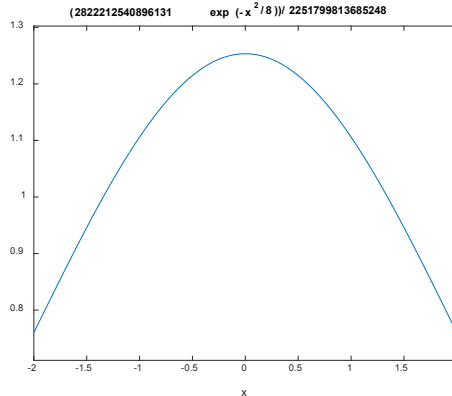


Figura 16.12. Gráfica de la TF de $f(x)$.

5. Calcule las transformadas de Fourier que implican las funciones de Dirac y Heaviside de $f=2t^3 + t - 1$ y de $f=3t - t_0$, respectivamente.

```
syms t w
```

$$F = \text{fourier}(2*t^3 + t - 1, t, w)$$

F =

$$-pi * \text{dirac}(3, w) * 2i$$

$$- 2 * pi * \text{dirac}(w) + pi * \text{dirac}(1, w) * 2i - pi * \text{dirac}(3, w) * 4i$$

syms t t0

$$F = \text{fourier}(\text{heaviside}(3*t - 2*t0), t, w)$$

F =

$$\exp(-(t0*w*2i)/3) * (pi * \text{dirac}(w) - 1i/w)$$

6. Calcule la TF de la expresión $f = t \text{sen}(t^2)$ usando los parámetros de Fourier $c = 1, s = -1$. Muestre la respuesta de forma algebraica.

syms t w

$$\text{pretty}(\text{fourier}(t * \sin(-t^2), t, w))$$

$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{\pi} |w \cos|}{\sqrt{4} |w \sin|} + \frac{\sqrt{2} \sqrt{\pi} |w \sin|}{\sqrt{4} |w \cos|}$$

$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{\pi} |w \cos|}{\sqrt{4} |w \sin|} + \frac{\sqrt{2} \sqrt{\pi} |w \sin|}{\sqrt{4} |w \cos|}$$

$$\frac{\sqrt{2} \sqrt{\pi} |w \cos|}{\sqrt{4} |w \sin|} + \frac{\sqrt{2} \sqrt{\pi} |w \sin|}{\sqrt{4} |w \cos|}$$

Para usar los valores de los parámetros de Fourier a $c = 1/2\pi$, $s = 1$, se emplea la función *sympref*.

```
syms t w
```

```
sympref('FourierParameters', [1/(2*sym(pi)), 1]);
```

```
pretty(fourier(t*sin(-t^2), t, w))
```

$$\frac{\sqrt{2} |w \cos| \sqrt{4/w} - |w \sin| \sqrt{4/w}}{|1i| \sqrt{2} \sqrt{2/w}}$$

4 sqrt(pi)

7. Encuentre la TF de la matriz $A = [\cos(y), t; e^x, tz; \frac{1}{t}, -i]$. Utilice matrices del mismo tamaño para especificar la variable de transformación y el punto de evaluación.

```
syms a b c d e f w x y z t m
```

```
F=fourier([cos(x),1;exp(y),i*z;sin(t),-1], [w,x,y,z;t,m], [a,b;c,d;e,f])
```

```
F =
```

```
[ dirac(a)*cos(x), dirac(b)]
```

```
[      fourier(exp(y), y, c), dirac(1, d)]
[(dirac(e - 1)*1i)/2 - (dirac(e + 1)*1i)/2, -dirac(f)]
```

Cuando los argumentos de entrada son no escalares, la TF actúa sobre estos en función de sus elementos. Se llama TF tanto con argumentos escalares como con no escalares, por lo que la transformada expande los argumentos escalares en *arrays* del mismo tamaño que los argumentos no escalares con todos los elementos del *array* igual al escalar. He aquí un ejemplo:

```
syms a b c d e f w x y z t m
F=fourier([w,x;y,z;t,m],[a,b;c,d;e,f])
F =
```

```
[ w*dirac(a), -dirac(1, b)*1i]
[ y*dirac(c),   z*dirac(d)]
[ t*dirac(e),   m*dirac(f)]
```

8. Cuando el primer argumento es una función simbólica, el segundo argumento debe ser un escalar.

Sean las funciones $f_1(x) = x - 1$ y $f_2(x) = \cos(3x)$.

```
syms f1(x) f2(x) a b
f1(x) = x-1;
f2(x) = cos(3*x);
F=fourier([f1, f2], x, [a, b])
F =
[ -(2*pi*dirac(a) + pi*dirac(1,a)*2i)/(2*pi), dirac(b-3)/2 + dirac(b+3)/2]
```

Transformada inversa de Fourier

La transformada inversa de Fourier de una función $F(t)$ se define como:

$$F^{-1}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

A fin de calcular la transformada inversa de Fourier (TIF) se utiliza el comando *ifourier*, el cual evalúa la inversa de F con respecto a la variable de transformación *trans_var* en el punto *eval_point*. La sintaxis general es:

$F = \text{ifourier}(F, \text{trans_var}, \text{eval_point})$

Ejemplos

1. Halle la TIF de la función $F(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ y grafíquela.

`syms x`

`f = ifourier(1/(pi*(1+x^2)))`

`f =`

`exp(-abs(t))`

`>> ezplot(f)`

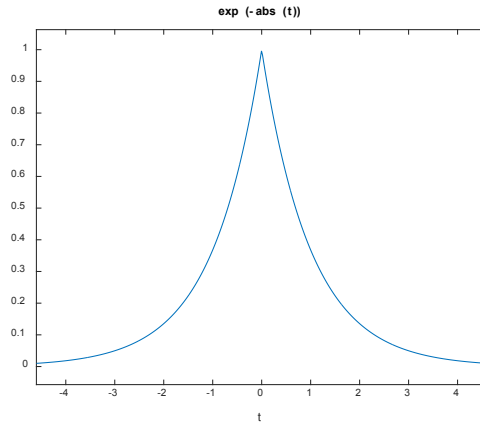


Figura 16.13. Gráfica de la TF de $F(x)$.

2. Halle la TIF de la función $F(x) = -2e^{-|w|}$ y gráfiquela.

`syms x w`

`f = ifourier(-2*exp(-abs(w)))`

`f =`

`-4/(x^2 + 1)`

`>> ezplot(f)`

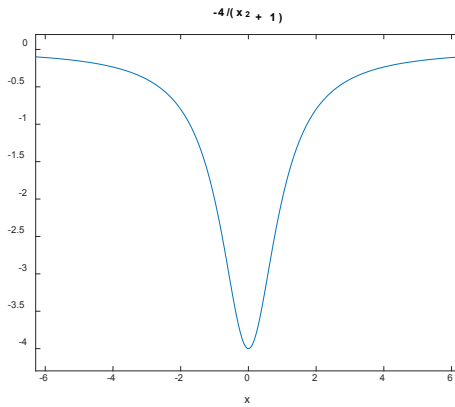


Figura 16.14. Gráfica de la TF de $F(x)$.

3. Halle la TIF de la función $F(x)=t^2 \operatorname{sen}(2t)$.

syms x w

$F = t^2 * \sin(2*t);$

$f = \text{ifourier}(F)$

$f =$

$$2 * \pi * ((\operatorname{dirac}(2, x - 2) * 1i) / 2 - (\operatorname{dirac}(2, x + 2) * 1i) / 2)$$

4. Halle la TIF de la función $\operatorname{dirac}(a)\cos(x)$.

syms x a

$f = \text{ifourier}(\operatorname{dirac}(a) * \cos(x))$

$f =$

$$\pi * \operatorname{dirac}(a) * (\operatorname{dirac}(t - 1) + \operatorname{dirac}(t + 1))$$

Práctica 3

1. Calcule la TF y la TIF, según se indique, de las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{1}{t}$$

$$f(x) = x^2$$

$$f(x) = 2te^{-tx^2}$$

$$f(x) = \frac{x+1}{t-2}$$

$$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$$

$$f(x) = \frac{3x^2 - x + 5}{x+1}$$

$$f(x) = x \cos(x)$$

$$f(\omega) = \frac{1}{1+i\omega}$$

$$f(\omega) = t \frac{\text{sen}\left(\frac{\omega t}{2}\right)}{\frac{\omega t}{2}}$$

$$f(x) = 2x \text{sen}(3x)$$

2. Grafique la función original y la transformada en el intervalo $[1, 10]$ de $f(x) = x \log(x)$.

3. Calcule las transformadas de Fourier que implican las funciones de Dirac y Heaviside de $f = e^{-t^2}$ y de $f = 3t - \text{sen}(t_0)$, respectivamente.

4. Grafique la función original y la transformada en el intervalo $[-3, 3]$ de $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$.

5. Grafique la función original y la transformada en el intervalo $[-4, 4]$ de $f(x) = |\cos(3t)|$.

6. Calcule las transformadas de Fourier que implican las funciones de Dirac y Heaviside de $f = t^3 + 1$ y de $f = 2t_0$ respectivamente.

7. Dada $f = 3 \cos(2t)$, usando los parámetros de Fourier $c = -1$, $s = 1/2\pi$, muestre la respuesta de forma algebraica.

8. Grafique la función original y la transformada en el intervalo $[-5, 5]$ de $f(x) = \log|\text{sen}(5t+1)|$

9. Halle la TF:



$$f_1(x) = \frac{x}{\text{sen}(x)} \text{ y } f_2(x) = \sqrt{\frac{1}{x}}$$

$$A = [e^{-y}, t - 1; \cos(3x), -2t; t^2, -z]$$

$$f_1(x) = x^2 + 2x, f_2(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ y } f_3(x) = e^{-x}$$

$$A = [\text{sen}(y), t^3; e^{-x}, 2z]$$

10. Halle la TIF de las funciones:

$$h(\omega) = \frac{-i}{\omega}$$

$$g(\omega) = \frac{a-i\omega}{a^2+\omega^2}$$

$$g(\omega) = \frac{2}{(i\omega-3)^3} - \frac{5}{(i\omega+3)^3}$$

$$g(\omega) = \frac{1}{6\omega^2-13i\omega-6}$$

$$g(\omega) = \frac{2a}{a^2+\omega^2}$$

11. Calcule la TZ de la función seno con respecto al índice de transformación k en el punto de evaluación x , que implica la función Heaviside $n-3$.

$$f = 3^n n^T$$

$$y = e^{-10n}$$

$$X(z) = \frac{z}{z-a}$$

$$y = \cos(3nt) e^{-0.2nT}$$

$$f = \frac{z}{(z-0.4)(z-0.7)}$$

$$X(z) = \frac{1}{1-az^{-1}}$$

$$y = \text{sen}(nt) e^{-nT}$$

$$X(z) = 2 + 3z^{-2} - z^{-5}$$

$$X(z) = \frac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$$

$$A = [\text{sen}(x), 2x - 1; y, 3z]$$

$$X(z) = \frac{az^{-1} \text{sen} \omega}{1-2az^{-1} \cos \omega + a^2 z^{-2}}$$

12. Calcule la ITZ:

$$F = \frac{x}{(x-1)^2}$$

$$X(z) = \frac{-4z+20z^2}{-z^2+4z^3}$$

$$F = \frac{1}{x^2}$$

$$X(z) = a^n$$

$$F = \frac{4x^2}{(x-\frac{1}{4})(x-\frac{1}{2})}$$

$$X(z) = \frac{6z}{23-10z+z^2}$$

$$F = ae^{\frac{a}{z}}$$

$$X(z) = \frac{z}{3z^2 - 6z + 31}$$

$$F_1 = z + 1; F_2 = \frac{5z^2 - 3z + 1}{z^3 + 3z - 1} \text{ con los índices } z \text{ y } n.$$

$$\text{Matriz } A = [2e^{-x} \quad 1; \text{sen}(y) \quad iz]$$

$$| X(z) = \frac{5z + z^2}{z^2 - 2z + 1}$$

$$\text{Funciones } f_1 = 2x; f_2 = \text{sen}(x)$$

$$X(z) = \log\left(\frac{1}{1 - az^{-1}}\right).$$

$$X(z) = \frac{z^3 - 5z^2 + z - 2}{(z-1)(z-2)}$$



Transformada rápida de Fourier (FFT)

Para calcular la transformada rápida de Fourier se emplea la instrucción *fft* (fast Fourier transform). Esta función devuelve la transformada discreta de Fourier (DFT) del vector x , calculada con un algoritmo de transformada rápida de Fourier (FFT).

Las funciones $y = \text{fft}(x)$ y $y = \text{ifft}(X)$ implementan la transformación y el par de transformadas inversas dadas para vectores de longitud N por:

$$X(k) = \sum_{j=1}^N x(j) \omega_N^{(j-1)(k-1)} ; x(j) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X(k) \omega_N^{- (j-1)(k-1)}$$

Donde $\omega_N = e^{-\frac{2\pi i}{N}}$.

La sintaxis general es:

- $Y = \text{fft}(x)$. Devuelve la transformada de Fourier discreta (DFT) del vector x , calculada con un algoritmo de transformada rápida de Fourier (FFT).

Si la entrada X es una matriz, $Y = \text{fft}(X)$ devuelve la transformada de Fourier de cada columna de la matriz.

Si la entrada X es una matriz multidimensional, *fft* opera sobre la primera dimensión *no—singleton*.

- $Y = \text{fft}(X, n)$. Devuelve el n punto DFT. La instrucción *fft* (X) es equivalente a *fft*(X, n), donde n es el tamaño de X en la primera dimensión.

Si la longitud de X es menor que n , X se llena con ceros finales hasta la longitud n . Si la longitud de X es mayor que n , la secuencia X está truncada.

Cuando X es una matriz, la longitud de las columnas se ajusta de la misma manera.

- $Y = \text{fft}(X,[],dim)$. Aplica la operación FFT a través de la dimensión dim .
- $Y = \text{fft}(X,n,dim)$. Aplica la operación FFT a través de la dimensión dim .

Ejemplos

1. Cree una serie de tramas dentro de un bucle con la transformada rápida de Fourier y capture cada una en la misma ventana. Analice la estructura del código para temas posteriores.

```
for k = 1:16
```

```
    plot(fft(eye(k+16)))
```

```
    axis([-1 1 -1 1])
```

```
    M(k) = getframe;
```

```
end
```

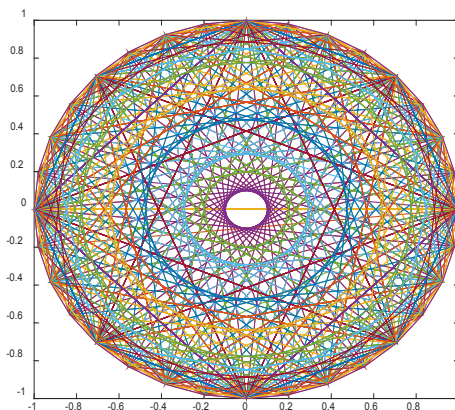


Figura 16.15. Mosaico obtenido mediante el uso de la transformada rápida de Fourier.

2. Halle la FFT de la función $f(x) = \text{sen}(\pi x) + 2\text{sen}(2\pi x) + 3\text{sen}(3\pi x)$. Grafique $f(x)$ en el intervalo $[0,5]$ con particiones de $0,1$.

```
syms x
x=0:0.01:5;
f = sin(pi*x/2)+2*sin(2*pi*x/2)+3*sin(3*pi*x/2);
s=fft(f)
plot(x,f,'k')
xlabel('x'),ylabel('y')
title('sin(pi*x/2)+2*sin(2*pi*x/2)+3*sin(3*pi*x/2)')
%para calcular los valores de FFT
x=0:5;
s =
-2.00 -4.00 4.00 2.00 4.00 -4.00
```

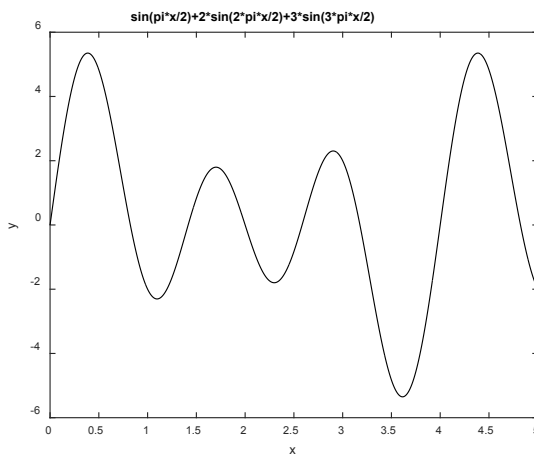


Figura 16.16. Gráfica de la TF de $f(x)$.

3. Halle la FFT de las funciones $f(x)=\cos(\theta)$ y $g(x)=\sin(\theta)$. Grafique $f(x)$ y $g(x)$ en el intervalo $[0,127]$ dividido entre 128.

```
th = (0:127)/128*2*pi;
% Ángulo en radianes, de ahí el producto 2pi
x = cos(th);
y = sin(th);
s = abs(fft(ones(10,1),128));
stem3(x,y,s')
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
title('Corona de Reina'), view(55,38)
```

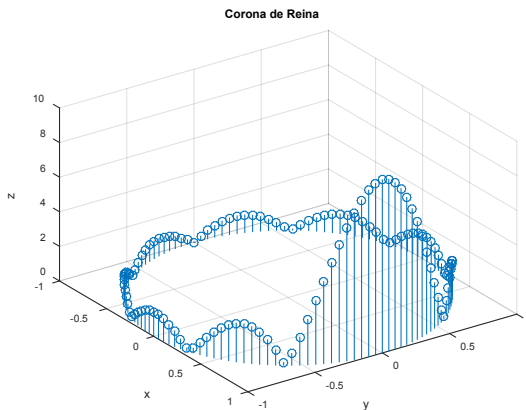


Figura 16.17. Gráfica de las funciones $f(x)$ y $g(x)$ en tres dimensiones.

4. Supongamos una señal $x(t)=2 \cos(\pi t) + 3 \cos(3\pi t) + \cos(5\pi t)$. Desarrolle un modelo matemático para describir esta señal dañada por el ruido, y calcule la FFT para examinar el contenido de la frecuencia de la señal. Considere un intervalo de tiempo de 12 segundos.

```

t=0:0.01:12;
x=2*cos(pi*t)+3*cos(3*pi*t)+cos(5*pi*t);
plot(t,x,'k')
xlabel('x'),ylabel('y')
title('2*cos(pi*t)+3*cos(3*pi*t)+cos(5*pi*t)')

```

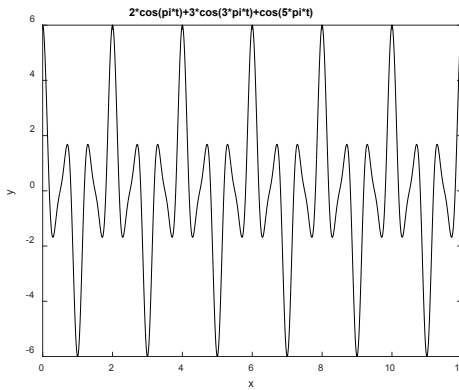


Figura 16.18. Gráfica de la señal $x(t)$.

Como se observa, se obtiene una señal ideal.

A fin de modelar el ruido, se procede a generar algunos números aleatorios y agregarlos en la señal. Esto se puede hacer con una llamada a la instrucción *randn*:

```
xr = x + randn(size(t));
```

Ahora se procede a trazar las dos funciones para ver el efecto del ruido. En la figura se observará la señal original no corrompida durante los primeros 1000 milisegundos. El comando utilizado para el trazado es:

```
xr = x + randn(size(t));
```

```
plot(1000*t(1:100),x(1:100)), xlabel('tiempo (ms)')
```



```
title('Señal Original')
```

```
plot(1000*t(1:100),xr(1:100)),xlabel('tiempo(ms)')
```

```
title('Señal con Ruido')
```

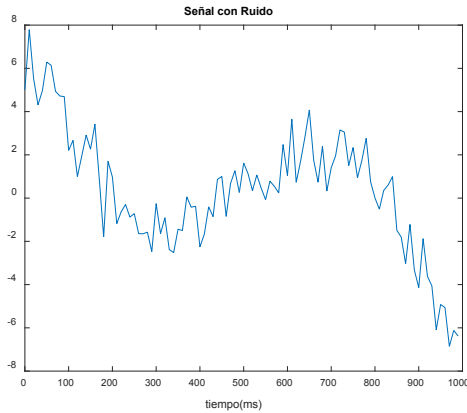


Figura 16.19. Gráfica de la señal $x(t)$ con ruido.

Es posible recoger información útil sobre la señal original calculando la transformada de Fourier. Se procede a calcular la transformada de Fourier rápida de n puntos de una función f digitando $fft(f,n)$, tomando 512 puntos.

```
FT = fft(xr,512);
```

La potencia en la señal se puede encontrar tomando el producto de la transformada de Fourier con su conjugado complejo y dividiendo por el número total de puntos:

```
P = FT.*conj(FT)/512;
```

5. Encuentre los componentes de frecuencia ruidosa de una señal en el dominio de tiempo. Considere los datos muestreados a 2000 Hz. Forme una señal que contenga una senoide de 60 Hz de amplitud 0,7 y 120 Hz con amplitud 1,2 y corrómpala con algún ruido aleatorio de media cero:

```

Fs = 2000;           % Frecuencia de muestreo
T = 1/Fs;           % Tiempo de muestra
L = 2000;           % Longitud de la señal
t = (0:L-1)*T;      % Vector tiempo
A1=0.7; A2=1.2;
omega1=60;
omega2=120;

% Suma de una senoide de 60 Hz y una senoide de 120 Hz
x = A1*sin(2*pi*omega1*t) + A2*sin(2*pi*omega2*t);
y = x + 2*randn(size(t)); % Sinusoides más ruido

plot(Fs*t(1:60),y(1:60),'k'), title('Señal con ruido aleatorio de me-
dia cero')

xlabel('Tiempo (ms)'), ylabel ('Amplitud'), grid on

```

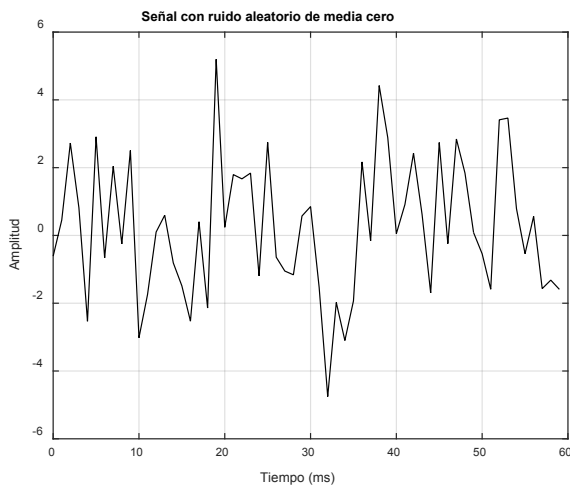


Figura 16.20. Señal con ruido aleatorio de media cero.

Es difícil identificar los componentes de frecuencia al observar la señal original. Por consiguiente, se convierte al dominio de la frecuencia la transformada discreta de Fourier de la señal ruidosa, por medio de la FFT:

```
NFFT = 2^nextpow2(L); % Se eleva a la potencia de 2 la longitud
de y

Y = fft(y,NFFT)/L;

f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);

plot(f,2*abs(Y(1:NFFT/2+1)), 'k') , title('Espectro de amplitud de
y(t)')

xlabel('Frequency (Hz)'), ylabel('|Y(f)|'), grid on
```

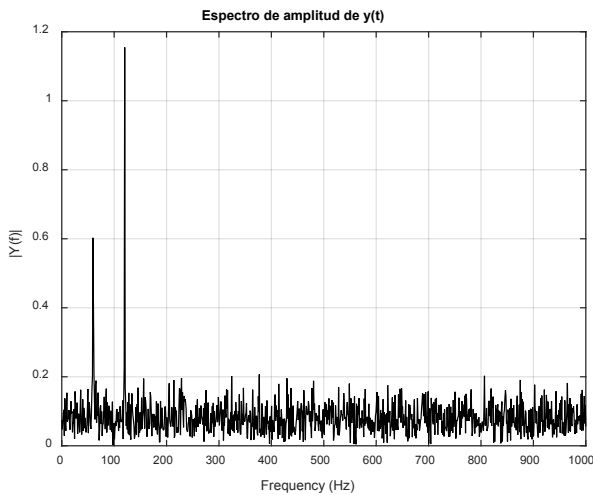


Figura 16.21. Representación gráfica del espectro de amplitud de una función.

Como se observa en la Figura 16.21, la razón principal por la que las amplitudes no están exactamente en 0,7 y 1,2 es el ruido. Varias ejecuciones de este código (incluyendo reprocesamiento de

y) producirán diferentes aproximaciones a 0,7 y 1,2. La otra razón es que se tiene una señal de longitud finita. También, aumentar L de 2000 a 10 000 producirá aproximaciones mucho mejores en promedio.

6. Dada la función $y(t)=5 \cos(2\pi\omega_1 t) + 3\cos(2\pi\omega_2 t)$, calcule la FFT y las gráficas de la función original y del espectrograma en el intervalo $[3,7]$, con particiones de 0,01. Tome $\omega_1=15$ y $\omega_2=30$, con un muestreo de 1024.

```
t=3:.01:7;
```

```
omega1=15; omega2=30;
```

```
y=5*cos(2*pi*omega1*t)+3*cos(2*pi*omega2*t);
```

```
tmin=t(1); tmax=t(end);
```

```
dt=t(2)-t(1);
```

```
N=length(t);
```

```
M=1024;
```

```
Y=fft(y,M);
```

```
r=abs(Y(2:M/2))*2/N;
```

```
o=angle(Y(2:M/2))*2/N;
```

```
f=(1:(M-2)/(M-4):M/2)/dt/M;
```

```
figure (1)
```

```
plot(t,y), title('Función original'), xlabel('Tiempo')
```

```
figure (2)
```

```
plot(f,r), title('Espectrograma'), xlabel('Frecuencia Hz')
```

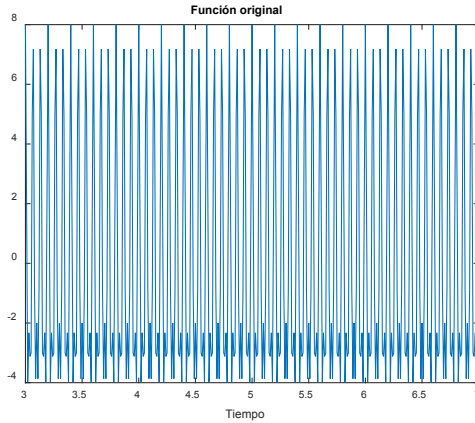


Figura 16.22. Función original.

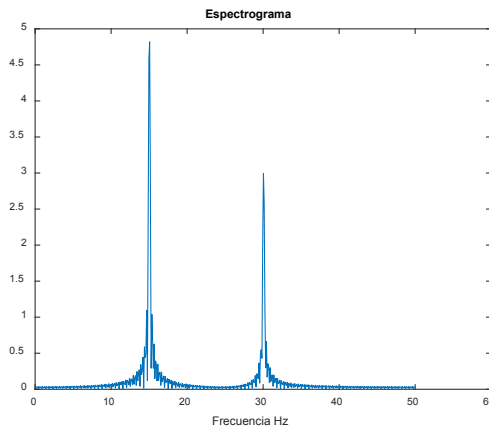


Figura 16.23. Espectrograma.

7. Calcule las armónicas de una señal en un intervalo $[0,10]$, con particiones de 0,1, según las siguientes funciones:

- primera armónica: $y = \frac{4}{\pi} \text{sen}(t)$;
- segunda armónica: $y = \frac{4}{3\pi} \text{sen}(3t)$;
- tercera armónica: $y = \frac{4}{5\pi} \text{sen}(5t)$;

%Primer armónico en negro

```

t=0:1:10; y=4*sin(t)/pi;
plot(t,y,'k'), hold on
%el segundo armónico en verde
y=(4/pi)*sin(3*t)/3; hold on
plot(t,y,'g')
%el tercer armónico en azul
y=(4/pi)*sin(5*t)/5; hold on, plot(t,y,'b')
%la resultante en rojo, al sumar las armónicas, de la señal cuadra-
da.
% Se sigue sumando hasta 10 armónicos y se va a observar que la
resultante se aparece más a una señal cuadrada
y=(4/pi)*(sin(t)+sin(3*t)/3+sin(5*t)/5);
plot(t,y,'r'), xlabel('x'),ylabel('y')

```

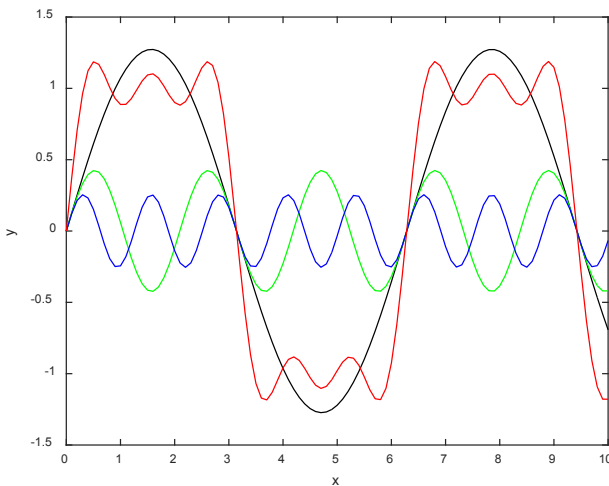


Figura 16.24. Armónicos de una señal cuadrada.

8. Calcule la serie de Fourier para una señal triangular en el intervalo $[0,16]$, con particiones de 0,1, según las siguientes funciones armónicas:

- primera armónica: $y = \frac{1}{3} - \frac{1}{\pi} \text{sen}(t)$;
- segunda armónica: $y = \frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi} \text{sen}(2t)$;
- tercera armónica: $y = \frac{1}{3} - \frac{1}{3\pi} \text{sen}(3t)$;
- cuarta armónica: $y = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} \text{sen}(4t)$.

$t=0:0.1:16; y=1/3-\text{sin}(t)/\pi;$

$\text{plot}(t,y,'g'), \text{hold on}, y=1/3-\text{sin}(2*t)/(2*\pi);$

$\text{plot}(t,y,'b'), \text{hold on}, y=1/3-\text{sin}(3*t)/(3*\pi);$

$\text{plot}(t,y,'r'), \text{hold on}, y=1/3-\text{sin}(4*t)/(4*\pi);$

$\text{plot}(t,y,'g'), \text{hold on}$

$y=1/3-\text{sin}(t)/\pi-\text{sin}(2*t)/(2*\pi)-\text{sin}(3*t)/(3*\pi)-\text{sin}(4*t)/(4*\pi);$

$\text{plot}(t,y,'k'), \text{title}(\text{'Señal triangular'})$

$\text{xlabel}(\text{'x'}), \text{ylabel}(\text{'y'})$

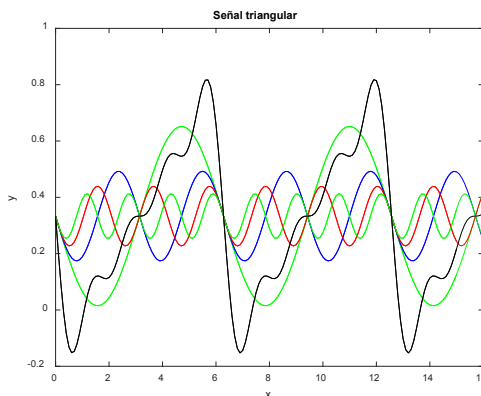


Figura 16.25. Armónicos de una señal triangular.

Práctica 4

1. Halle la FFT de la función $f(x) = \cos(\pi x) + 2\cos(2\pi x) + 3\cos(3\pi x)$. Grafique $f(x)$ en el intervalo $[0,6]$ con particiones de 0,01.

2. Dada la serie $f(x) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \operatorname{sen}(nx/3)$, halle la FFT de $f(x)$ cuando $n = 1,2,3,4$. Grafique $f(x)$ en el intervalo $[0,8]$ con particiones de 0,01.

3. Halle la FFT de la función $f(x,t) = e^{-nt} \cos(nx)$. Grafique $f(x,t)$ en el intervalo temporal de $[-2,4]$ con particiones de 0,01, y $n = 1,3,5$, $x = 2,5,7$.

4. Dada la serie $f(x) = \frac{\pi}{4} + (2+n) \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{2\pi n}{5}\right)$, halle la FFT de $f(x)$ cuando $n = 1,3,5,7$. Grafique $f(x)$ en el intervalo $[0,7]$ con particiones de 0,01.

5. Calcule las armónicas de una señal en un intervalo $[0,12]$, con particiones de 0,1, según las siguientes funciones:

- primera armónica: $y = \frac{7}{\pi} \cos(t)$;
- segunda armónica: $y = \frac{7}{3\pi} \cos(3t)$;
- tercera armónica: $y = \frac{7}{5\pi} \cos(5t)$;
- cuarta armónica: $y = \frac{7}{7\pi} \cos(7t)$.

6. Calcule la serie de Fourier para una señal en el intervalo $[0,18]$, con particiones de 0,1, según las siguientes funciones armónicas:

- primera armónica: $y = \frac{1}{2} - \frac{2}{\pi} \operatorname{sen}(t)$;
- segunda armónica: $y = \frac{1}{2} - \frac{2}{3\pi} \operatorname{sen}(3t)$;

- tercera armónica: $y = \frac{1}{2} - \frac{2}{5\pi} \operatorname{sen}(5t)$;
- cuarta armónica: $y = \frac{1}{2} - \frac{2}{7\pi} \operatorname{sen}(7t)$;
- quinta armónica: $y = \frac{1}{2} - \frac{2}{9\pi} \operatorname{sen}(9t)$.

17.

Gráficas de funciones en 3D



Gráficas en 3D

Matlab ofrece tres tipos de opción para graficar funciones en tres dimensiones:

- *Gráficas de líneas.* Se crean usando el comando `plot3`.
- *Gráficas de contorno.* Son gráficas en dos dimensiones, con líneas que unen puntos con igual valor en z .
- *Gráficas de malla.* Cada punto se une a sus vecinos formando una especie de tapete.

A fin de dibujar curvas en el espacio tridimensional, Matlab dispone de diversos comandos o instrucciones que incluyen herramientas que permiten trazar mallas de objetos, gráficos en 3D, curvas y superficies, de manera que se puede generar de forma automática los contornos, mostrar datos volumétricos, interpolar los colores de sombra que se muestran por pantalla, etc. Estas son algunas de las funciones más utilizadas:

- `ezplot3`
- `ezmesh`
- `ezcontour`
- `ezsurf`



Tabla 17.1 Lista de instrucciones para gráficos tridimensionales

Instrucción	Descripción
bar3	Crea un gráfico de barras.
comet3	Crea un gráfico animado.
contour	Crea un gráfico de contorno bidimensional.
contour3	Crea un gráfico de contorno.
cyinder	Dibuja un cilindro.
ellipsoid	Dibuja un elipsoide.
mesh	Crea un gráfico de malla.
meshc	Crea un gráfico de malla con contorno.
meshgrid	Crea una rejilla para representar un gráfico.
meshz	Crea un gráfico de mallas con cortinas.
pie3	Crea un gráfico de tarta.
plot3	Crea un gráfico en tres dimensiones.
scatter3	Crea un gráfico de dispersión.
sphere	Dibuja una esfera.
stem3	Crea un gráfico de tallo tridimensional.
surf	Crea un gráfico de superficie.
surfc	Crea un gráfico de superficie con contorno.
surfl	Crea un gráfico de superficie con iluminación.
waterfall	Crea un gráfico de malla con efecto cascata.

Fuente: elaboración propia.

En cuanto a una imagen en Matlab, esta se entiende como una matriz $m \times n$ que contiene colores que se mostrarán. Los colores tienen que ser definidos en un mapa de color, el cual es otra matriz.



Una matriz de mapa de color puede tener cualquier número de filas, pero debe tener exactamente tres columnas. Cada fila se interpreta como un color: con el primer elemento que especifica la intensidad de la luz roja, con el segundo verde y con el tercero azul (por eso se denomina imagen o matriz RGB, por las iniciales de los colores en inglés. La intensidad del color se puede especificar en el intervalo de 0,0 a 1,0.

Se pueden definir algunos colores y mostrarlos de la siguiente manera:

```
colors1 = [  
0 0 0 % Negro  
0 0 1 % Azul  
0 1 0 % Verde  
0 1 1 % Cyan  
1 0 0 % Rojo  
1 0 1 % Purpura  
1 1 0 % Amarillo  
1 1 1]; % Blanco  
  
% Se prepara la matriz que contiene los colores a mostrar  
  
w = [1 2 3 4 5 6 7 8];  
  
% Se emplea la función 'colormap' que define la paleta de colores  
en el workspace  
  
colormap(colors1)
```

% Se utiliza la instrucción 'image' para mostrar la matriz

image(w)

% se suprime los valores de los ejes, ya que en este caso no es relevante.

axis off

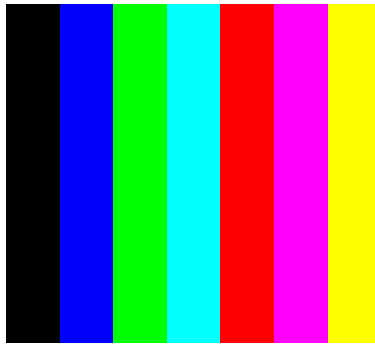


Figura 17.1. Paleta de colores base.

También se pueden definir colores aleatorios y mostrarlos (cinco veces). Para esto se pulsa cualquier tecla (o se hace clic con el *mouse*) a fin de cambiar los colores a visualizar.

w = [1 2 3 4 5 6 7 8];

for i = 1 : 5

colors2 = rand(8,3);

colormap(colors2)

image(w)

axis off

disp('Presione cualquier tecla para continuar...')

```
waitforbuttonpress
end
```

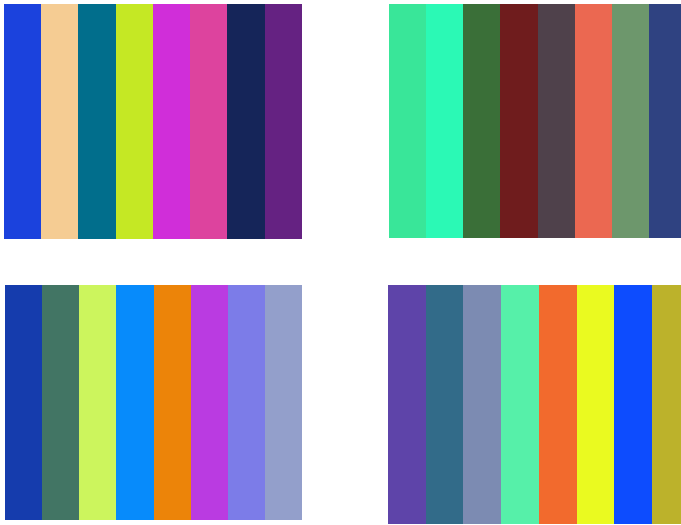


Figura 17.2. Paletas de colores predefinidas.

También, se pueden mostrar paletas de colores predefinidas. Hay algunas paletas de colores ya definidas en Matlab, tales como *hot*, *cool*, *jet*, *hsv* y *flag*, fundamentales a la hora de personalizar una gráfica o imagen.

```
colors3 = {'hot' 'cool' 'jet' 'hsv' 'flag'};

for i = 1 : 5

    % Se obtienen las paletas predefinidas (una a la vez)

    colormap (colors3{i})

    % Se crea la matriz a mostrar con 64 elementosdiferentes

    w = 1 : 64;
```

```

% Se muestra la imagen

image(w)

% Se usa los nombres de los diferentes grupos de colores como
título

title(colors3{i})

axis off

waitforbuttonpress

end

```

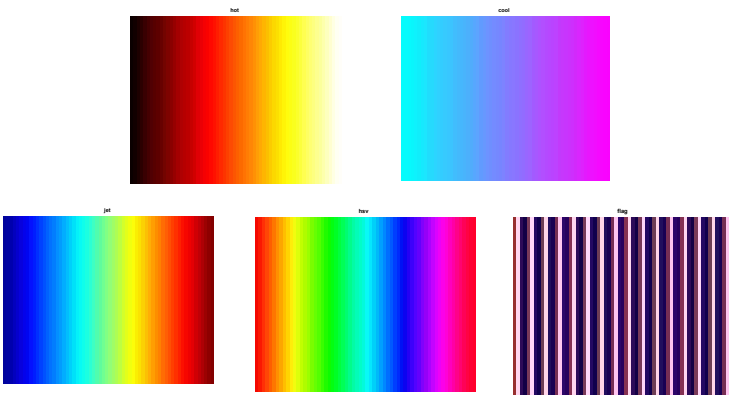


Figura 17.3. Procesar imágenes modificando la paleta de colores.

Ahora bien, es posible procesar imágenes modificando la paleta de colores o los elementos apropiados en la matriz que se va a mostrar. Por ejemplo, se cambia la imagen modificando la matriz w de la siguiente manera:

```

colormap hot

w = 1:4:64; subplot(2, 1, 1); image(w); axis off

```



```
w = fliplr(w); subplot(2, 1, 2); image(w); axis off
```



Figura 17.4. Paleta de colores para un espectro particular de longitudes de onda.

Comet3

La función *comet3* es similar a la función *comet* para dos dimensiones. Esta función genera una animación a partir de los puntos a graficar. Un gráfico, empleando la función *comet*, genera una curva dinámica que traza la curva de la función en la pantalla. *Comet* es un segmento que sigue a la cabeza. La cola es una línea sólida que rastrea toda la función. La sintaxis general es:

- *comet3* (*z*). Muestra un gráfico tridimensional de un vector *z* cualesquiera.
- *comet3* (*x*, *y*, *z*). Muestra un gráfico de la curva de las funciones a través de los puntos [*x*(*i*), *y*(*i*), *z*(*i*)].
- *comet3* (*x*, *y*, *z*, *p*). Especifica una traza un cuerpo de una función de longitud *p*length*, donde *p* debe estar comprendido entre 0 y 1.

- `comet3 (axes_handle,...)`. Se trazan los ejes con la instrucción `axes_handle`, en lugar de en los ejes actuales (`gca`).

Ejemplos

1. Dadas las funciones $x=(t^2 - t)\text{sen}(2t)$ y $y=t\text{cos}(2t)^2$, evaluadas en el intervalo $[-7\pi, 7\pi]$, con particiones $\pi/40$, grafique en 3D:

$$t = -7*\text{pi}:\text{pi}/40:7*\text{pi}; x = (t.^2 - t).*\text{sin}(2*t);$$

$$y = t.*(\text{cos}(2*t)).^2; \text{comet3}(x,y,t);$$

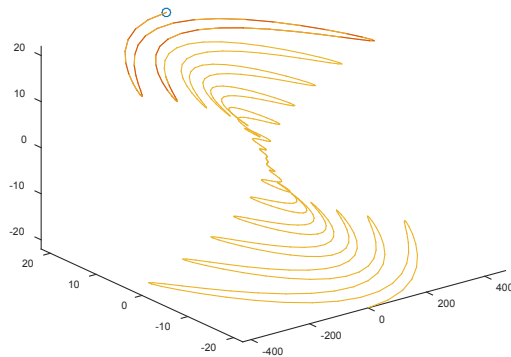


Figura 17.5. Gráfica de las funciones $x=(t^2 - t)\text{sen}(2t)$ y $y=t\text{cos}(2t)^2$

2. Sean las funciones $x=(t^2 - 1)e^{-\text{cos}(2t)}$ y $y=|t\text{cos}(2t)|$ evaluadas en el intervalo $[-8\pi, 20\pi]$ con particiones $\pi/30$, grafique en 3D.

$$t = -8*\text{pi}:\text{pi}/30:20*\text{pi};$$

$$x = (t.^2 - 1).*\text{exp}(-\text{cos}(2*t));$$

$$y = \text{abs}(t.*\text{cos}(2*t)); \text{comet3}(x,y,t);$$

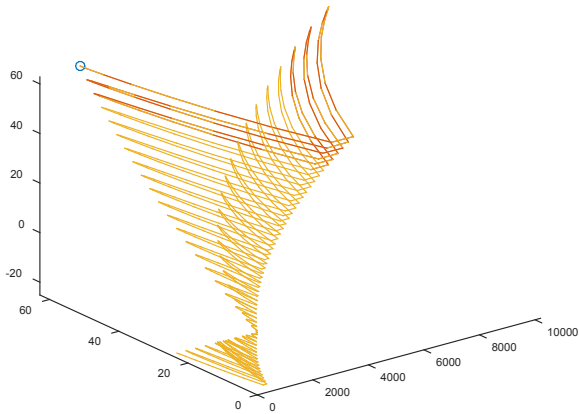


Figura 17.6. Gráfica de las funciones $x=(t^2 - 1)e^{-\cos(2t)}$ y $y=|t\cos(2t)|$

3. Grafique las funciones $x=\text{sen}(t)$, $y=\text{cos}(t)$, $z=t$, en el intervalo $[0,10\pi]$, con particiones de $\pi/50$.

```
t = 0:pi/50:10*pi;
```

```
comet3(sin(t),cos(t),t);
```

```
hold on, figure(gcf), grid on;
```

```
xlabel('X'), ylabel('Y'), zlabel('Z');title('Resorte')
```

```
comet3(sin(t),cos(t),t); hold off
```

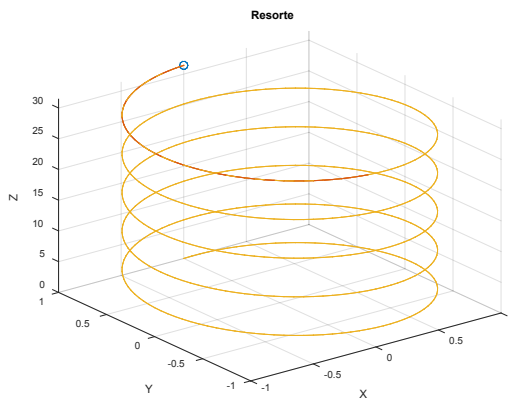


Figura 17.7. Gráfica de las funciones $x=\text{sen}(t)$, $y=\text{cos}(t)$, $z=t$

4. Sean las funciones $x=(2t^2 - 2t + 1)$, $y=2\cos(2t)$ y $z=\log|\operatorname{sen}(t)|$ con $p = 0,5$.

$$x = (t.^2 - 2*t + 1).^{\wedge}(1/3);$$

$$y = 2*\cos(2*t);$$

$$z = \log(\operatorname{abs}(\sin(t))); \operatorname{comet3}(x,y,z,0.5);$$

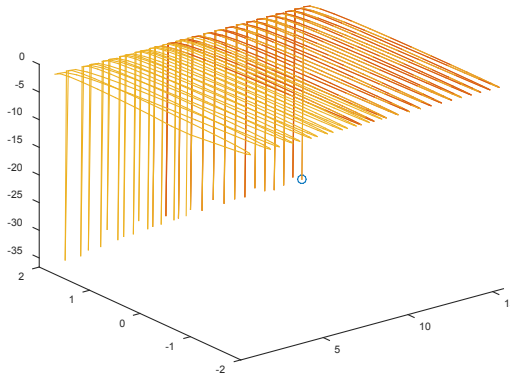


Figura 17.8. Gráfica de las funciones $x=(2t^2 - 2t + 1)$, $y=2\cos(2t)$ y $z=\log|\operatorname{sen}(t)|$

Práctica 1

Grafique empleando la instrucción *comet*.

1. $z = [-4,6,-2,8,9,10,4,8,2,-7,9]$.
2. Funciones $x=\sec(2t)^2 \operatorname{sen}(t)$ y $y=\operatorname{sen}(2t) \cos(t)$, evaluadas en el intervalo $[-10\pi,10\pi]$, con particiones $\pi/250$.
3. Funciones $x=\cos(2t)^2 \operatorname{sen}(t)$ y $y=\cos(2t)^2 \operatorname{sen}(2t)^2 x$ evaluadas en el intervalo $[-12\pi,12\pi]$ con particiones $\pi/200$.
4. Funciones $x=t\cosh(t)$, $y=2\tanh(t)$ y $z=3 \sinh(6t)$ con $p = 0,6$.

Ezplot3

Sean x, y, z coordenadas en el espacio en el que se definen las funciones $x(t), y(t), z(t)$, sobre las cuales se traza la curva de las ecuaciones paramétricas $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ para t en el intervalo $[0, 2\pi]$, en el primer caso, y para t en el intervalo $[a, b]$ en el segundo caso.

`ezplot3(x,y,z)`

`ezplot3(x,y,z,[a,b])`

Ejemplo

El uso de la instrucción `ezplot3` es equivalente al `ezplot` visto en capítulos anteriores para dos dimensiones, tal como se aprecia en los siguientes ejemplos:

`ezplot3('2*cos(t)','3*t*sin(t^2)','sqrt(t)')`

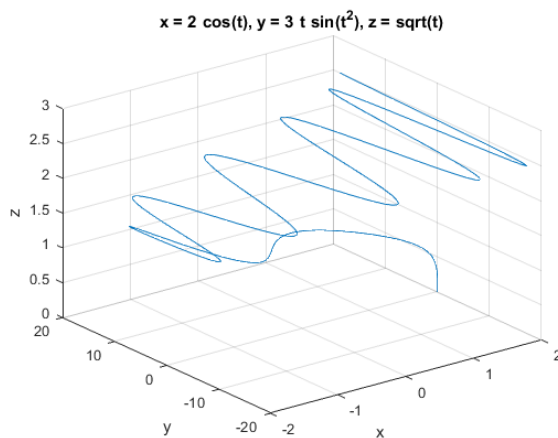


Figura 17.9. Gráfica de las funciones $2\cos(t)$, $3t\sin(t^2)$ y \sqrt{t} .

`ezplot3('2*cos(t)','3*t*sin(t^2)','sqrt(t)',[-2*pi,2*pi])`

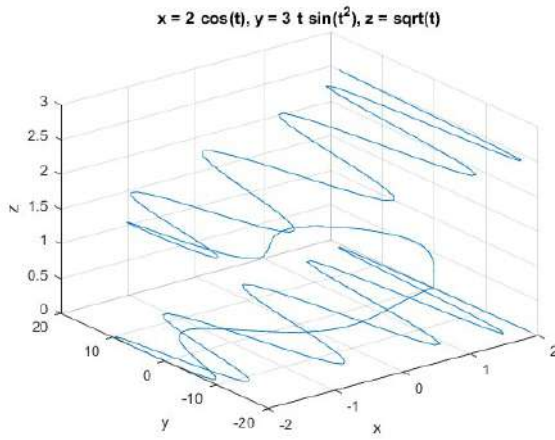


Figura 17.10. Gráfica de las funciones $2\cos(t)$, $3t\sin(t^2)$ y \sqrt{t} en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$

Práctica 2

Dadas las ecuaciones paramétricas, grafique en 3D según las condiciones dadas:

$$1. x(t)=t^3, y(t)=\text{sen}(2t), z(t)=t+10$$

$$2. x(t)=t^2, y(t)=\text{sen}(t), z(t)=t+2, -3\pi \leq t \leq 3\pi$$

$$3. x(t)=3\cos(t^2), y(t)=\text{sen}(t+10), z(t)=t^3-2t$$

$$4. x(t)=t\cos(3\pi t), y(t)=t\text{sen}(3\pi t), z(t)=t$$

$$5. x(t)=4\text{sen}(t^2), y(t)=\cos(t-\pi), z(t)=2t^3+3t-10 \quad -4\pi \leq t \leq 2\pi$$

$$6. x(t)=\frac{1}{t^2+1}, y(t)=e^{-t}-1, z(t)=\cos(5t+2)$$

$$7. x(t)=\sqrt{t+1}, y(t)=t^3-10, z(t)=\text{sen}(t+2)^{-2}$$

$$8. x(t)=-\cos(3t), y(t)=t-\text{sen}(2t), z(t)=t$$

Ezmesh

Para graficar superficies se emplean las funciones de tipo *ezmesh*, las cuales presentan diversas variantes según necesidades de representación:

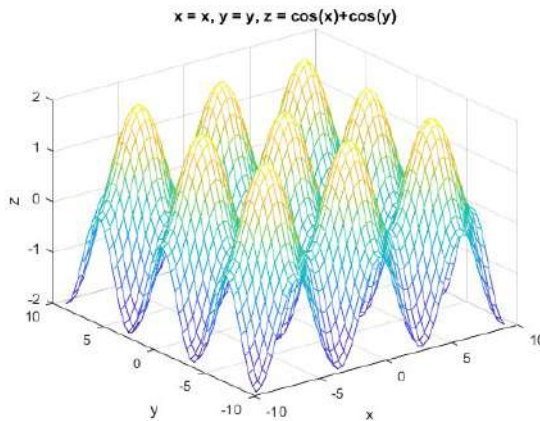
$ezmesh(f)$; $ezmesh(f,[a,b])$; $ezmesh(f,[a,b,c,d])$

Donde f es una función de dos variables que traza la superficie $z = f(x,y)$ para (x,y) , la cual varía en el cuadrado $[\pi,\pi] \times [-\pi,\pi]$ en el primer caso, en el cuadrado $[a,b] \times [a,b]$ en el segundo, y en el rectángulo $[a,b] \times [c,d]$ en el tercero.

El método de dibujo es una malla con segmentos coloreados, en función de los valores en los extremos.

Ejemplos

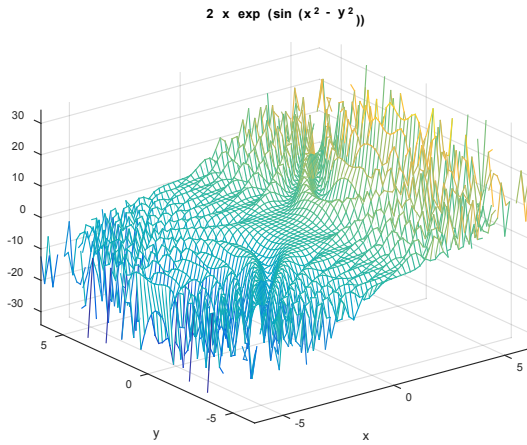
1. $ezmesh('x','y','cos(x)+cos(y)',[-3*pi,3*pi,-3*pi,3*pi])$



Representación ejercicio 1

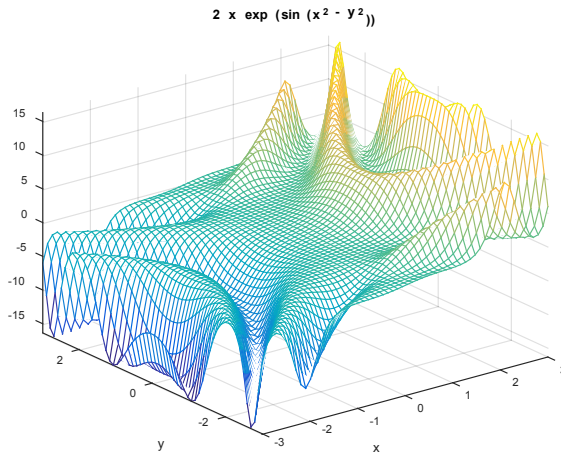
2. Grafique la función $f(x,y) = 2xe^{\sin x^2 - y^2}$, sin intervalo, luego defina parámetros con intervalos simples y dobles.

```
ezmesh('2*x*exp(sin(x^2 - y^2))')
```



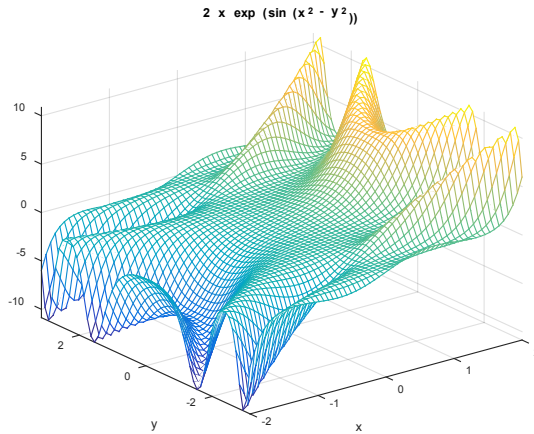
Representación ejercicio 2

```
3. ezmesh('2*x*exp(sin(x^2 - y^2))',[-3,3])
```



Representación ejercicio 3

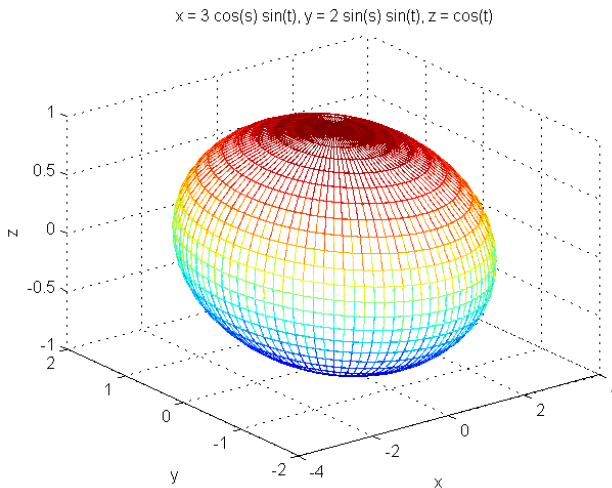
4. `ezmesh('2*x*exp(sin(x^2 - y^2))',[-2,2,-pi,pi])`



Representación ejercicio 4

5. `syms s t`

`ezmesh(3*cos(s)*sin(t),2*sin(s)*sin(t),cos(t))`



Representación ejercicio 5

Práctica 3

1. En los ejemplos dados de esta sección, cambie los valores de los intervalos de las funciones y analice las gráficas.
2. Grafique las funciones paramétricas $x=2\text{sen}(s)\cos(2t)$, $y=3\cos(s)\cos(t)$, $z=\text{sen}(t)$.
3. Grafique las funciones paramétricas $x = \frac{s}{\text{sen}(t)+1}$, $y = t\cos(s)$, $z = s\text{sen}(t)$.
4. Grafique las funciones paramétricas $x=3s\cos(t^2)$, $y=\text{sen}(t+10)$, $z=t^3 - 2s$.
5. Grafique las funciones paramétricas $x=5s\cos(t+2)^3$, $y=\text{scsc}(t-7)$, $z=t^2 - 4s$.
6. Grafique la expresión $v=3e^{2x} - 2x^2 \cos y$.
7. Una placa está sometida a un estado plano de tensión, cuya solución es:

$$\sigma_{xx} = k(x^2 - y^2); \quad \sigma_{yy} = k(-x^2 + y^2); \quad \tau_{xy} = -2kxy$$

Donde k es un parámetro positivo que modula la aplicación de las cargas.

Subplotee las gráficas de las tres funciones para el intervalo $[0,4]$ con particiones de 0,1. Tome un valor de $k = 1,5$.

8. Defina unos intervalos en los que la gráfica de la función aparezca centrada. Pruebe los tres tipos de instrucciones.

$$f(x, y) = 3x\cos(2x^2 - 3y) \quad f(x, y) = xy e^{\text{sen}(x-y)}$$

$$f(x, y) = \sqrt{x^3 + y^3} + 2$$

Ezmesh

Sea x, y, z que representan las coordenadas espaciales, que relacionan las funciones de dos variables sobre la cual se grafica la superficie de coordenadas paramétricas $x = x(s,t)$ $y = y(s,t)$ $z = z(s,t)$ para (s,t) , variando en el cuadrado $[-\pi, 2\pi] \times [-2\pi, 2\pi]$ en el primer caso, en el cuadrado $[a,b] \times [a,b]$ en el segundo y en el rectángulo $[a,b] \times [c,d]$ en el tercero.

`ezmesh(x,y,z)`

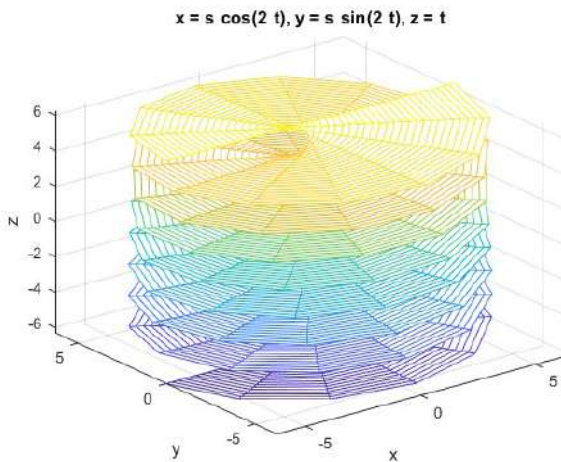
`ezmesh(x,y,z,[a,b])`

`ezmesh(x,y,z,[a,b,c,d])`

Ejemplo

`syms s t`

`ezmesh('s*cos(2*t)','s*sin(2*t)','t')`



Representación

Pruebe con las siguientes instrucciones:

```
ezmesh('s*cos(2*t)',s*sin(2*t)',t,[-10,10])
```

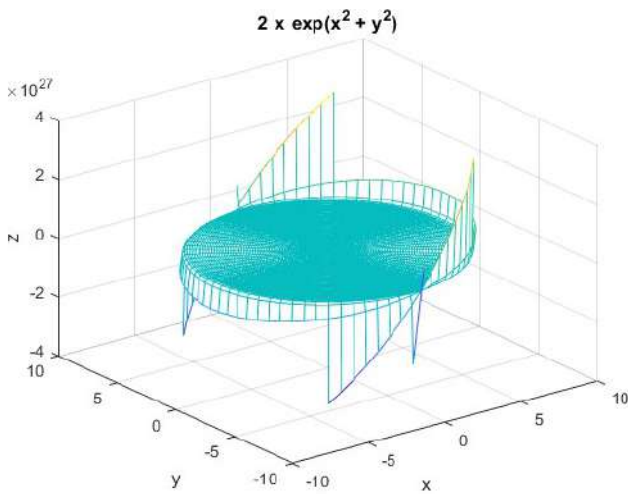
```
ezmesh('s*cos(2*t)',s*sin(2*t)',t,[-10,8,-10,8])
```

Ezmesh(..., 'circ')

Esta instrucción, en cualquiera de los usos anteriores, dibuja la función correspondiente sobre un círculo centrado en el origen.

Ejemplo

```
>> ezmesh('2*x*exp(x^2 + y^2)', 'circ')
```



Representación

Ezcontour

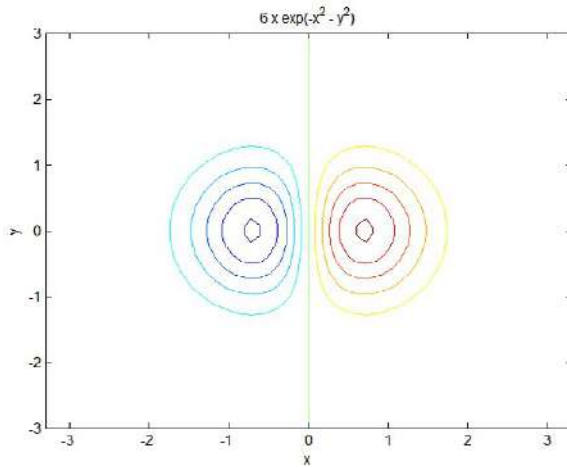
Dibuje las curvas de nivel (isovalores) de la función $z = f(x,y)$. La sintaxis general es:

- $ezcontour(f)$. Traza las curvas de nivel de una función usando la función de contorno. La función f se representa en el dominio predeterminado: $-2\pi < x < 2\pi$, $-2\pi < y < 2\pi$.
- $ezcontour(f,[a,b])$. Traza $f(x,y)$ sobre un dominio especificado $[a,b]$. El dominio puede ser un vector de dimensión 4×1 $[xmin, xmax, ymin, ymax]$ o un vector de 2×1 $[min, max]$ (donde $min < x < max$, $min < y < max$). $ezcontour(f,[a,b,c,d])$.
- $ezcontour(...n)$. Traza la función sobre el dominio usando una rejilla $n \times n$. El valor predeterminado para n es 60.
- $ezcontour(axes_handle,...)$. Traza en los ejes con la *axes_handle* en lugar de los ejes actuales (*gca*).
- $ezcontour$. Añade automáticamente etiquetas de título y eje a la función.

Ejemplos

1. Grafique la función $f(x,y) = 6xe^{-x^2-y^2}$.

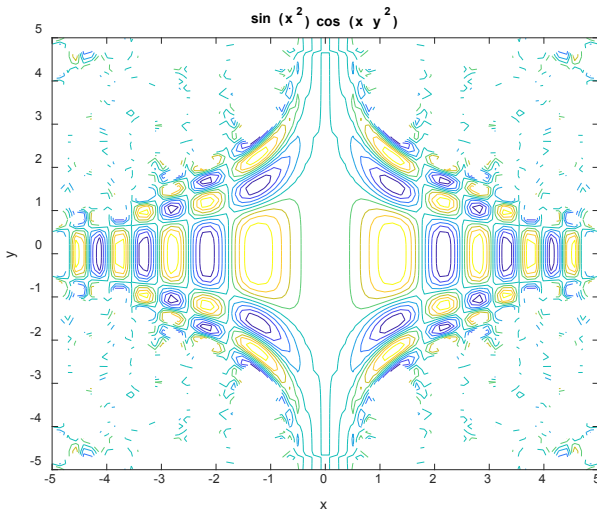
```
ezcontour('6*x*exp(-x^2 - y^2)')
```



Representación ejercicio 1

2. Grafique la función $f(x,y)=\sin(x^2) \cos(xy^2)$ en el intervalo $[-5,5]$, con un valor de $n = 70$.

`ezcontour('sin(x^2)*cos(x*y^2);[-5,5],70)`



Representación ejercicio 2

Ezcontourf

Realiza lo mismo que *ezcontour*, pero rellena con color las regiones trazadas por las curvas de nivel.

Ejemplos

Realice el gráfico de contorno para las funciones dadas.

1. Grafique la función $f(x,y)=6xe^{-x^2-y^2}$.

```
>> ezcontourf('6*x*exp(-x^2 - y^2)')
```

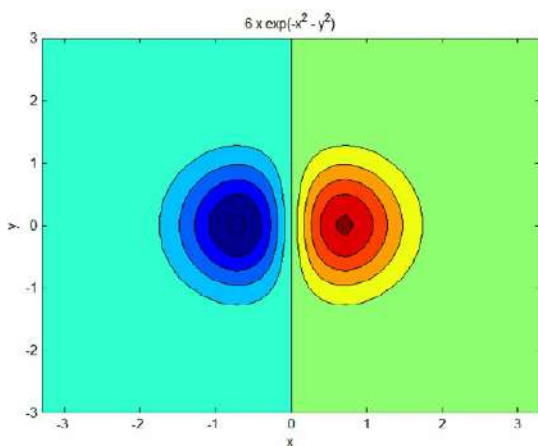


Figura 17.11. Gráfico de contorno de la función $f(x,y)=6xe^{-x^2-y^2}$

2. $f(x,y) = 5(1-x)^3 e^{x^2-(y+1)^2} - 16\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) e^{-x^2-y^2} - \frac{1}{3} e^{-(x+1)^2-y^2}$, evaluada en el intervalo $[-4,4]$, con un nivel de trazo de rejilla de valor de 49 (el valor predeterminado es de 60).

```
f=['5*(1-x)^3*exp(-x^2-(y+1)^2)','-16*(x/5-x^3-y^5)*exp(-x^2-y^2)','-1/3*exp(-(x+1)^2-y^2)'];
```

```
ezcontourf(f,[-4,4],49)
```

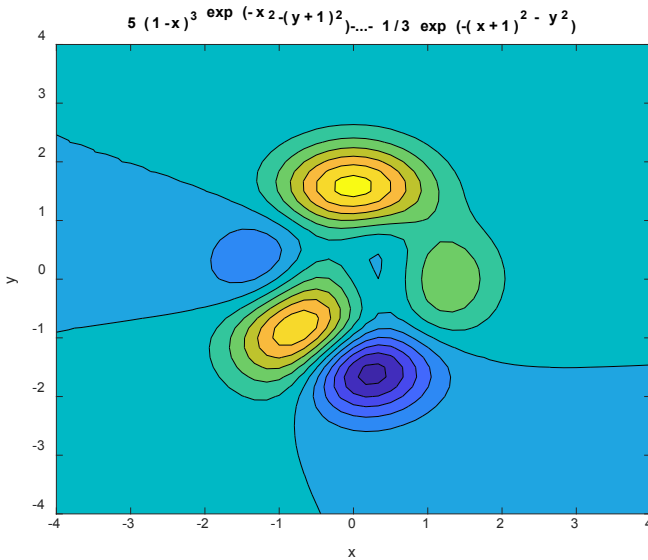


Figura 17.12. Curvas de nivel de la función.

Ezmeshc

Emplea los mismos argumentos que *ezmesh*, en la que se dibujan de forma simultánea las curvas de nivel y la malla de la superficie.

Ejemplo

Realice el gráfico de contorno para las funciones dadas.

$$1. f(u, v) = \operatorname{sen}\left(\frac{u}{2}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{v}{2}\right).$$

```
ezmeshc('sin(u/2)*sin(v/2)')
```

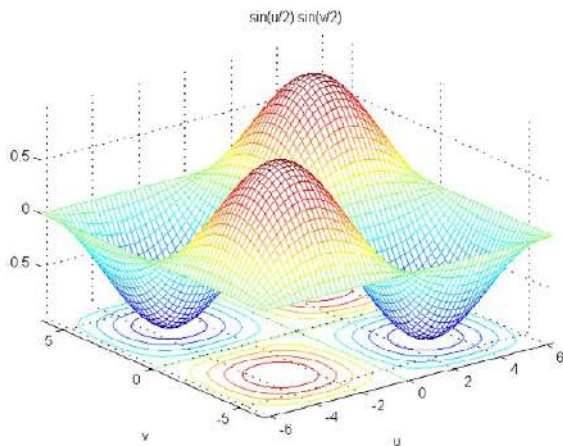


Figura 17.13. Gráfica de la función $f(u,v)$ con la proyección de las líneas de contorno en el plano xy .

2. $f(x,y) = \frac{\text{sen}(yx)}{1+x^2+y^2}$, evaluada en el intervalo $[-5,5, -2\pi, 2\pi]$; tome una vista de $(-29,30)$ para observar mejor la gráfica y sus curvas de contorno.

```
ezmeshc('sin(y*x)/(1+x^2+y^2)',[-5,5,-2*pi,2*pi])
```

```
view(-29,30)
```

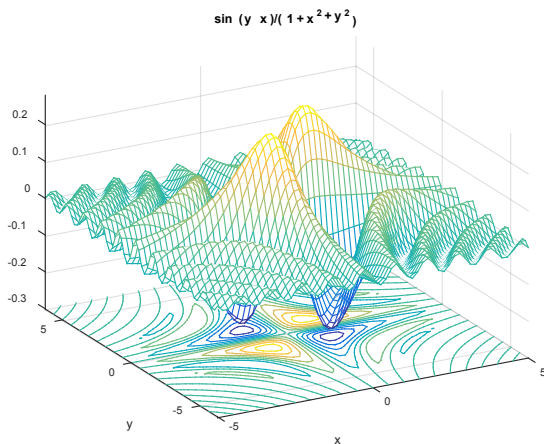


Figura 17.14. Gráfica de la función $f(x,y)$ con la proyección de las líneas de contorno en el plano xy .

Práctica 4

1. Grafique las funciones en las que aparezcan las curvas de nivel en la misma figura. Rote las imágenes y fíjelas con el ángulo ideal de observación. Tenga en cuenta que algunas funciones presentarán restricciones.

$$z = \frac{\cos\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$z = \operatorname{sen}(xy)$$

$$z = \frac{\tan\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$z = 2\cos(x^2 + y)$$

$$z = \frac{\cot\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$z = \ln(4 - 2y + x)$$

$$z = \frac{\sec\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$z = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+y}}$$

$$z = \frac{\log\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$z = \frac{\operatorname{sen}(x)+\cos(x)}{2x+y}$$

$$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$$

$$z = \frac{\log\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$z = \frac{xy-1}{2x+y}$$

$$z = \frac{\log\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$z = xy^2 e^{-x+y^2}$$

$$z = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x+y}} - \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$z = 5 - x - 3y$$

$$z = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{(x+y)^3} - x^2 - y^2$$

$$z = \frac{y}{x} e^{\operatorname{sen}(x+y)^2}$$

2. Grafique las curvas de nivel de $f(x,y)=\operatorname{sen}(xy)+\cos(x-y^2)$ en el intervalo $[-6,6]$, con un valor de $n = 80$.

3. Grafique las curvas de nivel de $f(x,y)=\log(x^2+y^2)$ en el intervalo $[-7,7]$, con un valor de $n = 90$.

4. Una placa de metal cuadrada, de longitud 1, es calentada a una temperatura de 90°C . La distribución de la temperatura en la placa se describe por medio de la ecuación:

$$T(x,y)=90e^{-(x-1)^2} e^{-3(y-1)^2}$$

a. Grafique $T(x,y)$ para el intervalo $[0, 2]$, con particiones de 0,01. Etiquete cada eje.



- b. Grafique las curvas de contorno o nivel de $T(x,y)$.
- c. Grafique las curvas de nivel y la malla de la superficie.
- d. ¿Cuál es la temperatura en la esquina correspondiente a $x = y = 0$?
- e. Subplotee los puntos anteriores excepto el d .

Ezsurf(f)

Dibuja una superficie coloreada $z = f(x,y)$. Sus argumentos son como en *ezmesh*.

Ejemplo

1. Grafique la función $f(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$ sin restricción y con restricción de 30.

`ezsurf('sqrt(1-x^2-y^2)');`

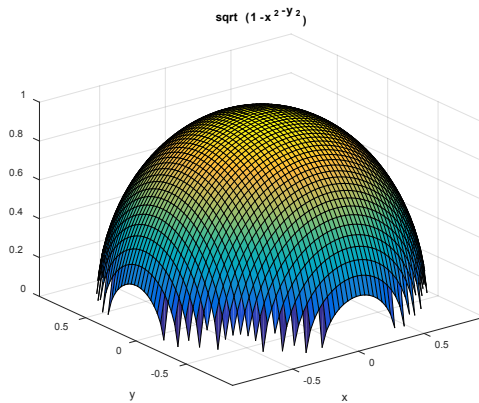


Figura 17.15. Gráfica de la función $f(x,y)$ sin restricciones.

`ezsurf('sqrt(1-x^2-y^2);30');`

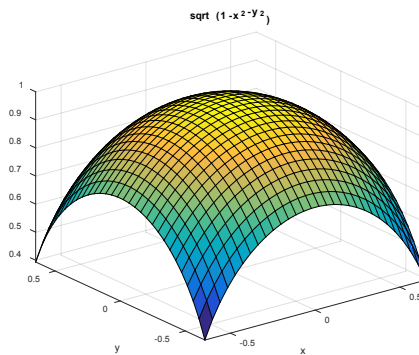
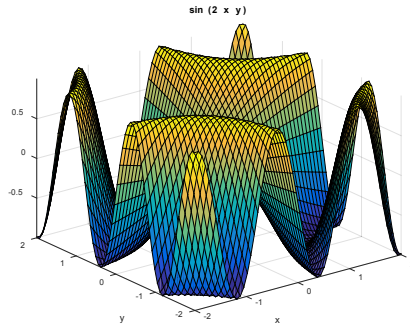


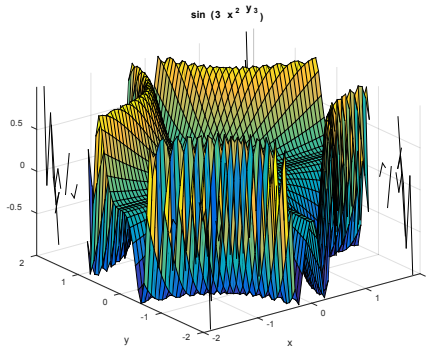
Figura 17.16. Gráfica de la función $f(x,y)$ con restricciones.

2. `ezsurf('sin(2*x*y)',['-2 2 -2 2'])`



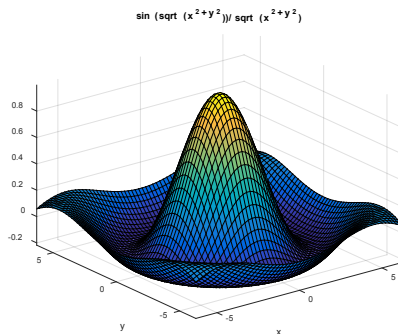
Representación ejercicio 2

3. `ezsurf('sin(3*x.^2*y.^3)',['-2 2 -2 2'])`



Representación ejercicio 3

4. `ezsurf('sin(sqrt(x^2+y^2))/sqrt(x^2+y^2)')`



Representación ejercicio 4



Uso de la función simbólica

Para representar simbólicamente una gráfica en 3D de la forma $z = f(x,y)$, donde $(x,y) \in I$, es posible emplear varias instrucciones, tales como *ezsurf*, *ezsurf*, *ezmesh* y *ezmeshc*. Por ejemplo:

1. Represente una fracción de una esfera de radio 5, definida por la función $z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}$, que se proyecta en el intervalo $I = [-2,2] \times [-3,3]$.

```
syms x y z
```

```
I=[-2,2,-3,3];
```

```
ezsurf(sqrt(25-x^2-y^2),I)
```

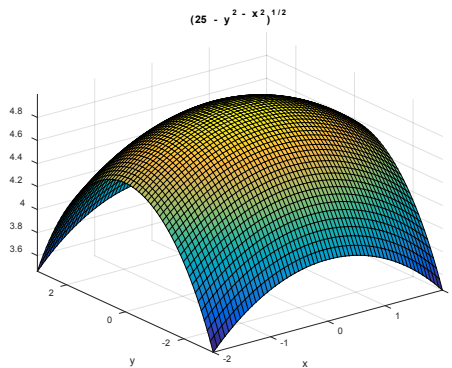


Figura 17.17. Fracción de una esfera de radio 5 de la función z .

En el caso en el que dispone de matrices de datos, se procede de la siguiente manera.

Supongamos que se pide que para cada intervalo se tomen 30 y 60 puntos, respectivamente. Entonces, se puede representar la superficie con la instrucción *surf(X,Y,Z)*.


```

x=linspace(-2,2,30);
y=linspace(-3,3,60);

[X,Y]=meshgrid(x,y); % genera una malla de puntos en el intervalo[-2,2]x[-3,3]

Z=sqrt(25-X.^2-Y.^2);

surf(X,Y,Z), view(63,24)

```

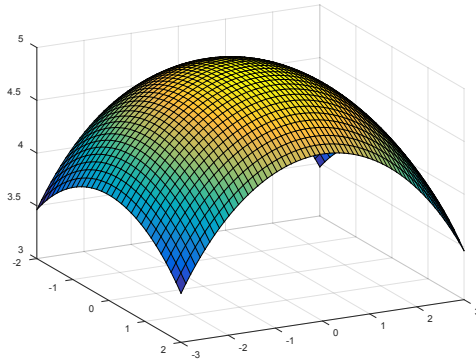


Figura 17.18. Fracción de una esfera con variaciones en el número de puntos a graficar.

2. Halle de forma gráfica la intersección de dos planos $x+2y+3z=4$ y $x-3y+5z=4$.

Para graficar los dos planos, se representa en función de la variable z . Luego:

$$z = \frac{4-x-2y}{3}; z = \frac{4-x+3y}{5}$$

```
syms x y;
```

```
ezsurf((4-x-2*y)/3), view(-55,55), hold on
```

```
ezsurf((4-x+3*y)/5), axis square; hold off
```

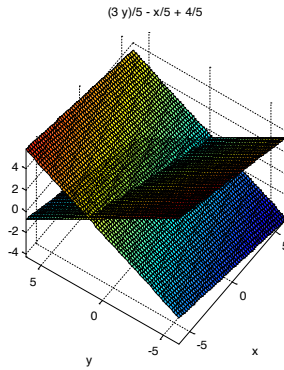


Figura 17.19. Gráfica de intersección de dos planos.

3. Considérese una porción de cilindro definido por las funciones $2\cos\theta$, $2\sin\theta$ y z . Grafique la función parametrizada usando $r(\theta, z)$, en el intervalo acotado $[0, 2\pi, 0, 5]$, con una vista de $[10\ 10\ 10]$.

```
clear all;
```

```
syms theta z;
```

```
rbar = [2*cos(theta), 2*sin(theta), z];
```

```
ezsurf(rbar(1), rbar(2), rbar(3), [0, 2*pi, 0, 5])
```

```
view([10 10 10])
```

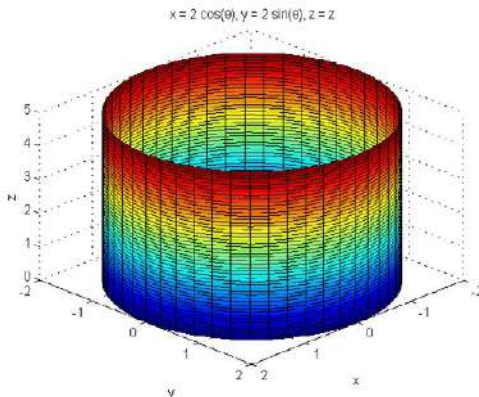


Figura 17.20. Gráfica de una función parametrizada de un cilindro.

4. Una función más elaborada, en la que se emplea la instrucción simbólica *syms* para graficar un espiral en 3D.

```
syms theta z;
```

```
r = [theta*cos(theta),theta*sin(theta),z];
```

```
ezsurf(r(1),r(2),r(3),[0,6*pi,0,2])
```

```
view([10 10 10])
```

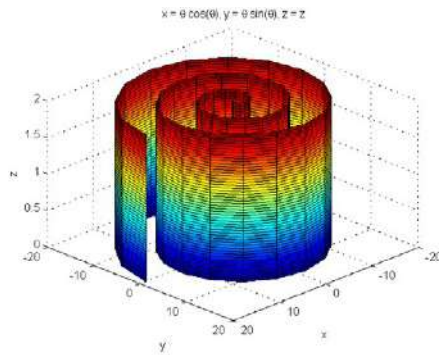


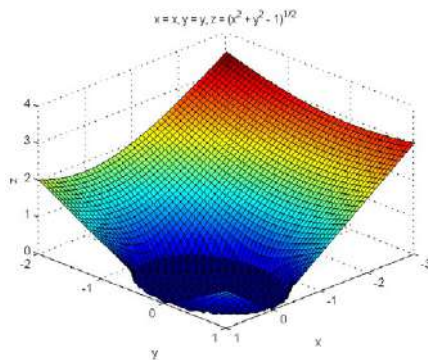
Figura 17.21. Resultado gráfico con el uso de la función simbólica *syms*.

5. *syms x y;*

```
r = [x,y,sqrt(x^2+y^2-1)];
```

```
ezsurf(r(1),r(2),r(3),[-3,1,-2,1])
```

```
view([10 10 10])
```



Representación ejercicio 5

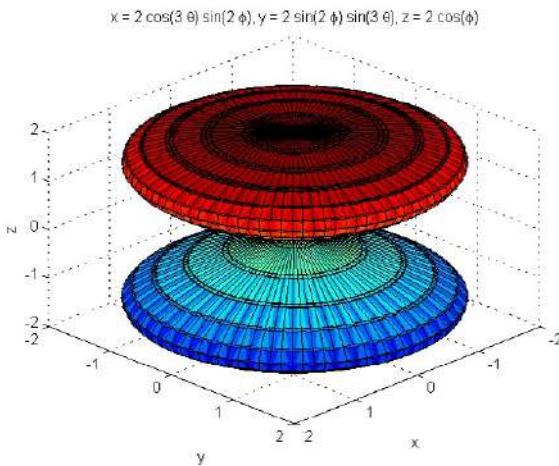
6. Sea una porción de superficie de radio 2 con un ángulo $\phi = \pi/8$, grafique según los datos r dados: $2\text{sen}(2\phi) \cos(3\theta)$; $2\text{sen}(2\phi) \text{sen}(3\theta)$; $2\cos(\phi)$.

`syms phi theta;`

`r = [2*sin(2*phi)*cos(3*theta),2*sin(2*phi)*sin(3*theta),2*cos(phi)];`

`ezsurf(r(1),r(2),r(3),[-2*pi,pi/8,0,2*pi])`

`view([12 12 12])`



Representación ejercicio 6

Práctica 5

Grafique las funciones según los parámetros dados:

1. $f(x,y)=\text{sen}(x^2+y)$ sin restricción y con restricción de 30.
2. $f(x,y)=\log(x^2+y^2)$.
3. $f(x,y)=\cos(x-y)$ en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.
2. $f(x,y) = x^2 \sqrt[3]{x^2 + y^2}$ sin restricción y con restricción de 30.
3. $f(x,y)=x\cos(e^{-x-y})$.
4. $f(x,y) = \frac{\cos\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^2}$ en el intervalo $[-5\pi, 5\pi]$.
5. $f(x,y) = \ln(e^{xy} + \cos\sqrt{x^2 + y^2})$
6. $z = \frac{\text{sen}(\pi xy)}{(1+\sqrt{x^2+y^3})^{3/2}}$
7. $x^2 + y^2 - z^2 \tan^2(\theta) = 0$, subplotee esta función para ángulos de 15, 30, 45 y 60 grados.
8. $f(x,y)=x+2x^2y-y$ en el intervalo $[-3, 3]$.
9. $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ sin restricción y con restricción de *circ.*
10. $f(x,y) = \frac{\text{sen}\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$ en el intervalo $[-6\pi, 6\pi]$.

Grafique tomando los mismos datos del intervalo del ejemplo 6, vista y puntos $r(n)$.

11. $2\cos(\theta)\sin(\pi)$, $2\text{sen}(\pi)\sin(\theta)$ y $2\cos(\pi)$.
12. $2\text{sen}(2\pi)\cos(3\theta)$, $2\text{sen}(2\pi)\text{sen}(3\theta)$ y $2\cos(2\pi)$.
13. $3\text{sen}(\pi)\cos(\theta)$, $3\text{sen}(\pi)\text{sen}(\theta)$ y $2\cos(2\pi)$.
14. $\text{sen}(\pi/3)\cos(3\theta)$, $2\text{sen}(2\pi/3)\text{sen}(3\theta)$ y $2\cos(2\pi/3)$.

15. $\tan(\pi/3+10)\cot(\theta/5-20)$, $\tan(2\pi/3+25)\sec(\theta/5-30)$ y $\cot(2\pi/3-30)$.

16. $\tan(\pi)\cot(\theta)$, $\tan(\pi)\sec(\theta)$, $\cot(\pi)$, para el intervalo $[3\pi, \pi/5, 0, 3\pi]$.

17. $\tan(\pi/3)*\cot(\theta/5)$, $\tan(2\pi/3)*\sec(\theta/5)$, $\cot(2\pi/3)$, para el intervalo $[0, \pi/10, 0, 2\pi]$.

18. $\csc(\pi)\sec(\theta)$, $\sec(\pi)\csc(\theta)$, $\sec(\pi)$, bajo el intervalo $[-2\pi, \pi/7, 0, 2\pi]$.

19. Halle de forma gráfica la intersección de dos planos $3x-5y+2z=12$ y $4x+7y+8z=15$.

20. Grafique la función $z = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^2+n}$, donde n toma valores de 3, 6, 9, 12 que se proyecta en el intervalo $I = [-3,3] \times [-3,3]$. Subplotee para cada valor de n .

21. Represente una fracción de una esfera de radio 5, definida por la función $z = x \operatorname{sen}(x^2+y^2)$, que se proyecta en el intervalo $I = [-3,3] \times [-3,3]$.

Ezsurf

Es equivalente a la función anterior, pero, además, dibuja las curvas de nivel.

Ejemplo

1. Grafique la función $z(x, y) = \frac{\text{sen}\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

`ezsurf('sin(sqrt(x^2+y^2))/sqrt(x^2+y^2)')`

Recuerde que para rotar la gráfica se usa el ícono Rotate 3D.

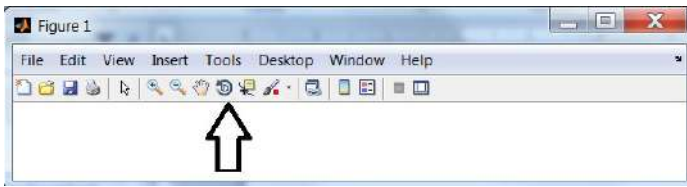
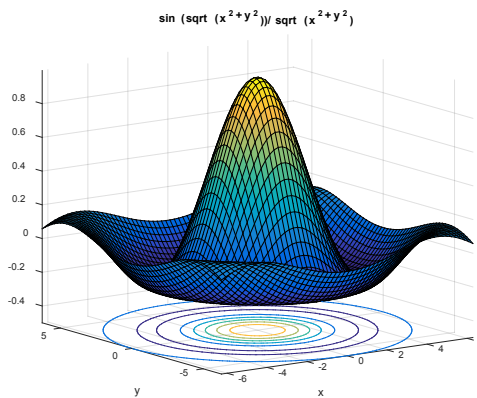


Figura 17.22. Símbolo Rotate 3D que permite girar la figura en la posición que se desee.

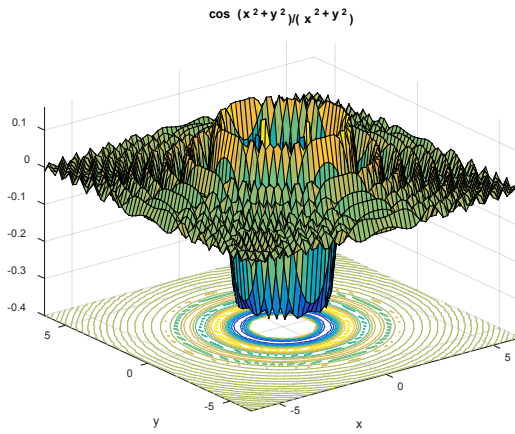


Representación ejercicio 1

2. Grafique la función $z(x, y) = \frac{\cos(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$.

`ezsurf('cos(x^2+y^2)/(x^2+y^2)')`





Representación ejercicio 2

Práctica 6

Grafique las funciones dadas.

1. Intersección de dos planos $8x-3y+4z=15$ y $3x+5y-7z=15$.

2. Intersección de dos planos $-5x+7y+9z=20$ y $11x-9y+6z=20$

En los siguientes ejercicios, defina el o los intervalos de las abscisas que garanticen una imagen centrada.

3. $z=x^2+y^2+1$, grafique con las variantes de *ezsurf*.

4. $z = \frac{x+y}{x} + \frac{1}{y}$, grafique con las variantes de *ezmesh* y *ezcontour*.

5. Función $z(x,y)=2x^2+3y-1$ grafique con *ezsurf*.

6. $z=2x^2y-3xy^2$, grafique con las variantes de *ezsurf* y *ezmesh*.

7. $z = \sqrt[3]{x^2 - y^2}$, grafique con las variantes de *ezsurf*, *ezmesh* y *ezcontour*.

8. Función $z(x, y) = \frac{x^2}{x+y^2}$, grafique con *ezsurf*. Vista $(-94,12)$.

9. $z=x\text{sen}y-2y\text{cos}x$, grafique con las variantes de *ezsurf*, *ezmesh*, *ezcontour* y *ezsurf*.

10. Función $z(x, y) = \frac{\ln(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$ grafique con *ezsurf*.

11. $z = \text{cos}x + \frac{1}{1+e^{-2y}}$, grafique con las variantes de *ezsurf*, *ezmesh*, *ezcontour*, *ezsurf* y *ezmesh*.

12. $z = \frac{2+2x}{5\text{sen}y-6}$, grafique con las variantes de *ezsurf*.

13. $z^2+x^2+y^2=10$, grafique con las variantes de *ezsurf* y *ezmesh*.

14. $z=y^2-z^2$, grafique con las variantes de *ezmesh*.



15. $z = \cos\sqrt{x^2 + y^2}$, grafique con las variantes de *ezmeshc*.

16. Función $z(x, y) = \frac{\text{sen}(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$ grafique con *ezsurf*.

17. Función $z(x, y) = \frac{x}{x + y^2}$ grafique con las variantes de *ezsurf*, *ezmesh*, *ezcontour*, *ezsurf* y *ezmeshc*.

18. Puente al cielo JM. $z(x, y) = \frac{e^{-0.4(x^2 + y^2)}}{\cos(x + y)}$, grafique con las variantes de *ezsurf*, *ezmesh*, *ezcontour*, *ezsurf* y *ezmeshc*.

A las gráficas se les puede adicionar elementos identificativos para hacerlas más claras, de forma equivalente a lo realizado con las gráficas en 2D.

1. *Grilla*. Coloca y elimina el enrejado de los ejes, respectivamente.

grid on

grid off

2. Título y etiquetas de identificación de ejes:

xlabel('texto para el eje x')

ylabel('texto para el eje y')

zlabel('texto para el eje z')

title('Título de la gráfica')

3. Parámetros para redefinir los límites de la gráfica:

axis on

axis off

axis([x1,x2,y1,y2,z1,z2])

Para establecer por defecto los límites de la gráfica se emplea:

axis auto

([-10,10,-10,10,-0.5,1])

Ejemplo:

axis([-10,10,-10,10,0,4])

A fin de determinar los mismos factores de escala para todos los ejes:

axis equal

4. Cambio de punto de observación de la gráfica.

view(r,e)

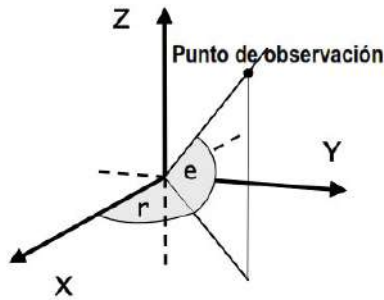
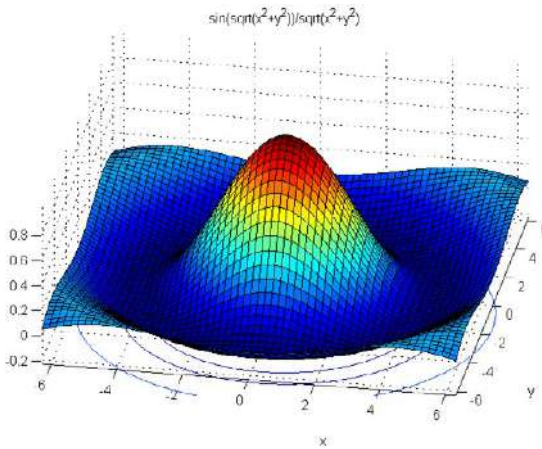


Figura 17.23. Punto de observación en el espacio tridimensional.

Los valores por defecto son $r = -37,5$, $e = 30$.

view(10,50)



Representación ejercicio 4

Implementar color en las gráficas

- *Shading*. Función color constante a trozos (se establece en cada segmento o panel).
- *shading flat*. Se interpreta como sombreado plano de cada segmento de línea de la malla de la gráfica, cuyo color es constante y está determinado por un valor en el punto final del segmento o la esquina de una cara que tiene el menor índice o índices de color.
- *shading interp*. Función color constante a trozos. Es equivalente a *flat*, pero además se superpone el dibujo de la malla con los segmentos en negro (es una opción por defecto), haciendo variar el color en cada segmento de línea mediante la interpolación del índice de mapa de color o valor de color verdadero a través de la línea o la cara.
- *shading faceted*. Se interpreta como el sombreado plano facetas con líneas de malla negra superpuestas en la gráfica. Este es un modo de sombreado predeterminado.
- *Shading (axes_handle, ...)*. Aplica el tipo de sombreado a los objetos de la imagen en los ejes especificados por *axes_handle*, en lugar de los ejes actuales.

Subplot

Este comando, al igual que las gráficas en 2D, permite dividir la ventana gráfica en una matriz $m \times n$ de subventanas. *subplot(m,n,p)*.

Ejemplos

1. Un sólido de revolución se genera cuando una función $y = f(x)$ gira alrededor de una línea en un plano, por ejemplo $y = 0$. Para esto se emplea la función de Matlab *cylinder*, la cual está relacionada con otras instrucciones como *surf* o *mesh*, a fin de mejorar la presentación del sólido en 3D.

La sintaxis básica es $[X, Y, Z] = \text{cylinder}(r)$, la cual devuelve las coordenadas x, y, z de un cilindro, usando r para definir una curva de perfil. Es importante tener en cuenta que el sólido se genera al girar la curva alrededor del eje x , y luego alineándolo con el eje z .

Supongamos que se desea trazar una sección de la función $f(x) = 2x\sqrt{\sin^2(3x) + \cos^2(x)}$, en el intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$, y luego girarla alrededor del eje x . Tome 50 puntos.

```
clear, clc, close all
```

```
x = linspace(-pi/2, pi/2, 50);
```

```
y = 2*x.*sqrt(sin(3*x).^2+cos(x.^2));
```

```
subplot(221), plot(x,y), axis equal
```

```
title('Función original (perfil)'), xlabel('x'); ylabel('y');
```

```
% La función cylinder permite rotar y alinear el eje Z para generar el sólido 3D
```

```
[X,Y,Z] = cylinder(y);
```

```
subplot(222), surf(X,Y,Z), axis square
```

```
title('3D'), xlabel('z'); ylabel('y'); zlabel('x')
```

```
% Se puede tener otra vista a lo largo del eje x
```

```

subplot(223), surf(X,Y,Z), axis square
title('Vista sobre el eje X'), xlabel('z'); ylabel('y'); zlabel('x')
view(0,90)

% Se genera otra imagen con vista lateral
subplot(224), surf(X,Y,Z), axis square
title('Vista Lateral'), xlabel('z'); ylabel('y'); zlabel('x')
view(90,0)

```

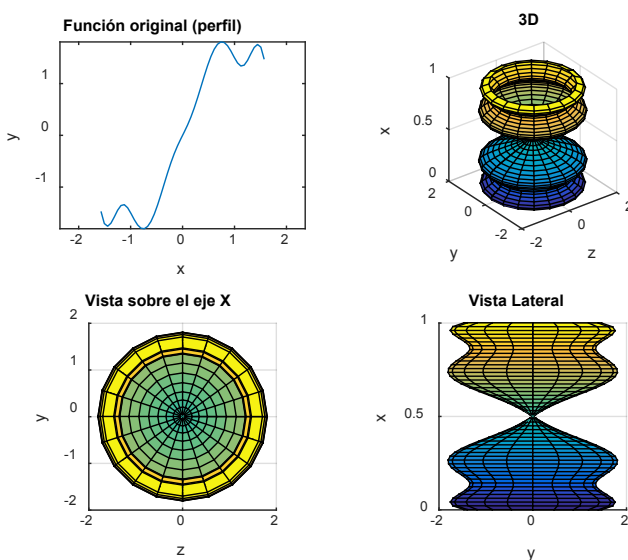


Figura 17.24. Disposición gráfica de una función proyectada como un sólido en dos y tres dimensiones.

Si se intercambian los parámetros para la función de *surf*, es posible lograr otras vistas. Se puede jugar con las coordenadas y las etiquetas. Tenga en cuenta los ejes, los valores y las etiquetas, a fin de que el sólido se observe mejor.

figure

subplot(221), surf(Z,X,Y),

axis square, xlabel('x'); ylabel('z'); zlabel('y')

% Vista desde arriba

subplot(222), surf(Z,X,Y), axis square, xlabel('x'); ylabel('z'); zlabel('y'), view(0,90)

% Vista desde abajo

subplot(223), surf(Z,X,Y), axis square, xlabel('x'); ylabel('z'); zlabel('y'), view(0,-90)

% Una visión arbitraria para el sólido de revolución

subplot(224), surf(Z,X,Y), axis square, xlabel('x'); ylabel('z'); zlabel('y')

view(35, 15)

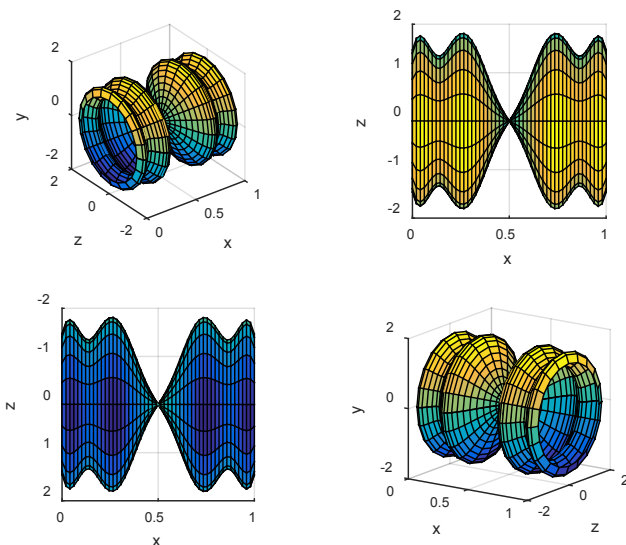


Figura 17.25. Disposición gráfica de una función proyectada como un sólido en dos y tres dimensiones con vistas.

2. Subplotee las funciones $f(x, y) = 5x\sqrt{x^2 + y^2}$, $g(u, v) = \cos\left(\frac{u}{2}\right)\cos\left(\frac{v}{2}\right)$, $h(x, y) = xe^{-x^2 - y^2}$ y $m(x, y) = 3\text{sen}(2x)$, bajo las instrucciones `ezcontour`, `ezmeshc`, `ezmesh` y `ezplot`.

```
subplot(2,2,1); ezcontour('5*x*sqrt(x^2 + y^2)');
```

```
subplot(2,2,2); ezmeshc('cos(u/2)*cos(v/2)');
```

```
subplot(2,2,3); ezmesh('x*exp(-x^2 - y^2)');
```

```
subplot(2,2,4); ezplot('3*sin(2*x)');
```

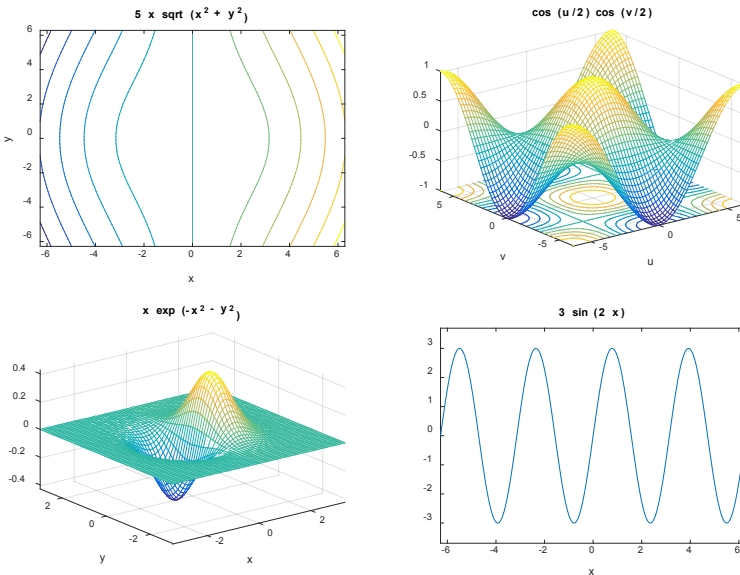


Figura 17.26. Proyección gráfica en dos y tres dimensiones de las funciones $f(x, y)$ y $g(u, v)$.

3. Sea la función $z(x, y) = x^4 + \left(\frac{y}{2}\right)^4$, grafique el contorno y la función en 3D para los intervalos $[-1, 1]$ y $[-2, 2]$, con particiones de 0,1.

```
x=-1:1:1; y=-2:1:2;
```

```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

$$z = X.^4 + (Y/2).^4;$$

```
subplot(121), contour(z)
```

```
subplot(122), mesh(z)
```

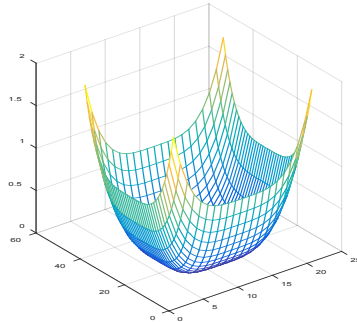
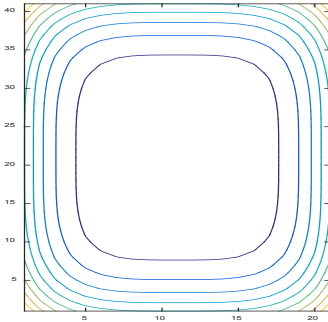


Figura 17.27. Gráfica en tres dimensiones de la función $z(x,y)$ con sus respectivas líneas de contorno.

4. Sea la función $z(x,y) = xe^{-x^2-y^2}$, grafique el contorno y la función en 3D para los intervalos $[-3,3]$ y $[-3,3]$, con particiones de 0,1.

$$x = -4:0.1:4; y = -4:0.1:4;$$

```
[X,Y] = meshgrid(x,y);
```

$$Z = X.*\exp(-X.^2-Y.^2);$$

```
subplot(1,2,1); mesh(X,Y,Z);
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
subplot(1,2,2); contour(X,Y,Z);
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

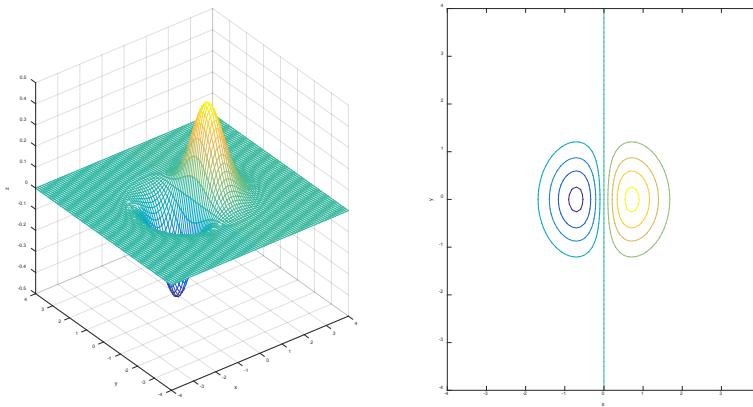


Figura 17.28. Gráfica en tres dimensiones de la función $z(x,y)$ con sus respectivas líneas de contorno.

5. Dado el intervalo $[-\pi, 2\pi]$ con particiones de $\pi/18$, subplotee las funciones $\sin(t)$ y $\cos(t)$, $z=2\sin(x)+\cos(2y)$, $z=2\sin(x)\cos(2y)$, $z=\sin(x)^2-\cos(2y)^2$. Personalice los ejes.

```
t=-pi:pi/18:2*pi;
[x,y]=meshgrid(t);
subplot(2,2,1), plot(sin(t),cos(t))
axis equal
subplot(2,2,2), z=2*sin(x)+cos(2*y);
plot(t,z),axis([0 2*pi -2 2])
subplot(2,2,3), z=2*sin(x).*cos(2*y);
plot(t,z),axis([0 2*pi -1 1])
subplot(2,2,4), z=sin(x).^2-cos(2*y).^2;
plot(t,z), axis([0 2*pi -1 1])
```

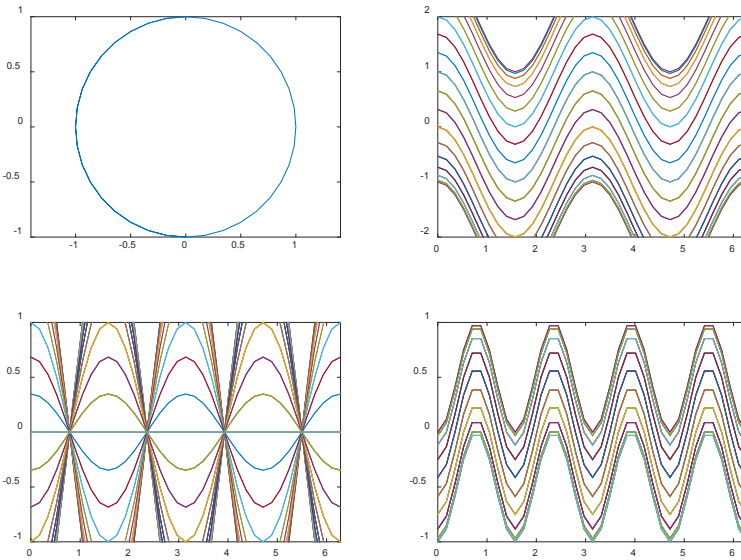


Figura 17.29. Representación gráfica de diferentes funciones.

6. Grafique la función $z = \frac{1}{1+(x+0,5y)^2}$ en los intervalos $[-5,5]$ y $[0,10]$ con 45 particiones.

```
x=linspace(-5,5,45), y=linspace(0,10,45);
```

```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
z=1./(1+(X+0.5*Y).^2);
```

```
mesh(x,y,z), xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')
```

```
% Rotar la gráfica para mejorar su perspectiva
```

```
view(20,45)
```

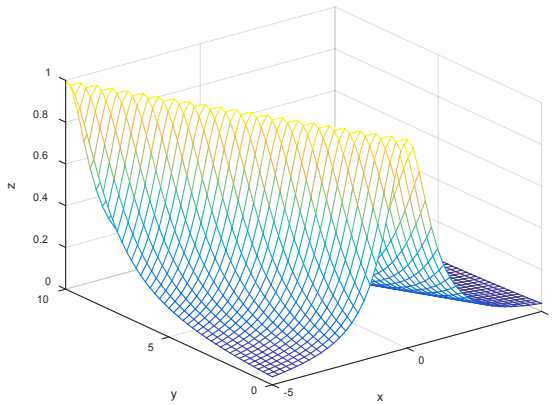


Figura 17.30. Gráfica de la función z sin rotación.

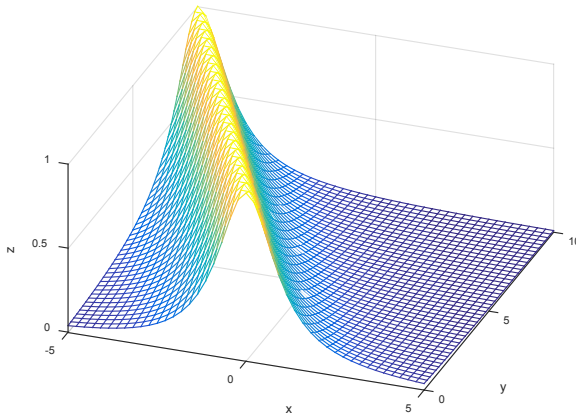


Figura 17.31. Gráfica de la función z con rotación, mediante el uso de la instrucción *view*.

Para mejorar la calidad de la imagen acerca de la superficie, se emplea la función *surf*.

```
surf(x,y,z); view(20,45)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

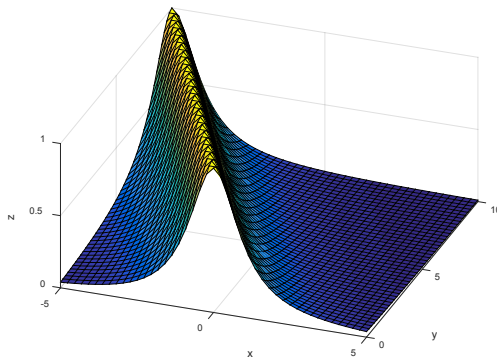


Figura 17.32. Gráfica de la función z con rotación, con mejora en su intensidad de color.

7. Dada la función $z(x,y)=\cos(2x)+\cos(2y)$, evaluada en el intervalo $[-7,7]/10$, emplee las variantes de *surf*: *surf(Z)*, *surf(x,y,Z)*, *surf(X,Y,Z)* y *surf(X,Y,Z,C)*.

```
x=[-7:7]/10;
```

```
y=x;
```

```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
Z=cos(2*X)+cos(2*Y);
```

```
subplot(2,2,1),surf(Z);xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
subplot(2,2,2),surf(x,y,Z);xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
subplot(2,2,3),surf(X,Y,Z);xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
subplot(2,2,4),C=rand(size(Z));
```

```
surf(X,Y,Z,C);
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

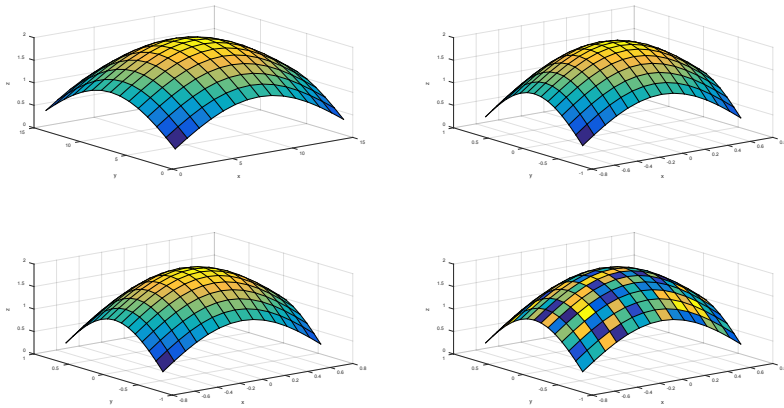


Figura 17.33. Gráfica de la función $z(x,y)$ con las variantes de la instrucción *surf*.

8. Sea la función $z(x,y)=x^2 \operatorname{sen}(-x^2-y^2)$, subplotee con la instrucción *mesh* y *surf* para los intervalos $[-3,3]$ y $[-5,5]$ con particiones de 0,1.

```
x= [-3:0.1:3];
```

```
y= [-5:0.1:5];
```

```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
Z= X.^2.*sin(-X.^2 - Y.^2);
```

```
subplot (1,2,1);
```

```
mesh(X,Y,Z), title('Gráfica mesh');
```

```
xlabel('eje x'), ylabel('eje y'), zlabel ('eje z');
```

```
subplot(1,2,2); surf(X,Y,Z), title('Gráfica de superficie');
```

```
xlabel('eje x'), ylabel('eje y'), zlabel ('eje z')
```

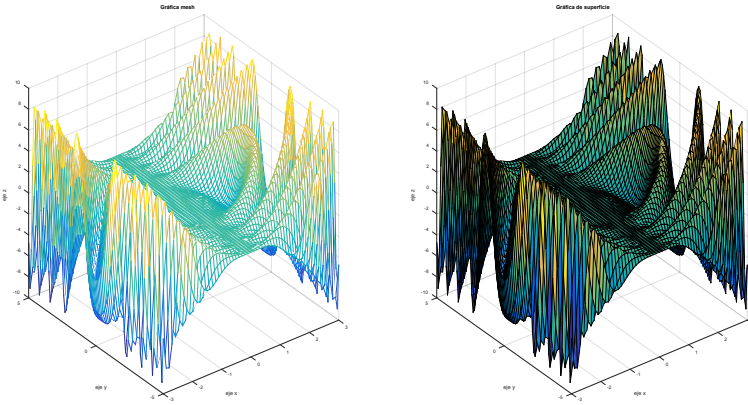


Figura 17.34. Gráfica de la función $z(x,y)$ con las instrucciones *mesh* y *surf*.

9. Represente la superficie de coordenadas paramétricas de las funciones dadas, con las condiciones $-2\pi \leq r \leq 2\pi$ $-\pi \leq t \leq \pi$:

$$x=4 \cos(2r-10)\sec(3t) \quad y=2\sin(r)\sec(2t)$$

$$r=(-2*\pi:0.1:2*\pi)';$$

$$t=(-\pi:0.1:\pi);$$

$$X=4*\cos(2*r-10)*\sec(3*t);$$

$$Y=2*\sin(r)*\sec(2*t);$$

$$\text{surf}(X,Y, \text{'facecolor'}, \text{'red'})$$

$$\text{xlabel}('X'), \text{ylabel}('Y'), \text{zlabel}('Z')$$

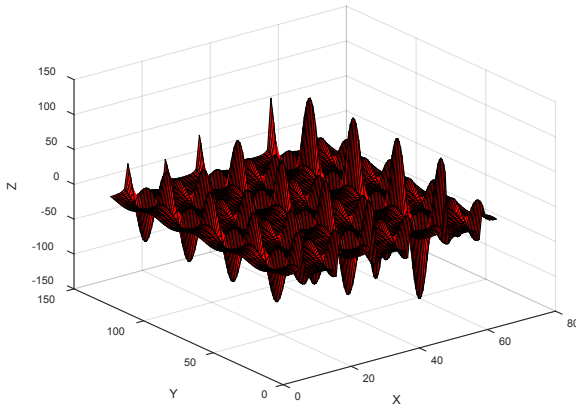


Figura 17.35. Gráfica tridimensional de dos funciones bajo coordenadas paramétricas.

10. Cree una función que se ejecute como *script* del polinomio:

$$z(x,y)=x^4+3x^2-2x-2yx^2+y^2-2y+6$$

```
function [x,y,z] = surfun
```

```
x1 = linspace(-3,3,15);
```

```
y1 = linspace(-3,13,17);
```

```
[x,y] = meshgrid(x1,y1);
```

```
z = x.^4+3*x.^2-2*x-2*y.*x.^2+y.^2-2*y+6;
```

```
end
```

```
>> [x,y,z] = surfun;
```

```
>> surf(x, y, z)
```

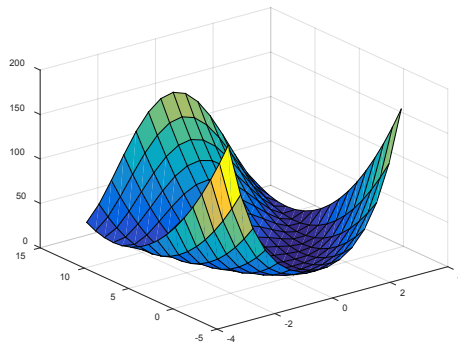


Figura 17.36. Gráfica en 3D en la que se emplea la instrucción *surf*.

```
>> [x,y,z] = surfun;
```

```
>> mesh(x, y, z)
```

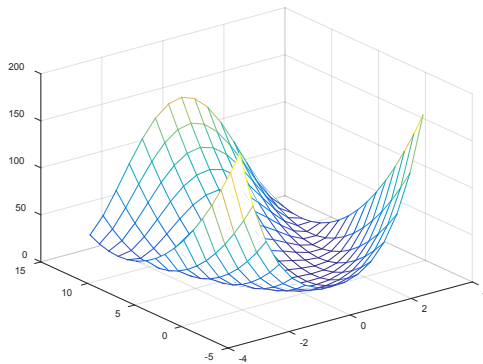


Figura 17.37. Gráfica en 3D en la que se emplea la instrucción *mesh*.

11. Grafique la convolución bidimensional (*conv2*) de una matriz, la cual permita relacionar la función de suma acumulativa (*cumsum*) con una matriz aleatoria de tamaño (100,100), con una dimensión de 2. Tome una matriz unitaria de (9,9)/81. Lo interesante de esta instrucción en particular es que se puede generar una serie de tramas evolutivas del sistema, gracias a la matriz aleatoria creada.

```
surf(conv2(ones(9,9)/81,cumsum(cumsum(randn(100,100)),2))));
```

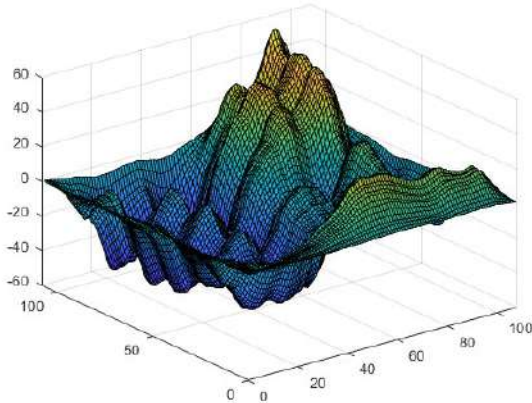


Figura 17.38. Gráfica de la convolución bidimensional de una matriz.

12. Cree una gráfica que simule un sistema montañoso, parecido al punto anterior. Se sugiere que se analice cada instrucción y se cree luego una gráfica propia. Nótese que se usa la transformada rápida de Fourier (FFT):

```
surf(double(abs(ifftn(iftftshift((hypot(meshgrid(-50:49),-  
meshgrid(-50:49)')) + 1e-5).^(-1.7). * exp(rand(  
100)*1i*2*pi))))));
```

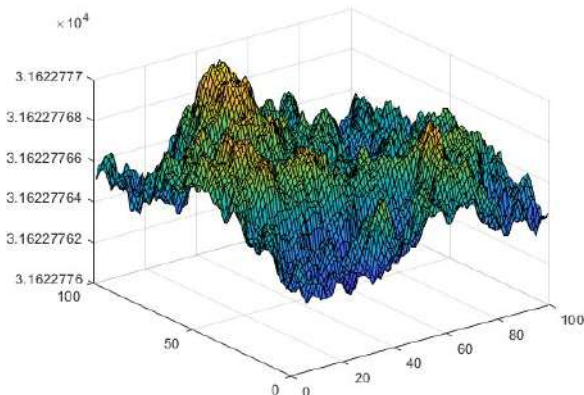


Figura 17.39. Simulación de un sistema montañoso.

Exiaste un caso especial de *surf*, para el cual se puede tomar la superficie en 3D de cualquier función y texturizarla con una imagen que se desee. Es decir, se puede personalizar la malla de la gráfica de una función 3D.

Para este ejemplo debemos cargar la imagen en la carpeta de Matlab. La función a trabajar es:

$$z(x, y) = -\frac{1}{2}(1 - \cos(x^2 + y^2))(x^2 + y^2 + 0,6)$$

Para los intervalos $[-3,3]$, con particiones de 0,2.

```
clear all; close all; clc; format compact;
```

```
% Generando los valores x,y,z
```

```
[x,y] = meshgrid(-3:.2:3, -3:.2:3);
```

```
z = -1/2.*(1-cos(x.^2+y.^2)).*(x.^2+y.^2+0.6);
```

```
s = surf(x,y,z); % Dibujando la superficie
```

```
I = imread('batman.jpg'); % Se añade una imagen a la superficie
```

```
% Se personaliza la función para que admita la imagen sobre la misma
```

```
set(s,'CData',I,'FaceColor','texturemap')
```

```
axis off
```

```
view(192,62)
```

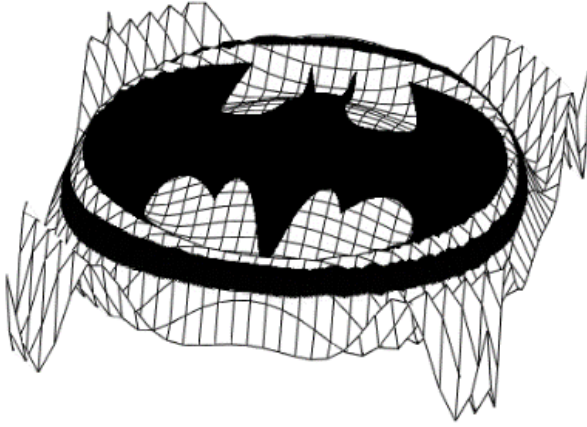


Figura 17.40. Superposición de una imagen en un plano tridimensional.

Práctica 7

Genere un sólido de revolución con las siguientes funciones subploteando la función de perfil en 3D, lateral y con vista desde el eje x . Explore otras posiciones del sólido con el propósito de mejorar su observación.

1. Función seno, en el intervalo $[0, \pi/2]$, tomando 30 puntos.
2. Función coseno, en el intervalo $[-\pi/20, \pi/2]$, tomando 20 puntos.
3. Función tangente, en el intervalo $[-2\pi, \pi]$, tomando 40 puntos.
4. Función secante, en el intervalo $[-2\pi, \pi]$, tomando 35 puntos.
5. $f(x) = \coth(\log(x+10))$, en el intervalo $[0, 60]$, tomando 35 puntos.
6. $f(x) = x[\sin(2x) + \cos(x)]$, en el intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$, tomando 50 puntos.
7. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$, en el intervalo $[-30, 30]$, tomando 32 puntos.
8. $f(x) = e^{-0.251x}$, en el intervalo $[0, 8]$, tomando 20 puntos.
9. $f(x) = |\sin^2(x)|$, en el intervalo $[-\pi, \pi]$, tomando 50 puntos.
10. $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$, en el intervalo $[-3\pi, 2\pi]$, tomando 35 puntos.
11. $f(x) = \sin(2,5x)\cos(2,3x)$, en el intervalo $[0, \pi/2]$, tomando 40 puntos.
12. $f(x) = \log(x)$, en el intervalo $[0, 80]$, tomando 45 puntos.

Dadas las funciones, subplotee bajo las instrucciones *ezcontour*, *ezmeshc*, *ezmesh* y *ezplot*, según sea el caso.

$$13. f(x, y) = 5xy - \operatorname{sen}\sqrt{x^2 + y^2}, g(u, v) = \cos(2u)\cos(3v), h(x, y) = 2e^{-x^2 - y^2} \text{ y } m(x, y) = x \tan(2\pi y)$$

$$14. f(x, y) = 6y\sqrt{x^2 + y^2}, g(u, v) = \operatorname{sen}\left(\frac{u}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{v}{2}\right), h(x, y) = ye^{-x^2 + y^2} \text{ y } m(x, y) = 2\cos(2x - y)$$

$$15. f(x, y) = 3xy - \cos\sqrt{x^2 + y^2}, g(u, v) = \operatorname{sen}(-3u)\operatorname{sen}(2v), h(x, y) = 2e^{-x^2 + y^2} \text{ y } m(x, y) = x^2 \cot(2\pi y)$$

$$16. f(x, y) = x \tan\sqrt{2x^2 + 3y^2}, g(u, v) = \cos\left(\frac{5u}{3}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{2v}{3}\right), h(x, y) = -3y^2 e^{-x^2} \text{ y } m(x, y) = y^2 \csc(x^2 y)$$

$$17. f(s, t) = 2\operatorname{sen}(3s)\cos(2t), g(s, t) = 3\cos(3s)\cos(t), h(t) = \operatorname{sen}(t + 5)$$

$$18. f(s, t) = 2\cos(3s + t)\operatorname{sen}(t - 2s), (s, t) = 2\cos(t)\operatorname{sen}(t), h(s, t) = \cos(3s + t).$$

19. Sea la función $z(x, y) = x^2 e^{-\cos(x-y)}$, subplotee con la instrucciones *mesh* y *surf* para los intervalos $[-5, 5]$ y $[-5, 5]$ con particiones de 0,1.

20. Sea la función $z(x, y) = 2x^3 + 2y^3$, grafique el contorno y la función en 3D para los intervalos $[-1, 1]$ y $[-3, 3]$, con particiones de 0,2.

21. Grafique la función $z = x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y^2 - 2x$ en los intervalos $[-6, 6]$ con particiones de 0,2.

22. Grafique la función $z = \frac{5xy}{(0,9x + 0,5y)^3}$ en los intervalos $[-4, 5]$ y $[0, 8]$ con 120 puntos.

23. Sea la función $z(x, y) = \frac{x e^{-0,4(x^2 + y^2)}}{\cos(x + y)}$, grafique el contorno y la función en 3D para los intervalos $[-4, 5, 4, 5]$ con particiones de 0,1. Cree un programa que solicite por consola los intervalos y las particiones. De igual manera, etiquete ejes y adicione grilla.

24. Sea la función $z = \frac{7\sqrt{x^2 + y}}{\operatorname{sen}(x)}$, en los intervalos $[-4, 4]$ y $[0, 9]$ con 65 puntos. Luego, cambie la función seno por coseno.



25. Grafique la función $z=x^3 y^2 - 2x - y^2$ en los intervalos $[-5,5]$ con particiones de 0,15.

26. Sea la función $z = \frac{|x+y|}{\text{sen}(x)}$ en los intervalos $[-4,4]$ y $[-3,3]$ con 90 puntos. Luego, cambie la función seno por coseno.

27. Sea $f(x,y) = \sqrt{16 - 4x^2 - y^2}$, grafique con las variantes de *ezsurf*, *ezmesh*, *ezcontour*, *ezsurf*. Defina los intervalos de las abscisas que garanticen una imagen centrada.

28. Sea $z = \frac{\sqrt{4x^2 + y^2 - 4}}{y}$, grafique con las variantes de *ezsurf*, *ezmesh*, *ezcontour*, *ezsurf* y *ezmeshc*. Defina los intervalos de las abscisas que garanticen una imagen centrada.

29. Sea la función $z(x,y)=x\cos(x+y)$, subplotee con la instrucción *mesh* y *surf* para los intervalos $[-4,4]$ y $[-5,5]$ con particiones de 0,1.

30. Función $z(x,y) = \frac{x^2+y^2}{e^{(x^2+y^2)}}$ grafique el contorno y la función en 3D para los intervalos $[-4,4]$ con particiones de 0,1.

31. Dado el siguiente código, analice las instrucciones empleadas:

```
f = @(x,y) y*(1 - x/(x^2 ++y^2));
```

```
figure;
```

```
fsurf(f, [-2 2 -2 2])
```

32. Emplee la estructura del ejercicio anterior para los problemas 23, 26, 28 y 30, sin particiones.

Función shading

Esta función, en general, está relacionada con la iluminación en una superficie, de ahí que tenga variantes, así:

- el comando *shading* permite crear un sombreado en la superficie de la gráfica;
- el comando *shading faceted* muestra una malla en color negro, por lo que la superficie adopta un color para cada región de la malla dependiendo de la altura;
- el comando *shading flat* indica un sombreado aplanado que, al igual que el facetado, asigna un color para cada región de la malla, dependiendo de su altura y elimina el mallado;
- el comando *shading interp*, sombreado interpolado, permite eliminar el mallado y difumina los cambios de color.

Grafique la función $z(x,y)=x\sin(x+2y)$ en los intervalos $[-3,3]$ y $[-3,3]$ con particiones de 0,1.

```
x=[-3:0.1:3]; y=[-3:0.1:3];
```

```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
Z= X.*sin(X+2*Y);
```

```
subplot(1,2,1);
```

```
surf(X,Y,Z), shading flat;
```

```
title('Sombreado aplanado');
```

```
xlabel('eje x'), ylabel('eje y'), zlabel('eje z');
```

```
subplot(1,2,2);
```

```
surf(X,Y,Z), shading interp,
title('Sombreado interpolado');
xlabel('eje x'), ylabel('eje y'), zlabel('eje z');
```

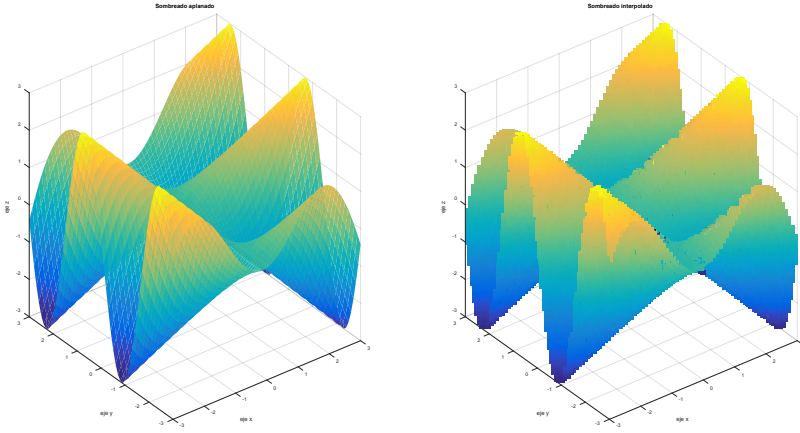


Figura 17.41. Gráfica tridimensional de la función $z(x,y)$ en la que se emplean los comandos *shading interp*.

Colormap

Esta función permite cambiar el mapa de colores que se utiliza en la representación gráfica. En general, m es una matriz con tres columnas, de modo que la i —ésima fila determina las proporciones, en la escala RGB, del i —ésimo color utilizado. Es decir, el mapa de colores se define como una matriz de tres columnas, en la cual cada una contiene un valor entre 0 y 1 que representa la intensidad de uno de los colores fundamentales: R (*red* o rojo), G (*green* o verde) y B (*blue* o azul). El cuadro de colores se presenta en la Tabla 17.2.

Tabla 17.2 Colores que admite Matlab para personalizar gráficas

Negro	<i>k</i>	[0 0 0]
Blanco	<i>w</i>	[1 1 1]
Rojo	<i>r</i>	[1 0 0]
Verde	<i>g</i>	[0 1 0]
Azul	<i>b</i>	[0 0 1]
Amarillo	<i>y</i>	[1 1 0]
Magenta	<i>m</i>	[1 0 1]

Fuente: elaboración propia.

La longitud por defecto de los mapas de colores de Matlab es de 64. Por consiguiente, el mapa puede tomar uno de los siguientes valores:

Tabla 17.3 Comandos asociados a los mapas de colores

Instrucción	Descripción
hsv	Escala por defecto (hue–saturation–value).
cool	Gama de colores entre cian y magenta.
Hot	Gama de colores entre rojo oscuro y amarillo.
Gray	Gama de colores grises.
Copper	Gama de colores cobrizos.
Pink	Gama de colores rosados.
Flag	Alternar rojo–blanco–azul–negro.
Colorcube	Contraste de colores.
autumn	Colores entre el rojo y el amarillo.
spring	Colores entre el magenta y el amarillo.
winter	Colores entre el azul y el verde.
summer	Colores entre el verde y el amarillo.

Fuente: elaboración propia



El comando `colormap(M)` instala la matriz M como el mapa de color a emplear por la figura actual. Si no hay ninguna figura activa, se sustituye al mapa de color anterior para las siguientes figuras que se vayan a graficar. El mapa de colores por defecto es `jet`.

A fin de observar más mapas, digite en la Command Window `help graph3d`.

El siguiente ejemplo combina varias instrucciones que permiten graficar funciones vectoriales, para luego extender a 3D. Se recomienda que el lector analice detenidamente el ejercicio y lo repita las veces que crea conveniente.

1. Sea la función $z(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\tan(x^2 + y^2 + 10)}$ grafique en el intervalo $[-10, 10]$ con particiones de 0,5.

```
x = -10:0.5:10;
```

```
y = x; % porque tienen el mismo intervalo
```

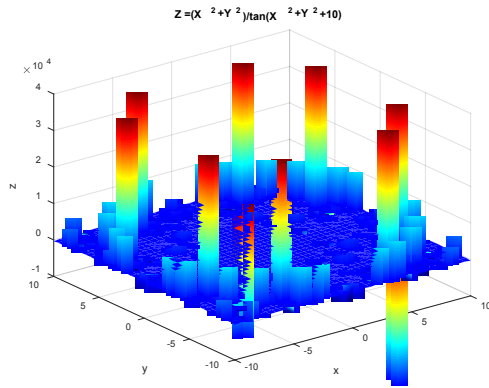
```
[X,Y] = meshgrid (x,y);
```

```
Z = (X.^2 + Y.^2)./tan(X.^2+Y.^2+10);
```

```
colormap(hot); surf (X,Y,Z), shading interp;
```

```
colormap('jet'); xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

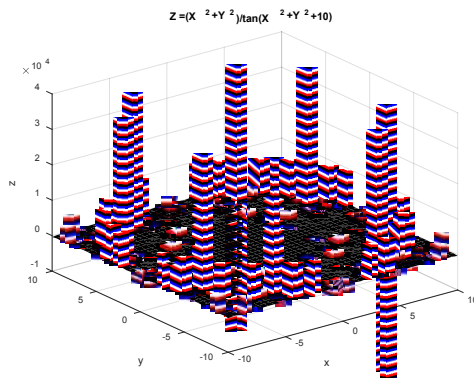
```
title 'Z=(X^2+Y^2)/tan(X^2+Y^2+10)'
```



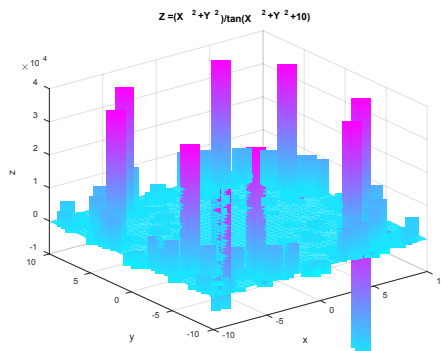
Representación ejercicio 1 I

```
colormap('flag');
```

```
colormap('cool');
```



Representación ejercicio 1 II



Representación ejercicio 1 III



2. Uso de funciones aleatorias.

```
n1 = 15; n2 = 15;
```

```
theta = rand(n1,1)*pi/2;
```

```
r = rand(1,n2); x = cos(theta)*r; y = sin(theta)*r;
```

```
x=x(:); y=y(:);
```

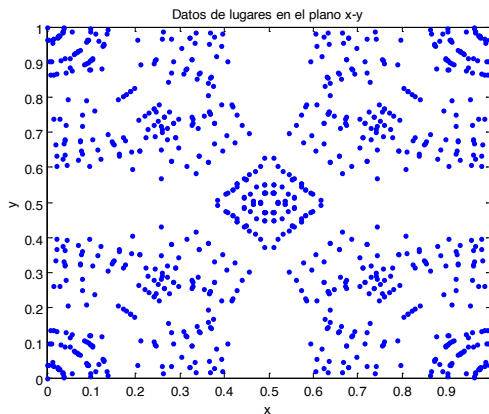
```
x = [[0 0 1 1]';x;x;1-x;1-x];
```

```
y = [[0 1 0 1]';y;1-y;y;1-y];
```

```
colormap(hot(256)), figure, plot(x,y,')
```

```
title 'Datos de lugares en el plano x—y'
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

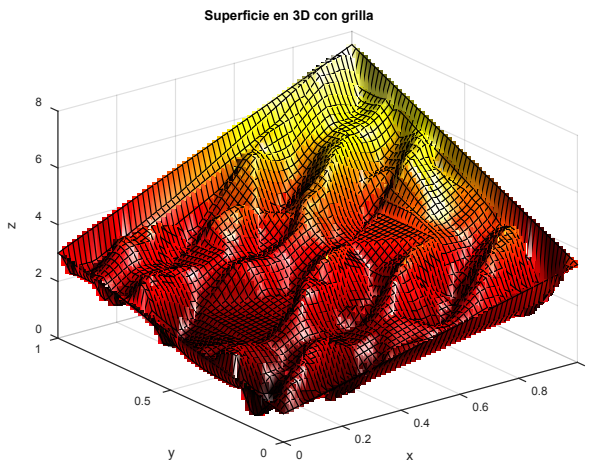


Representación ejercicio 2

3. Dada la función $z = \sin(4x+7y)\cos(8(2x-3y)) + e^{x+y}$, definida en el intervalo $[0,1]$, grafique para 60 puntos en la gama de colores entre rojo oscuro y amarillo.

```
z = sin(4*x+7*y).*cos(8*(2*x-3*y))+exp(x+y);
```

```
xi = linspace(0,1,60);
[xg,yg]=meshgrid(xi,xi);
zgd = griddata(x,y,z,xg,yg);
figure, surf(xi,xi,zgd)
colormap(hot(256)), camlight right, lighting phong
title 'Superficie en 3D con grilla'
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



Representación ejercicio 3

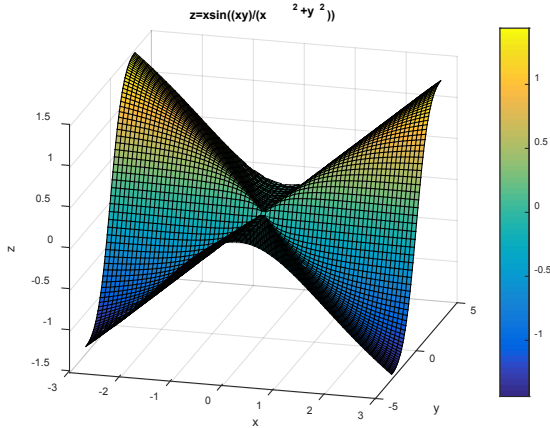
4. Una variante complementaria a las instrucciones citadas en el cuadro es el comando *colorbar*. Tome la función $z = \frac{x \sin(xy)}{x^2 + y^2}$, definida en el intervalo $[-3,3]$. Grafique para 70 puntos con vista de (15,22).

```
[x,y]=meshgrid(linspace(-3,3,70));
z=x.*sin((x.*y)./(x.^2+y.^2));
```

```
surf(x,y,z), colorbar
```

```
title('z=xsin((xy)/(x^2+y^2))')
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'), view(15,22)
```



Representación ejercicio 4

Práctica 8

1. Sea la función $z(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, grafique en el intervalo $[-8,8]$ con particiones de 0,3. Emplee diferentes valores de instrucciones del mapa colores.
2. Sea la función $z(x,y) = \cos(x^2 + y^2 + 5)$, grafique en el intervalo $[-5,5]$ con particiones de 0,1. Emplee diferentes valores de instrucciones del mapa colores.
3. Del ejemplo 2 cambie las funciones trigonométricas por:
 - a. Tangente y cotangente.
 - b. Secante y cosecante.
 - c. Seno y coseno hiperbólicos.
 - d. Tangente y cotangente hiperbólicos.
 - e. Secante y cosecante hiperbólicos.
4. Dada la función $z = \sin(3x - 5y)\cos(7(x+y)) + e^{x+y}$, definida en el intervalo $[0,1]$, grafique para 120 puntos en la gama de colores entre cian y magenta.
5. Emplee el comando *colorbar* para la función $z = 2\sin(y) + \cos(x^2y)$, definida en el intervalo $[-2,2]$. Grafique para 90 puntos.
6. Dada la función $z = 2\tan(3x - y) + \csc(10(x - y)) + e^{\sin(x+y)}$, definida en el intervalo $[0,1]$, grafique para 170 puntos en la gama de colores cobrizos.
7. Dada la función $z = 3\cos(3x - y)\sin(5x + y) + \sqrt{x^2 + y^2}$, definida en el intervalo $[0,1]$, grafique para 90 puntos en la gama de colores alternos rojo—blanco—negro.

8. Dada la función $z=e^{x^2+y^2} + \text{sen}(2x+11y) \cos(2x-13y)$, definida en el intervalo $[0,1]$, grafique para 80 puntos en la gama de contraste de colores de las estaciones.

9. Dada la función $z = \frac{-2e^{x+y} \text{sen}(x-12y) \cos(2x-13y)}{x+y}$, definida en el intervalo $[0,1]$, grafique para 85 puntos en la gama de contraste de gris y rosa.

10. Función $z=75y^2 e^{-x^2-0.3y^2}$, definida en el intervalo $[-2.15,2.15]$ $x[-6,6]$, con particiones de 0,15 para ambos intervalos. Use la función *contour*. Ayuda: $[x,y] = \text{meshgrid}(\text{intervalo}, \text{intervalo})$.

11. Función $z=75y^2 e^{-x^2-0.3y^2}$, definida en el intervalo $[-3,3]$ $x[-6,6]$, con particiones de 0,25 para ambos intervalos. Use la función *contour*.

12. Emplee el comando *colorbar* para la función $z = \frac{\log|x^2-y^2|}{x}$, definida en el intervalo $[-2,2]$ con particiones de 0,1.

13. Función $z = \frac{x^2 y}{x^3 + y^2}$, definida en el intervalo $[-5,5]$ con particiones de 0,2 para ambos intervalos.

14. Dada la función $z = \cos(y^2) e^{-\sqrt{x^2+y^2}}$, definida en el intervalo $[0,5]$, grafique para 80 puntos en la gama de colores alternos rojo—blanco—azul—negro.

Plot3

Si x, y, z son tres vectores de la misma dimensión, y n dibuja una curva tridimensional (lineal a trozos) que pasa por los puntos $(x_i, y_i, z_i), i = 1, \dots, n$, se emplean los comandos:

```
plot3(x,y,z)
```

```
plot3(x,y,z,parámetro)
```

Donde *parámetro* lo define el color de la curva y los símbolos para personalizarla.

Ejemplos

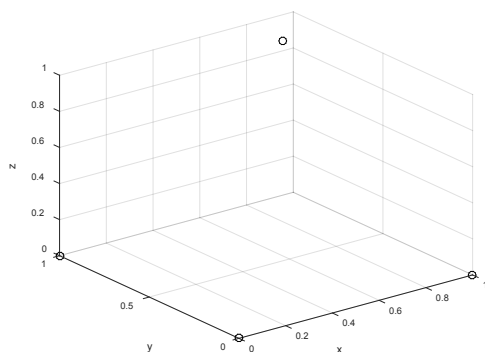
Grafique las funciones según las condiciones dadas.

1. Dados los vectores $x = [0 \ 1 \ 0 \ 0.8], y = [0 \ 0 \ 1 \ 0.8]$ y $z = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$, grafique los puntos, donde estos aparezcan en forma de círculo.

```
x=[0 1 0 0.8]; y=[0 0 1 0.8]; z=[0 0 0 1];
```

```
plot3(x,y,z,'ko'), grid
```

```
xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z');
```



Representación ejercicio 1

2. Funciones $y=\cos(2x)$, $z=\sin(2x)$, evaluadas en el intervalo $[0,8\pi]$, tomando 900 puntos.

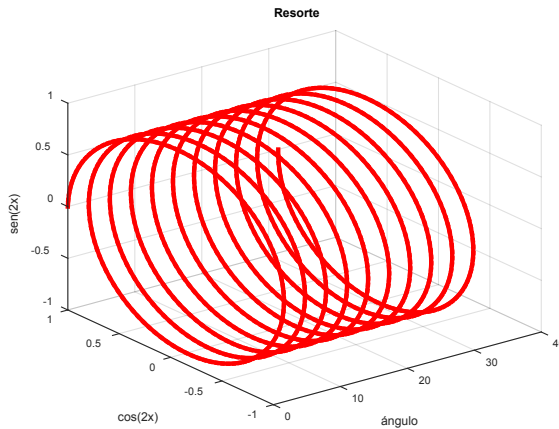
```
x = linspace(0, 10*pi, 1000);
```

```
y = cos(2*x); z = sin(2*x);
```

```
plot3(x,y,z,'r',linewidth,3), grid;
```

```
xlabel('ángulo'), ylabel('cos(2x)'), zlabel('sen(2x)');
```

```
title('Resorte')
```



Representación ejercicio 2

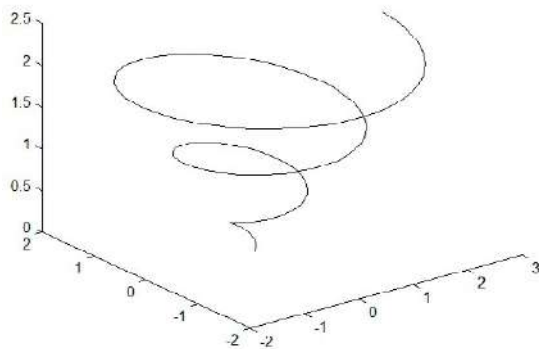
3. Funciones $x = \frac{z}{4\pi} + z \cos(\alpha)$ y $y = \frac{z}{4\pi} + z \sin(\alpha)$, evaluadas en el ángulo α $[0,6\pi]$ con particiones de $\pi/40$. Tome $z=\alpha/8$.

```
alpha=0:pi/40:6*pi; z=alpha/8;
```

```
x=z/(4*pi)+z.*cos(alpha);
```

```
y=z/(4*pi)+z.*sin(alpha);
```

```
plot3(x,y,z,'k')
```



Representación ejercicio 3

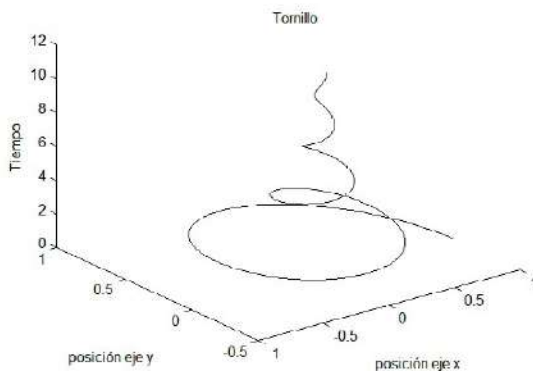
4. Sean las funciones $x=e^{-0,3t} \cos(2t)$ $y=e^{-0,3t} \sin(2t)$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0,12]$ con particiones de 0,01; grafique y etiquete la ventana.

$t=0:0.01:12;$

$x=\exp(-0.3*t).*\cos(2*t); y=\exp(-0.3*t).*\sin(2*t);$

$\text{plot3}(x,y,t,'k'), \text{title}(\text{'Tornillo'}), \text{xlabel}(\text{'posición eje x'})$

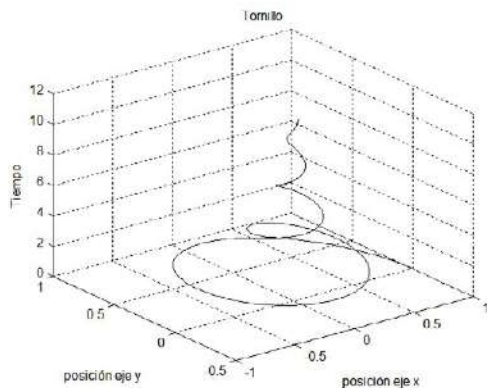
$\text{ylabel}(\text{'posición eje y'}), \text{zlabel}(\text{'Tiempo'})$



Representación ejercicio 4 I



Al adicionar la grilla se obtiene la gráfica de la figura.



Representación ejercicio 4 II

5. Dada las funciones $x = e^{\sqrt{t/20}} \cos(2t)$ y $y = e^{\sqrt{t/20}} \sin(2t)$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0,20]$ con particiones de 0,1, grafique y etiquete la ventana original. Muestre en otra ventana la imagen original y rotada con diferentes ángulos.

```
t = 0:0.1:20*pi;
```

```
x = exp(sqrt(t/20)).*cos(2*t);
```

```
y = exp(sqrt(t/20)).*sin(2*t);
```

```
z = t; plot3(x,y,z); xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z');
```

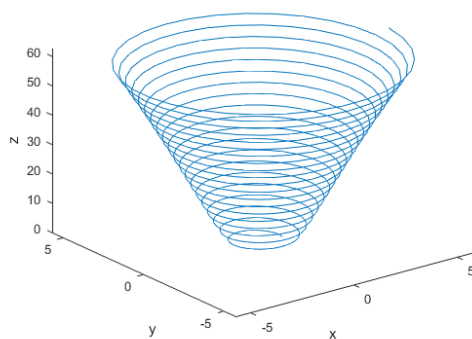


Figura 17.42. Gráfica de un vórtice.

```

%%

subplot(2,2,1);plot3(x,y,z);

xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')

view(-10,10); title('Default plot3');

subplot(2,2,2);plot3(x,y,z,'og');

xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')

view(-9,56); title('Az=-10, El=10');

subplot(2,2,3);plot3(x,y,z,'xb');

xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')

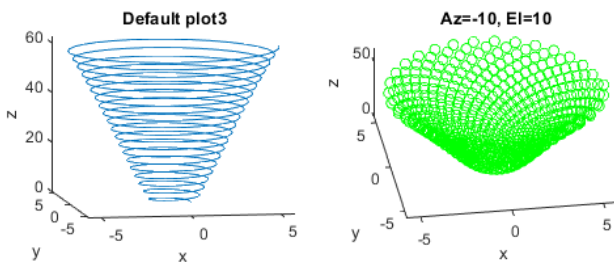
view(0,90); title('Az=0, El=90');

subplot(2,2,4);plot3(x,y,z,'dr');

xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z');

view(90,0); title('Az=90, El=0');

```



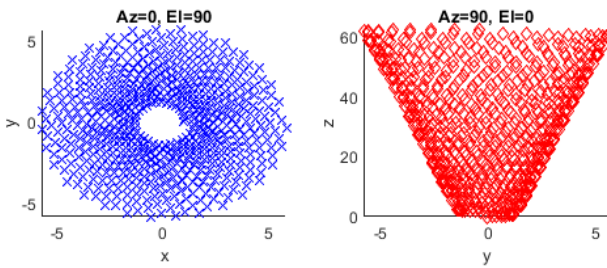


Figura 17.43. Rotación en diferentes planos de la gráfica de un vórtice.

6. Sean las funciones $x = 3t$, $y = -0.5t^2$, $z = \sqrt[2]{t^3}$ y $w = \sqrt{t}$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0,1]$ con particiones de $0,01$. Grafique y etiquete la ventana.

$t = 0:0.01:1;$

$x = 3*t;$

$y = -0.5*t.^2;$

$z1 = t.^3/2;$

$z2 = \text{sqrt}(t);$

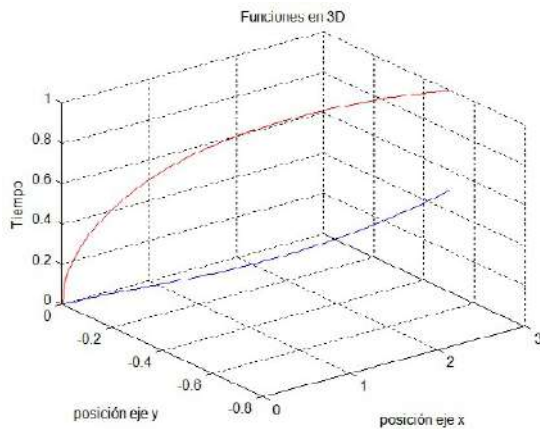
$\text{plot3}(x, y, z1, 'b', x, y, z2, 'r')$

$\text{title}('Funciones en 3D')$

$\text{xlabel}('posición eje x')$

$\text{ylabel}('posición eje y')$

$\text{zlabel}('Tiempo'), \text{grid}$



Representación ejercicio 6

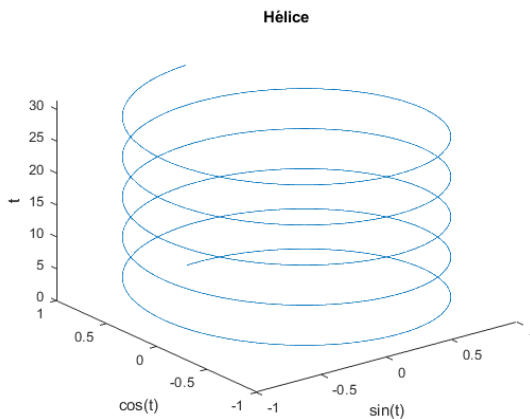
7. Grafique las funciones paramétricas.

```
t=linspace(0,10*pi,5000);
```

```
plot3(sin(t),cos(t),t)
```

```
xlabel('sin(t)'),ylabel('cos(t)'),zlabel('t')
```

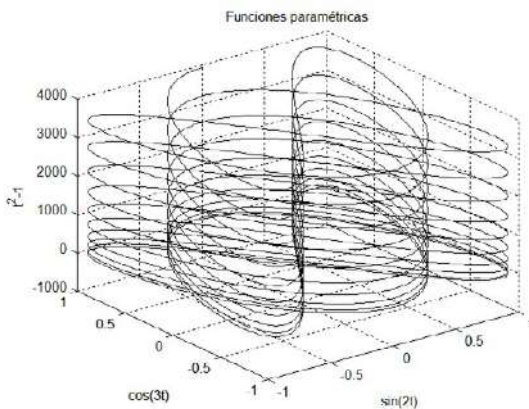
```
title('Hélice')
```



Representación ejercicio 7

8. Sean las funciones $x=\text{sen}(2t)$, $y=\text{cos}(3t)$, y $w=t^2-1$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0, 20\pi]$ con 6000 puntos, grafique etiquetando debidamente los ejes y muestre la gráfica en negro y con grilla.

```
t=linspace(0,20*pi,6000);
plot3(sin(2*t),cos(3*t),t.^2-1,'k')
xlabel('sin(2t)'),ylabel('cos(3t)'),zlabel('t^2-1')
grid on
title('Funciones paramétricas')
```



Representación ejercicio 8

9. Las coordenadas de una onda cosenoidal sobre la superficie de un cilindro se obtienen mediante las funciones:

$$x=\text{asen}(t), \quad y=\text{acos}(t), \quad z=\text{csen}(bt)$$

Grafique las funciones en el intervalo $[0, 2\pi]$ con 500 iteraciones, donde $a = 1,2$, $b = 12$ y $c = 0,5$.

```
t = linspace(0, 2*pi, 500);
```

```
a = 1.2; b = 12; c = 0.5;
```

```
x = a*sin(t);
```

```
y = a*cos(t);
```

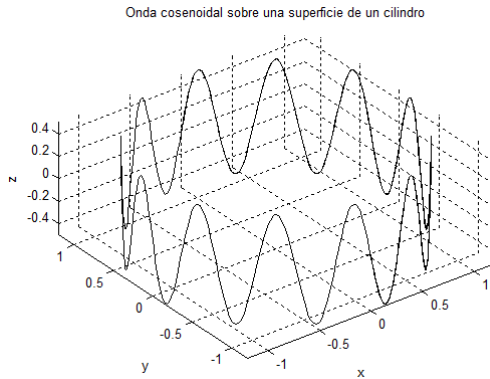
```
z = c*sin(b*t);
```

```
plot3(x, y, z, 'k')
```

```
axis equal, grid on
```

```
title('Onda cosenoidal sobre una superficie de un cilindro')
```

```
xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')
```



Representación ejercicio 9

10. Sean las funciones $x = \cos(t)$, $y = \text{sen}(t)$, $z = t$ y $w = \sqrt{t^3}$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0, 3\pi]$ con particiones de $3\pi/100$. Subplotee las funciones y etiquete cada una de ellas. Gire las gráficas con diferentes ángulos.

```
clear; clc; close all
```

```
t = 0:3*pi/50:4*pi;
```

```
x = cos(t);
```

```
y = sin(t);
```

```
z = t;
```

```
subplot(2,2,1),plot3(x,y,z),grid on
```

```
title('Hélice en 3D'), xlabel('x = cos(t)'), ylabel('y = sin(t)'), zlabel('z = t')
```

```
subplot(2,2,2),plot3(x,y,z),axis('square')
```

```
% rota la figura mostrando solamente el plano xy
```

```
view(0,90), grid on
```

```
title('Helice, Plano xy'), xlabel('x = cos(t)'), ylabel('y = sin(t)'), zlabel('z = t')
```

```
subplot(2,2,3),plot3(x,y,z)
```

```
% rota la figura mostrando solamente el plano xz
```

```
view(0,0), grid on
```

```
title('Helice, Plano xz'), xlabel('x = cos(t)'), ylabel('y = sin(t)'), zlabel('z = t')
```

```
subplot(2,2,4),plot3(x,y,z)
```

```
% rota la figura mostrando solamente el plano yz
```

```
view(-90,0), grid on
```

```
title('Helice, Plano yz'), xlabel('x = cos(t)'), ylabel('y = sin(t)'), zlabel('z = t')
```

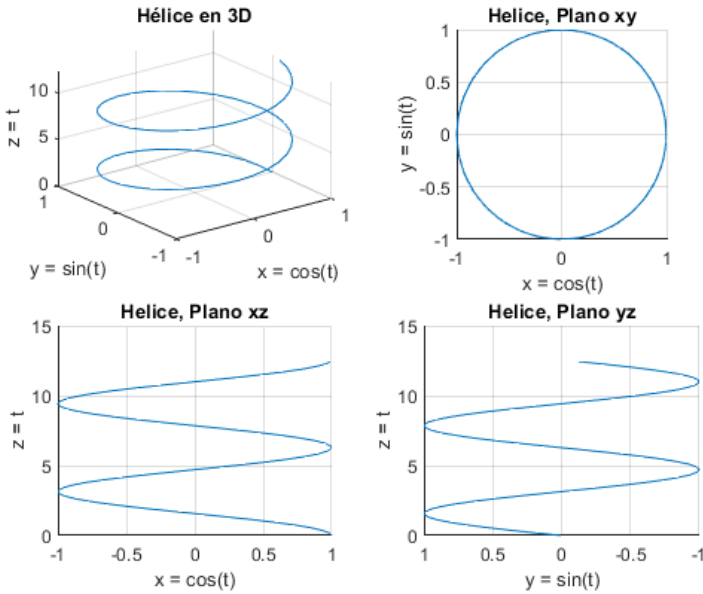


Figura 17.44. Proyecciones gráficas de una función helicoidal en diferentes planos.

11. Combinación de `plot3` y `meshgrid`.

```
x=-4.5:0.1:4.5; y=x;
```

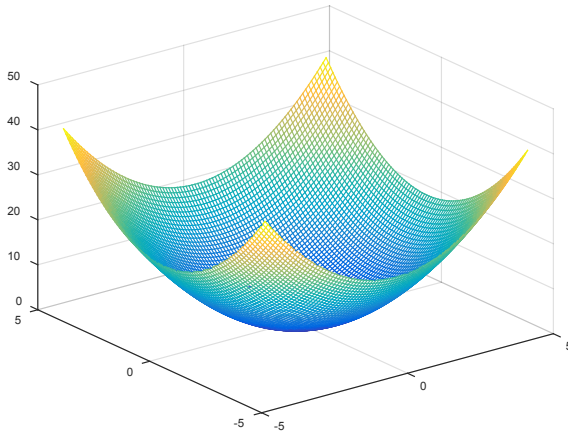
```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
f=X.^2+Y.^2; mesh(X,Y,f)
```

```
%genera un vector f usando los valores de x e y plot3(X,Y,f)
```

```
% grafica una malla de línea con los tres vectores.
```

```
grid on
```



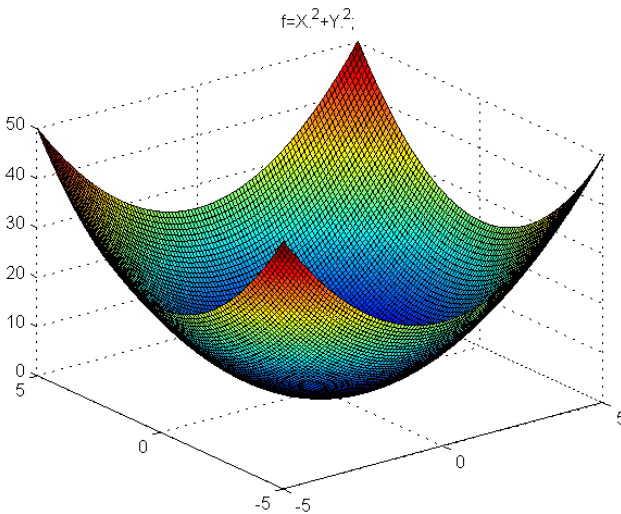
Representación ejercicio 11 I

A fin de mejorar la calidad de la imagen se adiciona la función `surf`:

```
surf(X,Y,f);
```

% genera una superficie a partir de la malla de líneas

```
title('f=X.^2+Y.^2;'), hold on
```



Representación ejercicio 11 II



Para mostrar las curvas de nivel según el vector que se pase [0 1 2 3 4] en este caso, se obtiene resolviendo las ecuaciones $f(x,y)=0$, $f(x,y)=1$, y así se iguala a cada elemento del vector.

```
contour(x,Y,f,[0,1,2,3,4],'b'); grid on
```

```
x=-5:0.1:5;y=-5:0.1:5;
```

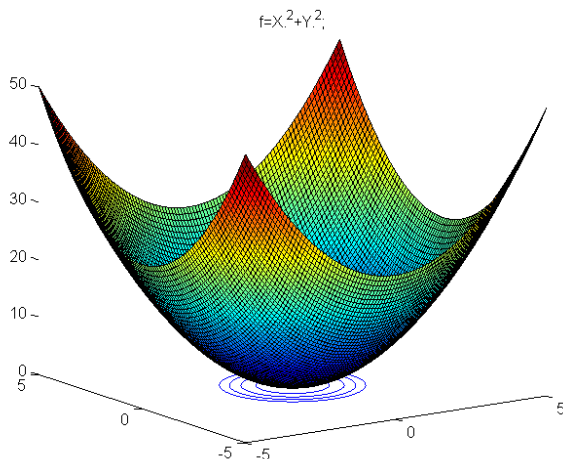
```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
f=X.^2+Y.^2; %genera un vector f usando los valores de x e y
```

```
plot3(X,Y,f) % grafica una malla de línea con los tres vectores.
```

```
grid, surf(X,Y,f);
```

```
contour(X,Y,f,[0,1,2,3,4],'b');
```



Representación ejercicio 11 III

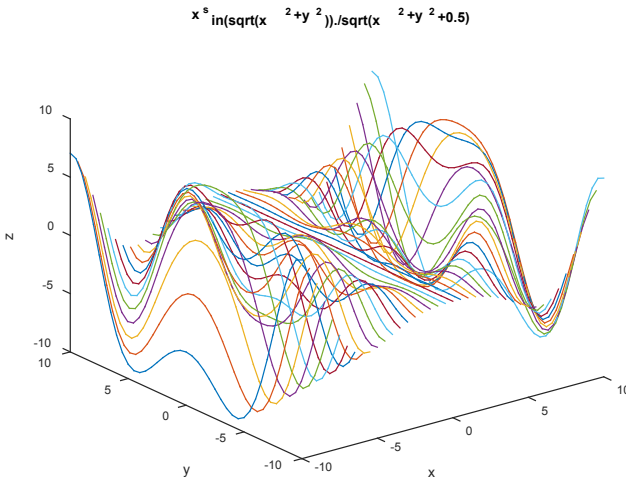
12. Grafique la función $f(x,y) = x^2 \frac{\text{sen}\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+0,5}}$ en el intervalo $[-10,10]$, con particiones de 0,5. Analice las variantes de presentación de la función:

```
[x,y]=meshgrid(-10:.5:10);
```

```

%meshgrid crea matrices para hacer una malla.
z=x.^2.*sin(sqrt(x.^2+y.^2))./sqrt(x.^2+y.^2+0.5);
plot3(x,y,z), xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
title('x.*sin(sqrt(x.^2+y.^2))./sqrt(x.^2+y.^2+0.5)')

```



Representación ejercicio12

13. Subplotee la función anterior, donde se emplee los comandos de malla, superficie, líneas de contorno, superficie y líneas de contorno.

```

subplot(2,2,1),mesh(x,y,z) %Gráfica de malla
subplot(2,2,2),surf(x,y,z) %Gráfica de superficie
subplot(2,2,3),contour(x,y,z) %líneas de contorno
subplot(2,2,4),surfc(x,y,z) %Gráfica de superficie con líneas de
contorno

```

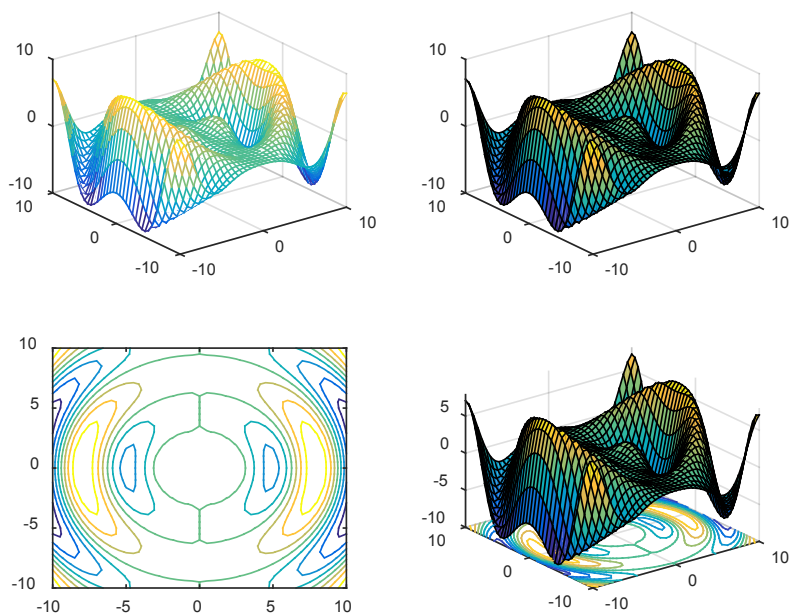



Figura 17.45. Gráfica en la que se emplean las instrucciones de malla, superficie, líneas de contorno, superficie y líneas de contorno.

14. Halle el volumen del sólido limitado por las superficies $S_1: Z=x^2$ y $S_2: Z=4-y^2$: en el intervalo $[-3,3]$ con particiones de 0,01. La proyección de la curva de intersección al plano XY es con el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/32$. Tome como funciones del plano $u=\cos(t)$ y $v=2\sin(t)$.

```
[x,y]=meshgrid(-3:0.01:3);
```

```
z=x.^2; mesh(x,y,z)
```

```
hold on
```

```
z=4-y.^2; mesh(x,y,z)
```

```
% La proyección de la curva de intersección al plano XY, con
```

```

t=0:pi/32:2*pi;
u=2*cos(t); v=2*sin(t);
plot3(u,v,w,'r'),xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

```

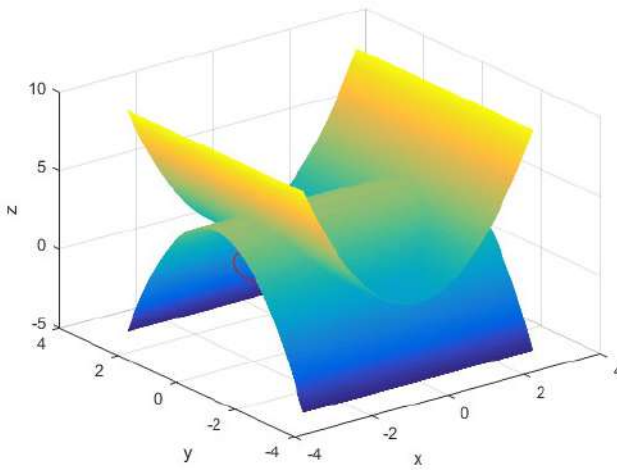


Figura 17.46. Volumen del sólido con la proyección de la curva de intersección al plano XY.

15. Simulación de un camino aleatorio en 3D.

```

n=90;
x=cumsum(rand(1,n)—0.5);
y=cumsum(rand(1,n)—0.5);
z=cumsum(rand(1,n)—0.5);
plot3(x,y,z,'r');grid
text(x(1),y(1),z(1),'Inicio');
text(x(n),y(n),z(n),'Fin'); xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'), title('Ca-
mino aleatorio');

```

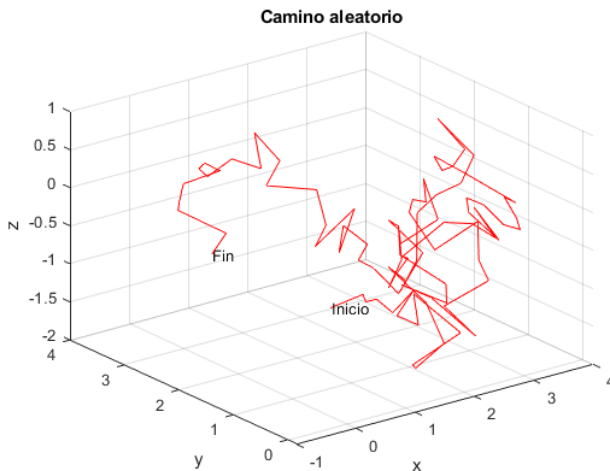


Figura 17.47. Simulación de un camino aleatorio en 3D.

16. *Simulación del atractor de Lorenz.* En este ejercicio se realiza la simulación del atractor de Lorenz, que representa un sistema dinámico no lineal determinista tridimensional.

Tome en cuenta que en este ejercicio en particular se van a combinar temas vistos tales como funciones, vectores, ecuaciones diferenciales, un ciclo *for* y personalización de la curva de las funciones, entre otros.

Empezamos con crear la función principal denominada *myLorenz*, la cual, recordemos, se debe guardar, pues sobre ella se definen los parámetros de operación de las funciones relacionadas con el atractor:

```
function stated = myLorenz(t, state)
```

```
x = state(1);
```

```
y = state(2);
```

```
z = state(3);
```

```

% Estas son las constantes a trabajar

sigma = 10.0;

rho = 28.0;

beta = 8/3;

% Se calculan las derivadas de las funciones de estado

xd = sigma * (y-x);

yd = (rho-z)*x - y;

zd = x*y - beta*z;

% Devuelve las derivada de las ecuaciones de estado

stated = [xd, yd, zd]';

end

```

Una vez hecho esto se procede a crear otro *script*, en el cual se va a generar el atractor de Lorenz, pero de manera estática. Se sugiere analizar con detenimiento:

% Fuente del código: Gribble Paul, (2016), Scientific Computing with MATLAB, Licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

% Traducido y adaptado por el autor

%% Primer atractor estático

```
state0 = [2.0, 3.0, 4.0];
```

```
t = 0:.01:30;
```

```
[t,state] = ode45('myLorenz', t, state0);
% Se traza la trayectoria del espacio de estado resultante en 3D
plot3(state(:,1), state(:,2), state(:,3), 'b—', 'linewidth', 2)
xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');
grid on, title('Atractor de Lorenz')
view(30,28)
```

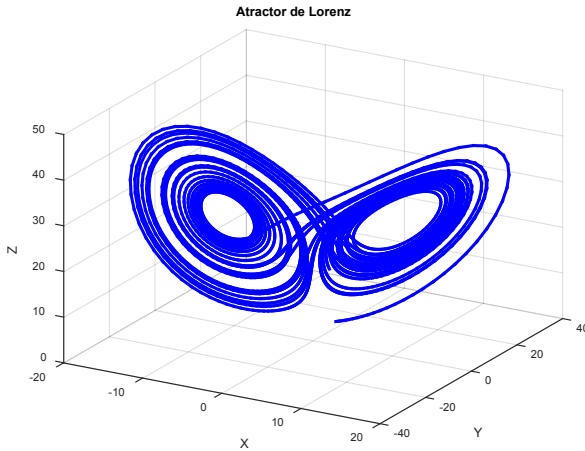


Figura 17.48. Gráfica de un atractor de Lorenz.

Se va a volver a ejecutar la simulación, pero con un cambio en la condición inicial. Por ejemplo, tome un $\delta = 0,0001$ y simule de nuevo durante 30 segundos. Tenga en cuenta que se deben tomar los dos intervalos para que grafique las dos curvas, tal como se aprecia en el código y la figura respectiva.

```
%% Atractores estáticos
```

```
state0 = [2.0, 3.0, 4.0];
```

```
t = 0:.01:30;
```

```

[t,state] = ode45('myLorenz', t, state0);

plot3(state(:,1), state(:,2), state(:,3), 'b—', 'linewidth', 2)

xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');

grid on, title('Atractor de Lorenz')

delta = 0.0001; % Cambio de delta

state0 = [2.0+delta, 3.0, 4.0];

t = 0:.01:30;

[t2,state2] = ode45('myLorenz', t, state0);

hold on

plot3(state2(:,1),state2(:,2),state2(:,3),'r—', 'linewidth', 2)

view(-147,36)

```

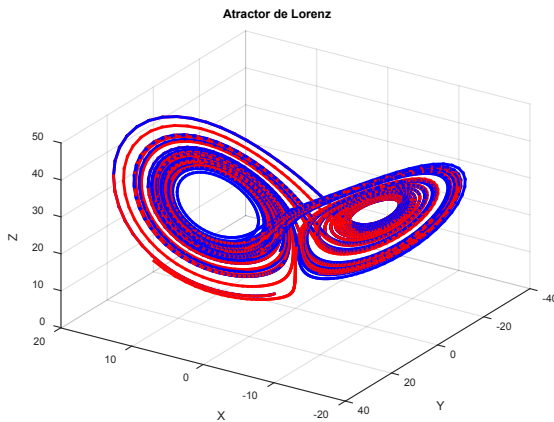


Figura 17.49. Gráfica de un atractor de Lorenz.

Se puede observar que en algún momento las dos trayectorias de los espacios de estado divergen. Para esto se procede a trazar la distancia entre cada estado en función del tiempo:

```

dist = sqrt(sum((state2—state).^2,2));

figure

plot(t,dist,'b—','linewidth',2)

xlabel('Tiempo (segundos)'), ylabel('Distancia')

grid on

```

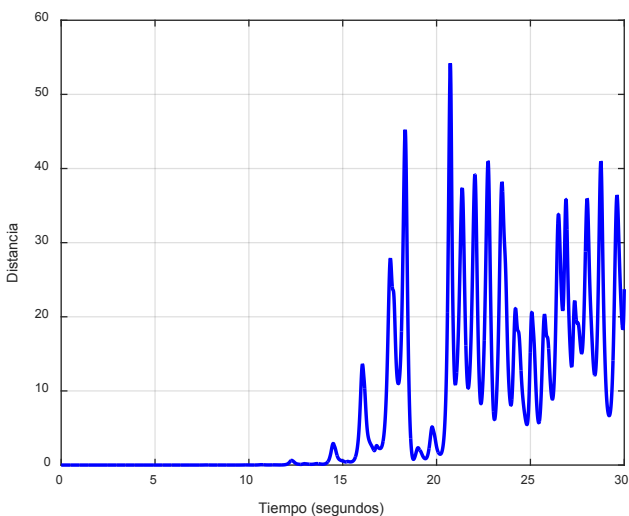


Figura 17.50. Representación de la divergencia de las trayectorias de los espacios de estado de un atractor de Lorenz.

Como se aprecia en los picos de la gráfica, en la marca de 15 segundos las dos trayectorias están alineadas y luego divergen de manera significativa. Se tiene distancias en el rango de 20, 30, 40 e incluso 50 unidades. Estos cambios se generaron con una diferencia en las condiciones iniciales de solo 0,0001; pruebe con otros valores.

El código para generar la animación es el siguiente:

```
figure
```

```
plot3(state(:,1),state(:,2),state(:,3),'b—');  
  
hold on  
  
plot3(state2(:,1),state2(:,2),state2(:,3),'r—');  
  
p1 = plot3(state(1,1),state(1,2),state(1,3),'b','markersize',30);  
p2 = plot3(state2(1,1),state2(1,2),state2(1,3),'r','markersize',30);  
  
tt = title('0.0');  
  
step = 3;  
  
view([32 22]), grid on  
  
xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');  
  
drawnow  
  
for i=1:step:length(t)  
  
set(p1,'XData',state(i,1));  
  
set(p1,'YData',state(i,2));  
  
set(p1,'ZData',state(i,3));  
  
set(p2,'XData',state2(i,1));  
  
set(p2,'YData',state2(i,2));  
  
set(p2,'ZData',state2(i,3));  
  
set(tt,'String',sprintf('%6.2f',t(i)));  
  
drawnow  
  
end
```

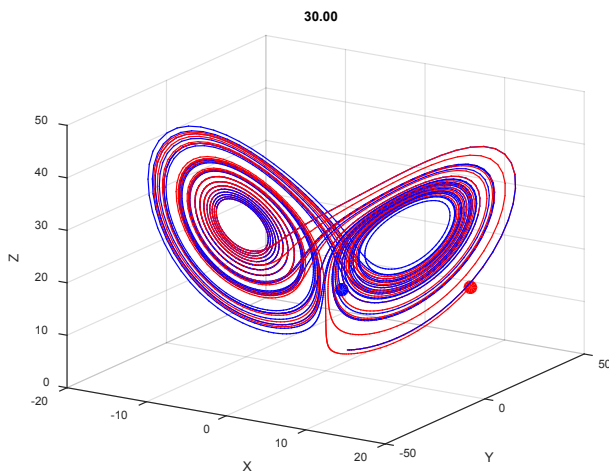



Figura 17.51. Resultado de la animación de un atractor de Lorenz.

Como se aprecia, la animación es de las dos trayectorias del espacio de estado, la original que se muestra en azul y la roja con la condición dada de la variable delta. Luego, el atractor animado muestra el espacio de estado que varía en el tiempo para ambas trayectorias, las cuales se siguen muy de cerca durante algún tiempo que, *a posteriori*, comienza a divergir alrededor de la marca de 16 segundos. Es importante observar que con el solo hecho de cambiar la condición inicial el sistema se torna muy sensible en cuanto a sus trayectorias. De ahí que su aplicación en diversos campos de la física, como, por ejemplo, la meteorología, es tan importante.

17. *Trayectoria de un proyectil en 3D.* Un proyectil se dispara con una velocidad inicial de 250 m/s con un ángulo de elevación de $\theta = 65^\circ$ con respecto al suelo. El proyectil está dirigido directamente hacia el norte. Debido a un fuerte viento que sopla hacia el oeste, el proyectil también se mueve en esta dirección a una velocidad constante de 40 m/s (véase la Figura 17.52).

Determine y trace la trayectoria del proyectil hasta que alcance la tierra (eje z). Para la comparación, trace también, en la misma figura, la trayectoria que el proyectil habría tenido si no hubiera viento.

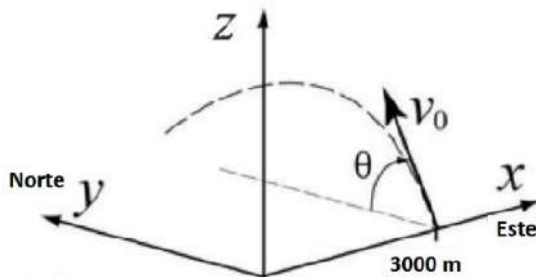


Figura 17.52. Representación gráfica de la trayectoria de un proyectil.

Como se muestra en la Figura 17.52, el sistema de coordenadas se configura de tal manera que los ejes x e y están relacionados con las direcciones norte y este. Así, entonces, el movimiento del proyectil se puede analizar considerando la dirección vertical z y los dos componentes horizontales x e y . Dado que el proyectil se dispara directamente hacia el norte, la velocidad inicial v_0 se puede descomponer en la componente horizontal y , y en una componente z vertical:

$$v_{oy} = v_0 \cos(\theta) \text{ y } v_{oz} = v_0 \sin(\theta)$$

Es importante establecer que el punto de referencia es a lo largo del eje z , por ende, la velocidad y la posición están dadas por las siguientes ecuaciones:

$$v_z = v_{oz} - gt \quad \text{y} \quad z = z_0 + v_{oz}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Como todo tiro parabólico, el tiempo que tarda el proyectil en alcanzar el punto más alto es $t_{max} = v_{oz}/g$, donde $v_z = 0$. Por consiguiente, el tiempo total de vuelo es $2 t_{max}$.

En la dirección horizontal la velocidad es constante (ambas en las direcciones x e y), y la posición del proyectil está dada por:

$$x=x_0+v_x t \text{ y } y=y_0+v_{oy} t$$

La posición inicial del proyectil (x_0, y_0, z_0) está en el punto de coordenadas $(3000, 0, 0)$ en la dirección vertical. Además, debido al viento, el proyectil tiene una velocidad constante a lo largo de la dirección del eje negativo x , es decir, $v = -40$ m/s.

El código según los datos suministrados es:

```
vo=250; g=9.81; theta=65;

xo=3000; vx=-40;

voz=vo*sind(theta);

voy=vo*cosd(theta);

tmax=2*voz/g;

t=linspace(0,tmax,120); % se crea el vector tiempo con 120 elementos

z=voz*t-0.5*g*t.^2;

y=voy*t;

x=xo+vx*t;

xo=xnv(1:length(y)); %Coordenada x constante cuando no hay viento xnv

plot3(x,y,z,'k+',xnv,y,z,'k——')

grid on, axis([0 6000 0 6000 0 3000])

xlabel('x(m)'),ylabel('y(m)'),zlabel('z(m)')
```

`title('Movimiento proyectil')`

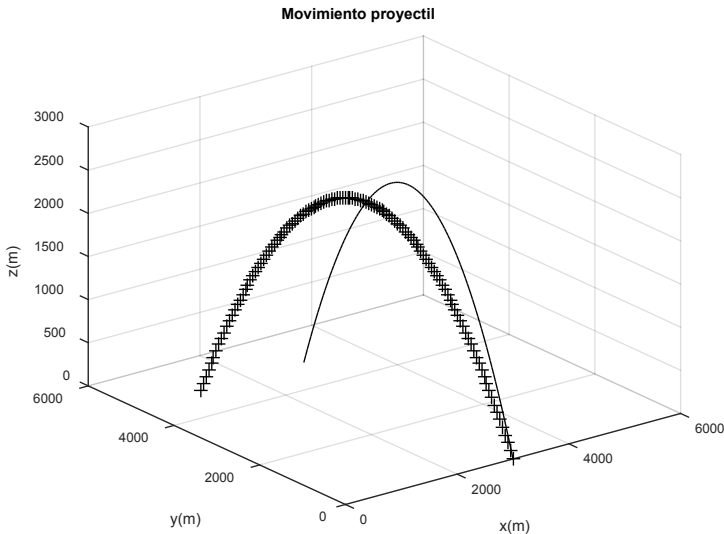


Figura 17.53. Resultado de la simulación del movimiento de un proyectil en un espacio tridimensional.

Transparencia de imágenes

Las superficies creadas con la instrucción *surf* pueden tener su opacidad alterada, asignando un valor numérico a través del comando *FaceAlpha*. El efecto que se obtiene en la superficie resultante depende del tipo del sombreado seleccionado.

A fin de obtener la transparencia de una imagen se procede a crear una función que genera los valores numéricos para la superficie, dada por las siguientes ecuaciones en este caso en particular:

$$x = a^v \operatorname{sen}(v)(1 + \operatorname{sen}(u)) \quad y = -a^v \operatorname{cos}(v)(1 + \operatorname{sen}(u))$$

$$z = -ba^v (1 + \cos(u))$$

```
function [x,y,z] = Transparency
```

```
a = 1.13; b = 1.14;
```

```
uu = linspace(0, 2*pi, 30); uu = linspace(0, 2*pi, 30); vv = linspace(-15, 6, 45);
```

```
[u, v] = meshgrid(uu, vv)
```

```
x = a.^v.*sin(v).*(1+sin(u));
```

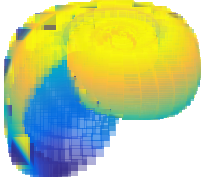
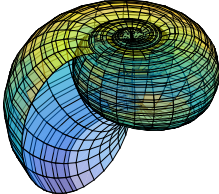
```
y = -a.^v.*cos(v).*(1+sin(u));
```

```
z = -b*a.^v.*(1+cos(u));
```

```
% Digite estas instrucciones en otro script
```

Tabla 17.4

<pre>[x, y, z] = Transparency; surf(x, y, z) shading interp axis vis3d off equal view([37.32])</pre>	 <p style="text-align: center;">Representación ejercicio</p>
--	---

<pre>[x, y, z] = Transparency; h = surf(x,y,z); set(h, 'FaceAlpha',0.4) shading interp axis vis3d off equal view([37,32])</pre>	 <p><i>Representación ejercicio</i></p>
<pre>[x, y, z] = Transparency; h = surf(x,y,z); set(h,'FaceAlpha', 0.4) axis vis3d off equal view([37 32])</pre>	 <p><i>Representación ejercicio</i></p>

Fuente:

Práctica 9

Grafique las siguientes funciones.

1. $x=\cos(t)^2$, $y=\text{sen}(t)\cos(t)$ y $z=\text{sen}(t)$, evaluadas en el intervalo $[-4\pi,4\pi]$ con particiones de 0,01.

2. $x=\text{sen}(t)^2$, $y=\text{sen}(t)\cos(3t/2)$ y $z=\cos(2t)$, evaluadas en el intervalo $[-6\pi,6\pi]$ con particiones de 0,02.

3. $x=e^t$, $y=e^t \cos(3t)$ y $z=\text{sen}(2t)$, evaluadas en el intervalo $[-7\pi,7\pi]$ con particiones de 0,1.

4. $x(z)=e^{-z/20} \cos(z)$; $y(z)=e^{-z/20} \text{sen}(z)$, evaluadas en el intervalo $[0,11\pi]$ con particiones de 0,1. La curva debe tener un grosor de grado 2. Etiquete todos los ejes y adicione grilla.

5. $x = t^3 + 2t - 3$, $y = \cos(\sqrt{5t - 2})$, evaluadas en el intervalo $[-5\pi,5\pi]$ con particiones de 0,3.

6. Sean las funciones $x=\text{sen}(t)\cos(2t)$, $y=\text{sen}(3t)$ y $w= t^3+2t^2-1$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0, 30\pi]$ con 2000 puntos. Etiquete debidamente los ejes y las curvas; muestre la gráfica en negro y sin grilla.

7. Dadas las ecuaciones $x=e^{-0,05t} \text{sen}(t)$, $y=e^{-0,05t} \cos(t)$ y $z=t$, grafique en el intervalo $[0,10\pi]$ con particiones de $\pi/50$.

8. $x=\sqrt{2} \cos(\theta)$, $y=\text{sen}(\theta)+2$ y $z=2-\text{sen}(\theta)$, evaluadas en el intervalo $[-2,\pi]$ con particiones de 0,1.

9. Subplotee la función $f(x, y) = \frac{2y^2}{x^2+y^2}$ en el intervalo $[-9,9]$, con particiones de 0,4. Emplee los comandos de malla, superficie, líneas de contorno, superficie y líneas de contorno.

10. $x = \sqrt{3} \cos(2\theta - 3)$, $y = \sin(3\theta) - 5$ y $z = 7 - \sin(5\theta)$, evaluadas en el intervalo $[-2, \pi]$ con particiones de 0,1.

11. Sean las funciones $x = \cos(2t)$, $y = \sin(3t)$ y $w = t^2 - 1$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0, 20\pi]$ con 3000 puntos. Grafique etiquetando debidamente los ejes; muestre la gráfica en negro y sin grilla.

12. La posición de una partícula en movimiento en función del tiempo viene dada por:

$$x = \sin(3t) \left[\frac{t-15}{100} + 1 \right], y = \cos(0.8t) \left[\frac{t-15}{100} + 1 \right], z = 0,4t^{3/2}$$

Trace la posición de la partícula para .

13. Grafique la transparencia del sólido, según las ecuaciones dadas, con $a = 1,12$ y $b = 1,14$. Tome intervalos de $[0, 3\pi]$ con 60 particiones y $[-15, 8]$ con 90 particiones.

$$x = a^v \cos(v)(1 + \cos(u)) \quad y = -a^v \sin(v)(1 + \cos(u))$$

$$z = -ba^v (1 + \sin(u))$$

14. Sean las funciones $x = \ln(t^2 + 5)$, $y = e^{-t}$, $z = \sqrt[2]{t^3 + 2t}$ y $w = \sqrt{t}$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0, 1]$ con particiones de 0,01. Grafique y etiquete la ventana.

15. Halle el volumen del sólido limitado por las superficies S_1 : $z = x^3 + 2x - 5$ y S_2 : $z = 4y - y^2 + 6$ en el intervalo $[-5, 5]$, con particiones de 0,01. La proyección de la curva de intersección al plano XY es con el intervalo $[0, 2\pi]$ y particiones de $5\pi/23$. Tome como funciones del plano $u = \cos(t)$ y $v = 2\sin(t)$.

16. Subplotee la función $f(x, y) = ye^{\sqrt{x^2 + y^2}}$ en el intervalo $[-8, 8]$, con particiones de 0,4. Emplee los comandos de malla,

superficie, líneas de contorno, superficie y líneas de contorno.

17. Subplotee la función dada según el intervalo $[-5,5]$, con particiones de 0,3. Emplee los comandos de malla, superficie, líneas de contorno, superficie y líneas de contorno.

$$f(x, y) = xe^{-x^2-y^2} + \frac{x^2 + y^2}{18}$$

18. Grafique la transparencia del sólido, según las ecuaciones dadas, con $a = 1,12$ y $b = 1,14$. Tome intervalos de $[0,3\pi]$ con 70 particiones y $[-20,10]$ con 90 particiones.

$$x=a^v \operatorname{sen}(v)\cos(u) \quad y=a^v \cos(v)\operatorname{sen}(u) \quad z=ba^v \cos(u)$$

19. Subplotee la función $f(x, y) = \cos(y)e^{-\sqrt{x^2+y^2}}$ en el intervalo $[-3\pi,3\pi]$, con particiones de 0,2. Emplee los comandos de malla, superficie, líneas de contorno, superficie y líneas de contorno.

20. Grafique la transparencia del sólido, según las ecuaciones dadas, con $a = 1,12$ y $b = 1,14$. Tome intervalos de $[0,2\pi]$ con 100 particiones y $[-20,10]$ con 80 particiones.

$$x=a^v \operatorname{sen}(2v)(1+\cos(2u)) \quad y=-a^v (\cos(v)-10)\operatorname{sen}(u)$$

$$z=-ba^v \cos(0,5u)$$

Fill3

Dibuja un polígono compacto cuyos vértices son la tripleta de los componentes (X_i, Y_i, Z_i) de los vectores columna X, Y y Z . C puede ser un vector fila, con el mismo número de columnas como X e Y ; o C puede ser un vector columna, con el mismo número de filas como X e Y . Si X, Y y Z son de la misma dimensión, varios polígonos correspondientes a cada columna vector triple (X_j, Y_j, Z_j) se pueden representar como matrices de forma simultánea. En este caso, C puede ser un vector fila. La sintaxis para esta instrucción es *fill3* (X, Y, Z, C).

Los elementos de C_j determinan el color único de cada polígono correspondiente a la tripleta de la columna (X_j, Y_j, Z_j) . C también puede ser un *array* de la misma dimensión que X, Y y Z , en cuyo caso los elementos determinan los colores de cada punto $(X_{ijk}, Y_{ijk}, Z_{ijk})$ del conjunto de polígonos.

Ahora bien, *fill3* ($X_1, Y_1, Z_1, C_1, X_2, Y_2, Z_2, C_2, \dots$) dibuja un polígono compacto, cuyos vértices están dados por los puntos (X_i, Y_i, Z_i) y C_i .

Ejemplos

1. Dado el sistema de matrices, grafique en 3D.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

clc, close all

A=[0 2 0 0 2 2;2 2 2 0 2 2;2 2 2 0 0 0;0 2 0 0 0 0];

```
B=[0 4 4 4 4 4;0 0 4 0 0 0; 0 0 4 0 0 0; 0 4 4 4 4 4];
```

```
C=[0 0 0 0 1 0; 0 0 0 0 1 0; 1 1 1 1 1 0; 1 1 1 1 1 0];
```

```
fill3(A,B,C,'r'), pause
```

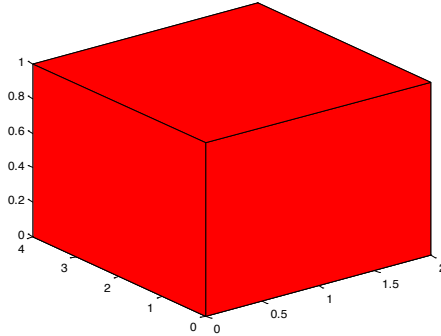


Figura 17.54. Gráfica de un sólido mediante la instrucción *fill3*.

2. Del ejercicio anterior dibuje el paralelepípedo colocando un color diferente a cada cara.

```
A1=A(:,1); B1=B(:,1);C1=C(:,1);
```

```
A2=A(:,2); B2=B(:,2);C2=C(:,2);
```

```
A3=A(:,3); B3=B(:,3);C3=C(:,3);
```

```
A4=A(:,4); B4=B(:,4);C4=C(:,4);
```

```
A5=A(:,5); B5=B(:,5);C5=C(:,5);
```

```
A6=A(:,6); B6=B(:,6);C6=C(:,6);
```

```
fill3(A1,B1,C1,'b',A1,B1,C1,'g',A2,B2,C2,'g',A3,B3,C3,'r',...
```

```
A4,B4,C4,'r',A5,B5,C5,'m',A6,B6,C6,'c'),pause
```

```
close
```

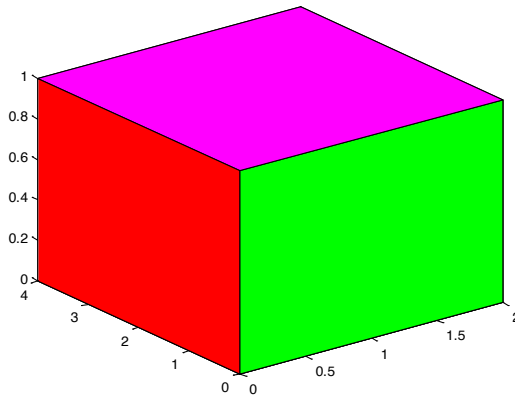


Figura 17.55. Colores en cada cara de un paralelepípedo.

3. Dado un conjunto de ecuaciones paramétricas aplicados sobre la función $y = 5/4\sqrt{16 - k^2}$, grafique para el intervalo $[-4,4]$ con particiones de 0,1. Tome las funciones paramétricas $x=4\cos(t)$ y $y=5\sin(t)$ evaluadas en el intervalo $[0,3\pi]$ con particiones de 0,1.

$t=0:0.1:3*\pi;$

$x=4*\cos(t);$

$y=5*\sin(t);$

$z=zeros(size(t));$

$plot3(x,y,z,'b'), hold on$

$for k=-4:0.1:4;$

$y=5/4*\sqrt{16-k.^2};$

$fill3([k,-k,0],[y,y,y],[0,0,6],[0.5 0.5 0.5],...$

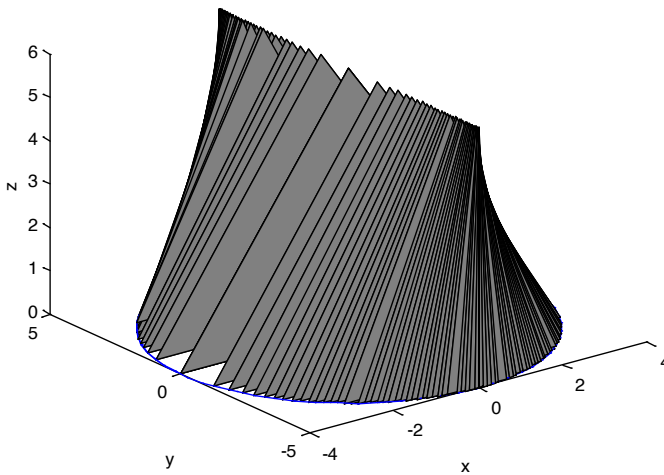
$[k,-k,0],[-y,-y,-y],[0,0,6],[0.5 0.5 0.5])$

```
hold on
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
end
```

```
hold off
```



Representación ejercicio 3

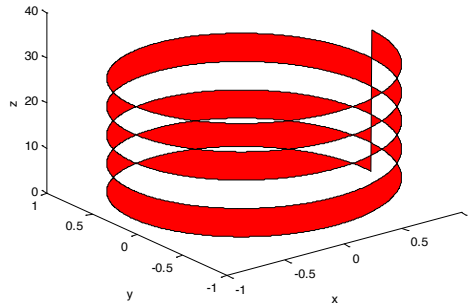
4. Sean las funciones $x=\cos(t)$ y $y=\sin(t)$ evaluadas en el intervalo $[0,10\pi]$ con particiones de 0,01. Grafique en 3D, cuando $z=t$ en el mismo intervalo dado.

```
x = cos(0:0.01:10*pi);
```

```
y = sin(0:0.01:10*pi);
```

```
z = 0:0.01:10*pi;
```

```
fill3(x,y,z,'r'), xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



Representación ejercicio 4

5. Grafique el poliedro con vértices dados por los vectores $x = [10 \ -5 \ 9 \ 11 \ 5]$; $y = [-15 \ 6 \ 15 \ -1 \ 4]$; $z = [2 \ 5 \ 9 \ 12 \ -1]$. El poliedro se rellena con el color dado por la variable $c < 1$. $C = [0,75 \ 0,66 \ 0,33 \ 0,5 \ 0,1]$.

$$x=[-12 \ -5 \ 9 \ 11 \ 5];y=[-15 \ 6 \ 15 \ -1 \ 4];$$

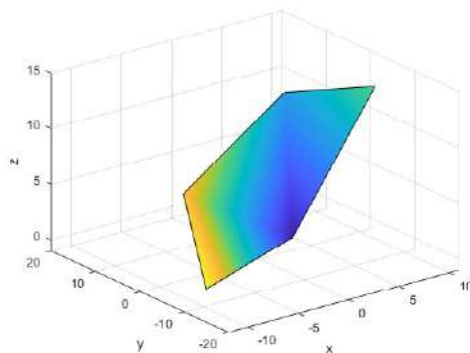
$$z=[2 \ 5 \ 9 \ 12 \ -1];$$

$$c=[0.75 \ 0.66 \ 0.33 \ 0.5 \ 0.1];$$

$$\text{fill3}(x,y,z,c);$$

$$\text{rotate3d on, grid on}$$

$$\text{xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')}$$



Representación ejercicio 5



Práctica 10

Grafique las funciones dadas, etiquetando debidamente los ejes con grilla; muestre la gráfica en rojo, naranja, violeta y verde, respectivamente.

1. $x=3\text{sen}(t)$, $y=2 \cos(t)$ y $w=t - 2$ evaluadas en el intervalo de tiempo de $[-10\pi, 10\pi]$ con 6000 puntos.

2. $x=\text{sen}^2(t)$, $y=2 \cos(2t)$ y $w=t^3$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[-5\pi, 20\pi]$ con 10 000 puntos.

3. $x=\tan(t)$, $y=\cos(t-1)$ y $w=\text{sen}(t^2)$ evaluadas en el intervalo de tiempo de $[-4\pi, 4\pi]$ con 8000 puntos.

4. $x=t^2$, $y=\cos(2t)$ y $w=\text{sen}(t^2)$ evaluadas en el intervalo de tiempo de $[-2\pi, 3\pi]$ con 5000 puntos.

5. $x = t^3 + 2t - 3$, $y = \cos(\sqrt{5t - 2})$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0, 4\pi]$ con 5000 puntos.

6. Grafique y etiquete la ventana de las siguientes funciones:

a. $x = \sqrt{t}\cos(3t)$ y $y = 3t^3\text{sen}(2t)$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0,10]$ con particiones de 0,02.

b. $x = 3\sqrt[3]{t}$, $y = 4 - 3t^2$, $z = \sqrt[2]{t^3 + 2t}$ y $w = \sqrt{t + 2}$ evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0,5]$ con particiones de 0,01.

c. $x = 3\cos(2t + 8)$, $y = -2\text{sen}(3t)$, $z = 5t$ y $w = 4t\sqrt[3]{t}$, evaluadas en el intervalo de tiempo de $[0, 4\pi]$ con particiones de $2\pi/5$. Subplotee las gráficas y etiquete cada una de ellas. Gire las gráficas con diferentes ángulos.

7. Grafique el poliedro con los vectores $x = [-12 \ -8 \ -5 \ 10 \ 9]$; $y = [13 \ 7 \ -12 \ 3 \ -6]$; $z = [2 \ -5 \ 12 \ -13 \ -1]$ y $c = [0,5 \ 0,6 \ 0,25 \ 0,7 \ 0,25]$.

8. Grafique el poliedro con los vectores $x = [1,5 \ 3,2 \ -4,1 \ 2,7]$; $y = [2,4 \ 0 \ -1,9 \ 3]$; $z = [2 \ -5 \ 0 \ -10]$ y $c = [0,7 \ 1 \ 0,44 \ 0,25]$.

Meshgrid—meshc

Tal como se observa en ejercicios anteriores, estas instrucciones representan una superficie $z=f(x,y)$ sobre una malla rectangular. Se definen los argumentos x, y, z , que son matrices de igual dimensión y contienen, respectivamente, las coordenadas x, y, z de los nodos de la malla.

Los segmentos de la malla se colorean según los valores de la función (esto se lleva a cabo por medio de la coordenada z).

La función *mesh* dibuja una malla representando la superficie paramétrica tridimensional.

La función *meshc* combina las instrucciones *mesh* con *contour*, es decir, dibuja la malla de la superficie tridimensional, mientras que en el plano $z = 0$ dibuja las curvas de nivel en el plano XY .

También las funciones *surf* $c(x,y,z)$ y *meshc* (x,y,z) crean superficies con contornos proyectados debajo de la superficie, donde los valores de las coordenadas x, y, z son de puntos que definen la superficie.

La función *meshgrid* construye la malla o grilla de base, en el plano XY : si x_p es una partición del intervalo $[x_0, x]$ e y_p es una partición del intervalo $[y_0, y]$, entonces se tiene que:

$$[x,y]=\text{meshgrid}(x_p,y_p)$$

Se construyen dos matrices, x e y , que definen una malla del rectángulo $[x_0, x] \times [y_0, y]$. La matriz x contiene las coordenadas de X de los puntos de la malla y la matriz y sus coordenadas en Y .

$$\text{meshgrid}(x_p,y_p)$$

mesh(x,y,z)

meshc(x,y,z)

Se recomienda *meshgrid* porque garantiza que la gráfica genera más datos, debido a que se itera cada elemento de x con cada elemento de y .

Ejemplos

1. Grafique la función $z(x,y)=y^2-x^2$ en el intervalo $[-1,1]$, con particiones de 0,04. Suprima los ejes.

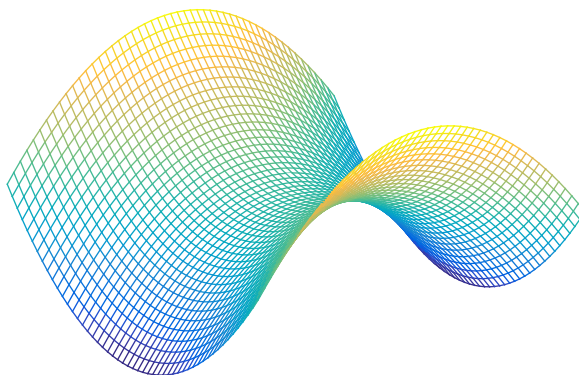
$x = -1:0.04:1;$

$y = x;$

$[xi, yi] = meshgrid(x,y);$

$zi = yi.^2-xi.^2;$

mesh(xi, yi, zi), axis off



Representación ejercicio 1

2. Grafique la función $z(x,y)=50y^2 e^{-x^2-0.5y^2}$ en los intervalos $[-3,3]$ y $[-5,5]$, con particiones de 0,1.

```
x=[-3:0.1:3];
```

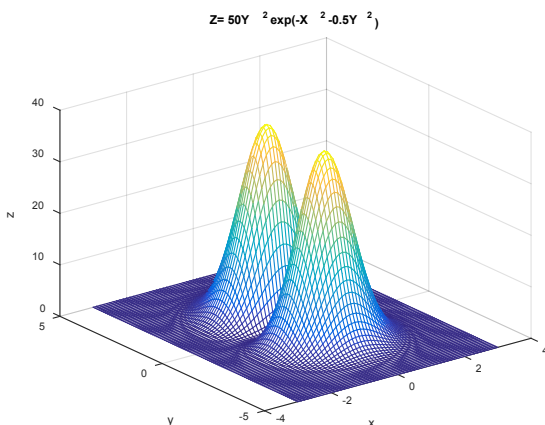
```
y=[-5:0.1:5];
```

```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
Z= 50*Y.^2.*exp(-X.^2-0.5*Y.^2);
```

```
mesh(X,Y,Z), title('Z= 50Y^2exp(-X^2-0.5Y^2)')
```

```
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z')
```



Representación ejercicio 2

3. Dados los intervalos para $x=[0,40]$, $y=[0,80]$, grafique la función $z=\sin(x)(y-20)^2$. Grafique con las variantes de *mesh*, *meshc* y *meshz*.

```
x=0:1:40; y=0:1:80;
```

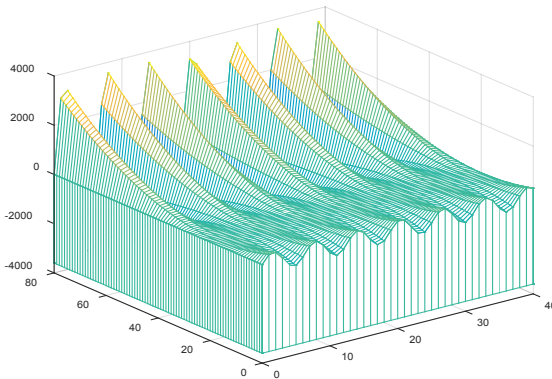
```
[X,Y]=meshgrid(x,y); % crea matrices para hacer la malla
```

```
Z=sin(X).*(Y-20).^2;
```

`mesh(X,Y,Z)` % dibuja la gráfica

`meshc(X,Y,Z)` % se adiciona contorno

`meshz(X,Y,Z)` % se crea sombra sobre el plano. Tenga en cuenta que puede rotar la gráfica



Representación ejercicio 3

4. Represente el paraboloide $f(x, y) = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + 2)$, seccionado por el plano $z = 4$ en el intervalo $[-3, 3]$, con particiones de 0,1.

```
[x,y]=meshgrid(-3:0.1:3);
```

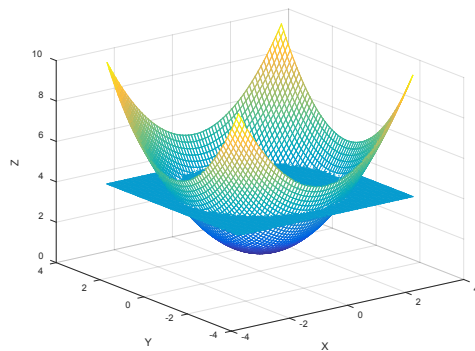
```
z=1/2*(x.^2+y.^2+2);
```

```
mesh(x,y,z), hold on
```

```
z=4*ones(size(z));
```

```
mesh(x,y,z)
```

```
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z'), view(-37,23)
```



Representación ejercicio 4

5. Dada la función $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ evaluada en los intervalos $[-1,1]$ y $[-1,1]$ con particiones de 0,01, grafique la $f(x,y)$ relacionándola con la función de Bessel (*besselj*).

```
[X Y] = meshgrid(-1:0.01:1,-1:0.01:1); a = 2*pi;
```

```
R = sqrt(X.^2+Y.^2);
```

```
f = (2*besselj(1,a*R(:))./R(:)).^2;
```

```
mesh(X,Y,reshape(f,size(X)));
```

```
axis vis3d;
```

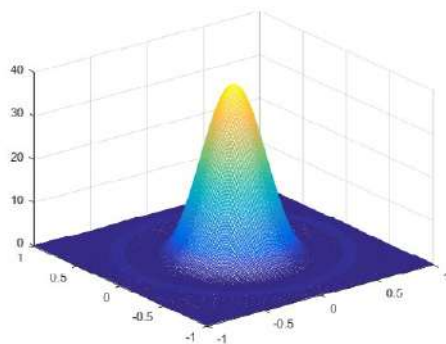
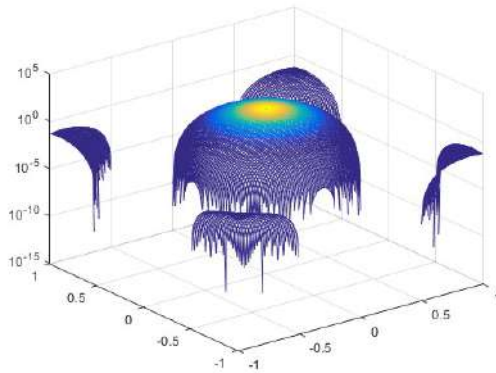


Figura 17.56. Gráfica de una función $f(x,y)$ relacionándola con la función de Bessel.

6. Modificando la última línea del código anterior se tiene una gráfica totalmente diferente.

```
set(gca,'Zscale','Log')
```



Representación ejercicio 6

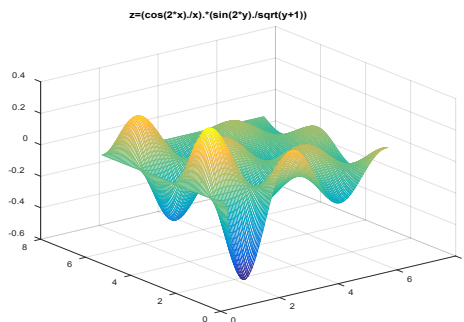
7. Grafique la función $z(x, y) = \frac{\cos(2x)\sin(2y)}{x\sqrt{y+1}}$, en el intervalo $[\pi/4, 2\pi]$, tomando 200 puntos.

```
xp=linspace(pi/4,2*pi,200);
```

```
[x,y]=meshgrid(xp,xp);
```

```
z=(cos(2*x)./x).*(sin(2*y)./sqrt(y+1));
```

```
mesh(x,y,z), title('z=(cos(2*x)./x).*(sin(2*y)./sqrt(y+1))')
```



Representación ejercicio 7

Al reemplazar la instrucción $mesh(x,y,z)$ por $surf(x,y,z)$ se tiene:

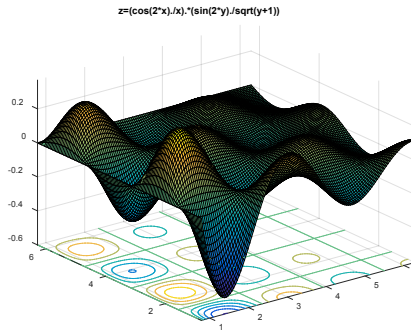


Figura 17.57. Gráfica de la función $z(x,y)$ en la que se emplea la instrucción $surf$.

Se puede suprimir la grilla a fin de mejorar la óptica de la gráfica mediante la instrucción $grid off$.

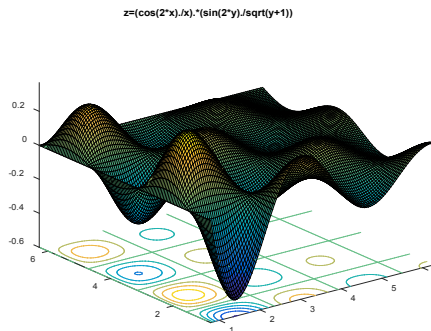


Figura 17.58. Supresión de la grilla tridimensional.

8. Grafique la función $R(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2} + eps$, en el intervalo $[-10,10]$, con particiones de 0,02, de modo que se combine con la función $z = \frac{\text{sen}(R)}{R}$.

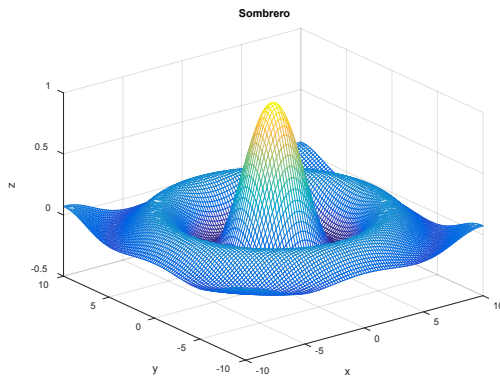
$[x,y] = meshgrid(-10:0.2:10);$

$R = \sqrt{x.^2 + y.^2} + \text{eps}$; %eps, representa coma flotante con precisión relativa, consultar help eps

$z = \sin(R) ./ R$;

`mesh(x,y,z), title('Sombrero')`

`xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')`



Representación ejercicio 8

Hubiese dado lo mismo si se realiza de la siguiente forma:

$x = -10:0.2:10$; $y = -10:0.2:10$;

`[X,Y] = meshgrid(x,y)`;

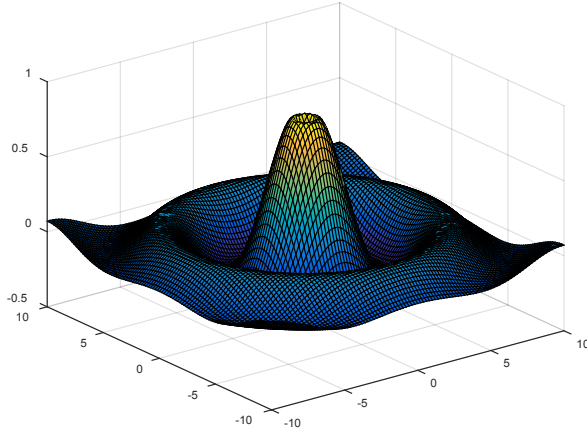
$Z = \sin(\sqrt{X.^2 + Y.^2}) ./ \sqrt{X.^2 + Y.^2 + 0.1}$;

`mesh(X,Y,Z)`

`xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')`

9. *Gráfica de superficie*. Es similar a la gráfica de malla, pero con la diferencia que aquí se rellenan los espacios entre líneas mejorando la calidad en cuanto a color y, por qué no, de presentación. La instrucción a utilizar es *surf* con los mismos argumentos que para *mesh*.

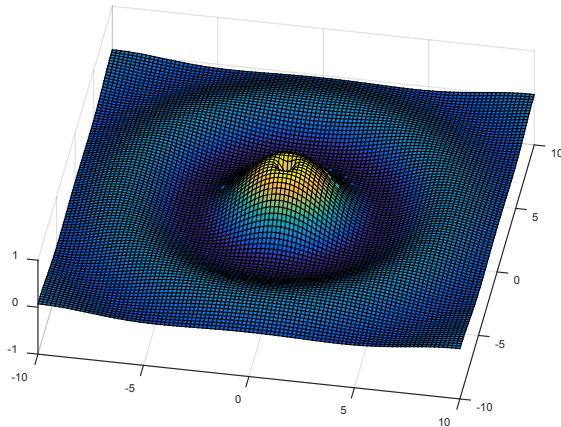
surf (X,Y,Z)



Representación ejercicio 9 I

Para cambiar el punto de observación:

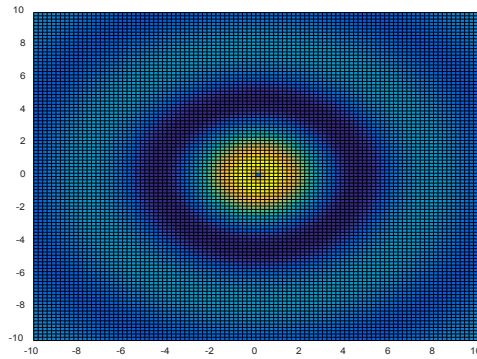
view (10,70)



Representación ejercicio 9 II

Observe el color desde un ángulo perpendicular a la superficie:

pcolor (X,Y,Z)



Representación ejercicio9 III

Algunas variantes de `pcolor`.

```
[X,Y] = meshgrid(-8:.5:8);
```

```
R = sqrt(X.^2 + Y.^2) + eps;
```

```
Z = sin(R)./R; figure;
```

```
subplot(1,3,1); pcolor(X,Y,Z);
```

```
subplot(1,3,2); pcolor(X,Y,Z);
```

```
shading flat;
```

```
subplot(1,3,3); pcolor(X,Y,Z);
```

```
shading interp;
```

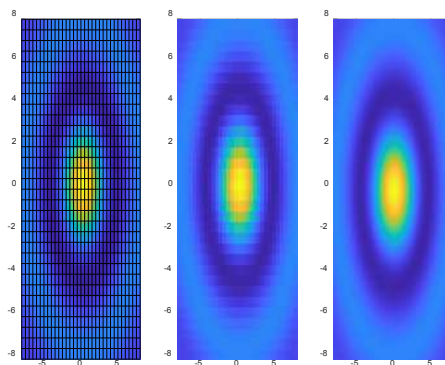


Figura 17.59. Variantes de color de una función tridimensional proyectada sobre un plano bidimensional.

Para añadir la barra de color a la figura se emplea la instrucción *colorbar*.

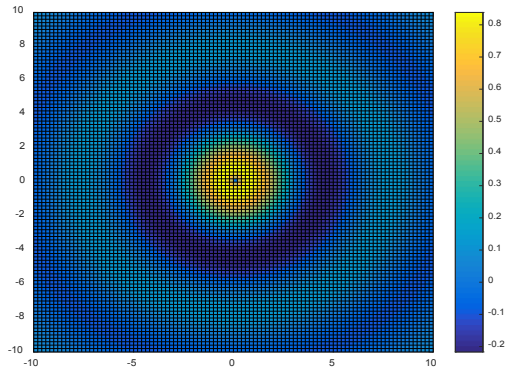


Figura 17.60. Representación gráfica de la instrucción *colorbar*.

Otra opción:

$[C, h] = \text{contourf}(x, y, z); \text{colorbar}$

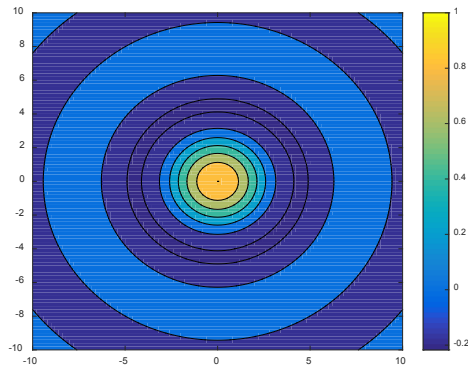


Figura 17.61. Líneas de contorno en color con su respectiva barra de color.

10. Las gráficas de contorno en 2D y 3D se generan usando, respectivamente, las funciones *contour* y *contour3*.

$\text{contour}(X,Y,Z), \text{title}(\text{'Contorno'})$

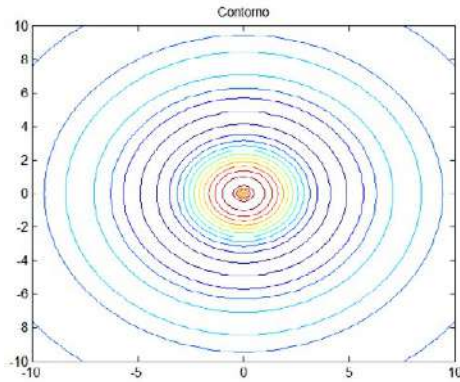


Figura 17.162. Líneas de contorno.

Para etiquetar las líneas de contorno de la gráfica se emplea la instrucción *clabel*, la cual escribe los valores de los niveles que representan las curvas de nivel.

```
[C, h] = contour(x, y, z);
```

```
clabel(C, h)
```

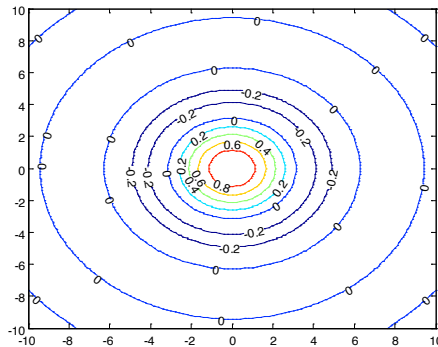


Figura 17.63. Curvas de nivel con los respectivos valores.

En el caso en que se quisiera los valores de los niveles que representen las curvas de nivel en 3D:

```
x = -10:0.5:10; y = x;
```

```
[X,Y] = meshgrid(x,y);
Z = sin(sqrt(X.^2 + Y.^2)) ./ sqrt(X.^2 + Y.^2 + 0.1);
C=contour3(X,Y,Z);
clabel(C);
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z')
```

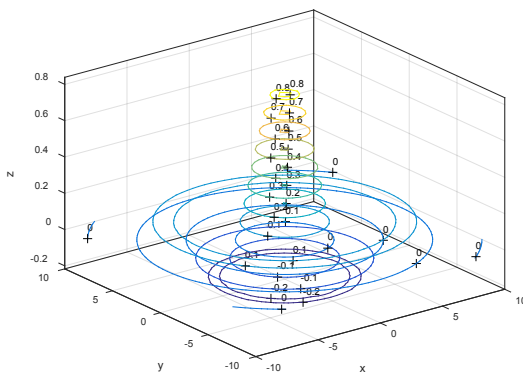


Figura 17.64. Curvas de nivel con los respectivos valores en un plano tridimensional.

11. Grafique las funciones dadas, en la que una depende de la otra en el intervalo $[-4,4]$. Tome 90 puntos:

$$z = x^2 - y^2; \quad W = x \cos \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

```
x=linspace(-3,3,80); x=y;
```

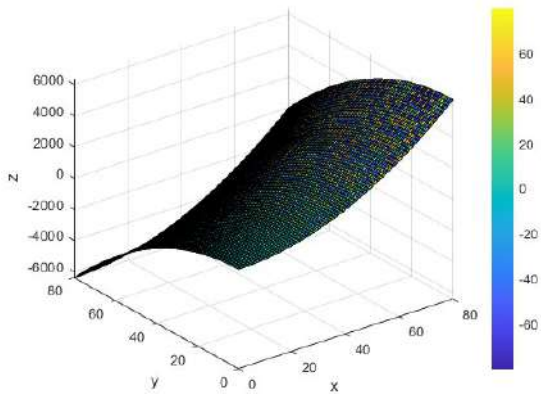
```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
Z=X.^2-Y.^2;
```

```
W=X.*cos(sqrt(X.^2+Y.^2+Z.^2));
```

```
surf(X,Y,Z,W), colorbar
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



Representación ejercicio 11

12. Grafique la función $f(x,y)=x^2 y \sin(xy)$ en los intervalos $[-2,2]$ $x[-3,3]$, con particiones de 0,1 y 0,3, respectivamente, donde aparezcan las tres figuras por separado en tándem, usando las instrucciones *mesh*, *meshc* y *meshz*. Etiquete ejes.

```
[X, Y]=meshgrid(-2:.1:2,-3:0.3:3);
```

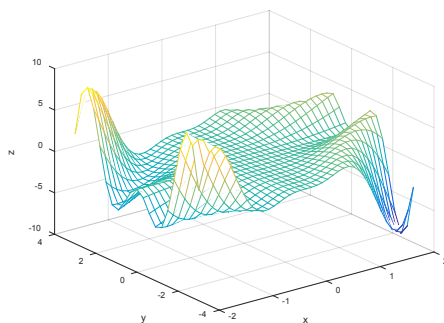
```
Z=X.^2.*Y.*sin(X.*Y);
```

```
figure(1), mesh(X,Y,Z), xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
figure(2),meshc(X,Y,Z), xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
figure(3),meshz(X,Y,Z), xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
view(61,46)
```



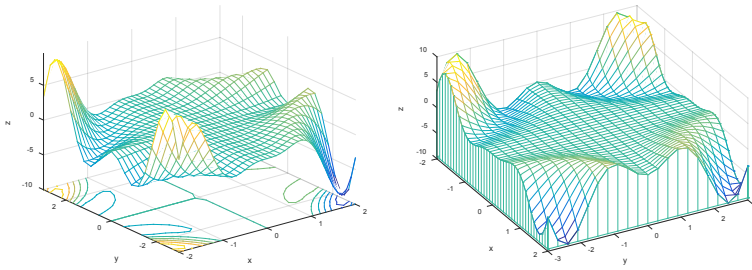


Figura 17.65. Gráficas de la función $f(x,y)$ con las instrucciones `mesh`, `meshc` y `meshz`.

Práctica 11

Grafique la función y aplique todas aquellas instrucciones que permitan un análisis más profundo de la función según los ejemplos dados.

1. Función $z(x, y) = \frac{y^2}{x^2+y^2}$ en los intervalos $[-5,5]$ y $[-7,7]$, con particiones de 0,1.

2. Grafique la función $z(x,y)=y^2+x^2$ en el intervalo $[-1,5, 1,5]$, con particiones de 0,03. Suprima los ejes.

3. Función $z(x,y)=x\cos(y)\sen(x+y)$ en los intervalos $[-2,2]$ y $[-4,4]$, con particiones de 0,1.

4. $z(x, y) = xe^{-[(x-y^2)^2+y^2]}$, en el intervalo $[-2,2]$ para x e y , tomando 150 puntos.

5. Represente el paraboloides $f(x,y)=x^2+y^2+1$, seccionado por el plano $z = 3$ en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,1.

6. $z(x, y) = (1 + \sen(x^2y))^{\frac{1}{x^2+y^2}}$, en el intervalo $[-2\pi,2\pi]$ para x e y , tomando particiones de 0,1.

7. Represente el hiperboloides $f(x,y)=y^2-x^2$, seccionado por el plano $z = 2$ en el intervalo $[-3,3]$, con particiones de 0,1.

8. Grafique la función $f(x,y)=\tan|xy|$ en los intervalos $[-2,2]$ $x[-3,3]$, con particiones de 0,1, donde aparezcan las tres figuras por separado en tándem, usando las instrucciones *mesh*, *meshc* y *meshz*. Etiquete ejes.

9. Grafique la función $z(x,y)=x^2 \log(y^2+x^2)$ en el intervalo $[-2,2]$, con particiones de 0,03. Suprima los ejes. Adicione la instrucción *view(-172,26)*.

10. Función $z(x,y)=x^2 \cos(x-2y)$ en los intervalos $[-3,3]$ y $[-5,5]$, con particiones de 0,1.

11. Grafique las funciones dadas, en la que una depende de la otra en el intervalo $[-3,3]$. Tome 80 puntos:

$$z=|-x^2-y^2|; T=x^2-y^2-z^2$$

12. $z(x,y) = (x-3)^2 - \frac{(y-5)^2}{4}$, en el intervalo $[-3.5,3.5]$ para x e y , tomando 200 puntos.

13. $z(x,y) = \pi \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}$, en el intervalo $[0,1]$ para x e y , tomando particiones de 0,01.

14. Función $z(x,y)=x^2 \sen(x+y)$ en los intervalos $[-3,3]$ y $[-5,5]$, con particiones de 0,1.

15. Grafique la función $f(x,y)=\sen(xy)\cos(xy)$ en los intervalos $[-2,2] \times [-3,3]$, con particiones de 0,1, donde aparezcan las tres figuras por separado en tándem, usando las instrucciones *mesh*, *meshc* y *meshz*. Etiquete ejes.

16. Grafique las funciones dadas, en la que una depende de la otra en el intervalo $[-3,3]$. Tome 80 puntos:

$$z = \sen(x^2 - y^2); \quad W = 2\sen\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Gráficas en pseudocolor

Las gráficas en pseudocolor son similares a las gráficas que emplea la instrucción de contorno, excepto que, en lugar de líneas que resaltan un contorno específico de la superficie de la función se genera un mapa bidimensional sombreado sobre una retícula.

Cabe mencionar que Matlab incluye una función muestra llamada *peaks*, que genera las matrices x , y , z de una superficie cuya morfología se parece a una montaña, tal como se habrá observado en otros ejemplos.

```
[x,y,z] = peaks;
```

```
subplot(2,2,1); pcolor(x,y,z);
```

```
subplot(2,2,2); pcolor(x,y,z); shading interp;
```

```
subplot(2,2,3); pcolor(x,y,z); shading interp;
```

```
hold on; contour(x,y,z,20,'k');
```

```
subplot(2,2,4); contour(x,y,z);
```

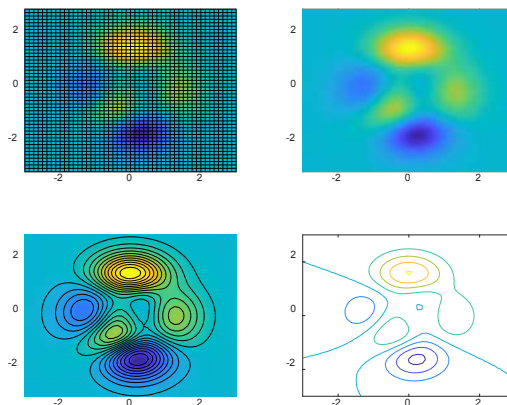


Figura 17.66. Representación gráfica de pseudocolores en un plano bidimensional.

Contour3(x, y, z, v)

Sean x, y, z las coordenadas de los puntos de la superficie v , si es un escalar, es el número de niveles de contornos. El uso de v es opcional. Para etiquetar los contornos se emplean las siguientes instrucciones:

```
[C, h] = contour3(x,y,z,v)
```

```
clabel(C,h,v)
```

A fin de rellenar la región entre contornos 2D con diferentes colores se usa *contourf(x,y,z,v)*, tal como se ha mostrado en ejemplos previos. No sobra recordar que los valores de los colores se pueden identificar usando *colorbar(s)*, la cual coloca una barra de colores y sus correspondientes valores numéricos adyacente a la figura.

La cantidad z es un *string* igual a *horiz* o *vert* para indicar la orientación de la barra. El valor por defecto es *vert*.

1. Retomando la función volcán se tiene:

```
[C, h] = contour3(x, y, z);
```

```
clabel(C,h)
```

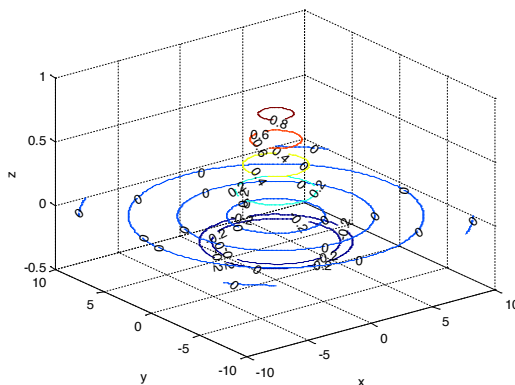


Figura 17.67. Representación gráfica usando la instrucción *contour3*.

Las propiedades de las líneas y las etiquetas se pueden modificar. Por ejemplo, con el fin de cambiar el tamaño de las etiquetas creadas con *contour* a 14 puntos y las líneas del contorno blancas se siguen los siguientes pasos:

```
[C, h] = contourf(x, y, z);
g = clabel(C,h),
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
set(g,'FontSize', 14)
set(h,'LineColor', 'w')
```

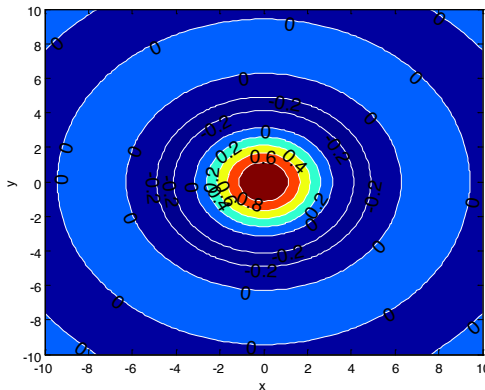


Figura 17.68. Representación gráfica usando la instrucción *contourf*.

2. Modificaciones especiales, en la que se toman número aleatorios según parámetros indicados x, y , evaluando los puntos máximos y mínimos con un máximo de puntos de 100 e interpolándolos.

```
x=rand(120,1)*18-8; y=rand(120,1)*18-8;
```

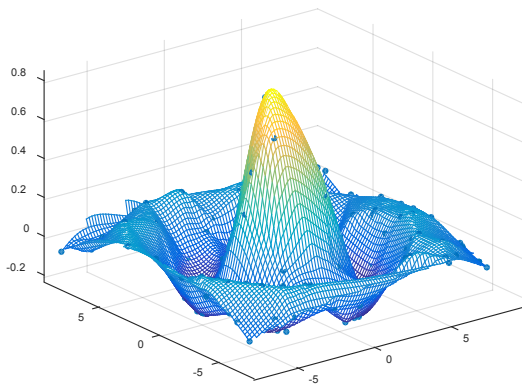
```
R=sqrt(x.^2+y.^2)+eps;
```

```
z=sin(R)./R;
```

```

A=linspace(min(x),max(x),100);
B=linspace(min(y),max(y),100);
[X,Y]=meshgrid(A,B);
Z=griddata(x,y,z,X,Y,'cubic');
mesh(X,Y,Z) % Se interpola
axis tight; hold on
plot3(x,y,z,','MarkerSize',15)

```



Representación ejercicio 2

3. Del mismo modo que la instrucción *surf*, se grafican los vectores normales a la superficie mediante el comando $[N_x, N_y, N_z] = \text{surfnorm}(X, Y, Z)$.

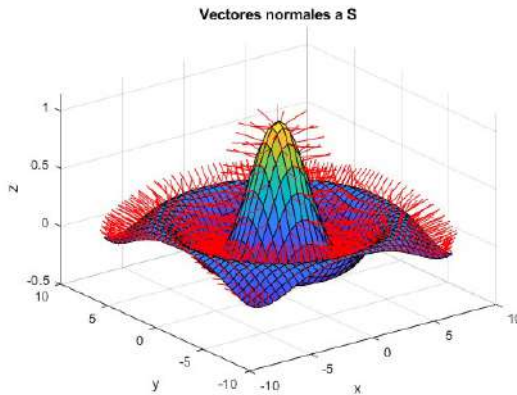
```
x=-8:0.5:8;
```

```
y=x; % porque tienen el mismo intervalo
```

```
[X,Y]=meshgrid(x,y);
```

```
R=sqrt(X.^2+Y.^2)+eps;
```

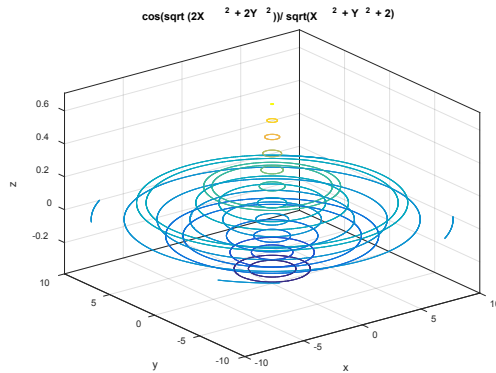
```
Z=sin(R)./R;
surfnorm(X,Y,Z);
title('Vectores normales a S'),
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z')
```



Representación ejercicio 3

4. Dada la función $z = \frac{\cos\sqrt{2x^2+2y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+2}}$, evaluada en el intervalo de $[-10,10]$ con particiones de 0,05, grafique empleando la instrucción `contour3`.

```
x = -10:0.05:10;
y = x; % porque tienen el mismo intervalo
[X,Y] = meshgrid(x,y);
Z = cos(sqrt(2*X.^2 + 2*Y.^2))./sqrt(X.^2 + Y.^2 + 2);
contour3(X,Y,Z);
title('cos(sqrt(2X^2 + 2Y^2))/sqrt(X^2 + Y^2 + 2)')
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z')
```



Representación ejercicio 4

5. Gráfico de cascada mediante la función *waterfall*. Dada la función $z = \frac{\cos\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2+0,9}}$ evaluada en el intervalo de $[-10,10]$ con particiones de 0,2, grafique Z empleando la instrucción *contour3*.

```
x = -10:0.2:10;
```

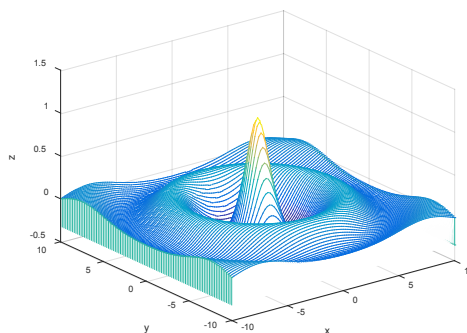
```
y=x; % porque tienen el mismo intervalo
```

```
[X,Y] = meshgrid (x,y);
```

```
Z = cos(sqrt(X.^2 + Y.^2))./sqrt(X.^2 + Y.^2 + 0.9);
```

```
waterfall(X,Y,Z);
```

```
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z')
```



Representación ejercicio 5

6. Grafique las curvas de nivel de las funciones dadas en una misma ventana, usando los comandos *meshgrid* y *contour*.

$f(x,y)=\text{sen}(x)\text{sen}(y)$ evaluada en $[0,3\pi] \times [0,5\pi]$, con particiones de 0,02.

$g(x,y)=x-0,5x^3+0,25y^2+1$ evaluada en $[-3,3] \times [-3,3]$, con particiones de 0,25.

$h(x,y)=\frac{\text{sen}\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^2}$, evaluada en $[-8,8] \times [-8,8]$, con particiones de 0,01.

```
x=0:0.02:3*pi; y=0:0.025:5*pi;
```

```
[X1,Y1]=meshgrid(x,y);
```

```
z1=sin(X1).*sin(Y1);
```

```
x=-3:0.25:3;
```

```
y=x;
```

```
[X1,Y1]=meshgrid(x,y);
```

```
z2=X1-0.5*X1.^3+0.25*Y1.^2+1;
```

```
x=-8:0.01:8;
```

```
y=x;
```

```
[X1,Y1]=meshgrid(x,y);
```

```
r=sqrt(X1.^2+Y1.^2)+eps;
```

```
z3=sin(r)./r;
```

```
clf
```

```
subplot(2,2,1); mesh(z1); xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z')
```



```

title('sin(x)*sin(y)');
subplot(2,2,2); meshz(z2);xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z')
title('x-0.5*x^3+0.2*y^2+1');
subplot(2,2,3); waterfall(z2); xlabel('x');ylabel('y'); zlabel('z')
title('x-0.5*x^3+0.2*y^2+1');
subplot(2,2,4); meshc(z3); xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z')
title('sin(r)/r');

```

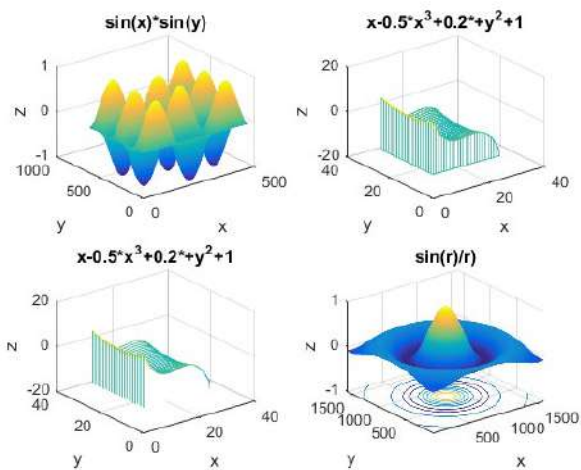


Figura 17.69. Representación gráfica de difrentes funciones usando los comandos `meshgrid` y `contour`.

7. *Unicornio*. Definidos por las siguientes ecuaciones paramétricas:

$$\begin{aligned}
 x &= 2[1 - e^{u/6\pi}] \cos(u) \cos^2\left(\frac{v}{2}\right) \\
 y &= 2[-1 + e^{u/6\pi}] \sen(u) \cos^2\left(\frac{v}{2}\right), \quad 0 \leq u \leq 7\pi \text{ y } 0 \leq v \leq 2\pi \\
 z &= 1 - e^{\frac{u}{3\pi}} - \sen(v) + e^{\frac{u}{6\pi}} \sen(v)
 \end{aligned}$$

Grafique con 80 puntos y ángulos de inclinación fijo de (48,14).

```
u=linspace(0,7*pi,80); v=linspace(0,2*pi,80);
```

```
[u,v]=meshgrid(u,v);
```

```
x=2*(1-exp(u/(6*pi))).*cos(u).*cos(v/2).^2;
```

```
y=2*(-1+exp(u/(6*pi))).*sin(u).*cos(v/2).^2;
```

```
z=1-exp(u/(3*pi))-sin(v)+exp(u/(6*pi)).*sin(v);
```

```
mesh(x,y,z)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
view(48,14)
```

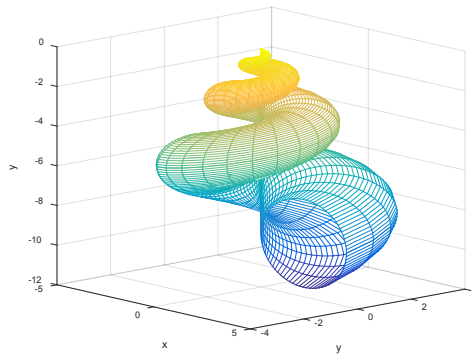


Figura 17.70. Gráfica unicornio.

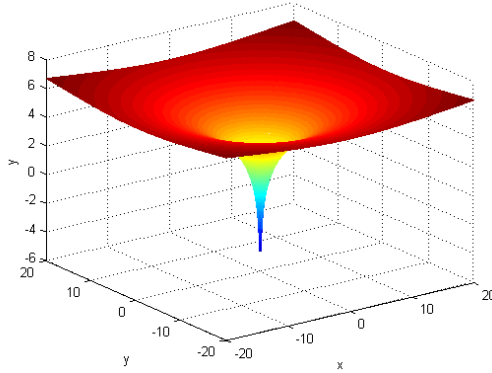
8. *Superficie y curvas de nivel.* La gráfica de la superficie S de la función $z = \ln(x^2 + y^2)$ tiene forma parecida a un embudo, evaluada en el intervalo $[-20, 20]$, con particiones de 0,1.

```
[X,Y]=meshgrid(-20:0.1:20);
```

```
Z=log(X.^2+Y.^2);
```

```
mesh(X,Y,Z)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('y'),view(-36,26)
```



Representación ejercicio 8 I

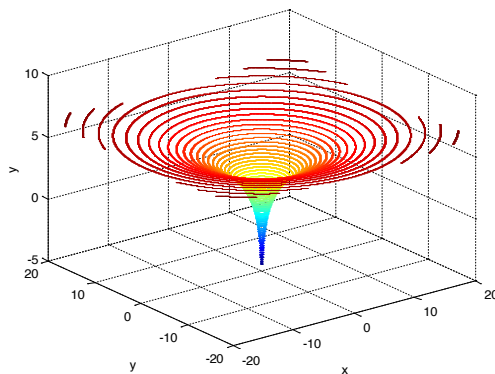
Para graficar las curvas de nivel sobre la superficie S se emplea la función `contour3`.

```
[X,Y]=meshgrid(-20:0.1:20);
```

```
Z=log(X.^2+Y.^2); contour3(X,Y,Z,60)
```

% el número 60 indica el número de curvas de nivel.

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('y')
```



Representación ejercicio 8 II

Práctica 12

Grafique con las variantes de *mesh*, *meshc*, *meshz*, *contour*, *contour3* y *surf*. Cambie el punto de observación y grafique las curvas de nivel.

1. Dados los intervalos para $x = [-20,50]$, con particiones de 0,1, $y = [0,90]$ con particiones de 0,1, grafique la función $z = \cos(x)^2 (y-30)^2$.

2. Dados los intervalos para $x = [0,60]$, con particiones de 0,01, $y = [0,100]$ con particiones de 0,1, grafique la función $z = \tan(x)^2 (y-10)^2$.

3. Dados los intervalos para $x = [-10,70]$, con particiones de 0,1, $y = [0,80]$ con particiones de 0,1, grafique la función $z = 2\text{sen}(x)^2 (y^2 - 20)^3$.

4. Dados los intervalos para $x = [0,40]$, con particiones de 0,1, $y = [-10,90]$ con particiones de 0,1, grafique la función $z = \tan(x)(y+15)^3$.

5. Dados los intervalos para $x = [-3\pi,3\pi]$, con particiones de 0,1, $y = [-4\pi,4\pi]$ con particiones de 0,1, grafique la función $z = \text{sen}\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos(y^2 + 1)$.

6. Dados los intervalos para $x = [0,4\pi]$, con particiones de 0,1, $y = [-4\pi,4\pi]$ con particiones de 0,1, grafique la función $z = 3\text{sen}(\sqrt{x^2 + 2})\cos(2y)$.

7. Dado el intervalo $[-2,2]$, con particiones de 0,1, grafique la función . Use las instrucciones *surf*, *contour(z,20)*, *contour3(z,50)*, *pcolor(x,y,z)* para las gráficas.

Grafique la superficie y las curvas de nivel de las siguientes funciones.

8. $z = e^{\sqrt{x^2+y^2}}$ evaluada en el intervalo $[-5,5]$ con particiones de 0,1.

9. $z = \cos \sqrt{x^2 + y^2}$ evaluada en el intervalo $[-60,60]$ con particiones de 0,1.

10. $z = \text{sen}(x^2 - y^2)$ evaluada en el intervalo $[-70,70]$ con particiones de 0,2.

11. Grafique la superficie $z = \text{sen} \sqrt{x^2 + y^2}$ evaluada en el intervalo $[-2,2]$ con 90 puntos, con la siguiente secuencia de Matlab:

```
x=linspace(-2,2,90); y=linspace(-2,2,90);
```

```
[x,y]=meshgrid(x,y);
```

```
z=sin(sqrt(x.^2+y.^2));
```

```
mesh(x,y,z), axis tight
```

```
view(120,30)
```

Cambie el número de puntos y el intervalo. Etiquete la gráfica y muéstrela con un entorno blanco.

12. *Gráfica de un cilindro transparente.* Sea un cilindro de altura 1 y radio r , transparente con la instrucción *cylinder*.

Pruebe y analice el siguiente código:

```
t=input('Digite el Número de generatrices t: '); %t es el Número de generatrices que corta a la circunferencia base.
```

```
r=input('Digite el radio: ');
```

```
[x,y,z]=cylinder(r,50);  
surf(x,y,z,'FaceAlpha','flat','AlphaDataMapping','scaled',...  
'AlphaData',gradient(z),'FaceColor','red')  
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

18.

Instrucciones complementarias



Es importante tener en cuenta que es posible personalizar aún más las gráficas en dos y tres dimensiones, mediante un conjunto de instrucciones diseñadas para tal fin.

box on o *box off*

grid on o *grid off*

axis on o *axis off*

La función *box on* solo dibuja una caja si *axis on* ha sido seleccionado.

Tenemos la gráfica del volcán.

```
[x,y]=meshgrid(-10:0.02:10);
```

```
R=sqrt(x.^2+y.^2)+eps;
```

%eps, representa coma flotante con precisión relativa, consultar help eps

```
z=sin(R)./R;
```




```
mesh(x,y,z), title('Sombrero')
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

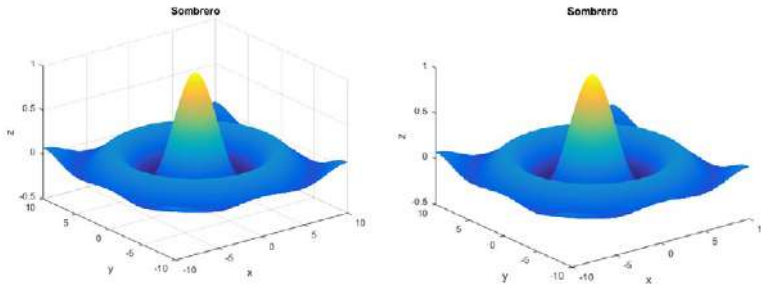


Figura 18.1. Gráfica volcán, con diferentes niveles de mallado.

Con el fin de suprimir la grilla, se adiciona la instrucción *grid off*, por lo cual la gráfica queda como la gráfica de la derecha de la Figura 18.1.

Para el caso en la que se desea suprimir la grilla y los ejes de la gráfica, se combinan las instrucciones *axis off* y *grid off*.

Si lo que se desea es restablecer los ejes sin grilla, de manera que la gráfica aparezca en una caja, se activa la instrucción *axis on*, *grid off* y *box on*:

```
axis off          axis on
```

```
grid off         grid off
```

```
box on
```

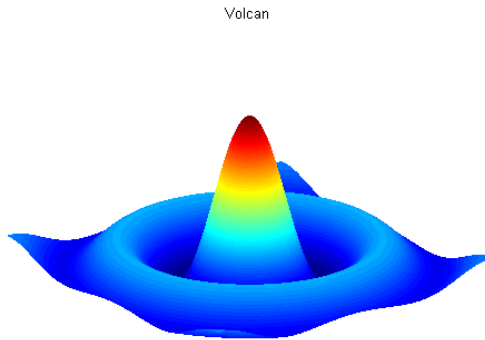


Figura 18.2. Gráfica sin grilla.

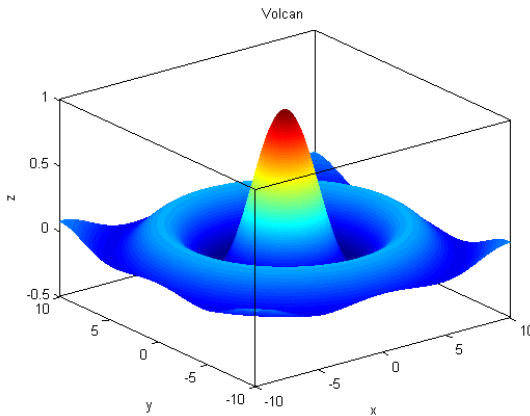
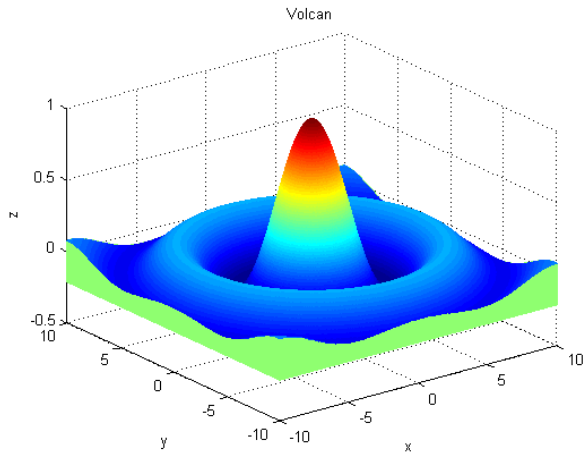


Figura 18.3. Gráfica de la función enmarcada en una caja tridimensional.

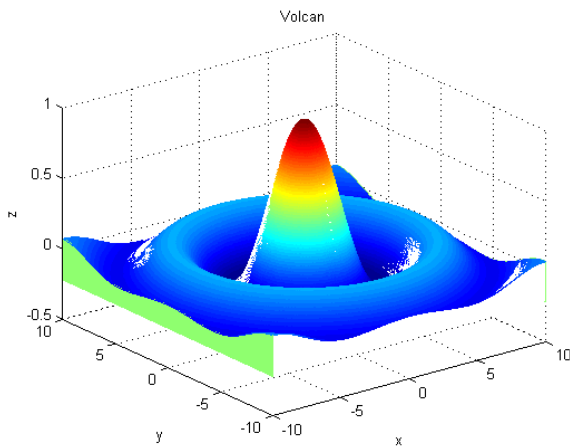
Funciones adicionales para mejorar visualmente una superficie son:

```
[x,y]=meshgrid(-10:0.02:10);
R=sqrt(x.^2+y.^2)+eps;
z=sin(R)./R; meshz(x,y,z),title('Volcan')
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



Representación

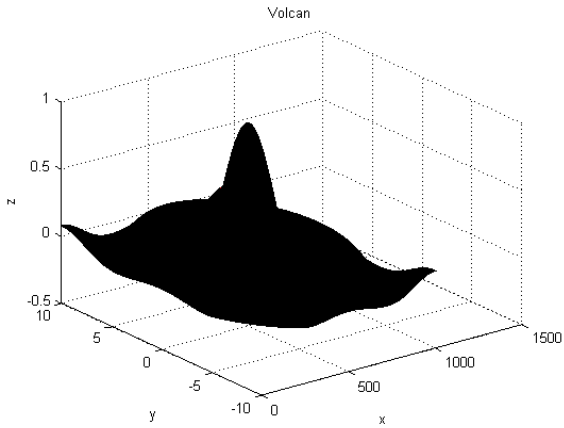
waterfall(x,y,z)



Representación

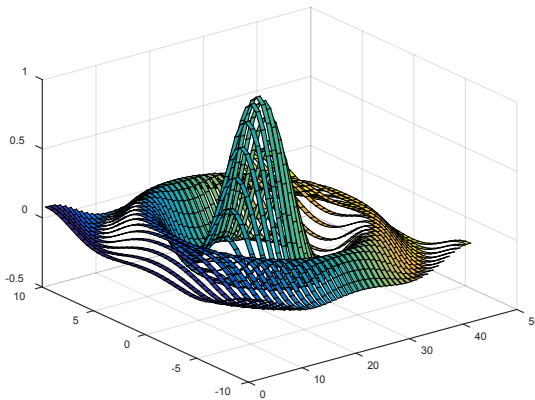
ribbon(y,z)

El color negro ocurre porque se toman demasiadas particiones o puntos. Amplíe la ventana para ver mejor la superficie.



Representación

A fin de mejorar la resolución, se cambia a una partición de 0,5.

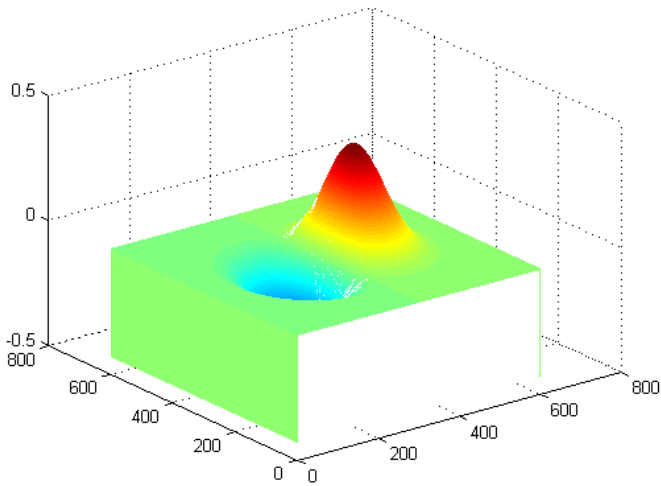


Representación

Otro ejemplo de la instrucción *waterfall* es el siguiente:

```
[x y] = meshgrid(-3:0.01:3);
```

```
z = x.*exp(-x.^2-y.^2); waterfall(z)
```



Representación

Otra opción con la instrucción *ribbon* es la siguiente:

Sean las funciones $x=\sin(t)$, $y=e^{-0,21t} \cos(t)$, $z=e^{-0,8t} \sin(t)$ evaluadas en el intervalo $[0,5\pi]$, grafique en 3D con 120 puntos.

```
t=linspace(0,5*pi,120);
```

```
x=sin(t);
```

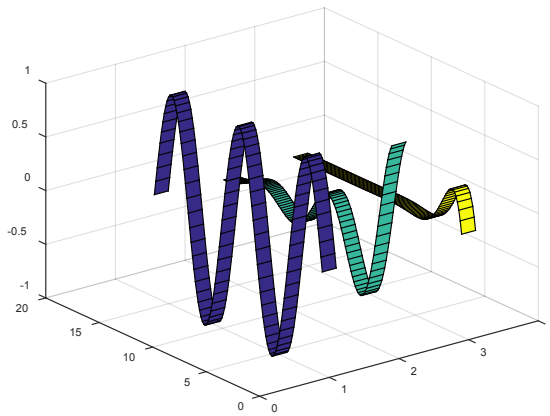
```
y=exp(-0.21*t).*cos(t);
```

```
z=exp(-0.8*t).*sin(t);
```

```
w=[x;y;z];
```

```
n=0.2; % permite cambiar el grosor de las tiras.
```

```
ribbon(t,w,n)
```



Representación

Contour

Dada la superficie $z=f(x,y)$, se llama curva o contorno de los puntos (x,y) , para los cuales la función f corresponde a una constante, es decir, $f(x,y)=c$.

Las curvas de nivel son proyecciones sobre el plano XY de una curva de intersección de la superficie que es generada por la función f y el plano $z = c$. En el caso de Matlab, la función *contour* permite dibujar las curvas de nivel de una superficie paramétrica proyectadas sobre el plano XY .

La función *contour3* dibuja las curvas de nivel sobre la misma superficie.

contour(x,y,z,n)

contour3(x,y,z,n)

Donde n es el número de líneas a dibujar.

Se puede usar la función *colorbar* a fin de adicionar a la gráfica una barra con la graduación de colores y la correspondencia con los valores de la función representada. (Esta función se puede usar con cualquier otra función gráfica que utilice colores).

Ejemplos

2. Sea la función $z=2xe^{-x^2-y^2}$, evaluada en los intervalos $-2 \leq x \leq 2$, $-2 \leq y \leq 3$, con particiones de 0,2, cree la matriz Z utilizando las sentencias *meshgrid* y *contour*:

```
[X,Y] = meshgrid(-2:.2:2,-2:.2:3);
```

```
Z = 2*X.*exp(-X.^2-Y.^2);
```

Genere un gráfico de contorno de Z .

```
[C,h] = contour(X,Y,Z);
```

```
clabel(C,h)
```

```
colormap cool
```

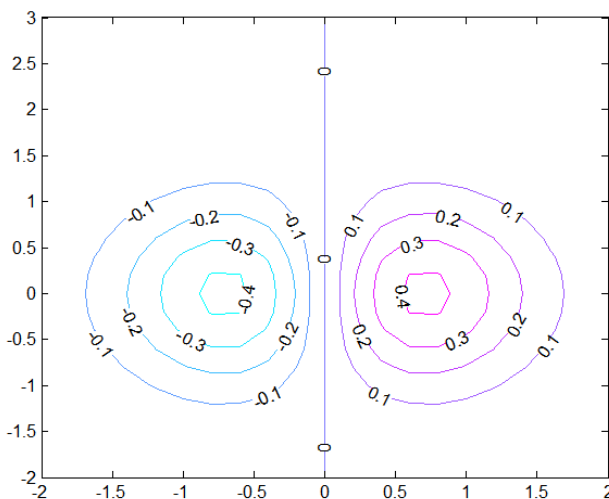


Figura 18.4. Líneas de contorno marcadas según su nivel.

3. Observe la misma función en el mismo rango con 20 líneas de contorno y espaciados uniformemente coloreados.

```
contour(X,Y,Z,30)
```

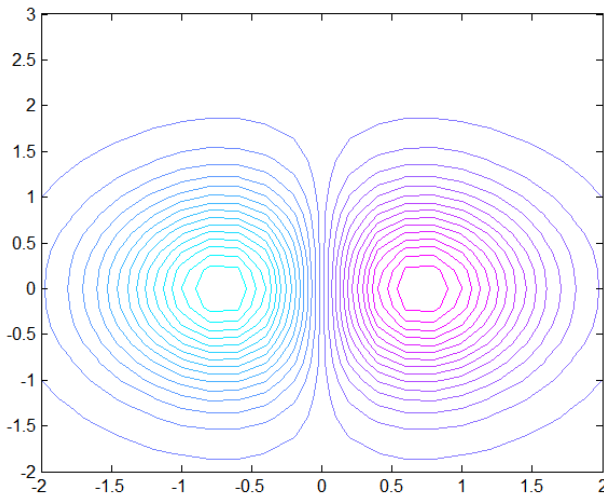


Figura 18.5. Líneas de contorno y espaciados uniformemente.

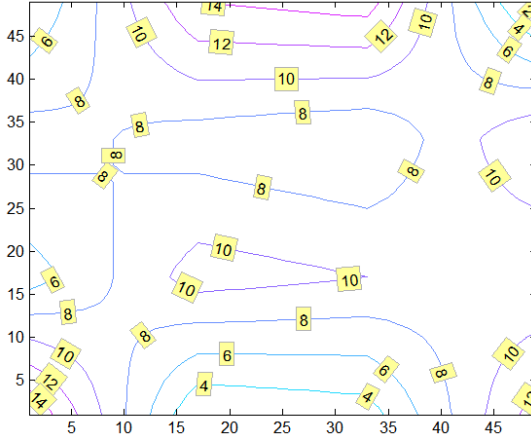
Se puede emplear la función *interp2* para crear contornos más suaves. Es posible ajustar también el texto de la etiqueta de contorno mediante la instrucción *BackgroundColor* a un color amarillo claro y el *EdgeColor* a gris claro.

```
Z = magic(4);
```

```
[C,h] = contour(interp2(Z,4));
```

```
h = clabel(C,h);
```

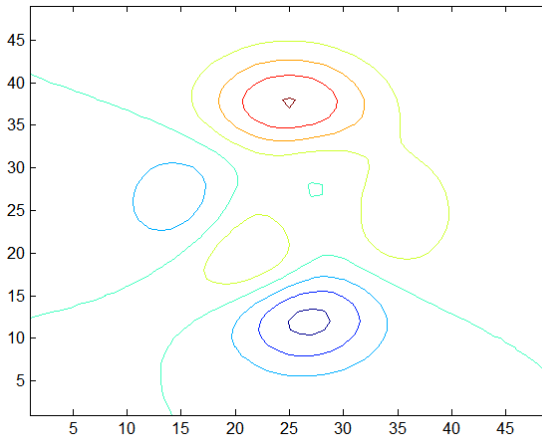
```
set(h,'BackgroundColor',[1 1 .6],'Edgecolor',[.7 .7 .7])
```

Representación ejercicio 4

4. Por defecto se puede tomar la función *peaks*, la cual genera una matriz de 49 x 49 y representa las alturas por medio de curvas de nivel en una superficie paramétrica:

`contour(peaks)`



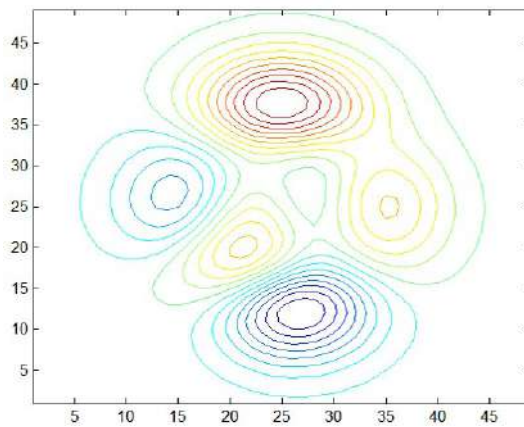
Representación ejercicio 4

Se puede introducir en la función *contour* tres vectores a las coordenadas de los puntos en el espacio. Esta opción es útil cuando

se trabaja con datos estadísticos o cuando se desea representar resultados obtenidos con mallas no estructuradas. De igual manera, es posible introducir las curvas de nivel que desee en cada caso.

5. Grafique 20 curvas de nivel empleando la función *peaks*.

```
contour(peaks,linspace(max(max(peaks)),min(min(peaks)),20))
```



Representación ejercicio 5

6. Emplee la instrucción *peaks* con el fin de obtener la matriz y las gráficas en 2D y 3D.

```
z = peaks(8)
```

```
z =
```

```
0.0001 0.0023 -0.0029 -0.1563 -0.2346 -0.0561
-0.0022 -0.0000
```

```
0.0006 0.0244 -0.1032 -2.4323 -3.5908 -0.8277
-0.0260 0.0002
```

```
-0.0028 0.0087 0.7341 -0.9372 -4.8662 -0.5602 0.1510
```

0.0068

—0.0279 —0.6534 —1.0906 3.4240 0.4035 2.9861 0.8211
0.0282

—0.0314 —0.8286 —2.8195 0.6104 0.1215 3.0044 0.8001
0.0273

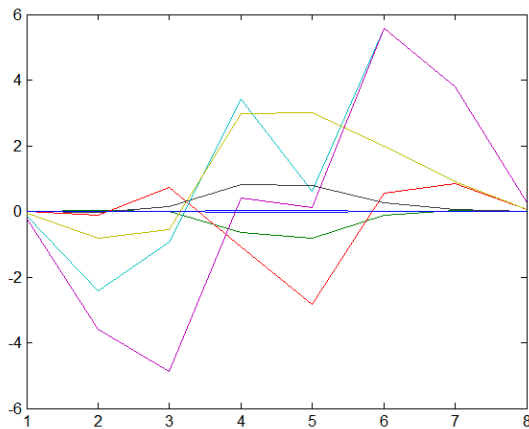
—0.0065 —0.1301 0.5604 5.5906 5.5830 1.9727 0.2510
0.0071

0.0002 0.0358 0.8375 3.8090 3.8096 0.9129 0.0561 0.0009

0.0000 0.0029 0.0569 0.2495 0.2496 0.0579 0.0032 0.0000

El comando *peaks* crea una matriz de 8 x 8 en este caso, la cual puede graficarse por instrucciones como *plot*, así:

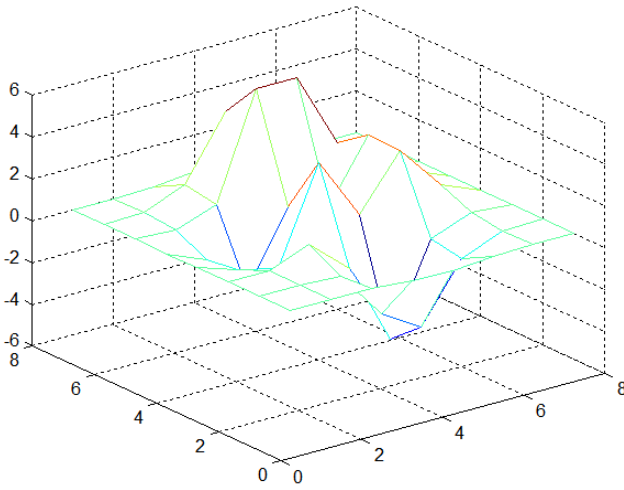
plot(z)



Representación ejercicio 6 I

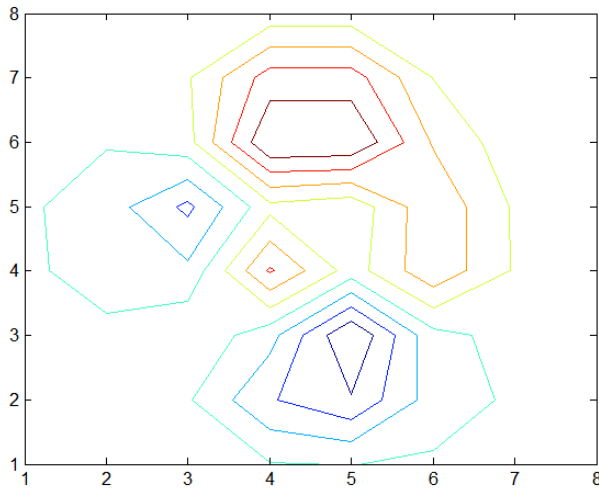
Se toma como base la gráfica anterior para demostrar algunas funciones en tres dimensiones.

mesh(z).



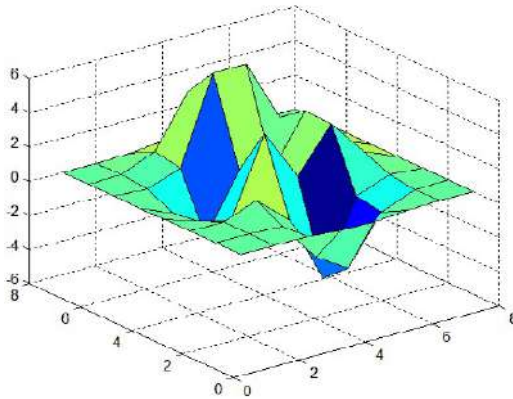
Representación ejercicio 6 II

`contour(z,8)`



Representación ejercicio 6 III

`surf(z)`



Representación ejercicio 6 IV

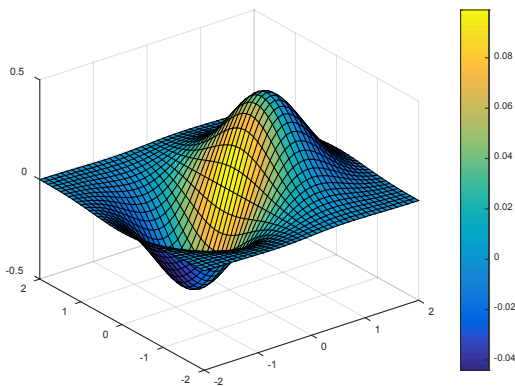
Visualización de mapas de colores. La función de barra de colores muestra el mapa de color actual, ya sea vertical u horizontal, en la ventana de figuras junto con el gráfico, así:

```
[x,y] = meshgrid([-2:1:2]);
```

```
Z = x.*exp(-x.^2-y.^2);
```

```
surf(x,y,Z,gradient(Z))
```

```
colorbar
```



Representación ejercicio 6 V

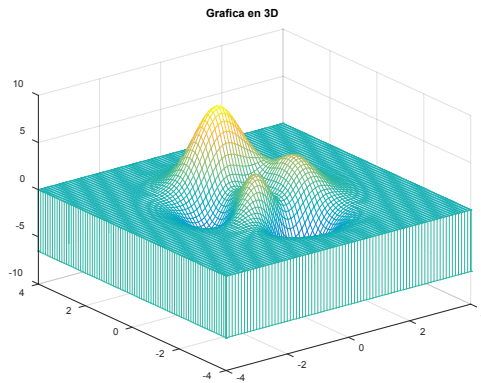


7. Combinación *meshgrid* y *peaks*:

```
[X,Y]=meshgrid(-4:0.1:4);
```

```
Z=peaks(X,Y);
```

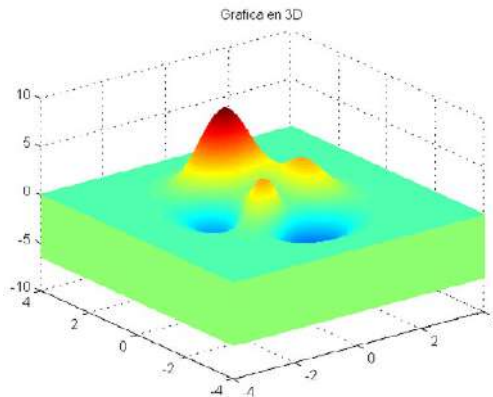
```
meshz(X,Y,Z), title('Grafica en 3D')
```



Representación ejercicio 7

Al cambiar el valor de las particiones se obtiene una imagen más estilizada.

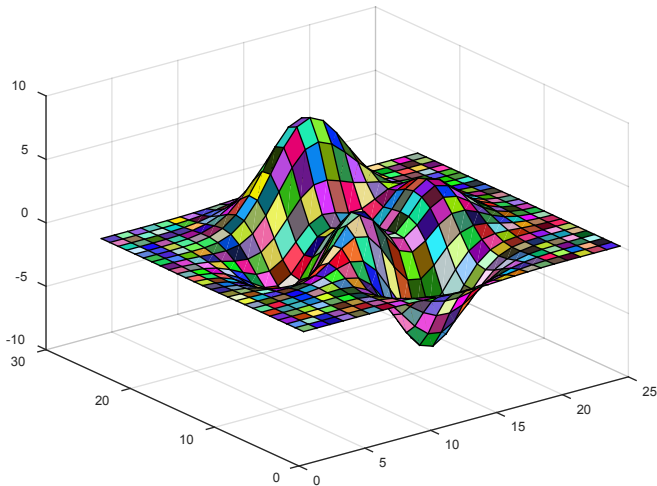
```
[X,Y]=meshgrid(-4:0.01:4);
```



Representación ejercicio 7 I

Una variante de *peaks* es la siguiente:

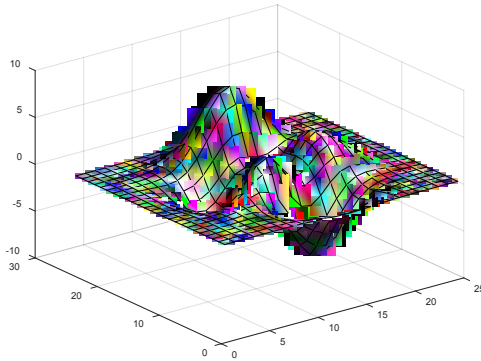
```
Z = peaks(25);
C(:,1) = rand(25);
C(:,2) = rand(25);
C(:,3) = rand(25);
surf(Z,C)
```



Representación ejercicio 7 II

Es posible definir las propiedades de la superficie como un color indexado.

```
surf(Z,C,'FaceColor','interp','FaceLighting','gouraud')
camlight right
```



Representación ejercicio 7 III

8. Combinación de *meshgrid* y *contour3*:

$X = -3:0.01:3; Y = -3:0.01:3;$

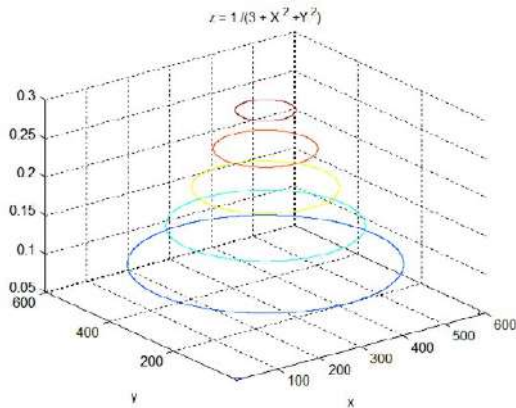
$[X, Y] = \text{meshgrid}(X, Y);$

$z = 1./(3 + X.^2 + Y.^2);$

contour3(z)

title('z = 1./(3 + X.^2 + Y.^2)')

xlabel('x'); *ylabel*('y');



Representación ejercicio 8

9. Combinación *surf* y *colormap*:

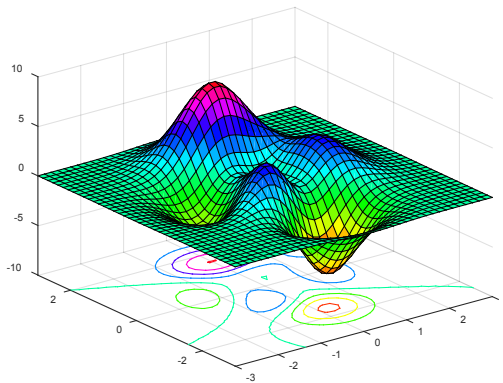
```
[X,Y,Z]=peaks(40);
```

```
surf(X,Y,Z)
```

```
colormap hsv
```

```
axis([-3 3 -3 3 -10 10])
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



Representación ejercicio 9

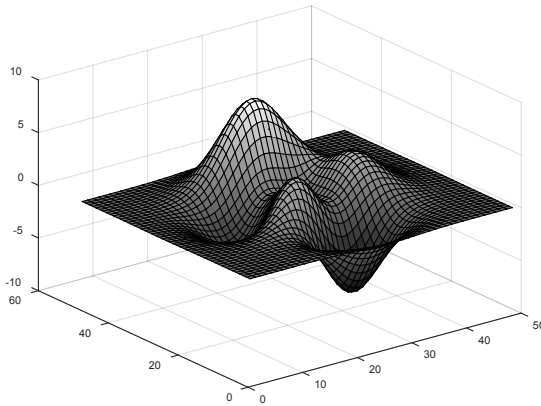
Objetos light

Sirven para cambiar la apariencia de las representaciones en 3D. Las funciones más importantes son *lighting* (*flat*, *none*, *phong*, *gouraud*), *material* (*metal*, *dull*, *shiny*), *surf*, *specular*, *diffuse*, *surf-norm*.

```
z=peaks;surf(z)
```

```
colormap('gray')
```

```
lighting phong
```



Representación

1. Grafique las superficies normales de la función $f(x, y) = -x^2ye^{-\sqrt{x^2+y^2}}$ en los intervalos $[-2,2]$ y $[-1,1]$, con particiones de 0,25 y 0,2, respectivamente. Ajuste la vista a fin de observar las líneas normales de la superficie, al igual que los ejes.

```
[X,Y]=meshgrid(-2:0.25:2,-1:0.2:1);
```

```
Z=-X.^2.*Y.*exp(-sqrt(X.^2+Y.^2));
```

```
[U,V,W]=surfnorm(X,Y,Z);
```

```
quiver3(X,Y,Z,U,V,W,0.8);hold on
```

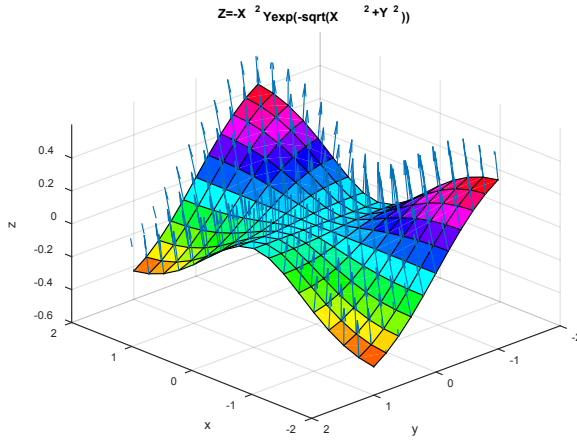
```
surf(X,Y,Z); colormap hsv
```

```
view (-134,34)
```

```
axis([-2 2 -2 2 -0.6 0.6]), hold off
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

```
title('Z=-X^2Yexp(-sqrt(X^2+Y^2))')
```



Representación ejercicio 1

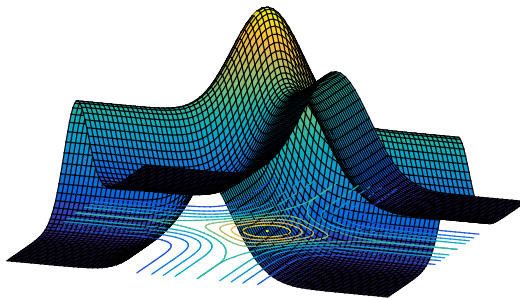
2. Grafique la superficie con sus curvas de nivel para el intervalo $[-5,5]$, con particiones de 0,1, de la función $z = e^{-x^2} + e^{-y^2}$. Ajuste las abscisas y rote la gráfica para los ángulos 70 y -20 .

```
[x,y]=meshgrid(-4:.1:4);
```

```
surf(x,y,exp(-x.^2)+exp(-y.^2))
```

```
axis([-4 4 -4 4 -0.5 2])
```

```
view(70,-20),axis off
```



Representación ejercicio 2



3. Para proyectar los contornos de la imagen en 3D sobre un plano $|z|$ se procede de la siguiente manera:

```
plano = abs(z);
```

```
figure; hold on;
```

```
% Se traza una parcela normal en la superficie de la función.
```

```
surf(x,y,z);
```

```
% Se establece un mapa de color con la instrucción colormap
```

```
colormap(gray);
```

```
imp = -12; % se eleva la posición de la imagen sobre el plano
```

```
% Se plotea la imagen del plano usando la instrucción surf.
```

```
surf([min_x max_x],[min_y max_y],repmat(imp, [2 2]),...
```

```
plano,'facecolor','texture')
```

```
% Se establece un mapa de color para la figura.
```

```
colormap(jet); view(39,20);
```

```
xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z'); grid on
```

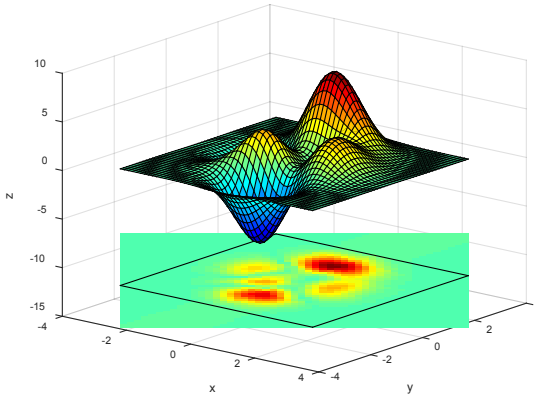
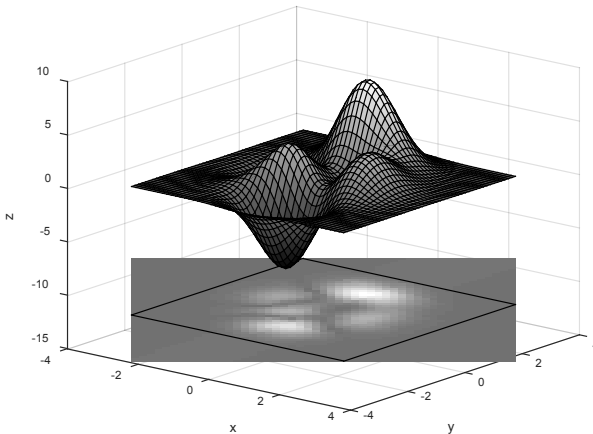


Figura 18.6. Proyección de contornos de una imagen en 3D sobre un plano.

En el caso en el que se desee suprimir los colores de la imagen en 3D y del plano, solo se debe modificar la línea `colormap(jet)` por `colormap(gray)`.



Representación ejercicio 3

4. La función anterior puede modificarse para el caso en el que se quiere resaltar las características del plano más no de la figura en 3D; para ello se pasa a escala de grises esta última:

`plano = abs(z);`

```

% La escala de grises está comprendida en el intervalo [0,255].
minp = min(min(plano));

% Se encuentra el punto mínimo de la función plano
scal = (floor(((plano — minp)./(max(max(plano))—minp))*255));

% Realizar escalamiento

% Se convierte la imagen a un color verdadero la instrucción de
mapa de colores jet, que está relacionada con los

% instrucción ind2rgb convierte la imagen indexada a los canales
RGB.

col = ind2rgb(scal,jet(256));

figure; hold on;

% Hacer un diagrama de superficie normal.

surf(x,y,z,'edgecolor','none');

%Establecer un mapa de color para la superficie

colormap(gray);

% Se define la posición z deseada del plano de imagen.

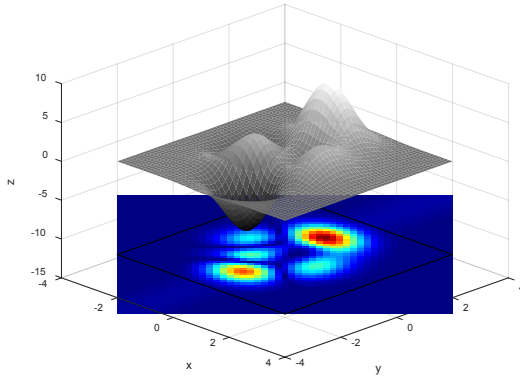
imp = —12;

% Se plotea la imagen usando surf.

surf([min_x max_x],[min_y max_y],repmat(imp,[2 2]), col, 'facecolor','texture')

```

```
grid on, view(45,30); xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z');
```



Representación ejercicio 4

5. Representación de una función de dos variables. Curvas de nivel y gradiente.

```
clear;clf;
```

```
disp(' ')
```

```
syms x y
```

```
funcion=input('Digite la función con x e y como variables independientes: ');
```

```
xMin=input('Ingrese el valor mínimo para x: ');
```

```
xMax=input('Ingrese el valor máximo para x: ');
```

```
yMin=input('Ingrese el valor mínimo para y: ');
```

```
yMax=input('Ingrese el valor máximo para y: ');
```

```
disp(' ')
```

```
disp('*****')
```

```

disp('En la figura 1 se muestra el gráfico de superficie ')
disp('En la figura 2 el gráfico de contorno ')
disp('En la figura 3 las curvas de nivel y el campo gradiente')
disp(' ')
disp('*****')
disp(' ')
%Representamos la gráfica de la función
[X, Y]=meshgrid(xMin.:1:xMax,yMin:0.1:yMax);
Z=double(subs(funcion,{x,y},{X,Y}));
figure(1)
colormap('default')
surf(X,Y,Z)
shading interp
title('Gráfico de la superficie')

%Líneas de contorno
figure(2)
%colormap gray
contour3(X,Y,Z,20),title('Líneas de contorno')

%Líneas de contorno
figure(3)

```



```

cs=contour(X,Y,Z,20);clabel(cs);

[X1, Y1]=meshgrid(xMin:0.5:xMax,yMin:0.5:yMax);

Z1=double(subs(funcion,{x,y},{X1,Y1}));

[px,py]=gradient(Z1,0.5,0.5);

hold on

quiver(X1,Y1,px,py)

hold off

title('Curvas de nivel y gradiente')

disp(' ')

disp('*****')

```

Para probar el programa, sea la función evaluada en los intervalos $[-5,5] \times [-5,5]$.

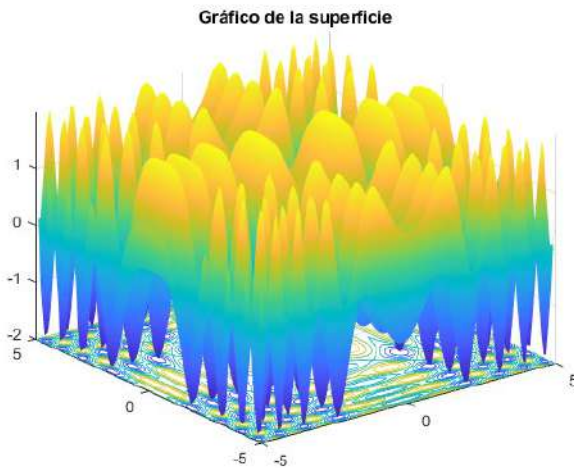


Figura 18.7. Gráfica de la función $y = \text{sen}(x^2) + \text{cos}(y^2)$.

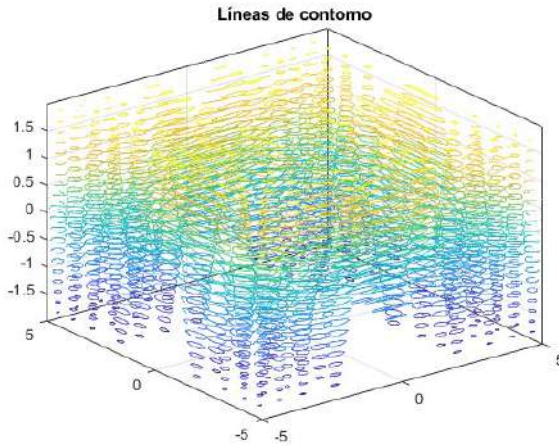
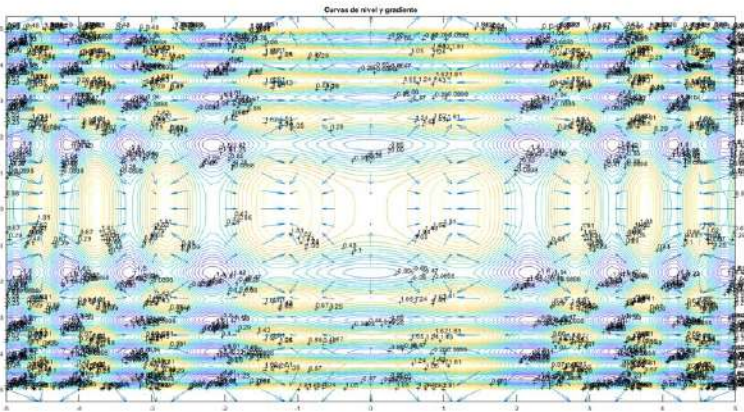


Figura 18.8. Líneas de contorno de la función $y = \text{sen}(x^2) + \text{cos}(y^2)$



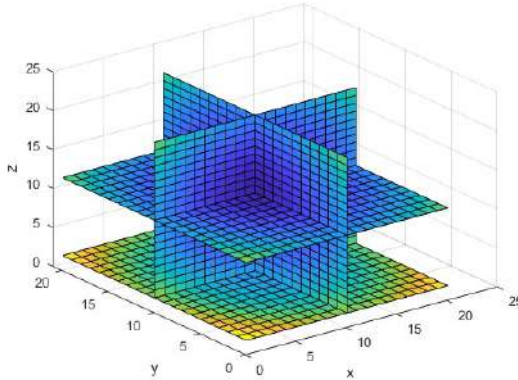
Representación ejercicio 5

Contourslice y Slice

Esta es una función especial que relaciona otras instrucciones, lo que implica una elaboración más estructurada.

1. Sea la función $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$ evaluada en los intervalos $[-1,1] \times [-1,1] \times [-1,1]$, con particiones de 0,1.

```
[x,y,z]=meshgrid(-1:1:1,-1:1:1,-1:1:1);
v=x.^2+y.^2+z.^2; slice(v,[11],[11],[1 11]);
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



Representación ejercicio 1

2. Para este ejemplo en particular se realiza una simulación del comportamiento de un flujo físico.

```
[x y z v]=flow;
h=contourslice(x,y,z,v,[1:12],[0],[0],linspace(-10,2,12));
axis([0,12,-4,4,-4,4]);
daspect([1,1,1])
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
grid on, title('Diagrama de un flujo de un sistema físico')
camva(30);
camproj perspective;
campos([-4,-20,6])
```

```
set(gcf,'color',[0.6,0.6,0.6],'Renderer','zbuffer')
```

```
set(gcf,'color','black','color','white')
```

```
box on
```

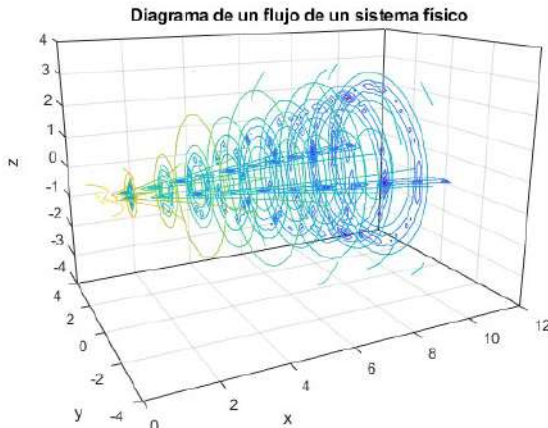


Figura 18.9. Simulación del comportamiento de un flujo físico.

Dibuje capas de una función de tres variables definida por una matriz M . Esta matriz está compuesta de n capas, evaluada sobre tres matrices obtenidas a partir de la instrucción *meshgrid* con tres argumentos.

Los vectores xs , ys y zs especifican qué capas se dibujan. La instrucción a emplear es:

```
slice(V, xs, ys, zs, nx)
```

3. Visualice la siguiente función: $f(x,y,z)=xe^{-x^2-y^2-z^2}$ en el rango de intervalos de: $-2 \leq x \leq 2$, $-2 \leq y \leq 2$, $-2 \leq z \leq 2$ con particiones de 0,2, 0,25 y 0,16, respectivamente.

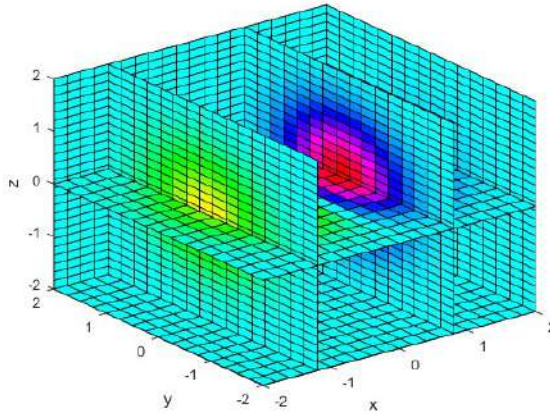
```
[x,y,z] = meshgrid(-2:.2:2,-2:.25:2,-2:.16:2);
```

```
v = x.*exp(-x.^2-y.^2-z.^2);
```

```

xslice = [-1.2,8,2];
yslice = 2;
zslice = [-2,0];
slice(x,y,z,v,xslice,yslice,zslice)
colormap hsv
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

```



Representación ejercicio 3

4. Represente la matriz de puntos volumétrica $w = f(x,y,z)$ de interpolación tridimensional entre los puntos (x,y,z,t) , dado por los valores de la función *flow* (predefinida por Matlab) para valores de x entre 0,1 y 10, separados un cuarto de punto para valores de y, z entre -3 y 3 separados también un cuarto de punto. Dibuje cortes según las direcciones X, Y, Z en el volumen V a través de la superficie (X_i, Y_i, Z_i) .

```

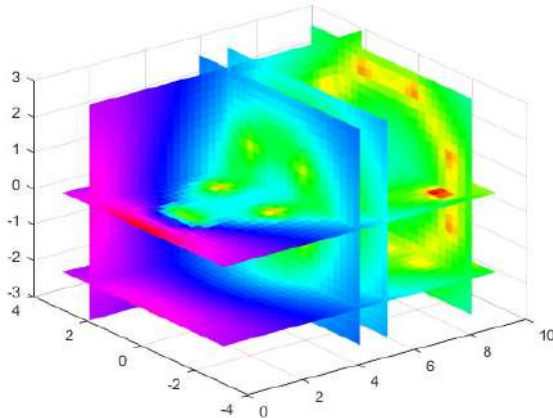
[x,y,z,v]=flow(10);
[xi,yi,zi]=meshgrid(0.1:0.25:10,-3:0.25:3,-3:0.25:3);

```

```

vi=interp3(x,y,z,v,xi,yi,zi);
slice(xi,yi,zi,vi,[6 9 5],2,[-2 0.2])
shading flat

```



Representación ejercicio 4

5. Sean los vectores que representan la velocidad del viento representados por conos en un campo vectorial que están predefinidos en Matlab por la función *wind.mat*. El código para este ejercicio es el siguiente:

```

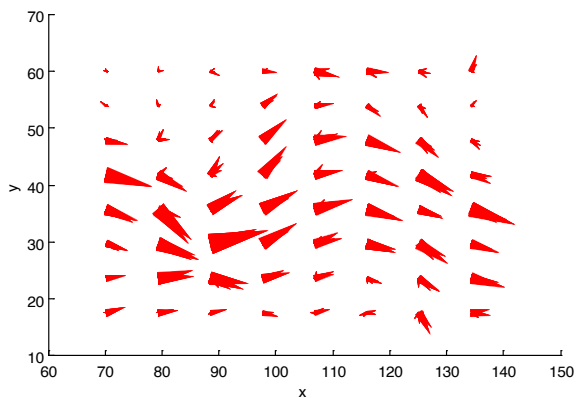
load wind
xmin = min(x(:));
xmax = max(x(:));
ymin = min(y(:));
ymax = max(y (:));
zmin = min(z(:));
daspect([2 2 1])

```

```

xrange = linspace(xmin,xmax,8);
yrange = linspace(ymin,ymax,8);
zrange = 3:4:15;
[cx cy cz] = meshgrid(xrange, yrange, zrange);
hcones = coneplot(x,y,z,u,v,w,cx,cy,cz,5);
set(hcones,'FaceColor','red','EdgeColor','none')
xlabel('x'),ylabel('y')

```



Representación ejercicio 5 I

Luego se crean planos a lo largo de los ejes.

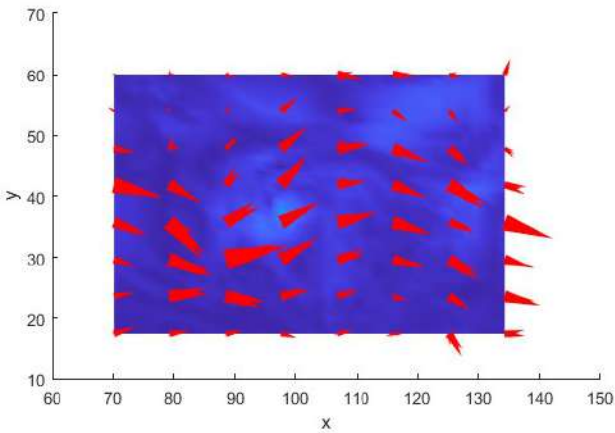
hold on

```
wind_speed = sqrt(u.^2 + v.^2 + w.^2);
```

```
hsurfaces = slice(x,y,z,wind_speed,[xmin,xmax],ymax,zmin);
```

```
set(hsurfaces,'FaceColor','interp','EdgeColor','none')
```

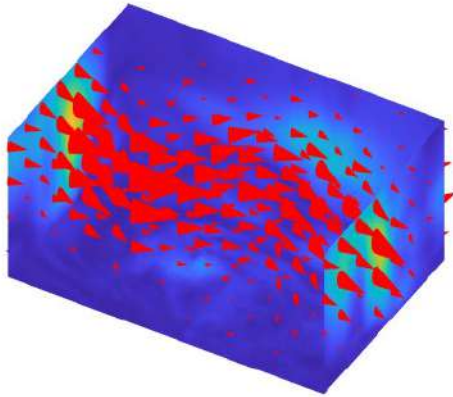
hold off



Representación ejercicio 5 II

Con el propósito de definir un punto de vista apropiado que permita observar el sistema en 3D, se tiene el siguiente código:

```
axis tight; view(30,40); axis off
```



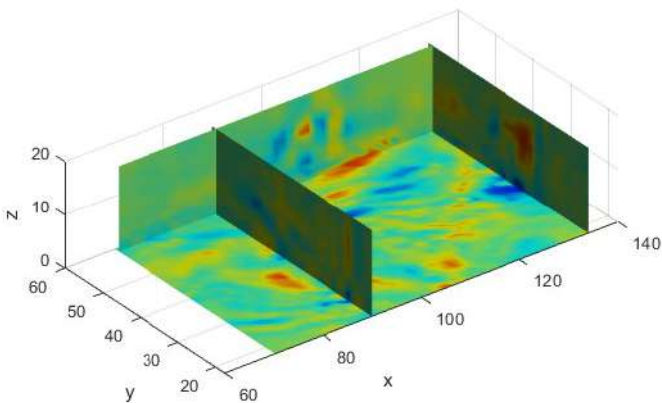
Representación ejercicio 5 III

La divergencia del campo vectorial utilizando secciones con dibujos de colores es:


```

load wind
div = divergence(x,y,z,u,v,w);
slice(x,y,z,div,[90 134],[59],[0]);grid on
shading interp
daspect([1 1 1])
camlight, colormap jet
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

```



Representación ejercicio 5 IV

Gráfica de una isosuperficie de la función $f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

```

[x y z]=meshgrid(1:30,1:30,1:30);
f=sqrt(x.^2+y.^2+z.^2);
cf=smooth3(rand(size(f)),'box',7);
p=patch(isosurface(x,y,z,f,20));
isonormals(x,y,z,f,p);

```

```

isocolors(x,y,z,cf,p);
set(p,'FaceColor','interp','EdgeColor','none')
view(153,25); daspect([1 1 1]);
axis tight, camlight;
lighting phong;
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'), grid
title('f=sqrt(x^2+y^2+z^2)')

```

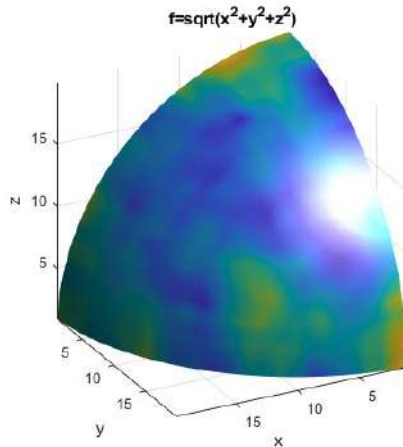


Figura 18.10. Gráfica de una isosuperficie.

6. La siguiente representación de una isosuperficie forma parte de un conjunto de datos denominado *wind.mat*, precargado en la base de datos de Matlab, el cual permite mostrar cómo se modela un sistema en varios contextos matemáticos.

```

[x,y,z,v] = flow;
p = patch(isosurface(x,y,z,v,—3));

```

```

isonormals(x,y,z,v,p)
set(p,'FaceColor','red','EdgeColor','black');
daspect([1 1 1])
view(3); axis tight
grid on
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

```

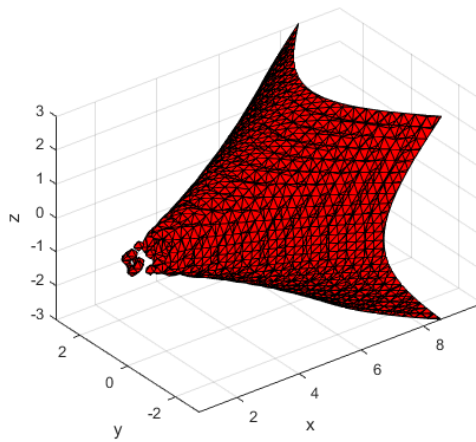


Figura 18.11. Gráfica de una isosuperficie precargado en la base de datos de Matlab.

Ahora se va a reducir en un 20% la estructura de malla de la superficie anterior.

```

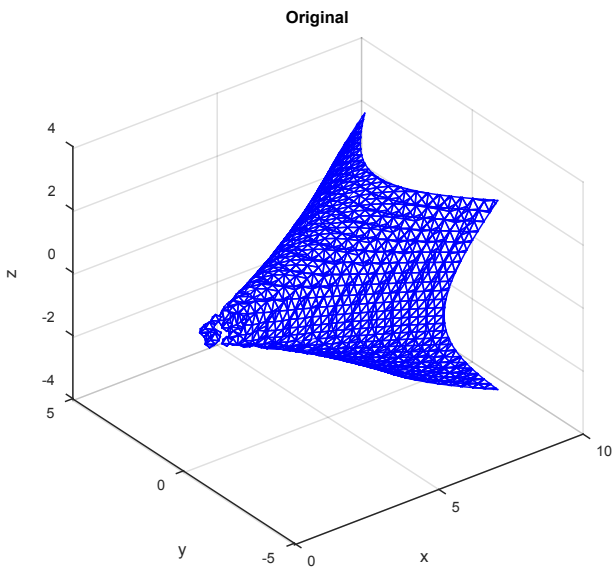
[x,y,z,v] = flow;
p = patch(isosurface(x,y,z,v,-3));
set(p,'facecolor','w','EdgeColor','b');
daspect([1,1,1])
view(3), grid on

```

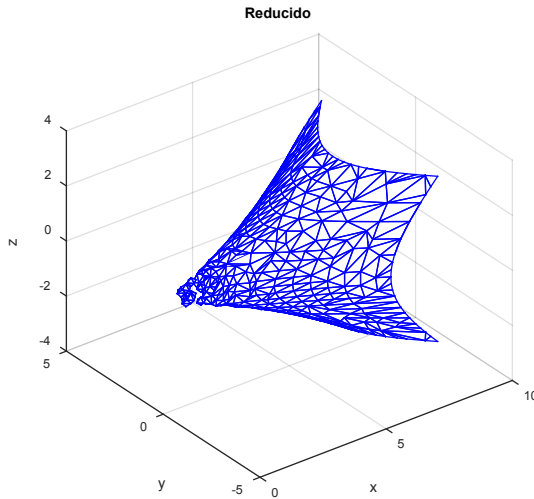
```

title('Original')
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
figure;
h = axes;
p2 = copyobj(p,h);
reducepatch(p2,0.2)% porcentaje de cambio
title('Reducido'), daspect([1,1,1]), view(3), grid on
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

```



Representación ejercicio 6 I



Representación ejercicio 6 II

Para el siguiente ejercicio se procede a reducir el volumen de la isosuperficie, y luego a contraer el tamaño de sus caras.

```
[x,y,z,v] = flow;
```

```
[x,y,z,v] = reducevolume(x,y,z,v,2);
```

```
fv = isosurface(x,y,z,v,-3);
```

```
p1 = patch(fv);
```

```
set(p1,'FaceColor','black','EdgeColor',[.5,.5,.5]);
```

```
daspect([1 1 1]); view(3); axis tight
```

```
title('Original'),grid on, xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

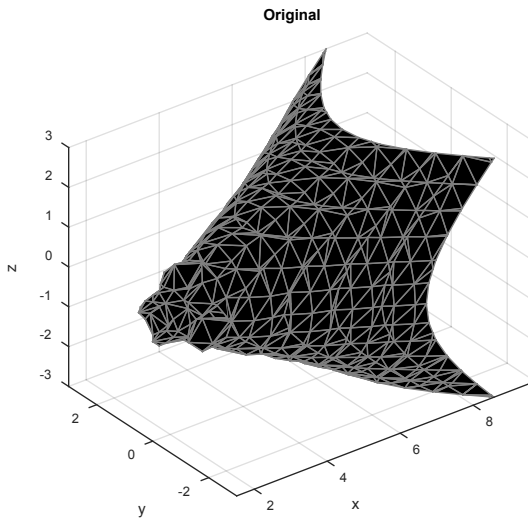
```
figure
```

```
p2 = patch(shrinkfaces(fv,.3));
```

```
set(p2,'FaceColor','red','EdgeColor',[.5,.5,.5]);
```

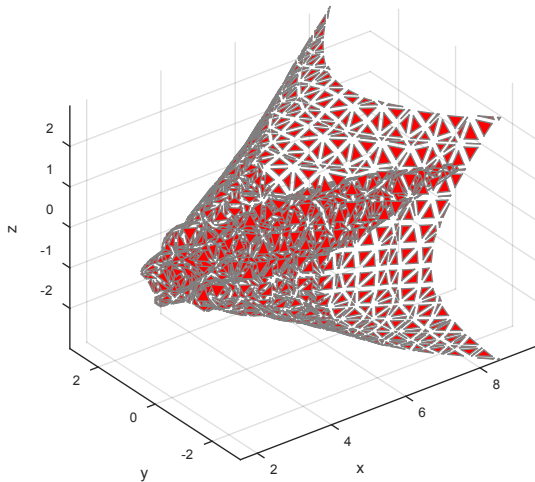
daspect([1 1 1]); view(3); axis tight, title('Después de la contracción de las caras')

grid on, xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')



Representación ejercicio 6 III

Después de la contracción de las caras



Representación ejercicio 6 IV

Se procede a crear un par de gráficos con líneas de corriente bidimensional y otro tridimensional.

```
load wind
```

```
[sx,sy] = meshgrid(80,25:10:45);
```

```
streamline(stream2(x(:,5),y(:,5),u(:,5),v(:,5),sx,sy));
```

```
view(3),grid on, xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'), title('Bidimensional')
```

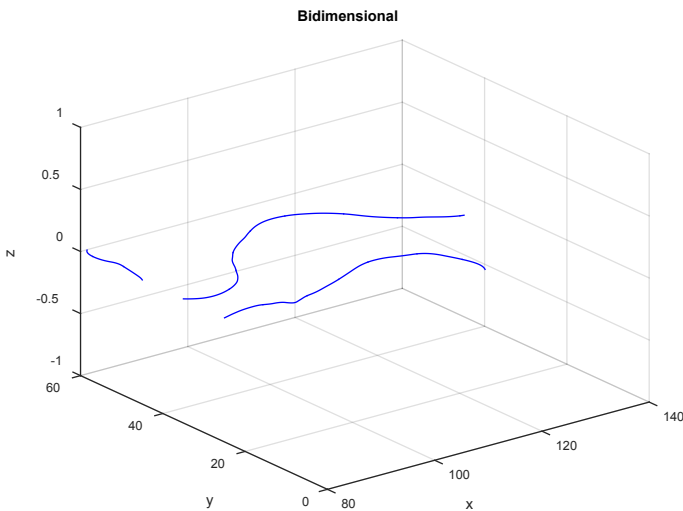
```
figure
```

```
load wind
```

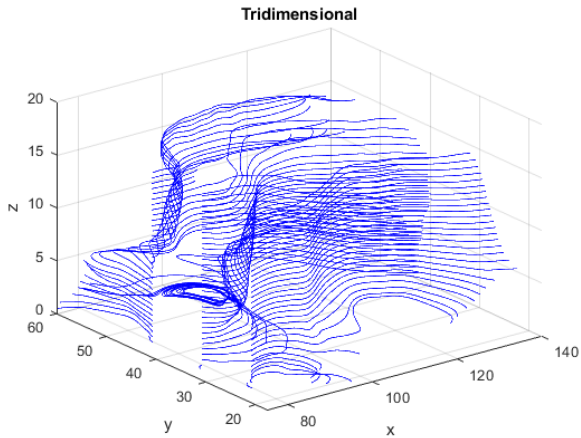
```
[sx sy sz] = meshgrid(80,25:10:45,0:0.5:25);
```

```
streamline(stream3(x,y,z,u,v,w,sx,sy,sz))
```

```
view(3),grid on, xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'), title('Tridimensional')
```



Representación ejercicio 6 V



Representación ejercicio 6 VI

Las gráficas de las figuras 18.12 y 18.13 representa un gráfico de cintas y uno de tubos.

load wind

```
[sx sy sz] = meshgrid(80,20:5:50,0:5:15);
```

```
daspect([1 1 1])
```

```
verts = stream3(x,y,z,u,v,w,sx,sy,sz);
```

```
cav = curl(x,y,z,u,v,w);
```

```
spd = sqrt(u.^2 + v.^2 + w.^2).*1;
```

```
streamribbon(verts,x,y,z,cav,spd); view(3),grid on
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

figure

load wind

```
[sx sy sz] = meshgrid(80,20:5:50,0:5:20);
```



```
daspect([1 1 1])
streamtube(x,y,z,u,v,w,sx,sy,sz);
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z'); view(3),grid on
```

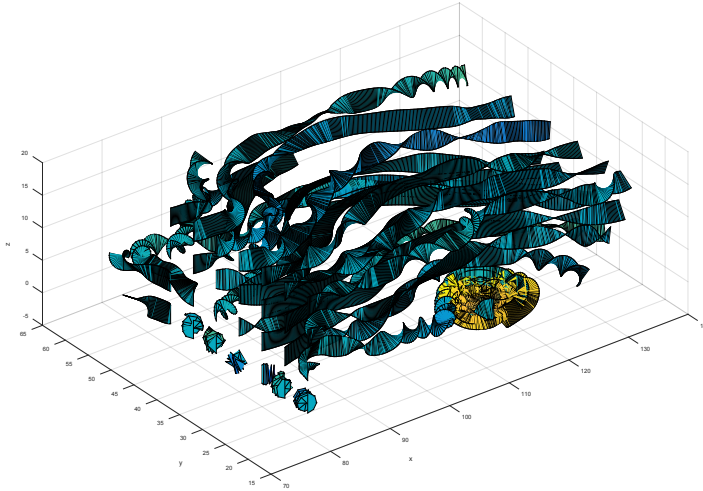


Figura 18.12. Gráfico de cintas.

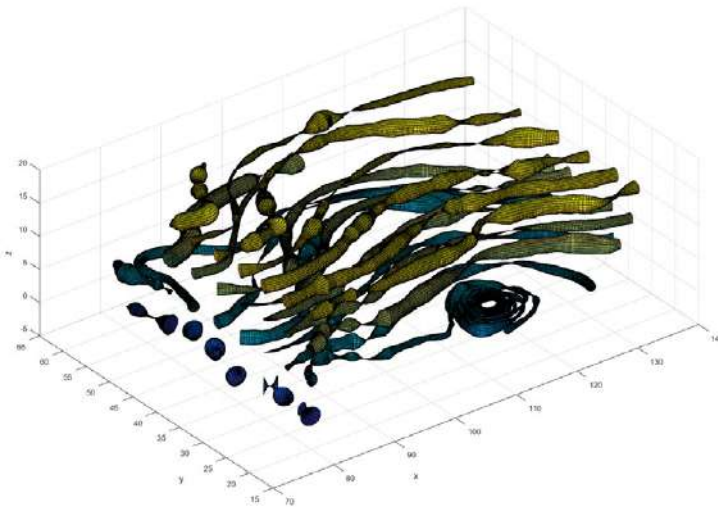


Figura 18.13. Gráfico de tubos.

Práctica 1

1. Sea la función $z = x e^{\text{sen}(x^2+y^2)}$, evaluada en los intervalos $-2\pi \leq x \leq 2\pi$, $-2\pi \leq y \leq 3\pi$, con particiones de 0,1, cree la matriz Z utilizando las sentencias *meshgrid* y *contour*.
2. Grafique 30 líneas de contorno de la función anterior.
3. Sea la función $z = (x+y) \cos(2x) \text{sen}(y)$, evaluada en los intervalos $-2\pi \leq x \leq 3\pi$, $-2\pi \leq y \leq 3\pi$, con particiones de 0,01, cree la matriz Z utilizando las sentencias *meshgrid* y *contour*.
4. Grafique 30 líneas de contorno de la función anterior.
5. Pruebe las instrucciones, donde aparezca la matriz en 3D y con contorno proyectado.

Peaks(50) Peaks(100) Peaks(500) Peaks(1000)

6. Represente la matriz de puntos volumétrica $w = f(x,y,z)$ de interpolación tridimensional entre los puntos (x,y,z,t) , dados por los valores de la función *flow* (predefinida por Matlab) para valores de x entre 0,2 y 12, separados un cuarto de punto para valores de y, z entre -4 y 4 separados también un cuarto de punto. Dibuje cortes según las direcciones X, Y, Z en el volumen V a través de la superficie (X_p, Y_p, Z_p) .

Otras técnicas de visualización

1. *Transparencia*. Cuando se representa una superficie en Matlab se emplean instrucciones de coloración opaca. El problema se presenta cuando se requiere en la gráfica que los detalles de los objetos secundarios se realcen.

% fuente del código Holly Moore, 2007.

```
clear,clc
```

```
n=25;
```

```
theta=linspace(-pi,pi,n);
```

```
phi=linspace(-pi/2,pi/2,n);
```

```
[theta,phi]=meshgrid(theta,phi);
```

```
X=cos(phi).*cos(theta);
```

```
Y=cos(phi).*sin(theta);
```

```
Z=sin(phi);
```

```
surf(X,Y,Z); % se crea la gráfica de una superficie de una esfera de radio 1
```

```
axis square
```

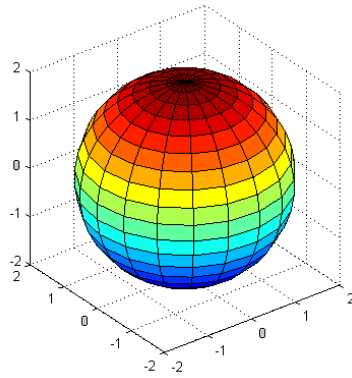
```
axis([-2,2,-2,2,-2,2]); % especifica el tamaño de los ejes
```

```
hold on, pause
```

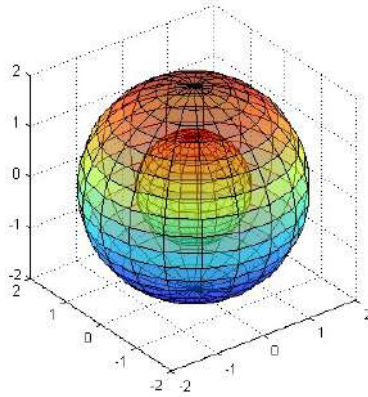
```
surf(2*X,2*Y,2*Z)
```

```
pause
```

```
alpha(0.5)
```



Representación ejercicio 1

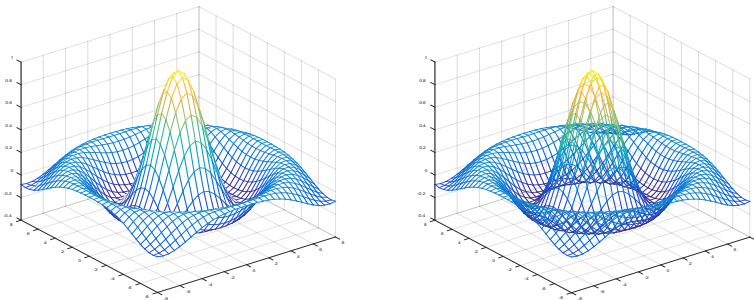


Representación ejercicio 1 II

La esfera interior está oculta por la esfera exterior hasta que se omite el comando de transparencia $alpha(0.5)$, el cual establece la opacidad de la superficie. Por consiguiente, para un valor de 1 el sistema es opaco, para un valor de 0 es transparente. Si se ajusta a 0,85 ($alpha(0.85)$) se obtiene la imagen de la derecha de la siguiente figura.

2. *Líneas ocultas.* Cuando se grafica una función en una malla es muy factible que muchos detalles de la superficie aparezcan oscurecidos o no se dibujen. Por consiguiente, se puede emplear las siguientes líneas de código:

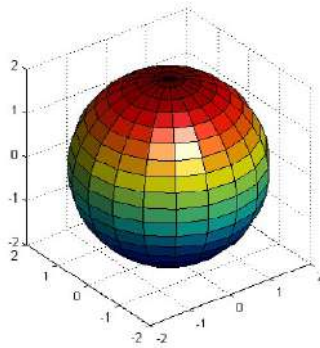
```
figure(3), subplot(1,2,1)
mesh(X,Y,Z), axis square
subplot(1,2,2), mesh(X,Y,Z)
axis square, hidden off
```



Representación ejercicio 2

El valor por defecto para la instrucción *hidden on* genera una malla donde las líneas oscuras se ocultan automáticamente (véase la gráfica de la izquierda de la figura). Al emitir el comando *hidden o* muestra el resultado de la derecha.

3. *Iluminación*. Matlab dispone de diversas herramientas para manipular la iluminación en una superficie de una figura, bien sea de manera estática o bien dinámica. La barra de herramientas de la figura dispone de varios íconos que permiten realizar un ajuste a la iluminación. Sin embargo, si lo que se desea es un efecto de encendido y apagado de la iluminación, se emplea la instrucción *camlight*.



Representación ejercicio 3

La posición de la luz puede cambiarse empleando las siguientes instrucciones, resumidas en la Tabla 18.1

Tabla 18.1 Instrucciones

Instrucción	Descripción
<i>Camlight right</i>	Luz arriba y a la derecha de la cámara.
<i>Camlight left</i>	Arriba y a la izquierda de la cámara.
<i>Camlight headlight</i>	Colocada sobre la cámara.
<i>Camlight (Azimuth, elevation)</i>	Se determina la posición de la luz a conveniencia.
<i>Camlight ('infinite')</i>	Modela una fuente de luz ubicada en el infinito.

Fuente: elaboración propia.

Surf, surfc y surfl

La función *surf* es equivalente a la función *mesh*, con la diferencia de que se dibujan los segmentos de la malla en color negro y rellenando los “rectángulos” de la malla de color, según los valores de la función.

La función *surfc* hace lo mismo, pero dibuja, además, las líneas de nivel en el plano *XY*.

La función *surf* hace lo mismo que *surf*, pero además añade una fuente de luz lateral.

1. Trompeta de Gabriel.

```
u=(-2:0.1:2)';
v=0:0.1:2.5*pi;
X=exp(u)*cos(v);
Y=u*ones(size(v));
Z=exp(u)*sin(v);
surf(X,Y,Z)
xlabel('v');ylabel('u');zlabel('z')
view(-39,18)
```

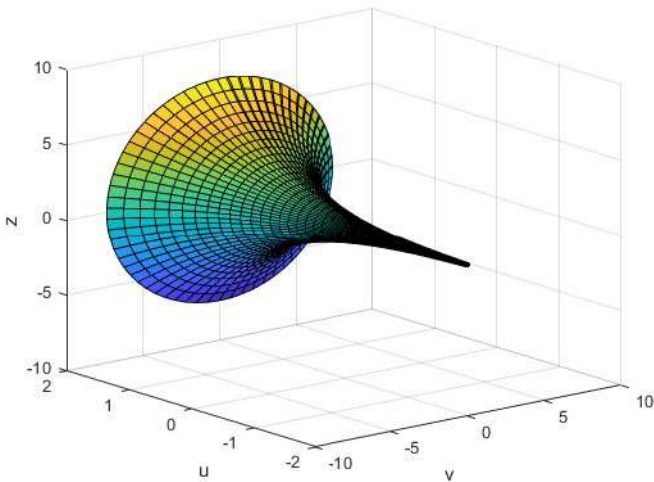


Figura 18.14. Gráfico trompeta de Gabriel.

2. Grafique empleando la instrucción *surf* y *surfl*. Las superficies que se obtienen se pueden ver en escala de grises utilizando el comando *shading interp*.

```
[X,Y]=meshgrid(-3:1/8:3);
```

```
Z=peaks(X,Y).*sin(X);
```

```
[Nx,Ny,Nz]=surfnorm(Z);
```

```
s=[-3 -3 2]; % posición de la fuente de luz
```

```
k1=[0,1,0,0]; % difusión
```

```
k2=[0,0,1,1]; % especular
```

```
subplot(2,2,1);surfl(X,Y,Z,s); shading interp;
```

```
colormap(gray);
```

```
axis([-3 3 -3 3 min(min(Z)) max(max(Z))]); axis off;
```

```
subplot(2,2,2); surfl(X,Y,Z,s,k1); shading interp;
```

```
colormap(gray);
```

```
axis([-3 3 -3 3 min(min(Z)) max(max(Z))]); axis off;
```

```
subplot(2,2,3); surfl(X,Y,Z,s,k2); shading interp;
```

```
colormap(gray);
```

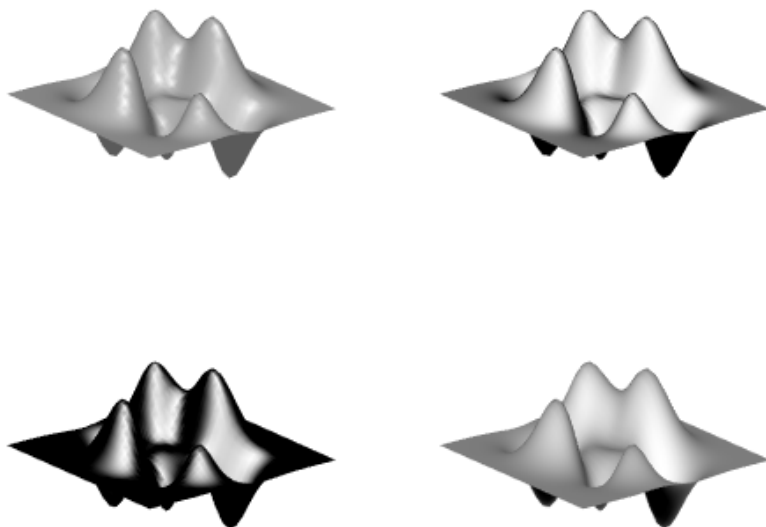
```
axis([-3 3 -3 3 min(min(Z)) max(max(Z))]);axis off;
```

```
subplot(2,2,4);
```

```
DD=diffuse(Nx,Ny,Nz,s);
```



```
surf(X,Y,Z,DD); shading interp;
colormap(gray);
axis([-3 3 -3 3 min(min(Z)) max(max(Z))]);
axis off;
```

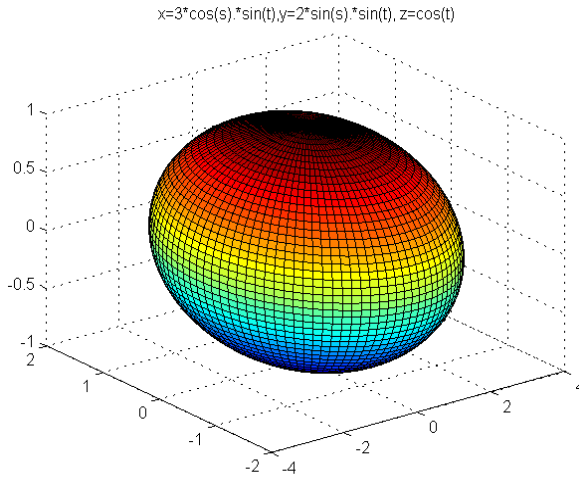


Representación ejercicio 2

3. Dadas las funciones $x = 3\cos(s)\sin(t)$, $y = 2\sin(s)\sin(t)$, $z = \cos(t)$, grafique empleando las instrucciones *surf*, *surf* y *surf*.

```
surf(3*cos(s).*sin(t),2*sin(s).*sin(t),cos(t))
```

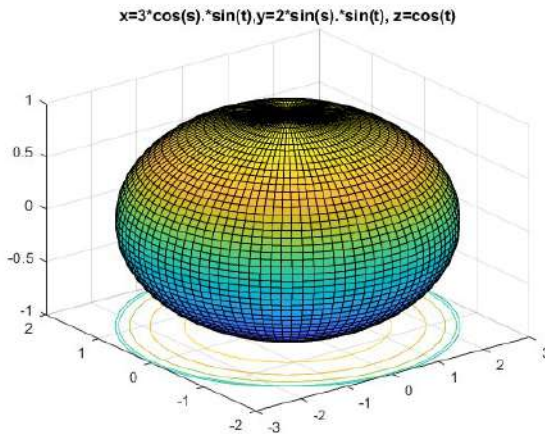
```
title('x=3*cos(s).*sin(t),y=2*sin(s).*sin(t),z=cos(t)')
```



Representación ejercicio 3 I

`surf(3*cos(s).*sin(t),2*sin(s).*sin(t),cos(t))`

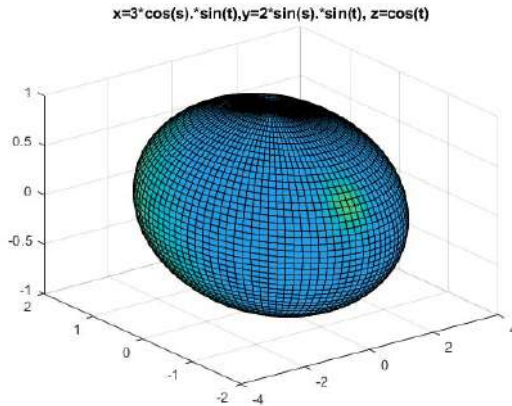
`title('x=3*cos(s).*sin(t),y=2*sin(s).*sin(t), z=cos(t)')`



Representación ejercicio 3 II

`surf(3*cos(s).*sin(t),2*sin(s).*sin(t),cos(t))`

`title('x=3*cos(s).*sin(t),y=2*sin(s).*sin(t), z=cos(t)')`



Representación ejercicio 3 III

4. Grafique la función esfera combinada con la instrucción *surf*, *colormap* y la matriz de *hadamard* para un $k = 6$.

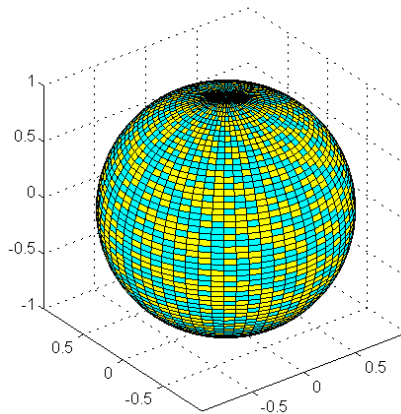
$$k=6; n=2^k-1;$$

$$[x,y,z]=sphere(n);$$

$$c=hadamard(2^k);$$

$$surf(x,y,z,c); colormap([1 1 0;0 1 1])$$

axis equal



Representación ejercicio 4



5. Combinación de *meshgrid* y *surf*.

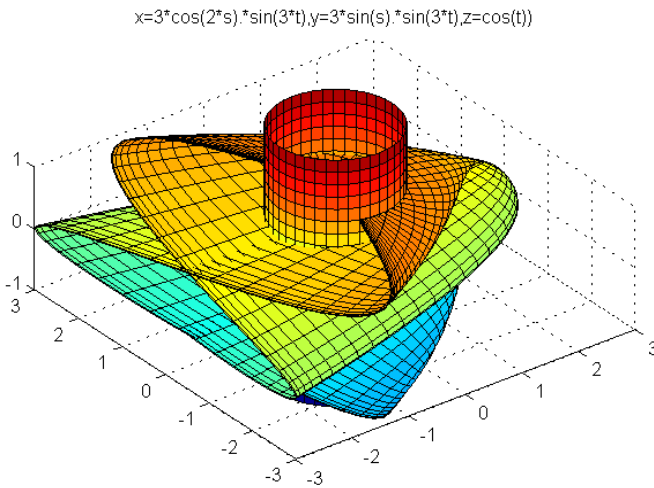
```
[s,t]=meshgrid(0:.02*pi:2*pi,0:.02*pi:pi);
```

```
[u,v]=meshgrid(0:.05*pi:2*pi,-2:.2:2);
```

```
surf(3*cos(2*s).*sin(t),3*sin(s).*sin(3*t),cos(t)), axis equal, hold on
```

```
surf(cos(u),sin(u),v), hold off
```

```
title('x=3*cos(2*s).*sin(3*t),y=3*sin(s).*sin(3*t),z=cos(t)')
```



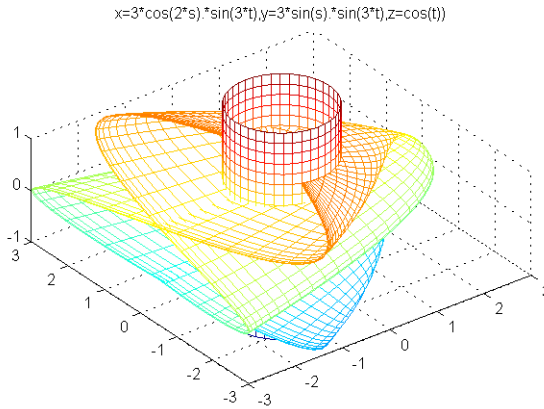
Representación ejercicio 5 I

```
mesh(3*cos(2*s).*sin(t),3*sin(s).*sin(3*t),cos(t))
```

```
axis equal, hold on
```

```
mesh(cos(u),sin(u),v), hold off
```

```
title('x=3*cos(2*s).*sin(3*t),y=3*sin(s).*sin(3*t),z=cos(t)')
```



Representación ejercicio 5 II

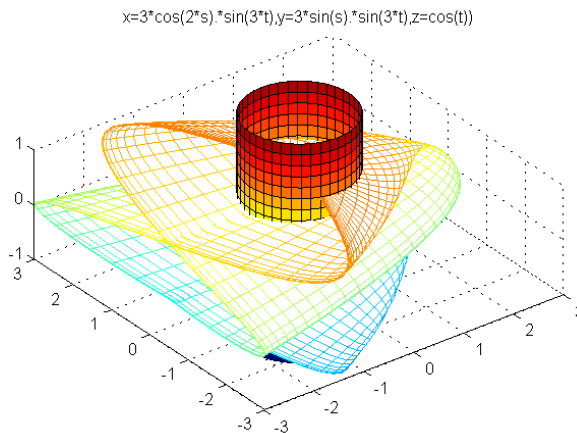
Cabe anotar que se puede combinar la instrucción *mesh* para graficar la superficie, y *surf* para acentuar el color en otras regiones según lo requiera el ejercicio, así:

```
mesh(3*cos(2*s).*sin(t),3*sin(s).*sin(3*t),cos(t)), axis equal, hold on
```

```
surf(cos(u),sin(u),v)
```

```
hold off
```

```
title('x=3*cos(2*s).*sin(3*t),y=3*sin(s).*sin(3*t),z=cos(t)')
```



Representación ejercicio 5 III

Para cambiar la vista según ángulos respecto al eje y en una gráfica tridimensional se emplea la instrucción *view*.

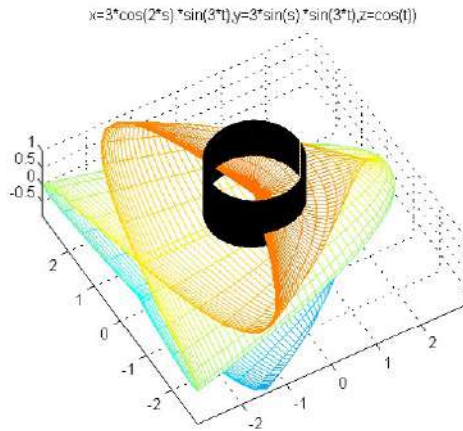
```
mesh(3*cos(2*s).*sin(t),3*sin(s).*sin(3*t),cos(t)), axis equal, hold on
```

```
surf(cos(u),sin(u),v)
```

```
hold off
```

```
title('x=3*cos(2*s).*sin(3*t),y=3*sin(s).*sin(3*t),z=cos(t)')
```

```
view([-30 50])
```



Representación ejercicio 5 IV

6. Dada la función $z=y^3$ evaluada en el intervalo $[-4,4]$ con particiones de 0,25.

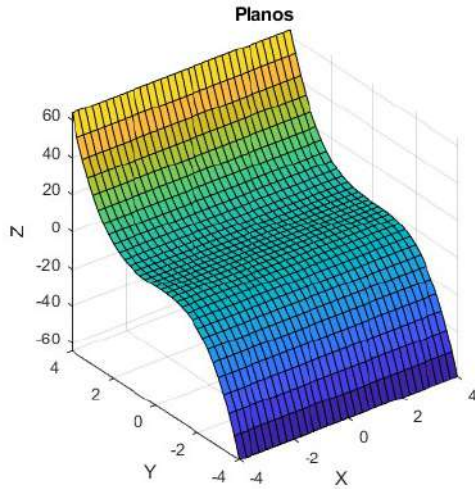
```
[x,y]=meshgrid(-4:.25:4);
```

```
z=y.^3;
```

```
surf(x,y,z), axis square
```

```
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
```

```
title ('Planos')
```



Representación ejercicio 6

7. Grafique la intersección de los planos $x-y+z=0$ y $2x+y-z=1$ en el intervalo $[-2,2]$ con particiones de 0,1. Etiquete la gráfica y personalice.

```
[x,y]=meshgrid(-2:1:2);
```

```
surf(x,y,-x+y,'FaceColor','blue')
```

```
hold on
```

```
surf(x,y,2.*x+y-1,'FaceColor','red')
```

```
legend('Plano z=-x+y','Plano z=2x+y-1')
```

```
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
```

```
title('Intersección planos')
```

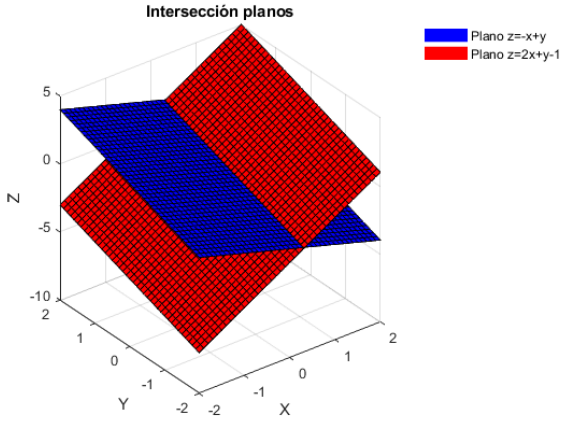


Figura 18.15. Gráfica de intersección de planos.

8. Intersección de dos cilindros, para las funciones $z=5-y^2$ y $w=5-x^2$ en el intervalo $[-10,10]$, con particiones de 0,5.

```
[x,y]=meshgrid(-10:5:10);
```

```
z=5-y.^2;w=5-x.^2;
```

```
surf(x,y,z), hold on
```

```
surf(x,y,w), xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

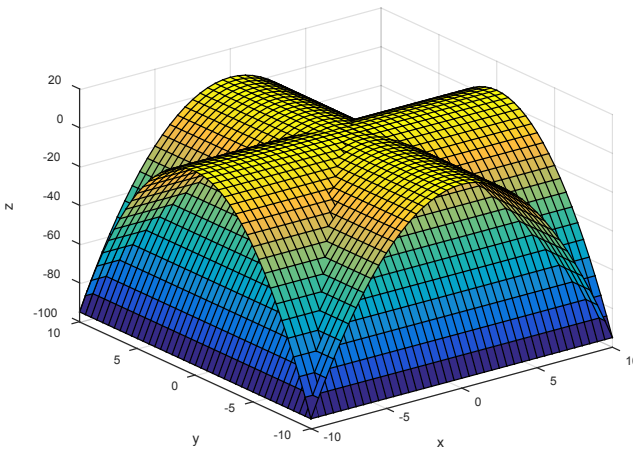


Figura 18.16. Gráfica intersección de dos cilindros.

9. *Intersección de un cilindro y una esfera.* La curva que resulta de la intersección de una esfera de radio $2a$ centrada en el origen y un cilindro circular de radio a centrado en $(a,0)$ está dado por las ecuaciones paramétricas:

$$x = a(1 + \cos\varphi); \quad y = a\sin\varphi; \quad z = 2a\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

Con el fin de crear una esfera de radio $2a$, se multiplica cada coordenada de la esfera por $1a$. Para las coordenadas del cilindro se modifican con la transformación:

$$x \rightarrow ax + a$$

$$y \rightarrow ay$$

$$z \rightarrow 4az - 2a^3$$

Se asume que $a = 1$. El *script* es entonces:

$$a = 1;$$

$$[xs, ys, zs] = \text{sphere}(60);$$

$$\text{surf}(2*a*xs, 2*a*ys, 2*a*zs)$$

hold on

$$[x, y, z] = \text{cylinder};$$

$$\text{surf}(a*x+a, a*y, 4*a*z-2*a); \text{surf}(a*x+a, a*y, 4*a*z-2*a)$$

shading interp

$$t = \text{linspace}(0, 4*pi, 500);$$

$$x = a*(1+\cos(t));$$

$$y = a*\sin(t);$$

```
z = 2*a*sin(t/2);
```

```
plot3(x, y, z, 'y—', 'Linewidth', 4); axis equal off, view([125, 30])
```

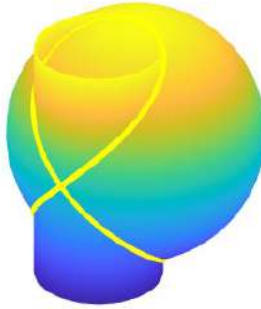


Figura 18.17. Intersección de un cilindro y una esfera.

10. Subplotee las funciones $Z_1 = -xye^{-x^2-y^2}$ y $Z_2 = x^2 y^2 e^{-x^2-y^2}$ para el intervalo $[-3,3]$ con particiones de 0,2. Ajuste las longitudes de cada eje con la instrucción *daspect*.

```
[x,y]=meshgrid(-3:.2:3);
```

```
z1=-x.*y.*exp(-x.^2-y.^2);
```

```
z2=x.^2.*y.^2.*exp(-x.^2-y.^2);
```

```
subplot(1,2,1),surf(x,y,z1), axis vis3d
```

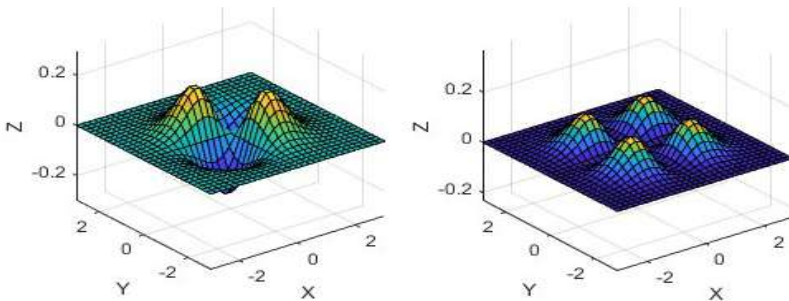
```
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
```

```
daspect([10 10 1])
```

```
subplot(1,2,2),surf(x,y,z2), axis vis3d
```

```
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
```

```
daspect([10 10 1])
```



Representación ejercicio 10

11. Intersección de dos cilindros perpendiculares, uno de ellos tiene como eje el eje X y radio 1, y el otro tiene como eje el eje Y con radio $1/2$. Las ecuaciones para graficar son:

Cilindro de radio 1.

$$x = \cos u$$

$$y = \sin u$$

$$z = v$$

Cilindro de radio $1/2$.

$$x = (1/2)\cos u$$

$$y = v$$

$$z = (1/2)\sin u$$

Gráfica en Matlab:

```
u=linspace(0,2*pi,60);
```

```
v=linspace(-2,2,60);
```

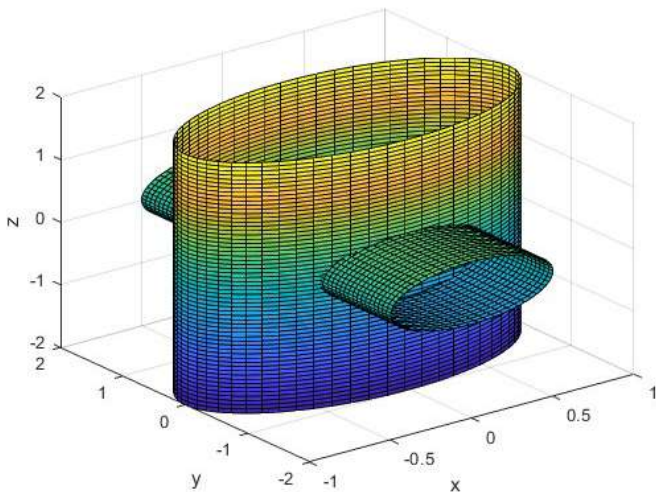
```
[U,V]=meshgrid(u,v); %Cilindro de radio 1
```

```
surf(cos(U),sin(U),V); hold on
```

```
%Cilindro de radio 1/2
```

```
surf(0.5*cos(U),V,0.5*sin(U));
```

```
xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z')
```



Representación ejercicio 11

12. *Cinta de Möbius*. Es una superficie que se puede construir a partir de una tira de papel de forma rectangular ABCD. Al torcer la tira una sola vez, se hace coincidir el vértice A con el vértice C y el vértice B con el vértice D. En términos matemáticos se genera con la siguiente función vectorial:

$$r(u, v) = \left[\frac{v}{2} \operatorname{sen} \left(\frac{u}{2} \right), \left(1 + \frac{v}{2} \cos \left(\frac{u}{2} \right) \right) \operatorname{sen}(u), \left(1 + \frac{v}{2} \cos \left(\frac{u}{2} \right) \right) \cos(u) \right]$$

Donde $0 \leq u \leq 2\pi$ y $-1 \leq v \leq 1$:

```
u=linspace(0,2*pi,60); v=linspace(-1,1,15);
```

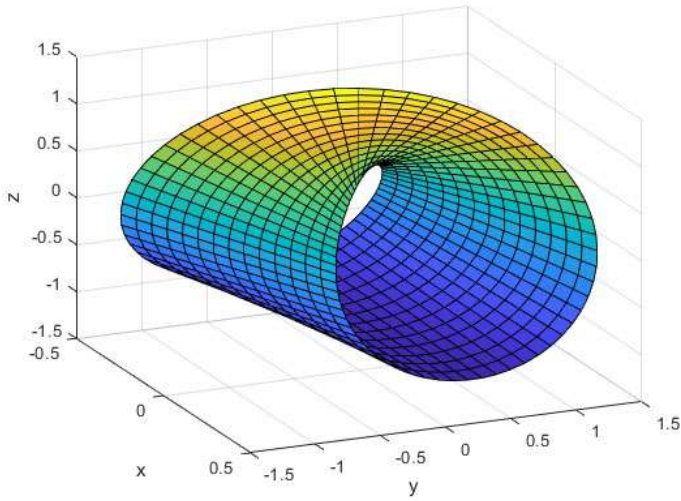
```
[u,v]=meshgrid(u,v);
```

```
z=(1+v/2.*cos(u/2)).*cos(u);
```

```
y=(1+v/2.*cos(u/2)).*sin(u);
```

```
x=v/2.*sin(u/2);
```

```
surf(x,y,z),xlabel('x');ylabel('y');zlabel('z'), view(66,24)
```



Representación ejercicio 12

Práctica 2

1. Dada la información sobre funciones paramétricas, grafique, coloque títulos y etiqüete con los siguientes ejes:

```
[s,t]=meshgrid(0:.01*pi:2*pi,0:.03*pi:pi);
```

```
[u,v]=meshgrid(0:.03*pi:2*pi,-2:.02:2);
```

```
surf(3*cos(s).*sin(t),2*sin(s).*sin(t),cos(t))
```

axis equal, hold on

```
surf(cos(u),sin(u),v), hold off
```

a. Emplee *mesh* para graficar con los mismos parámetros el punto anterior. Combine *mesh* y *surf*.

b. Aplique diversas vistas que permitan obtener una mejor perspectiva de la gráfica.

c. Cambie los parámetros de los intervalos y obtenga las gráficas respectivas.

2. Grafique en escala de grises (use para ello la instrucción *colorbar bone*) la función $z = \cos\sqrt{x^2 + y^2}$ en el intervalo $[-3\pi, 3\pi]$, con particiones de 0.25. Emplee la instrucción *surf* y *axis* (`[-3*pi -3*pi 3*pi -2 2]`). Etiquete la gráfica.

3. Grafique la función $z = e^{-x^2} + e^{-y^2}$ en el intervalo $[-4, 4]$ con particiones de 0.1. Use como complemento las instrucciones *surf* (`surf(x,y,z)`), *axis* (`[-4 4 -4 4 -0.5 2]`), *view*(60, -15), es decir, una rotación de 60° y una elevación de -15°; *axis off* (recuerde que es para borrar los ejes).

4. Use la combinación de *meshgrid* con *surf* para las funciones $z = 2y - y^3$ y $w = 4 - x^2$ para el intervalo $[-12, 12]$ con particiones de 0.4.

5. Use la combinación de *meshgrid* con *surf* para las funciones $z=2y^2 \cos(3y)$ y $w = \sqrt{1+x^2}$ para el intervalo $[-12,12]$ con particiones de 0,4.

6. Grafique la función $z=\text{sen}(x^2+y^2)\cos(x+y)$ en el intervalo $[-2\pi,4\pi]$ con particiones de $\pi/15$. Use como complemento las instrucciones *surf*; restrinja los ejes al igual que rote la gráfica según convenga.

7. Use la combinación de *meshgrid* con *surf* para las funciones $z=e^{\text{sen}(x)}-x$ y $w=3y^2-y+3$ y el intervalo $[-20,20]$, con particiones de 0,4.

8. Grafique la función $z=xe^{-x^2+0,2y^2}$ en el intervalo $[-3,5]$, con particiones de 0,2. Use como complemento la instrucción *surf*; restrinja los ejes al igual que rote la gráfica según convenga.

9. Analice las siguientes instrucciones:

```
syms x y z
```

```
h = x^2 + 4*y^2 + 9*z^2;
```

```
figure;
```

```
fimplicit3(h-1, [-1 1 -0.5 0.5 -1/3 1/3]);
```

```
axis equal
```

```
xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')
```

10. Emplee la estructura del ejercicio anterior para graficar la siguiente función:

$$h(x, y, z) = x\sqrt{x^2 + 2y^2 + 6z^2}$$

Scatter3

Esta función crea un diagrama de dispersión en tres dimensiones con círculos equidistantes que representan la función en el plano x, y, z . La sintaxis general para esta instrucción es:

- *scatter3(X,Y,Z)*. Muestra círculos en las ubicaciones especificadas por los vectores X, Y, Z .
- *scatter3(X,Y,Z,S)*. Dibuja cada círculo con el tamaño especificado por S . A fin de trazar cada círculo con el mismo tamaño, especifique S como un escalar o como un vector dado el caso.
- *scatter3(X,Y,Z,S,C)*. Dibuja cada círculo con el color especificado por C . Si C es una cadena de color o un vector fila RGB, todos los círculos se trazan con el color especificado. De igual manera ocurre para el caso matricial.
- Si C es un vector con longitud igual a la longitud de X, Y y Z , entonces los valores en C se correlacionan linealmente con los colores del mapa de colores actual.
- *scatter3(__,'filled')*. Rellena los círculos utilizando cualquiera de las combinaciones de argumentos de entrada en las sintaxis anteriores. Solo requiere adicionar la instrucción *filled*.
- *scatter3(__,markertype)*. Especifica el tipo de marcador en la gráfica.
- *scatter3(__,Name,Value)*. Especifica las propiedades de la serie de dispersión que utilizan uno o más argumentos de par *Nombre* y *Valor*.
- *scatter3(ax,__)*. Permite representar el diagrama de disper-

sión en 3D de una función en formas diferentes. La opción *ax* puede preceder a cualquiera de las combinaciones de los argumentos de entrada en las sintaxis anteriores.

- $h = \text{scatter3}(_)$. Se utiliza h para realizar futuras modificaciones en la serie de dispersión una vez creada, en la que se relacionan dos funciones x e y .

Ejercicios resueltos

1. Grafique la instrucción $\text{sphere}(n)$ para $n = 16$. Tome como parámetros matriciales $[0,5x;0,75x;x]$.

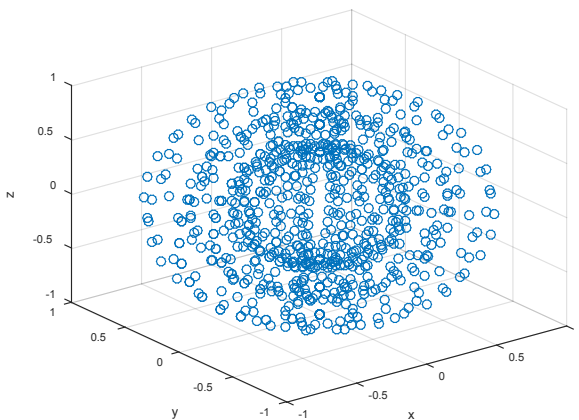
```
[X,Y,Z] = sphere(16);
```

```
x = [0.5*X(:); 0.75*X(:); X(:)];
```

```
y = [0.5*Y(:); 0.75*Y(:); Y(:)];
```

```
z = [0.5*Z(:); 0.75*Z(:); Z(:)];
```

```
scatter3(x,y,z)
```



Representación ejercicio 1

2. Grafique la instrucción *sphere* para $n = 20$. Tome como parámetros matriciales $[0,5x;0,75x;x]$.

```
[X,Y,Z] = sphere(20);
```

```
x = [0.5*X(:); 0.75*X(:); X(:)];
```

```
y = [0.5*Y(:); 0.75*Y(:); Y(:)];
```

```
z = [0.5*Z(:); 0.75*Z(:); Z(:)];
```

% Se define el vector s para especificar los tamaños de los marcadores.

```
S = repmat([100,50,5],numel(X),1); % Repetir copias del array
```

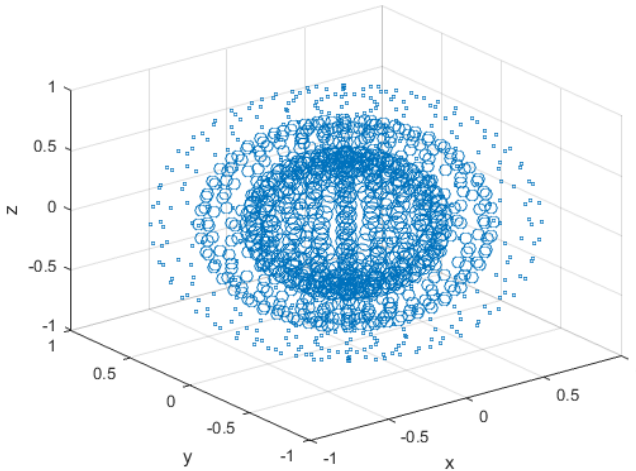
%Esta función de MATLAB devuelve una matriz que contiene n copias de A en la fila y Columna.

```
s = S(:);
```

% Se crea un diagrama de dispersión tridimensional y se utiliza la instrucción view para cambiar el ángulo de los ejes en la figura.

```
scatter3(x,y,z,s)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



Representación ejercicio 2

3. Para el punto anterior defina los vectores s y c con el propósito de especificar el tamaño y el color de cada marcador.

% Se definen los vectores S y C para especificar los tamaños de los marcadores.

```
S = repmat([50,25,10],numel(X),1);
```

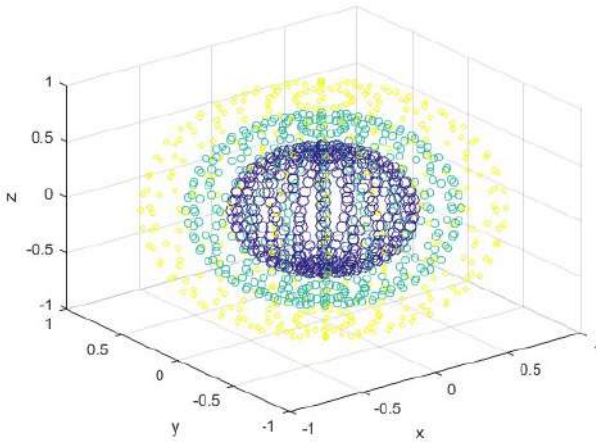
```
C = repmat([1,2,3],numel(X),1);
```

```
s = S(:); c = C(:);
```

% Se crea un diagrama de dispersión tridimensional

```
h=scatter3(x,y,z,s,c)
```

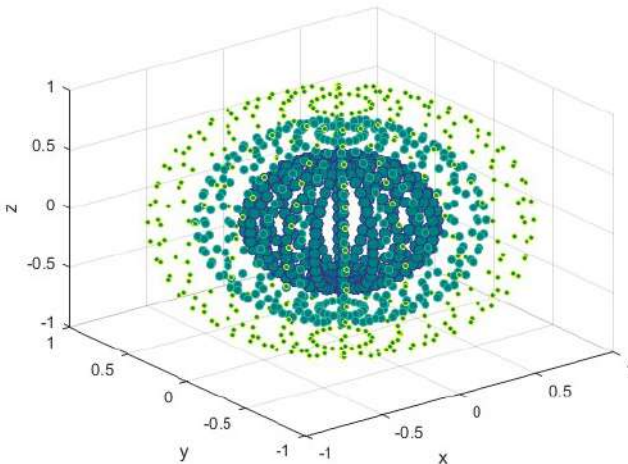
```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



Representación ejercicio 3

4. Utilice un valor de color triple RGB con el propósito de establecer el color de la gráfica de la figura. Solo se debe adicionar al código anterior la siguiente línea:

```
h.MarkerFaceColor = [0 0.5 0.5];
```



Representación ejercicio 4

5. Dadas las funciones $x=2\cos(2z)$, $y=2\sin(z)$, grafique el diagrama de dispersión en 3D para el intervalo $[0,5\pi]$ con 200 puntos.

```
z = linspace(0,6*pi,200);
x = 2*cos(z);
y = 2*sin(z);
scatter3(x,y,z,'filled')
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

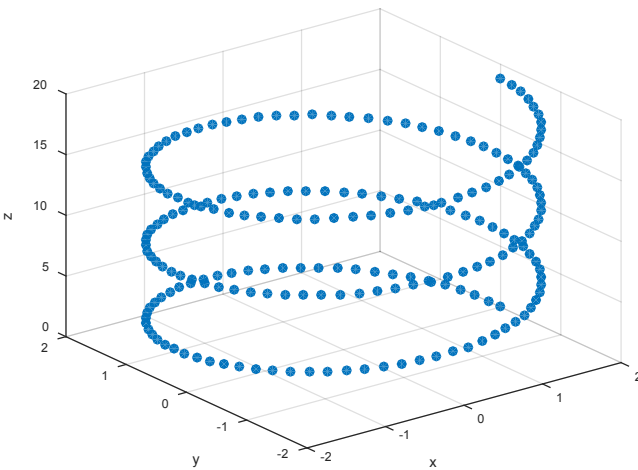


Figura 18.18. Diagrama de dispersión en 3D.

6. Cree el diagrama de dispersión tridimensional del punto anterior y establezca el tipo de marcador.

```
scatter3(x,y,z,'*')
```

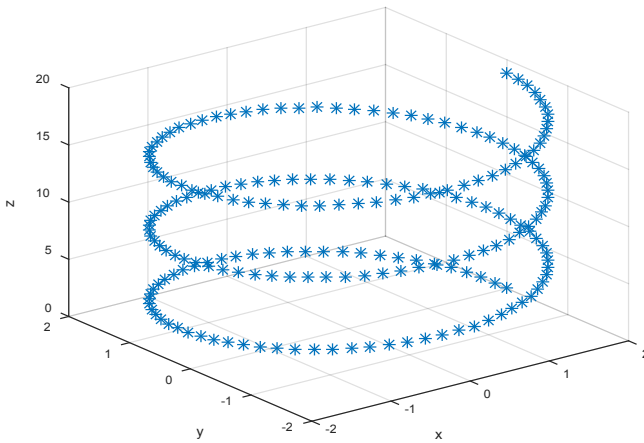


Figura 18.19. Diagrama de dispersión tridimensional

7. Dadas las funciones $x=z\cos(2z)$, $y=z\sin(2z)$, grafique el diagrama de dispersión en 3D para el intervalo $[0,6\pi]$ con 250 puntos. Inicialice el generador de números aleatorios para hacer que la salida de *rand* sea repetible en las dos funciones.

```
z = linspace(0,6*pi,250);
```

```
x = z.*cos(2*z) + rand(1,250);
```

```
y = z.*sin(2*z) + rand(1,250);
```

```
scatter3(x,y,z,...
```

```
    'MarkerEdgeColor','k','MarkerFaceColor',[0.75.75])
```

```
view(-55,20)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

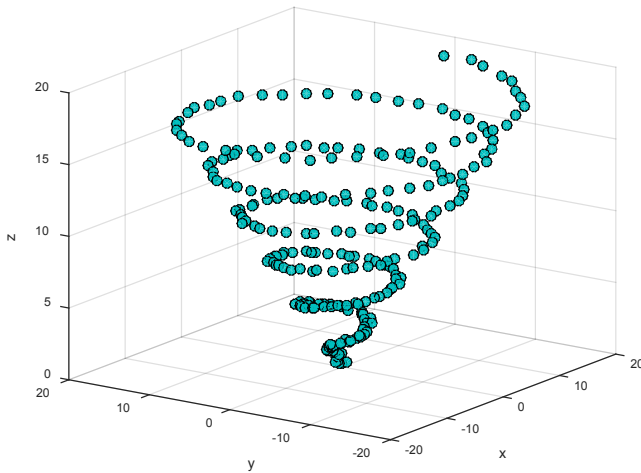


Figura 18.20. Diagrama de dispersión en 3D.

8. Tome el ejercicio anterior y subplotee sin generador de números aleatorios. Exprese el diagrama de dispersión con círculos y diamantes.

```
z = linspace(0,6*pi,250);
x = z.*cos(2*z);
y = z.*sin(2*z);
hs(1) = subplot(2,1,1);
hs(2) = subplot(2,1,2);
scatter3(hs(1),x,y,z,'MarkerFaceColor',[0 .75 .75])
scatter3(hs(2),x,y,z,*)
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

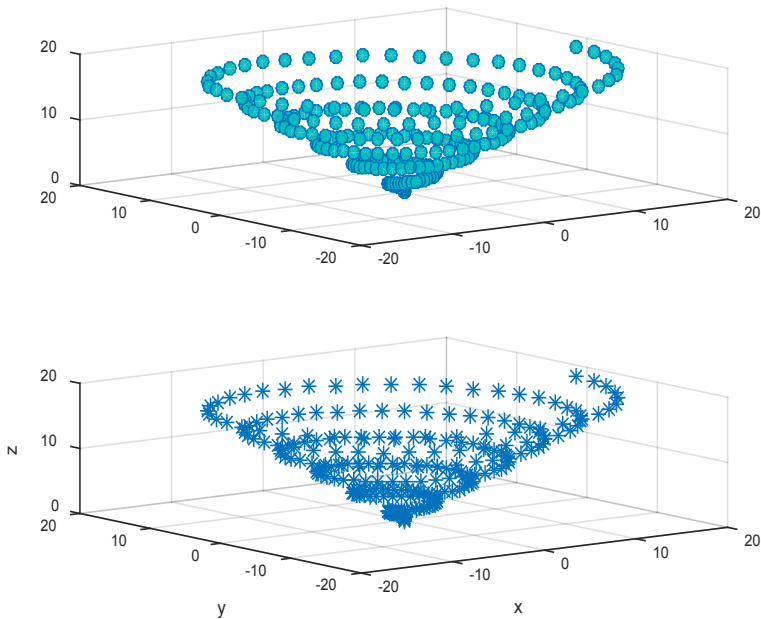


Figura 18.21. Diagrama de dispersión con círculos y diamantes.

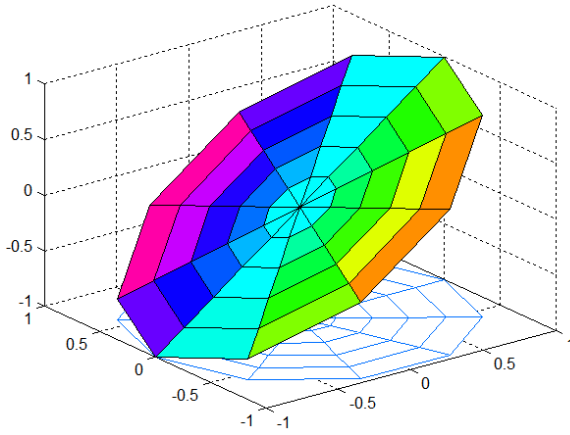
Gráficas en el plano complejo

A fin de graficar en el plano complejo en tres dimensiones se genera una matriz compleja con la instrucción `cplxgrid(n)`, con n entero positivo; luego será graficado por la función `cplxmap(z,z)`.

Ejemplos

1. `z=cplxgrid(5)`

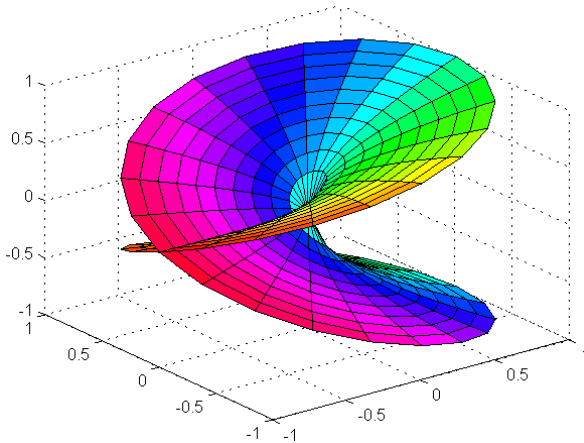
`cplxmap(z,z)`



Representación ejercicio 1

2. `cplxmap(z,z.^z)`

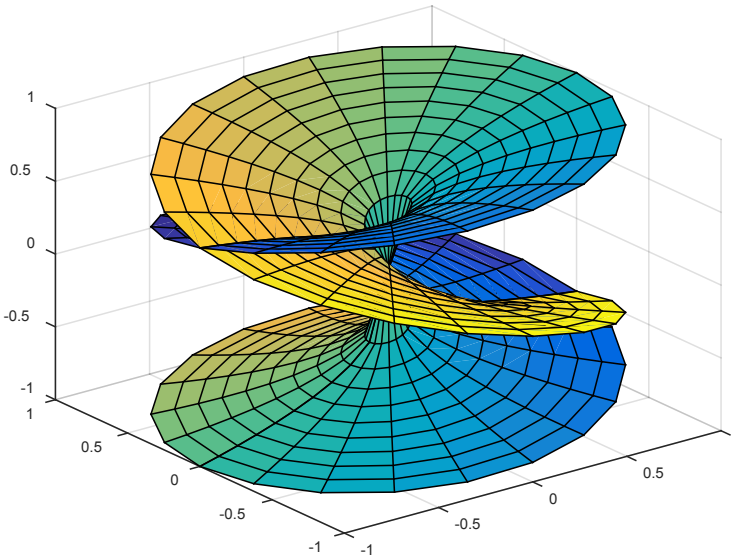
`cplxroot(2,10)` % Raízcuadrada



Representación ejercicio 2

3. Se puede aumentar el número de giros así:

`cplxroot(3,10)`



Representación ejercicio 3

Campos vectoriales en 3D

Para los campos vectoriales en 3D se emplea la función `quiver3`.

```
[x,y,z]=meshgrid(-5:1.5:5,-5:1.5:5,-5:1.5:5);
```

```
quiver3(x,y,z,-y./sqrt(x.^2+y.^2),x./sqrt(x.^2+y.^2),z./5,0)
```

```
view([20 20 20])
```

```
title('Campo vectorial en 3D')
```

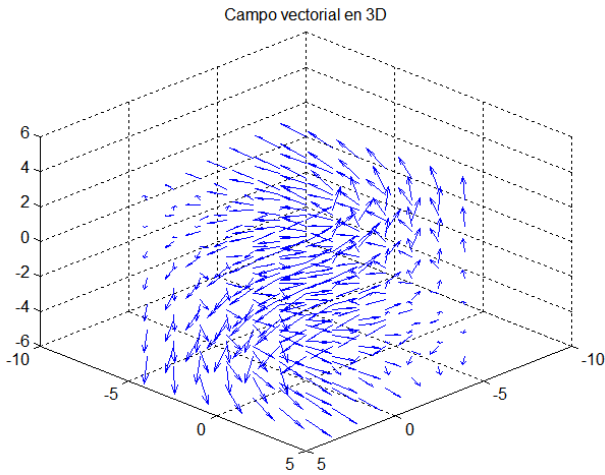


Figura 18.22. Gráfica de campos vectoriales en 3D.

Existen variantes que permiten representar los campos vectoriales, en las que se refina la forma de los trazos y el fondo de la gráfica. En este ejemplo se emplea la base de datos preinstalada en Matlab acerca del flujo de viento en un túnel.

load wind %Se llama el archivo Wind preinstalado en Matlab

k=5;

x=x(:,k);

y=y(:,k);

u=u(:,k);

v=v(:,k);

A=curl(x,y,u,v);

pcolor(x,y,A);

shading interp; hold on;

quiver(x,y,u,v,'y'),hold off

colormap copper, title('Campo vectorial')

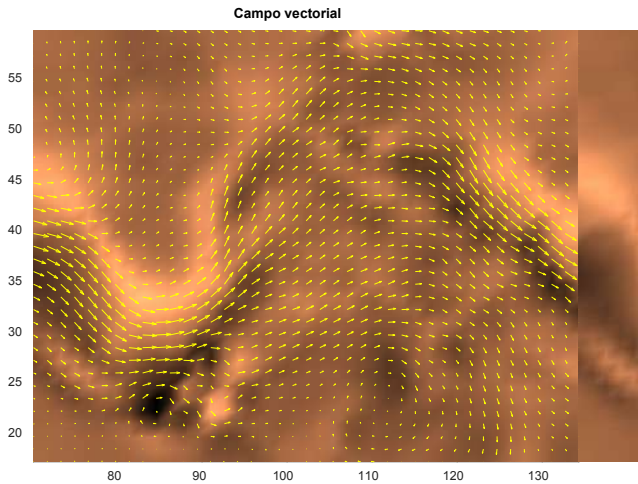


Figura 18.23. Flujo de viento en un túnel preinstalado en Matlab.

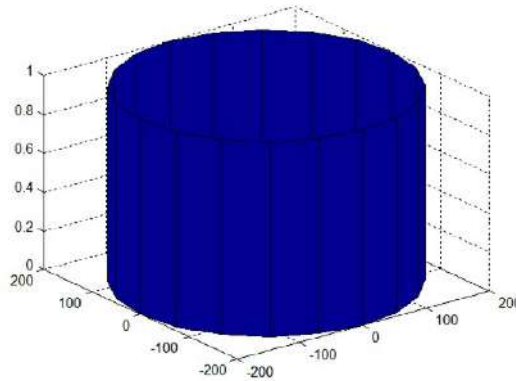
Cylinder

Hay funciones gráficas especializadas como, por ejemplo, *cylinder*, *sphere* y *ellipsoid*. Es posible generar superficies, incluso sin utilizar estas funciones especializadas, utilizando sus ecuaciones. Estas funciones facilitan la tarea, de modo que reducen el número de pasos necesarios para generar estas superficies.

A fin de generar un cilindro se define una curva $r = f(z)$, la cual gira en torno al eje z , en la que se barre una revolución completa. Se emplea la función *cylinder*(n), donde n es un número entero que identifica el radio.

1. Grafique un cilindro de radio 200.

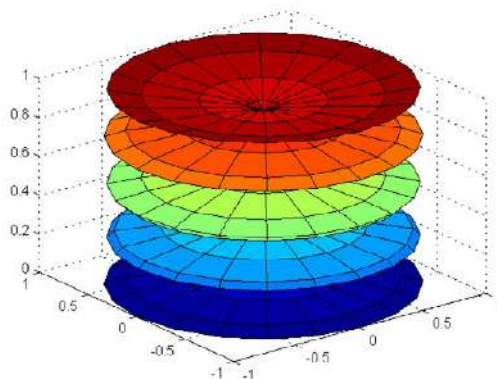
cylinder(200)



Representación ejercicio 1

2. Sea la función $r = \cos(4\pi z)^2$, evaluada en el intervalo $[0,1]$, con particiones de 0,03, grafique empleando la función *cylinder*.

`z = 0:0.03:1; r = cos(4*pi*z).^2; cylinder(r)`

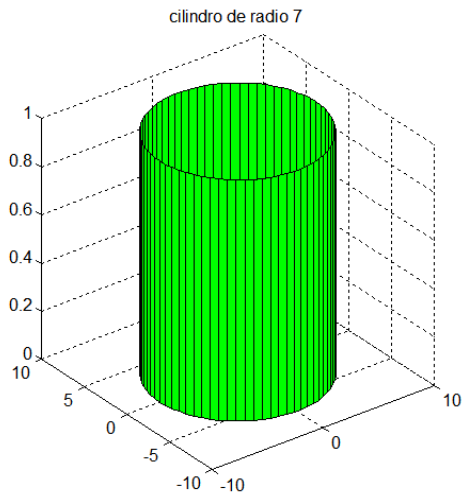


Representación ejercicio 2

3. La circunferencia del cilindro tiene 70 puntos (este valor por defecto es 20). Grafique el cilindro para un radio $r = 7$, de color verde.

`cylinder(7,70); axis square;`

`colormap([.0 1.0 .0]), title('cilindro de radio 7')`



Representación ejercicio 3

4. *Superficie de revolución.* La curva gira alrededor del eje X , y este eje pasa a ser el eje Z . Dada la función $y=\sqrt{t}$, evaluada en el intervalo $[0,4]$ con particiones de 0,1, subplotee la función original y la superficie de revolución; etiquete y centre la gráfica.

```
t=0:.1:4;
```

```
[x,y,z]=cylinder(sqrt(t));
```

```
subplot(1,2,1), plot(t,sqrt(t)), axis square, title('Curva que genera  
la superficie')
```

```
subplot(1,2,2), surf(x,y,z), axis vis3d, xlabel('X'),ylabel('Y'),zla-  
bel('Z'), title('Superficie')
```

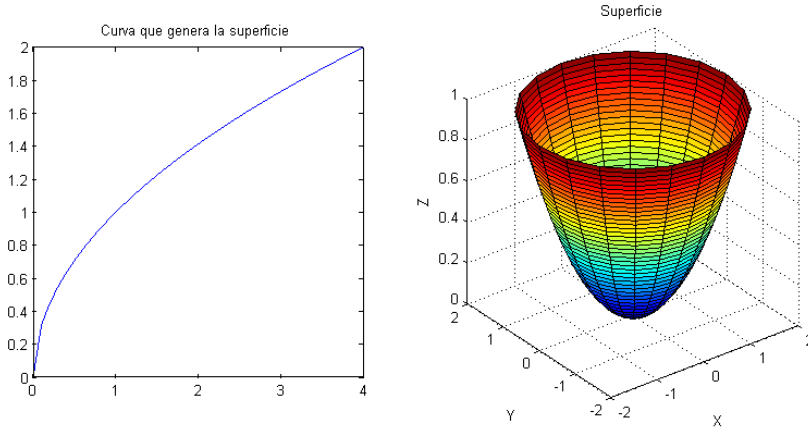


Figura 18.24. Gráfica de una superficie de revolución.

5. Cree un cono truncado, de la función $z = 2 \frac{1-t}{3}$ en el intervalo $[0,2]$, con particiones de 0,05. Subplotee la función original y la superficie de revolución; etiquete y centre la gráfica.

```
t=0:.05:2;
```

```
[x,y,z]=cylinder(2*(1-t./3));
```

```
subplot(1,2,1), plot(t,2*(1-t./3))
```

```
axis([0 2 0 3])
```

```
axis square
```

```
title('Curva que genera la superficie')
```

```
subplot(1,2,2), surf(x,y,z), axis vis3d
```

```
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z'), title('Cono')
```

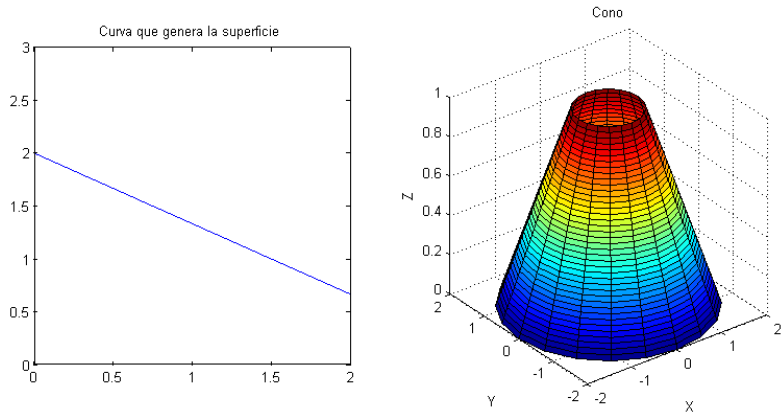


Figura 18.25. Gráfica de una superficie de revolución.

6. Cree la superficie generada por una hipérbola, cuya función esta descrita por $z = \sqrt{1 + \frac{t^2}{4}}$, en el intervalo $[-2, 2]$ y con particiones de 0,1. Subplotee la función original y la superficie de revolución; etiquete y centre la gráfica.

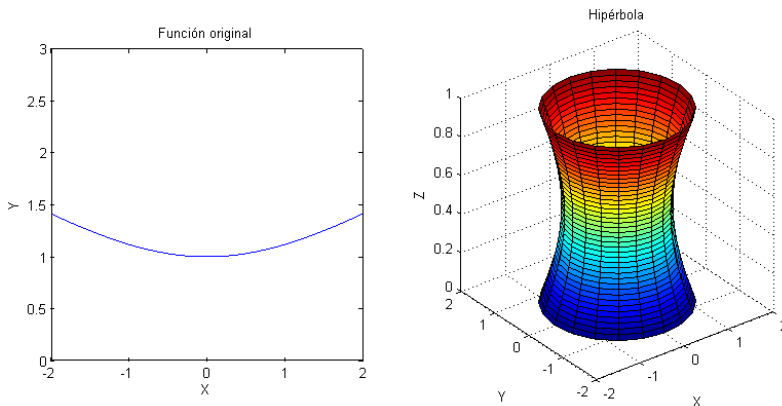
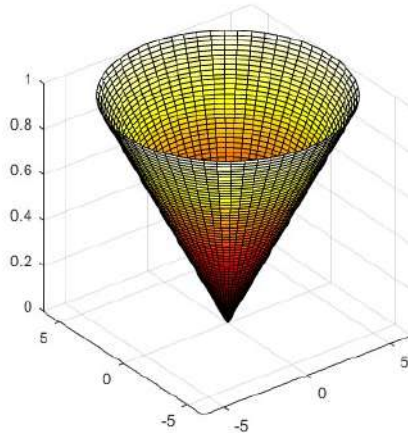


Figura 18.26. Gráfica de una superficie de revolución.

7. Cree un cono con 60 líneas, en el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de $\pi/30$. Personalice los colores de la figura.


```
t=0:pi/30:2*pi;
[X,Y,Z]=cylinder(t,60);
surf(X,Y,Z); axis square; colormap hot
```



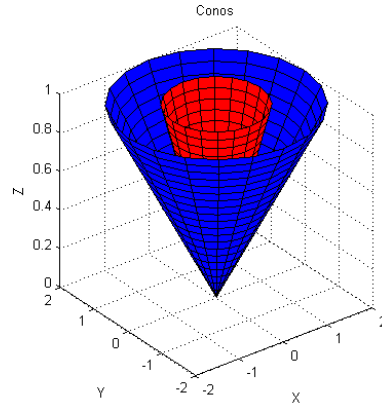
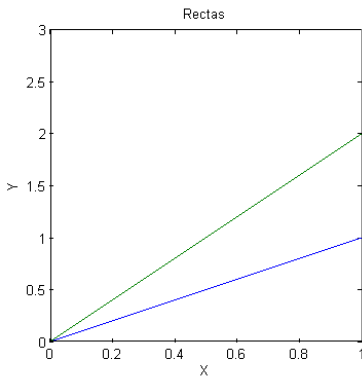
Representación ejercicio 7

8. Cree un cono dentro de otro en el intervalo $[0,1]$ con particiones de 0,05, de la función $z=2t$. Subplotee la función original y la superficie de revolución; etiquete y centre la gráfica.

```
t=0:.05:1;
[x,y,z]=cylinder(t);[X,Y,Z]=cylinder(2*t);
subplot(1,2,1),plot(t,t,t,2*t)
axis([0 1 0 3])
xlabel('X'),ylabel('Y'), title('Rectas')
axis square
subplot(1,2,2), surf(x,y,z,'FaceColor','red')
```

hold on

surf(X,Y,Z,'FaceColor','blue')



Representación ejercicio 8

9. Gráfica de un tetraedro en el intervalo $[0,3]$ con particiones de 0,1.

t=0:.1:3;

[x,y,z]=cylinder(t,3); % Con el número 3 se divide el borde de la base de un cono en tres parte iguales.

subplot(1,2,1), surf(x,y,-z),axis vis3d,axis off

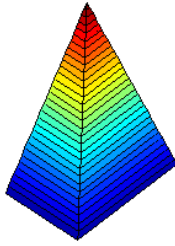
title('Tetraedro','FontSize',16)

subplot(1,2,2),surf(x,y,z)

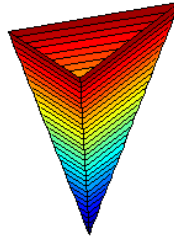
axis vis3d, axis off

title('Tetraedro invertido','FontSize',16)

Tetraedro



Tetraedro invertido



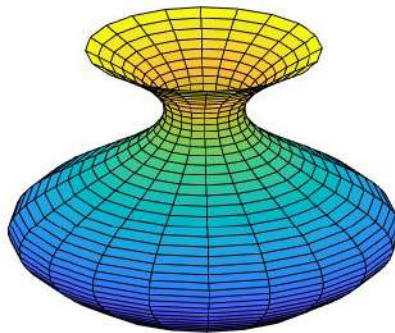
Representación ejercicio 9

10. Sea la curva $r=1,521+\sin(z)$ evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$ que rota 360° alrededor del eje— z con 40 intervalos equiespaciados en la dirección z y 20 intervalos equiespaciados en la dirección circunferencial. Genere la gráfica según estos datos.

```
z = linspace(0, 2*pi, 40);
```

```
[x, y, z] = cylinder(1.521+sin(z), 20);
```

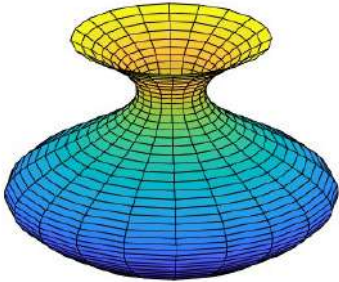
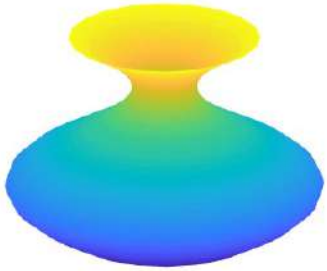
```
surf(x, y, z), axis off
```

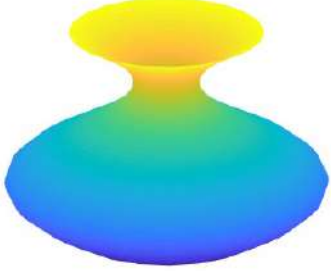
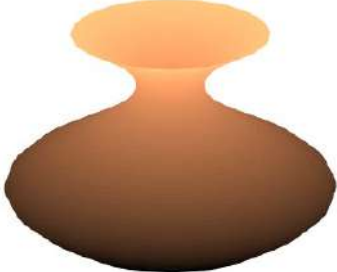


Representación ejercicio 10



11. *Sombreado* (shading). Tomando como referente el punto anterior se va a sombreadar la superficie con la instrucción *surf*, personalizando la vista en conjunto con la función de sombreado de color *faceted*. La función que cambia el sombreado es *shading s*, donde *s* es un *string* igual a *faceted*.

<pre>z = linspace(0,2*pi,40); r=1.521+sin(z); [x, y, z] = cylinder(r,20); surf(x, y, z) shading faceted axis off</pre>	 <p>Representación ejercicio 11 I</p>
<pre>Instrucciones shading (flat). z = linspace(0, 2*pi,40); r=1.521+sin(z); [x, y, z] = cylinder(r,20); surf(x, y, z) shading flat axis off</pre>	 <p>Representación ejercicio 11 II</p>

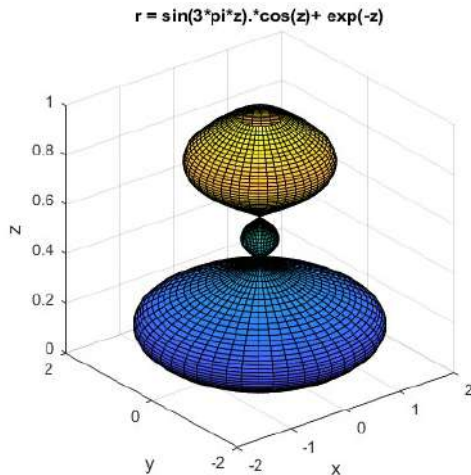
<p>Instrucciones <i>shading</i> (<i>interp</i>).</p> <pre> z = linspace(0,2*pi,40); r=1.521+sin(z); [x, y, z] = cylinder(r, 20); surf(x, y, z) shading interp axis off </pre>	 <p>Representación ejercicio 11 III</p>
<p>Instrucciones <i>view</i>, <i>shading</i> (<i>interp</i>) y <i>colormap</i>.</p> <pre> z = linspace(0,2*pi,40); r = 1.521+sin(z); [x, y, z] = cylinder(r, 20); surf(x, y, z) shading interp colormap(copper) axis off </pre>	 <p>Representación ejercicio 11 IV</p>

12. Grafique la función $r(z) = \sin(3\pi z) \cos(z) + e^{-z}$ en el intervalo $[0,1]$ con 90 puntos y un radio de 50, en la que se explore las diversas opciones de presentación en 3D.

```

z = linspace (0,1,90);
r = sin(3*pi*z).*cos(z)+ exp(-z);
[X,Y,Z] = cylinder (r,50) ;
% Se toman 110 puntos entre 0 y 1 para generar la curva r(z)
% se generan datos de superficie para el cilindro
c = surf(X,Y,Z); % se plotea el cilindro con sus respectiva etiquetas
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
title('r = sin(3*pi*z).*cos(z)+ exp(-z)')
axis square; % Se establecen los ejes para que sean cuadrados
view(-38.5,26);% se cambia el ángulo de visión ligeramente, es-
tos valores son arbitrarios

```



Representación ejercicio 12 I

Suavizado de la figura:



```
light('position',[2 -2 0.1],'Style','infinite'); % Se crea una fuente de luz
```

```
lighting phong; % Se define la luz que se refleja sobre la superficie
```

```
set(c,'facealpha',0.85) ; % Se establece la cara alfa con una opacidad del 85%
```

```
dark_brown = [.32 .19 .19]; % Se define un color marrón oscuro con valores RGB
```

```
set(c,'edgecolor',dark_brown); % Se cambia el color del borde a marrón oscuro
```

```
set(c,'edgealpha',0.1); % Hacer los bordes casi transparentes
```

```
set(gca,'visible','off');
```



Representación ejercicio 12 II

```
% Gráfica de la mitad derecha del cilindro
```

```
Z1=Z ; % Se copian los datos para su manipulación
```

```
Z1(:,15:40)=NaN; % Se establece parte de los datos que al operarlos no están definidos (NaN)
```

```
c3=surf(X,Y,Z1); axis square; % Se plotea Z1 para ver la mitad derecha
```

```

light('position',[2 -2 .1],'Style','infinite');
set(c3,'facecolor',[.99 .92 .80], 'facealpha',1) ;
set(c3,'edgecolor',[.32 .19 .19], 'edgealpha',0.1) ;
lighting phong ; set(gca,'visible','off')
view(-38.5,26);

```



Representación ejercicio 12 III

% Gráfica de la mitad izquierda del cilindro para completar la figura

```

Z1=Z;
ZL(:,1:14)=NaN;
zL(:,41:51)=NaN;
c2=surf(X,Y,Z1); axis square;
l1=light('position',[2 -2 .1],'Style','infinite');
l2=light('position',[-2 2 .1],'Style','infinite');
set(c2,'facecolor',[.87 .49 0], 'facealpha',1) ;

```



```

set(c2,'edgecolor',[.87 .49 0], 'edgealpha',0.1) ;
lighting phong ;
set(gca,'visible','off')
view(-38.5,26);

```

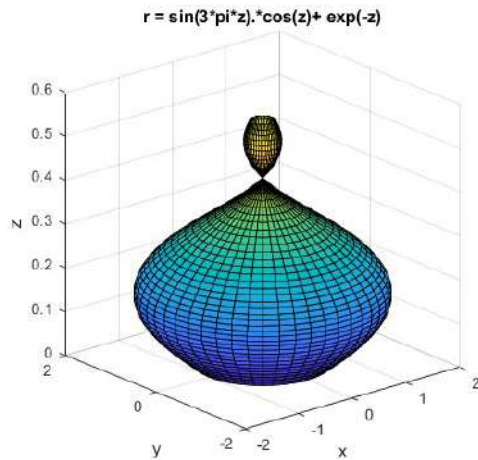


Representación ejercicio 12 IV

```

% Gráfica de la mitad inferior del cilindro ("cebolla dorada")
Z1=Z;
Z1(51:90,:)=NaN;
c2= surf(X,Y,Z1); axis square
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
title('r = sin(3*pi*z).*cos(z)+ exp(-z)')
lighting flat;
view(-40,20);

```



Representación ejercicio 12 V

Toroide

El toroide es una superficie de revolución que se genera por una curva plana cerrada simple, la cual gira alrededor de un eje de rotación con el que no se interseca. En un sistema de coordenadas cartesianas de centro O existe un eje vertical z y ejes horizontales x e y .

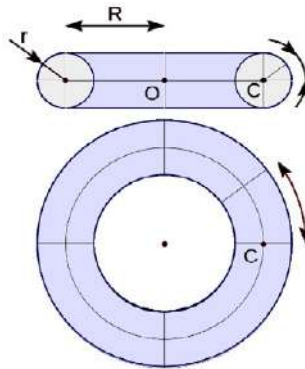


Figura 18.27. Plano del toroide.

Se construye sobre el plano xz una circunferencia de radio r con centro en un punto C que está sobre el eje xy a una distancia R de O . La superficie del toro se genera cuando se hace girar esta circunferencia alrededor del eje z .

Las coordenadas de un punto cualquiera del toro se obtienen mediante las siguientes expresiones, donde α es la latitud del punto respecto del plano xz , y β el ángulo de rotación de la circunferencia generatriz alrededor del eje z o longitud. Se tiene entonces que:

$$x=(R+r\cos\alpha)\cos\beta, \quad y=(R+r\cos\alpha)\sin\beta, \quad z=r\sin\alpha$$

1. Cree un *script* empleando las ecuaciones que definen el toroide:

```
function [x,y,z]=torus()
```

%digitar torus() en el command window.

```
r=0.5; %radio lateral
```

```
n=50; %número de elementos
```

```
a=0.9; %radio central
```

%Cálculo ángulos en función de la resolución

```
theta=pi*(0:2:2*n)/n;
```

```
phi=2*pi*(0:2:n)'/n;
```

%Cálculo y proyecto en x,y,z.

```
x1=(a + r * cos(phi))*cos(theta);
```

```
y1=(a + r * cos(phi))*sin(theta);
```

```

z1=r * sin(phi)*ones(size(theta));

b=1.1;

colormap('jet')

subplot(221);mesh(x1,y1,z1);   axis([-b,b,-b,b,-b,b]);   xla-
bel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

subplot(222);   surf(x1,y1,z1);   axis([-b,b,-b,b,-b,b]);   xla-
bel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

subplot(223); p=surf(x1,y1,z1);

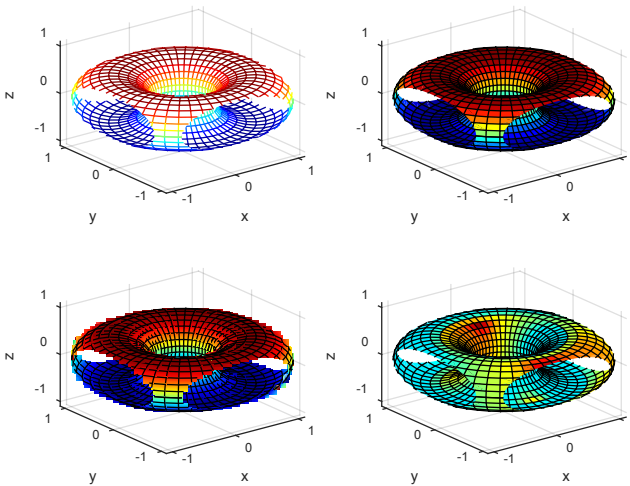
shading interp, set(p,'EdgeColor','k');

axis([-b,b,-b,b,-b,b]);

xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

subplot(224);   surf(x1,y1,z1);   axis([-b,b,-b,b,-b,b]);   xla-
bel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

```



Representación ejercicio 1

2. La rotación de la circunferencia alrededor del eje X genera el toroide. Para este caso, se toma el intervalo $[-1,1]$ con particiones de 0,05. Como función de entrada sea $z1 = 3 \pm \sqrt{1-t^2}$.

```
t=-1:0.05:1;
```

```
[x,y,z]=cylinder(3+sqrt(1-t.^2));
```

```
[x1,y1,z1]=cylinder(3-sqrt(1-t.^2));
```

```
subplot(2,1,1),plot(t,3+sqrt(1-t.^2),t,3-sqrt(1-t.^2))
```

```
axis([-2 2 0 4.5]), grid, axis square
```

```
subplot(2,1,2), surf(x,y,z), hold on,surf(x1,y1,z1)
```

```
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
```

```
title("Toroide","FontSize",16)
```

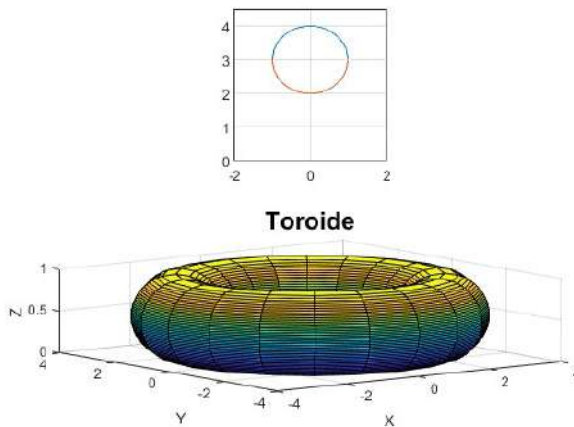


Figura 18.28. Gráfica de toroide en dos y tres dimensiones.

3. La superficie "Tobogán" o "Boa Amazónica". Su gráfica es una variación de la del toro. Analice las variantes gráficas según las instrucciones utilizadas.

```
u=(0:pi/8:4*pi);%vector columna de m=33 elementos
```

```
v=0:pi/16:2*pi;%vector fila de n=33 elementos
```

```
X=cos(u)*(2+sin(v));%X, Y y Z son matrices de orden mxn=33x33
```

```
Y=sin(u)*(2+sin(v));
```

```
Z=u*ones(size(v))+ones(size(u))*cos(v);
```

```
subplot(221),mesh(X,Y,Z)
```

```
subplot(222),surf(X,Y,Z)
```

```
subplot(2,2,[3:4]),surf(X,Y,Z), axis([-4 4 -4 4 0 10])
```

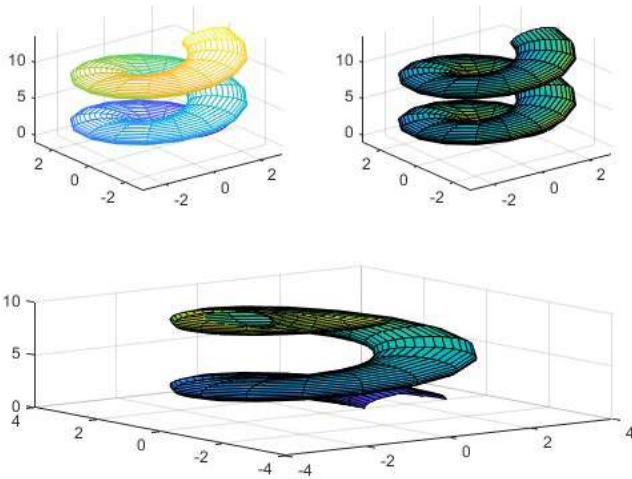


Figura 18.29. Gráfica de tobogán.

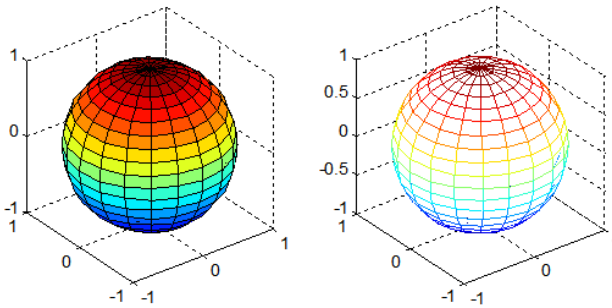
Sphere

Se emplea la función $sphere(n)$, donde n es un número entero que representa el número de líneas que forman el sólido. Por defecto en Matlab son 20.

1. Grafique una esfera estándar. Para esto se emplea la instrucción $sphere$.

```
subplot(1,2,1), sphere; surf(x,y,z), axis equal
```

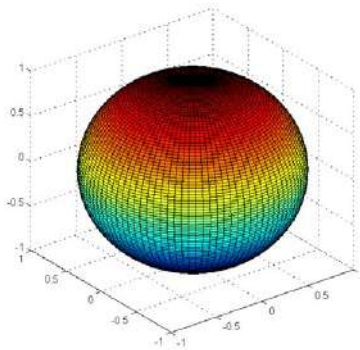
```
subplot(1,2,2), mesh(x,y,z), axis equal
```



Representación ejercicio 1

2. Grafique una esfera con 100 líneas.

```
sphere(100)
```



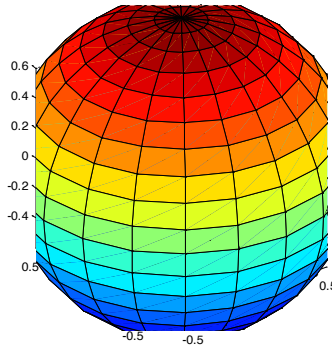
Representación ejercicio 2 I

Para cambiar el aspecto de la esfera se emplea el siguiente código:

```
sphere
```

```
set(gca,'DataAspectRatio',[1 1 1],...
```

```
'PlotBoxAspectRatio',[1 1 1],'ZLim',[-0.6 0.6])
```



Representación ejercicio 2 II

3. Analice e indague los comandos empleados para obtener la gráfica mostrada:

```
[x,y,z] = sphere(22);
```

```
X = [x(:)*.5 x(:)*.75 x(:)];
```

```
Y = [y(:)*.5 y(:)*.75 y(:)];
```

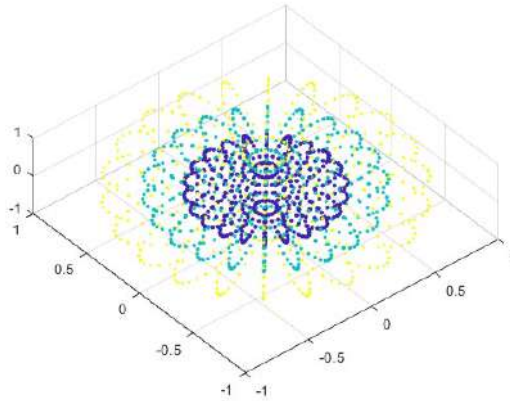
```
Z = [z(:)*.5 z(:)*.75 z(:)];
```

```
S = repmat([1 .75 .5]*10,prod(size(x)),1);
```

```
C = repmat([1 2 3],prod(size(x)),1);
```

```
scatter3(X(:),Y(:),Z(:),S(:),C(:),'filled')
```

```
view(-40,70)
```

Representación ejercicio 3

4. Grafique una esfera con 50 líneas, etiquete lo ejes y coloque como título “esfera transparente”.

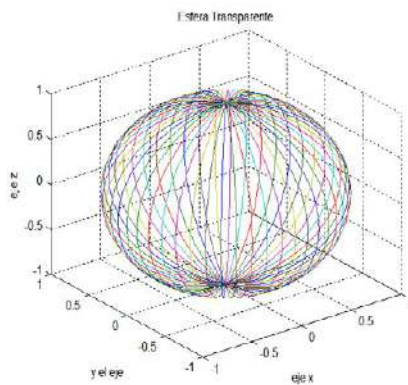
Para graficar este tipo de esfera se emplea la instrucción `plot3`, así:

```
[x, y, z] = sphere (50);
```

```
plot3 (x, y, z), grid
```

```
title ('Esfera Transparente')
```

```
xlabel ('eje x'), ylabel ('y el eje'), zlabel ('eje z')
```



Representación ejercicio 4



5. *Reflectancia de una esfera.* La reflectancia de una esfera ligeramente rugosa se logra jugando con la luz en cuanto a su incidencia sobre una superficie, cuyo objetivo es producir un cuerpo parecido a un planeta. Para esto se toman puntos al azar del radio esférico que se distribuyen de manera aleatoria sobre el sólido, produciendo una esfera ligeramente áspera:

%Fuente original del código Knight A. (2000). Modificado parcialmente por el autor.

```
[x,y,z] = sphere(200);
```

```
N = size(x,1);
```

```
x = x + randn(N)/1000;
```

```
y = y + randn(N)/1000;
```

```
z = z + randn(N)/1000;
```

Por prueba y error se definen los valores correctos para las propiedades de reflectancia superficial:

```
h = surf(x,y,z);
```

```
set(h,'facecolor',[.5 .5 .5],'edgecol','none')
```

```
hl = light('pos',[1000,0,0]);
```

```
axis equal;
```

```
axis off;
```

```
view(-13,0)
```

```
set(h,'specularstrength',0.01)
```

```
set(h,'ambientstrength',1)
```

```
set(h,'diffusestrength',0.9)
set(h,'backfacelighting','unlit')
colormap;
```

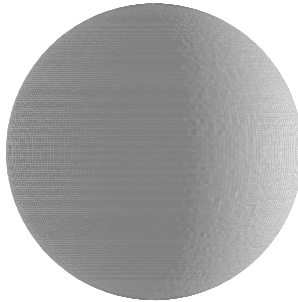


Figura 18.30. Reflectancia de una esfera.

Elipsoide

Para crear un elipsoide se emplea la instrucción *ellipsoid*, definida en las coordenadas (xc, yc, zc) que se relacionan con longitud de los semiejes en las direcciones x, y, z , respectivamente, y de las coordenadas (xr, yr, zr) .

```
[x, y, z] = ellipsoid(xc, yc, zc, xr, yr, zr, n);
```

De igual manera, se define un número n , el cual representa los elementos que comprende el elipsoide. Si n se omite se toma un valor de 20 por defecto.

La ecuación general de un elipsoide es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

1. Grafique una elipse bajo los siguientes parámetros:

```
[x, y, z] = ellipsoid(2,4,3,2,6,7,20);
```

```
axis equal,surf(x, y, z)
```

```
title ('Elipsoide'), xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```

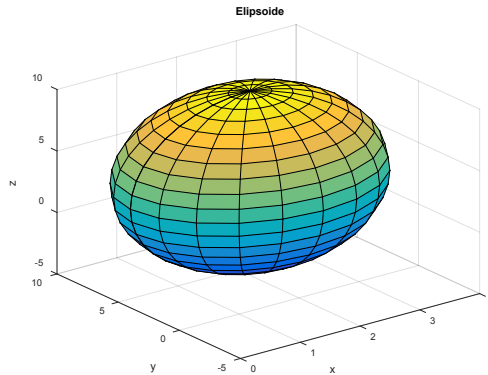


Figura 18.31. Gráfica elipsoide.

2. Dadas las ecuaciones paramétricas $x=a\cos(u)\sin(v)$, $y=b\sin(u)\sin(v)$ y $z=c\cos(v)$, el dominio de las funciones es $0\leq u\leq 2\pi$, $0\leq v\leq\pi$. Tome 50 puntos. Los valores son $a = 5$, $b = 2$ y $c = 1$.

```
u=linspace(0,2*pi,50); v=linspace(0,pi,50);
```

```
[U,V]=meshgrid(u,v);
```

```
a=5; b=2; c=1;
```

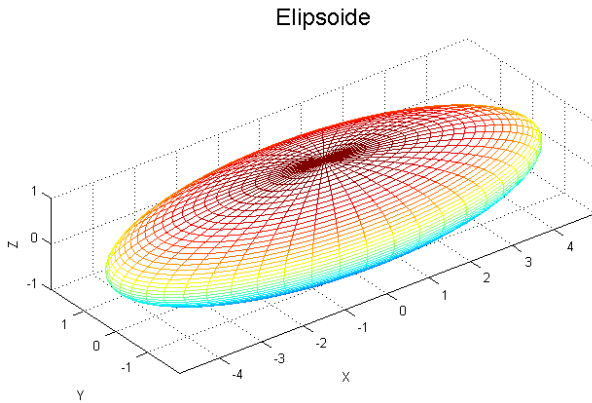
```
X=a*cos(U).*sin(V);
```

```
Y=b*sin(U).*sin(V);
```

```
Z=c*cos(V);
```

```
mesh(X,Y,Z),axis image, xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
```

```
title('Elipsoide','FontSize',18)
```



Representación ejercicio 2

3. En la ecuación anterior puede sustituirse *mesh* por *surf*:

```
u=linspace(0,2*pi,50); v=linspace(-pi/2,pi/2, 50);
```

```
b=2; c=3; a=1;
```

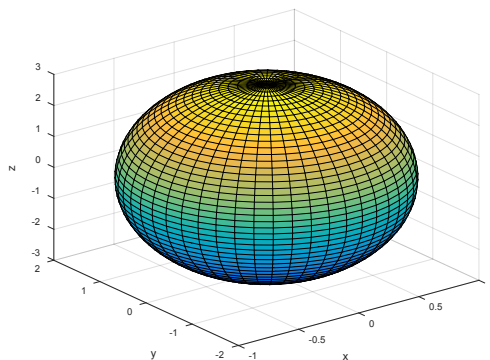
```
[u,v]=meshgrid(u,v);
```

```
x=a*cos(u).*cos(v);
```

```
y=b*sin(u).*cos(v);
```

```
z=c*sin(v);
```

```
surf(x,y,z), xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')
```



Representación ejercicio 3



4. *Gráfica de hemisferios.* Dadas las ecuaciones paramétricas $x=2\cos(v)\cos(u)$; $y=2\cos(v)\sin(u)$ y $z=2\sin(v)$, en el dominio de las funciones es $0\leq u\leq 2\pi$, $0\leq v\leq \pi/2$. Tome 50 puntos.

```
u=linspace(0,2*pi,50); v=linspace(0,pi/2,50);
[U,V]=meshgrid(u,v);
a=2;
X=a*cos(V).*cos(U);
Y=a*cos(V).*sin(U);
Z=a*sin(V);
subplot(1,2,1),mesh(X,Y,Z,'EdgeColor','blue')
% EdgeColor es un atributo de la malla (mesh), en este caso se da
a la malla el color azul
axis equal, xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
title('Hemisferio Norte')
subplot(1,2,2), mesh(X,Y,-Z,'EdgeColor','blue')
axis equal, xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
title('Hemisferio Sur')
```

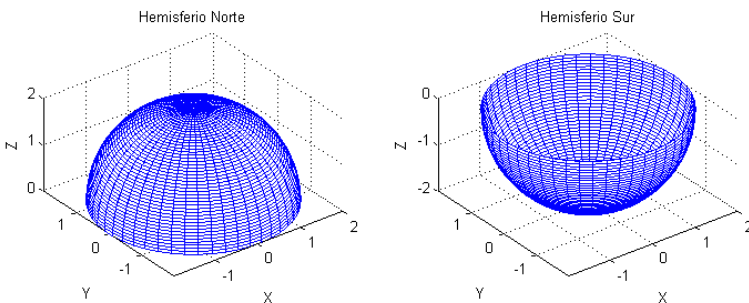


Figura 18.32. Gráfica de hemisferios.

5. *Hiperboloide elíptico de una hoja*. La ecuación general es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

```
u=linspace(0,2*pi,50);
```

```
v=linspace(-1.5,1.5,50);
```

```
a=5; b=2; c=-3;
```

```
[u,v]=meshgrid(u,v);
```

```
x=a*cos(u).*cosh(v);
```

```
y=b*sin(u).*cosh(v);
```

```
z=c*sinh(v);
```

```
surf(x,y,z), xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
```

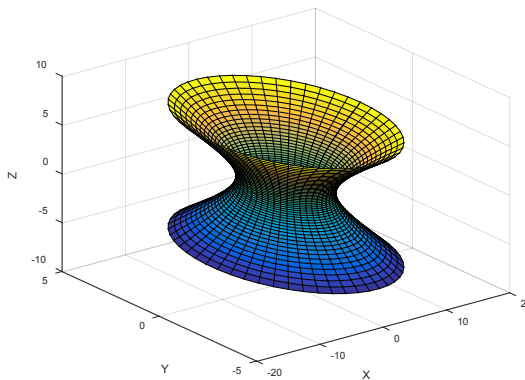


Figura 18.33. Hiperboloide elíptico de una hoja.

6. *Hiperboloide elíptico de dos hojas*. La ecuación general es:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

```
u=linspace(0,2*pi,50); v=linspace(0,1.5,40);
```

```

b=-2; c=-3; a=1;
[u,v]=meshgrid(u,v);
x=a*cosh(v);
y=b*cos(u).*sinh(v);
z=c*sin(u).*sinh(v);
x1=-a*cosh(v); %a es igual al denominador
y1=b*cos(u).*sinh(v); %valores del denominador
z1=c*sin(u).*sinh(v); %c es igual al valor del denominador
surf(x,y,z); hold on
surf(x1,y1,z1)
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z'), view(-34,10)

```

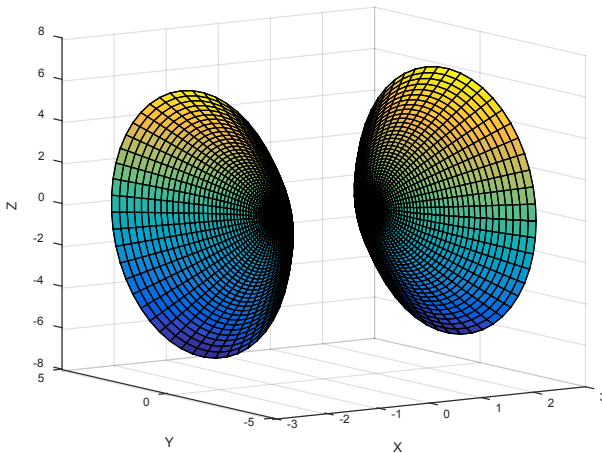


Figura 18.34. Hiperboloide elíptico de dos hojas.

7. *Cono*. La ecuación general es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$$

```
u=linspace(0,2*pi,50);
```

```
v=linspace(-5,5,30);
```

```
b=2; c=3; a=1;
```

```
[u,v]=meshgrid(u,v);
```

```
x=a*v.*cos(u);
```

```
y=b*v.*sin(u);
```

```
z=c/2*v;
```

```
surf(x,y,z);rotate3d;
```

```
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
```

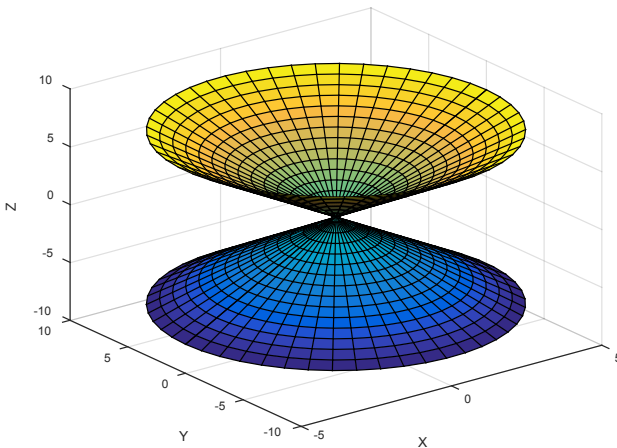


Figura 18.35. Cono y cono invertido.

8. *Paraboloide elíptico*. La ecuación general es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z$$

```
u=linspace(0,2*pi,50);
```

```
v=linspace(0,1.5,30);
```

```
a=1; b=2;
```

```
[u,v]=meshgrid(u,v);
```

```
x=a*v.*cos(u);
```

```
y=b*v.*sin(u);
```

```
z=v.^2/(4);
```

```
surf(x,y,z); rotate3d;
```

```
xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')
```

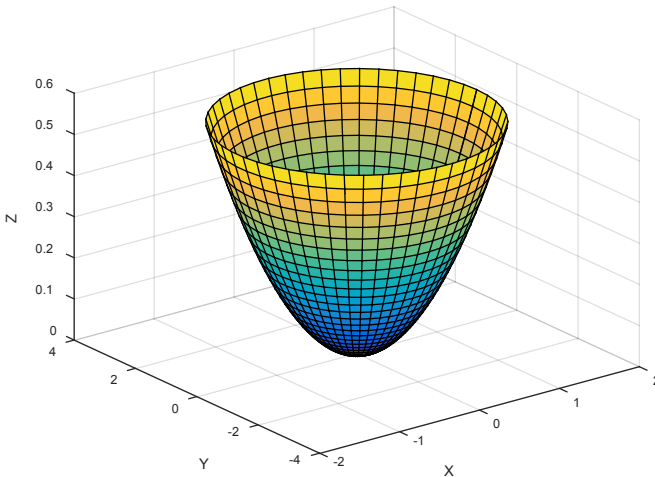


Figura 18.36. Paraboloide elíptico.

9. *Paraboloide hiperbólico* en 3D y curvas de nivel para la ecuación $z=y^2-x^2$. Tome el intervalo $[-1,1]$, con particiones de 0,05.

```
x = -1:0.05:1; y = x;
```

```
[xi,yi] = meshgrid(x,y);
```

```
zi = yi.^2 - xi.^2;
```

```
surf(xi,yi,zi)
```

```
colormap copper
```

```
shading interp
```

```
view([25,15,20])
```

```
grid off
```

```
title('Paraboloide Hiperbolico z = y^2 - x^2')
```

```
h = get(gca,'Title'); set(h,'FontSize',12),xlabel('x')
```

```
h = get(gca,'xlabel'); set(h,'FontSize',12),ylabel('y')
```

```
h = get(gca,'ylabel'); set(h,'FontSize',12),zlabel('z')
```

```
h = get(gca,'zlabel'); set(h,'FontSize',12)
```

```
pause(5)
```

```
figure
```

```
contourf(zi), hold on, shading flat
```

```
[c,h] = contour(zi,'k-'); clabel(c,h)
```

```

title('Curvas de nivel de z = y^2 - x^2.')
h = get(gca,'Title'); set(h,'FontSize',12),xlabel('x')
h = get(gca,'xlabel'); set(h,'FontSize',12),ylabel('y')
h = get(gca,'ylabel'); set(h,'FontSize',12)
    
```

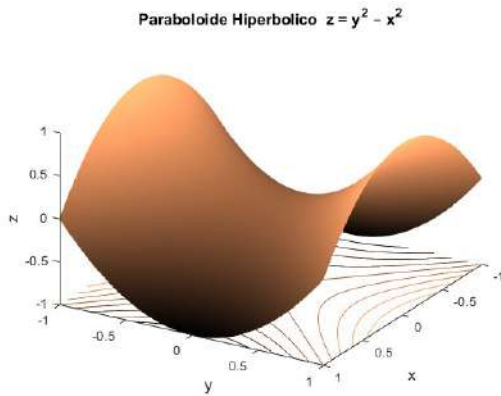


Figura 18.37. Paraboloide hiperbólico en 3D y curvas de nivel.

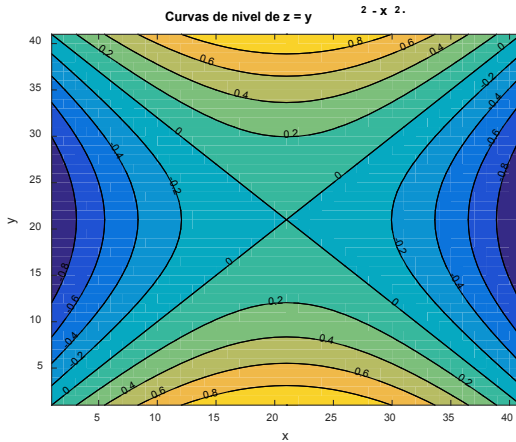


Figura 18.38. Curvas de nivel del paraboloide hiperbólico en 3D.

Suavizado de una superficie en 3D

Para suavizar la superficie de una gráfica en 3D se emplean los comandos *shading* y *camlight*, combinados con otros comandos complementarios, tal como se muestra en los siguientes ejemplos.

1. Sea la función $z = \sin(xy)$ grafique 60 puntos para los intervalos $[-5,5] \times [-5,5]$.

```
x = linspace(-5,5,60);
```

```
y = linspace(-5,5,60);
```

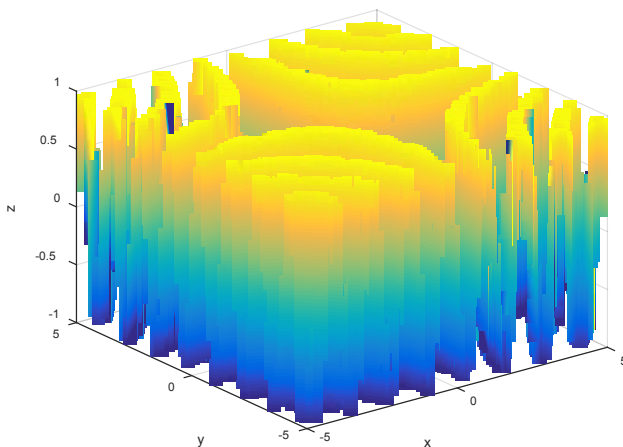
```
[x,y]= meshgrid (x,y);
```

```
z = sin(x.*y);
```

```
surf (x,y,z)
```

```
shading interp
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
```



Representación ejercicio 1

Tenga en cuenta que, al ubicar el cursor en la gráfica, usted la puede rotar a conveniencia.

2. Personalice la iluminación y las sombras de la gráfica $z = \text{sinc}(xy)$ Grafique 60 puntos para los intervalos $[-5,5] \times [-5,5]$.

```
n = 60;
```

```
x = linspace(-5,5,n); y = linspace(-5,5,n);
```

```
[x,y]= meshgrid (x,y);
```

```
sinc = @(x)sin(x)./x ;
```

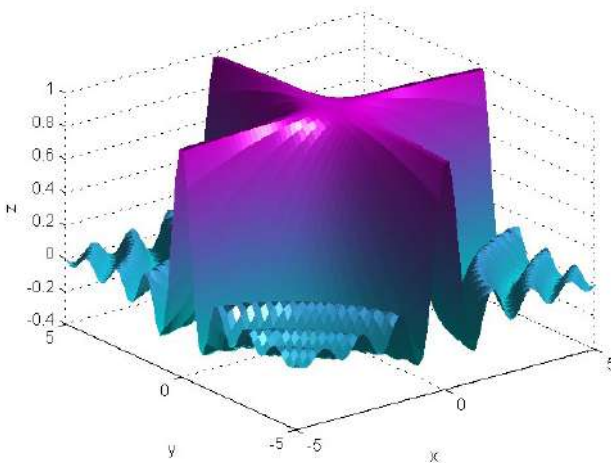
```
z = sinc (x.*y);
```

```
z (isnan(z)) = 1 ;
```

```
surf (x,y,z,'LineStyle','none','FaceColor','interp')
```

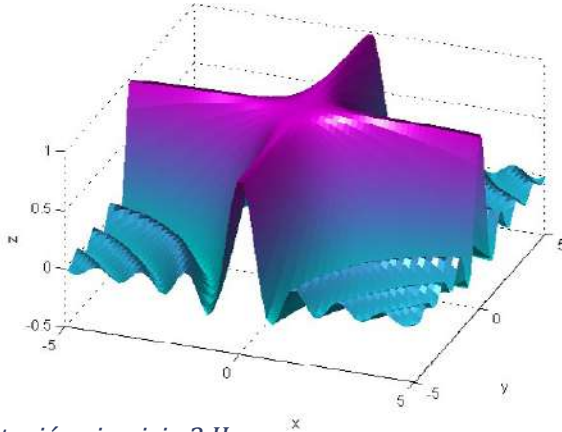
```
xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')
```

```
colormap (cool), camlight right
```



Representación ejercicio 2 I

Imagen con rotación.



Representación ejercicio 2 II

La suavidad de la superficie de la gráfica está relacionada con los valores que se asignen a n . A valores más altos aumentará la suavidad de la superficie. Al ajustar el código anterior se tiene:

```
n = 51;
```

```
x = linspace(-5,5,n);
```

```
y = linspace(-5,5,n);
```

```
[x,y]= meshgrid(x,y);
```

```
sinc = @(x)sin(x)./x;
```

```
z = sinc(x.*y);
```

```
z(isnan (z)) =1;
```

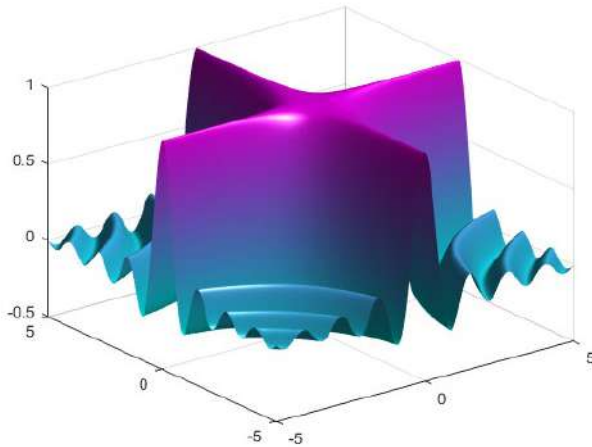
```
nn = 401 ;
```

```
xi = linspace (-5,5,nn);
```

```

yi = xi ;
[xi,yi] = meshgrid (xi,yi);
zi = interp2 (x,y,z,xi,yi,'spline');
surf (xi,yi,zi,'LineStyle','none','FaceColor','interp')
colormap (cool)
camlight right

```



Representación ejercicio 2 III

Se puede elaborar gráficas más sofisticadas, así:

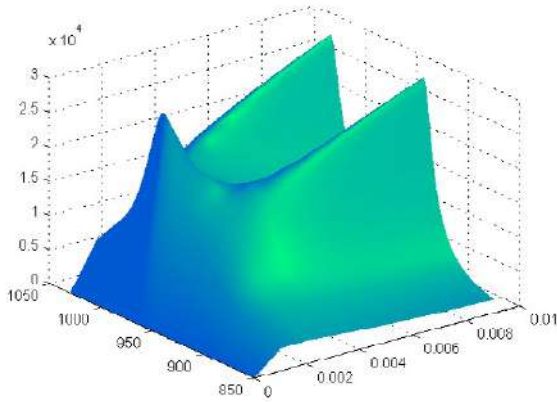
```

t=0:0.001:0.009; v=850:1030;
[T V]=meshgrid(t,v);
A=20*pi^2*(T.^2).*((V-918).^2).*((V-1011).^2);
B=A+(2*V-1929).^2;
w=(T/B).^(1/2);
z=28500000*w;

```


surf(t,v,z); shading interp;

colormap(winter); rotate3d;



Representación ejercicio 2 IV

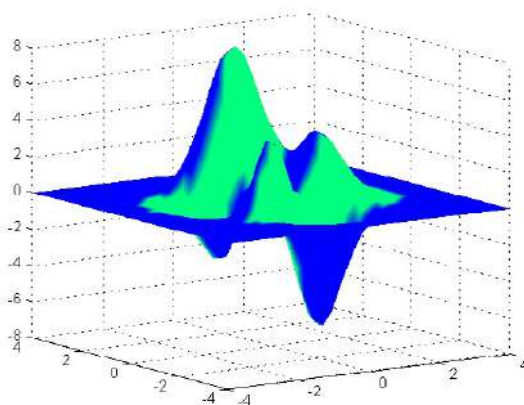
[x,y]=meshgrid(-4:0.25:4);

z=peaks(x,y);

surf(x,y,z); shading interp

colormap(winter);

axis([-4 4 -4 4 -8 8])



Representación ejercicio 2 V

Práctica 3

Grafique según los parámetros dados.

1. Grafique de un tetraedro en el intervalo $[0,4]$ con particiones de 0,1. Tome como parámetro de borde de base 5.
2. Emplee *stem3*, *fill* y *view* de la función $z(x,y)=\text{sen}(x)\text{cos}(y)$. Tome 50 puntos para el intervalo $[-3,3]$.
3. Grafique de la función $z=(t^2-2t+3)^2$ en el intervalo $[0,2]$ con particiones de 0,04. Subplotee la función original y la superficie de revolución; etiquete y centre la gráfica.
4. Dada las ecuaciones paramétricas $x=a\text{cos}(2u)$ $\text{sen}(2v)$, $y=b\text{sen}(u)$ $\text{sen}(v)$ y $z=c\text{cos}(2v)$. El dominio de las funciones es $0\leq u\leq 2\pi$, $0\leq v\leq \pi$. Tome 60 puntos. Los valores $a=7$, $b=3$ y $c=2$.
5. La circunferencia del cilindro tiene 100 puntos. Grafique el cilindro para un radio $r=12$, de color verde.
6. Grafique de función $z=\frac{1-t}{3}$ en el intervalo $[0,3]$ con particiones de 0,03. Subplotee la función original y la superficie de revolución, al igual que etiquete y centre la gráfica.
7. Grafique una esfera con 80 líneas, etiquete lo ejes.
8. Grafique el campo vectorial en 3D, según las siguientes ecuaciones:

$$f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}i - \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}j + \frac{y-x}{2}k=0$$

Para el intervalo $[-4,4]$ con particiones de 1,5.

9. Sea la función $z=x\text{cos}(xy)$ grafique 70 puntos para el intervalo

$[-6,6]$.

10. Grafique de un tetraedro en el intervalo $[0,4]$ con particiones de 0,1. Tome como parámetro de borde de base 8.

11. Emplee *stem3*, *fill* y *view* de la función $z(x,y)=y\text{sen}(x)$. Tome 40 puntos para el intervalo $[-3,3]$.

12. Sea la función $z=e^{-x\text{sen}(xy)}$ grafique 80 puntos para los intervalos $[-5,6]$ x $[-5,6]$.

13. Emplee *stem3*, *fill* y *view* de la función $z(x,y)=y\text{sen}(x)+x\text{cos}(y)$. Tome 20 puntos para el intervalo $[0,1]$.

14. Cree un cono con 75 líneas, en el intervalo $[0,3\pi]$, con particiones de $\pi/40$. Personalice los colores de la figura.

15. La circunferencia del cilindro tiene 90 puntos. Grafique el cilindro para un radio $r = 10$, de color amarillo.

16. Sea la función $r=\text{sen}(3\pi z)^2$, evaluada en el intervalo $[0,2]$, con particiones de 0,04, grafique empleando la función *cylinder*.

17. Dadas las funciones $x=2\text{cos}(2z)$, $y=\text{sen}(3z)$, grafique el diagrama de dispersión en 3D para el intervalo $[0,6\pi]$ con 200 puntos.

18. Cree un diagrama de dispersión tridimensional del punto anterior y establezca el tipo de marcador con el símbolo *.

19. Grafique el campo vectorial en 3D según las siguientes ecuaciones:

$$f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}i - \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}j + \frac{z}{3}k=0$$

Para el intervalo $[-6,6]$ con particiones de 1,5.

20. Grafique la instrucción *cylinder* para $n = 20$. Tome como parámetros matriciales $[0,5x;0,75x;x]$. Emplee el comando *scatter3*.

21. Grafique el punto anterior empleando la instrucción *repmat*. Cree otra gráfica con *repmat* pero en color.

22. Utilice un valor de color triple RGB para establecer el color de la gráfica anterior.

23. Empleando la instrucción *cylinder*, grafique la función $r = 1 + \sin(t)$, en el intervalo $[0, \pi]$. Tome 40 puntos.

24. Dadas las funciones $x = 2\cos(z^2)$, $y = \sin(3z)$, grafique el diagrama de dispersión en 3D para el intervalo $[0, 5\pi]$ con 300 puntos. Inicialice el generador de números aleatorios con el fin de hacer que la salida de *rand* sea repetible en las dos funciones.

25. Tome el ejercicio anterior y subplotee sin generador de números aleatorios. Exprese el diagrama de dispersión con círculos y diamantes.

26. Sea la función $z = (x^2 + y^2) \frac{\sin(y)}{y}$, grafique 80 puntos para el intervalo $[-10, 10]$.

27. Dado el siguiente programa, analice las instrucciones y verifique la salida (tomado de Lipsman y Rosenberg, 2017, pp. 86—87).

```
syms x y z
h = z^2 - x^2 - y^2;
fimplicit3(h - 1, [-1.1 1.1 -1.1, 1.1 -2 2]); axis equal
xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')
%%
[X,Y] = meshgrid(-1:0.5:1, -1:0.5:1);
```

```
Z = sqrt(1 + X.^2 ++Y.^2);  
[U,V,W] = surfnorm(X,Y,Z);  
hold on; quiver3(X,Y,Z,U,V,W,2)  
Z1 = - sqrt(1 + X.^2 ++Y.^2);  
[U,V,W] = surfnorm(X,Y,Z1);  
quiver3(X,Y,Z1,U,V,W,2)  
xlabel('x'), ylabel('y'), zlabel('z')
```

19.

Animaciones en Matlab



Tabla de contenido



Técnicas de animación

Existen dos técnicas para crear una animación: volver a dibujar, borrar y crear una película. Para la primera técnica se crea una gráfica y luego se ajustan las propiedades de esta a través de un bucle. Las animaciones se consiguen con ayuda de las funciones *moviein* (que inicializa), *getframe* (captura cada uno de los fotogramas o *frames*) y *movie* (animación propiamente dicha). Cabe mencionar que la instrucción *moviein* no es necesaria en las versiones más recientes.

Ejemplo

1. Una de las animaciones básicas con la instrucción *drawnow* es la siguiente.

Sea la función $y=e^{\sin(t)}$, evaluada en el intervalo $[0,2\pi]$, con particiones de $\pi/50$.

```
t = 0:pi/50:2*pi;
```

```
y = exp(sin(t));
```

```
h = plot(t,y,'YDataSource','y');
```

```
for n = 1:1:10
```

```
    y = exp(sin(t.*n));
```

```
    refreshdata(h,'caller') % Evalúa la función y en el workspace
```

```
    xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
    title('Función armónica')
```

```
    grid on
```



```
drawnow;
pause(.1)
end
```

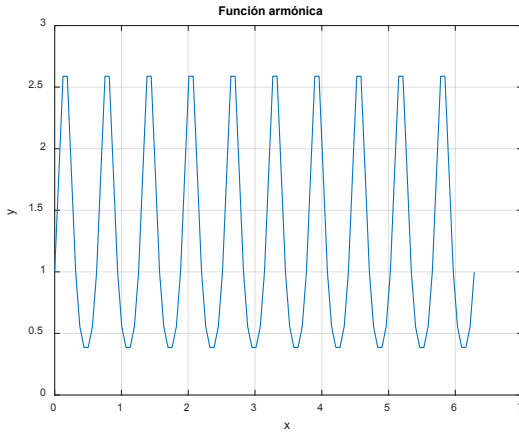


Figura 19.1. Representación de un segmento de animación de la función

$$y=e^{\text{sen}(t)}$$

2. Sea la función $y = \frac{k e^{\text{sen}(x)}}{\cos(x)}$, donde k define un conjunto de curvas en el intervalo $[-7,7]$, con particiones de 0,01.

Se procede a crear un *script* bajo la siguiente estructura:

```
clear,clc,clf
```

```
x=-7:0.01:7; k=-1;
```

```
y=k*exp(sin(x))./cos(x);
```

```
h=plot(x,y); xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
grid on
```

```
set(h,'EraseMode','xor')
```

%la animación corre más rápido si se activa esta línea


```

axis([-7,7,-20,20]);

while k<1

    k=k+0.01;

y=k*exp(sin(x))./cos(x);

set(h,'XData',x,'YData',y) % se reasignan los valores x e y usados en
la gráfica

drawnow % vuelve a dibujar la gráfica en forma recurrente hasta
que el programa finalice las iteraciones

pause(0.2)

end

```

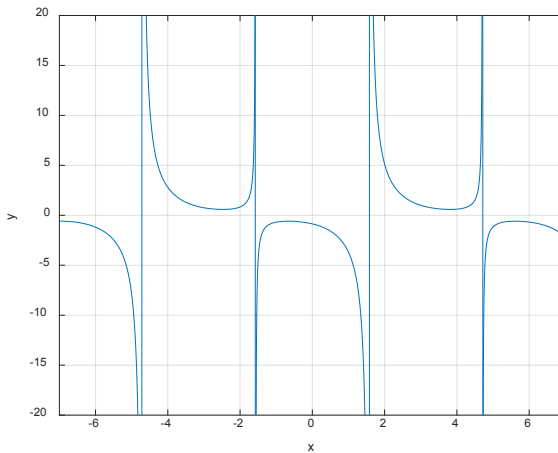


Figura 19.2. Representación de un segmento de animación de la función

$$y = \frac{k e^{\sin(x)}}{\cos(x)}$$

Al usar la función *set* permite especificar nuevos valores de *x* e *y*, por lo que se crea una nueva gráfica cada vez que se llama la función *drawnow*.

Para el caso de la línea:

```
set(h,'EraseMode','xor')
```

Al activarse esta línea el programa no borra toda la gráfica cada vez que se vuelve a trazar, solo cambian los pixeles que están en color. Esto hace que la animación corra más rápido cuando su estructura es más compleja.

3. Dada la función $y = ke^{-x\sin(x)} + \cos(2x-1)$ evaluada en el intervalo $[2,50]$, con particiones de 0,01 y $k = -2$, cree una animación restringiendo los ejes con el fin de mejorar la presentación.

```
x=2:0.01:50; k=-2;
```

```
y=k*exp(-x.*sin(x))+cos(2*x+1);
```

```
h=plot(x,y,'k'); grid on
```

```
axis ([2,50,-700,700])
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
title('y=kexp(-xsin(x))+cos(2x-1)'), grid on
```

```
while k<1
```

```
    k=k + 0.01;
```

```
    y=k*exp(-x.*sin(x))+cos(2*x-1);
```

```
    set(h,'XData',x,'YData',y)
```

```
    drawnow
```

```
end
```

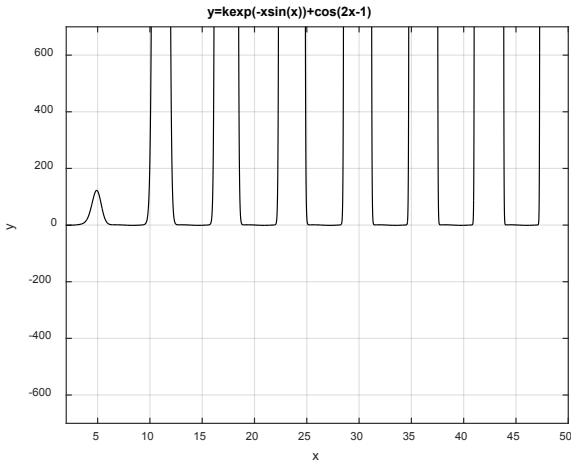


Figura 19.3. Representación de un segmento de animación de la función $y = ke^{-x \sin(x)} + \cos(2x - 1)$.

4. Cree una animación de un sólido esférico.

```
clear; clc; close all
```

```
sphere % Dibujar una esfera
```

```
% se crea un espacio cuadrado donde se encasilla la esfera
```

```
axis('square')
```

```
title('Rotación de una esfera')
```

```
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z')
```

```
% Se modifica el azimuth (Rotación horizontal rotation) y se actualiza la animación
```

```
for az = -50:0.2 :30
```

```
view(az, 40)
```

```
drawnow  
  
end  
  
% Se Modifica la elevación (Rotación vertical) y actualiza la ani-  
mación  
  
for el = 40 : -.2 : -30  
  
    view(30, el)  
  
    drawnow  
  
end
```

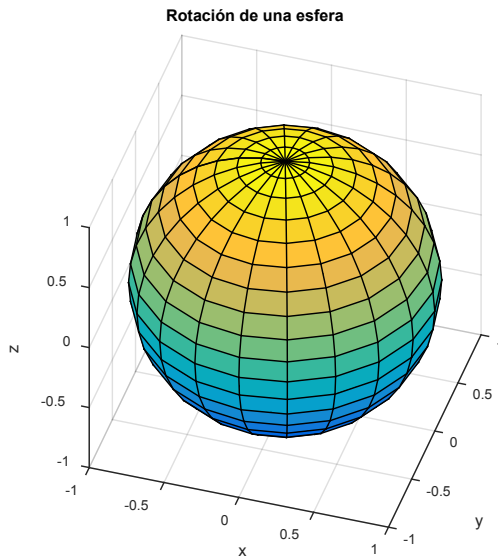


Figura 19.4. Representación final de la animación de un sólido esférico.

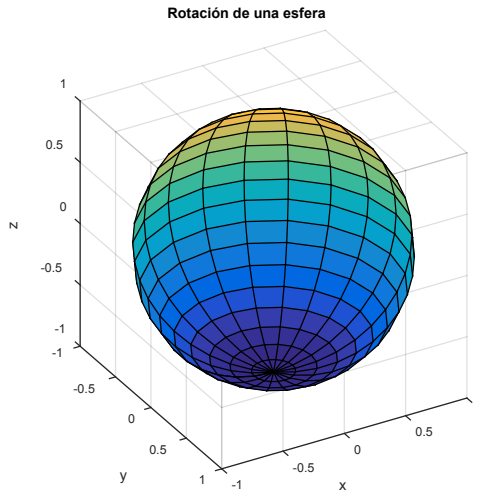


Figura 19.5. Representación final de la animación de un sólido esférico con cierta rotación en el espacio.

5. Realice la misma operación del punto anterior, pero con una función de tipo paraboloides $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$, en el intervalo $[-2,2]$ con particiones de 0,1. Ajuste los ejes para mejorar la estética de presentación.

```
clear; clc; close all
```

```
X=-2:0.1:2; Y=X;
```

```
[x,y]=meshgrid(X,Y);
```

```
z=1/2*(x.^2+y.^2);
```

```
h=surf(x,y,z);
```

```
axis([-3 3 -3 3 0 20]), title('z=1/2*(x^2+y^2)')
```

```
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z')
```

```

% Se procede a crear la animación
for i = 1:0.1:5;

    set(h, 'xdata', x, 'ydata', y, 'zdata', i*z)

    drawnow

end

for az = -37.5:0.2:30

    view(az, 30)

    drawnow

end

```

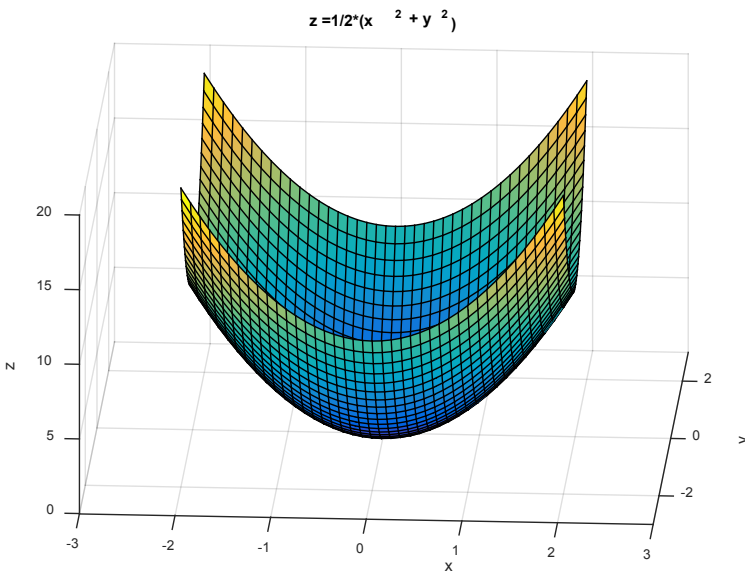


Figura 19.6. Representación final de la animación de un paraboloido.

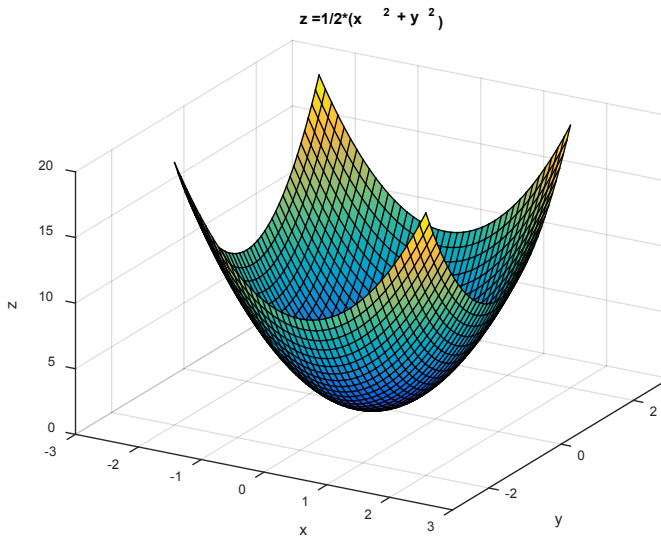


Figura 19.7. Representación final de la animación de un paraboloides con cierta rotación en el espacio.

6. Utilizando los mismos argumentos que el ejercicio anterior, aplique a la función $z = e^{\cos(x^2 - 2xy + y^2)}$ con las condiciones $y = 2x$, en el intervalo $[-3, 3]$ y con particiones de 0,1. Ajuste los ejes a fin de mejorar la estética de presentación.

```
clear; clc; close all
```

```
X = -3:0.1:3; Y = 2*X;
```

```
[x,y] = meshgrid(X, Y);
```

```
z = exp(cos(x.^2 - 2*x.*y + y.^2));
```

```
h = surf(x,y,z);
```

```
axis([-4 4 -4 4 0 35]), title('z = exp(cos(x^2 - 2xy + y^2))')
```

```
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z')
```

```

for i = 1:0.1:8;

    set(h, 'xdata', x, 'ydata', y, 'zdata', i*z)

    drawnow

end

for az = -40:0.5:40

    view(az, 50)

    drawnow

end

```

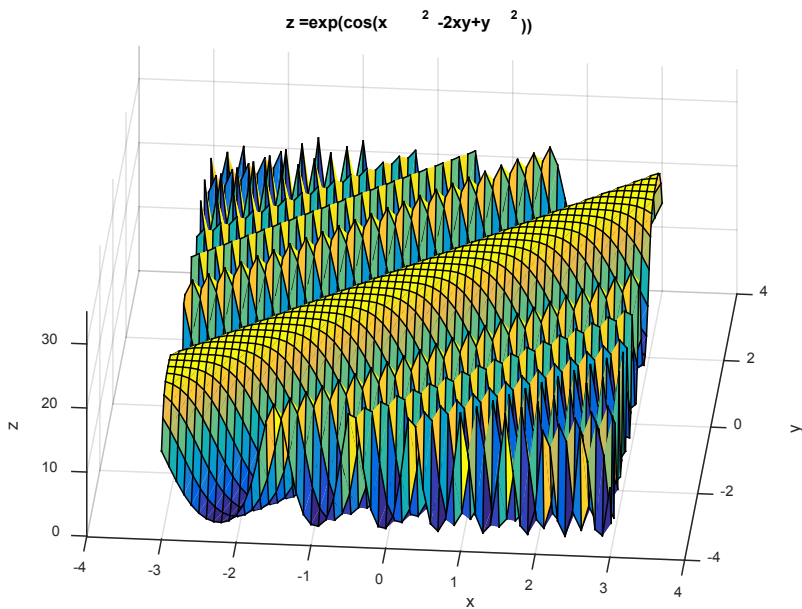


Figura 19.8. Representación final de la animación de la función Z .

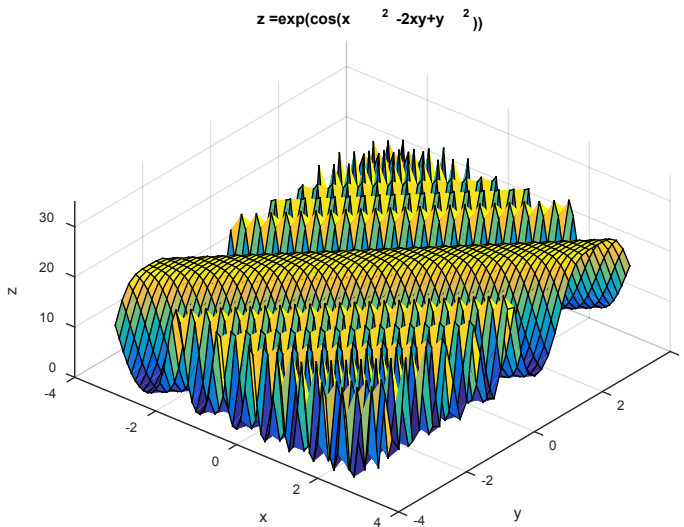


Figura 19.9. Representación final de la animación de la función Z con cierta rotación en el espacio.

Películas

A fin de animar una película en Matlab se emplean funciones como *moviein* (de inicialización, no es necesaria en las versiones más recientes), *getframe* (captura de cada uno de los fotogramas o *frames*) y *movie* (animación propiamente dicha).

La función *getframe* devuelve un vector columna que contiene la información necesaria para reproducir la imagen que se acaba de representar en la figura o ventana gráfica activa. El tamaño del vector columna depende del tamaño de la ventana y es independiente de la complejidad de la curva de la función.

La función *getframe* se usa, por lo general, dentro de un ciclo *for*, con el propósito de crear un arreglo con varios cuadros de una película.

Existen variantes en cuanto a la sintaxis de *getframe*, así:

- *getframe(gcf)*. Captura el contenido de toda la ventana gráfica.
- *getframe(h,rect)*. Captura la ventana gráfica junto con la barra de menú, donde *rect* es el tamaño del rectángulo para incluir el menú. La resolución de las películas depende del tamaño de los ejes en el momento de ejecutar la función *getframe*.
- *getframe(figure_handle)*. Captura los textos y las anotaciones.

Las funciones *getframe* y *movie* tienen posibilidades adicionales para las que se puede consultar en la Command Window.

En el caso de *movie*:

- *movie(M)*. Reproduce una película almacenada en una matriz *M*, la cual debe ser un arreglo de cuadros de película, por lo general creado a partir de la función *getframe*.
- *movie(M,N)*. Reproduce la película *N* veces. Si *N* es negativo entonces se reproduce *N* veces hacia adelante y hacia atrás. Si *N* es un vector, el primer elemento es el número de veces que se reproduce la película y los restantes se toman como una lista de cuadros a reproducir. Por ejemplo, si *M* tiene cuatro cuadros entonces *N* = [10 4 4 2 1] reproduce los cuadros 4, 4, 2, 1, diez veces.
- *movie(M,N,FPS)*. Reproduce la película en el número de cuadros por segundo especificados en *FPS*; el valor por defecto es de 12.

Es importante anotar que en Matlab no es lo mismo una película que una animación. La animación consiste en una ventana gráfica que cambia como consecuencia de los comandos que se van ejecutando, mientras que la película es una animación grabada o almacenada en memoria previamente.

El almacenamiento de una película en otros formatos en Matlab es flexible, por lo que permite almacenarse y reproducirse bajo extensiones como **.avi*; para esto se puede hacer uso de las funciones *avifile* y *addframe*.

- *avifile(nombre_archivo)*. Crea un objeto con los parámetros por *default*, que será **.avi*.
- *avifile(nombre_archivo,'parametro',valor,...)*. Algunos parámetros son:

–*FPS*. Cuadros por segundo (por defecto es 15).

–*Compression*. Valores permitidos para Windows Indeo3, Indeo5, Cinepak, MSVC, RLE o None.

- *Quality*. Es un número entre 0 y 100 (por defecto es 75).

Ejemplos

1. Dada la función $y = x \cos(2x)$ cree una película en el intervalo $[-3\pi, 3\pi]$ con particiones de $1/5$. Restrinja el intervalo de salida para mejorar la observación. Emplee la marca *** en color rojo.

```
clear
```

```
x = -3*pi:1/5:3*pi;
```

```
y = x.*cos(2*x);
```

```
n = length(x);
```

```

for i = 1:n
    plot(x(i),y(i),'r*')
    title('Función coseno')
    xlabel('x'),ylabel('y'), grid
    axis([min(x)-1 max(x)+1 min(y)-1 max(y)+1])
    M(i) = getframe;
end
movie(M)

```

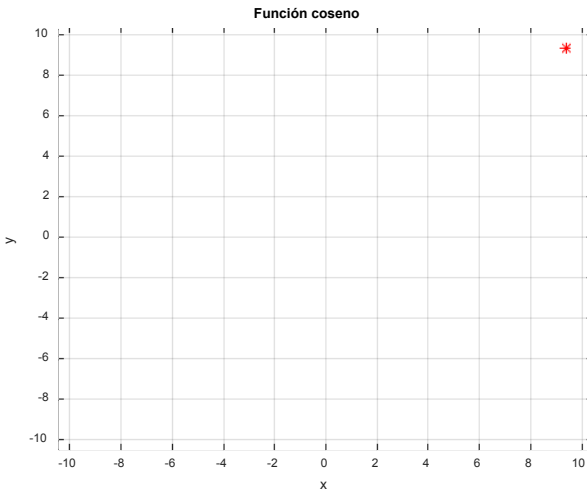


Figura 19.10. Representación final de la animación de la función y .

2. Cree una función en un *script* para la ecuación $y = \text{sen}(t) \cos(2x - 1)$, evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$. Tome 1000 puntos y 50 *frames*, donde t será la variable de animación. Personalice la ventana de la función.

```
function simulacion1
```

```

x=linspace(0,2*pi, 1000);
n=50; % número de fotogramas
for j=1:n
    t=(2*pi/50)*(j-1);
    y=sin(t)*cos(2*x-1);
    plot(x,y,'*'), xlabel('x'),ylabel('y')
    title('Función armónica')
    axis([0 2*pi -1.2 1.2])
    grid on
    F(j)=getframe
end
movie(F,3) % tres veces se verá la película

```

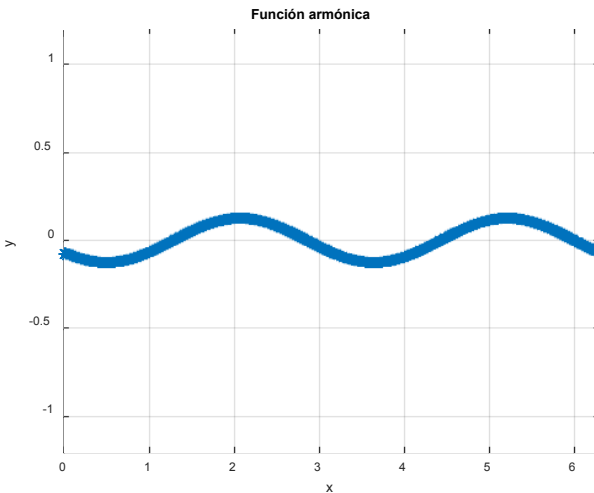


Figura 19.11. Representación final de la animación de la función y una vez se corra el script.

3. Analice el código en cuanto a simulación para una función armónica $y = x \operatorname{sen}\left(2x + \frac{n\pi}{8}\right)$, evaluada en el intervalo $[-2\pi, 3\pi]$ con particiones de 0,1.

```
x=[-2*pi:0.1:3*pi];
for n=1:18
y=x.*sin(2*x+n*pi/8);
plot(x,y,'k');
xlabel('x'),ylabel('y')
title('xsin(2x+j*pi/8)')
grid
M(n) = getframe;
end
movie(M)
```

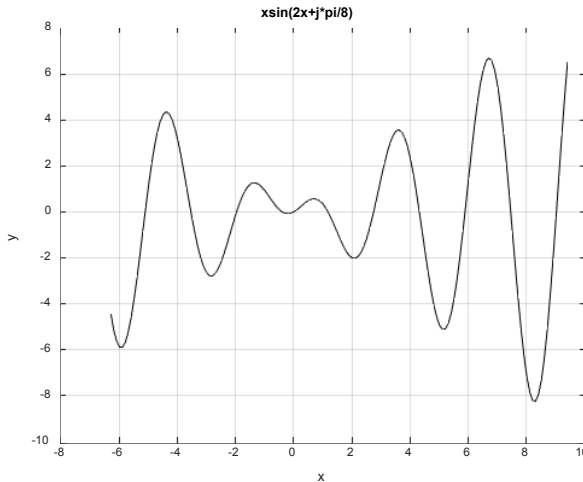


Figura 19.12. Representación final de una función armónica.

4. Animación de círculos de colores de tamaño diferente y posición aleatoria.

```
t=linspace(0,2*pi,120);  
  
figure('NumberTitle','off','Name','Mini_Animación');  
  
xlim([0 20]);  
  
ylim([0 20]);  
  
for n=1:60  
  
    hold on  
  
    r=2*rand(1,1);  
  
    cx=20*rand(1,1);  
  
    cy=20*rand(1,1);  
  
    x=r*cos(t)+cx;  
  
    y=r*sin(t)+cy;  
  
    col=[rand(1,1) rand(1,1) rand(1,1)];  
  
    fill(x,y,col);  
  
    pause(0.2);  
  
end  
  
axis off
```

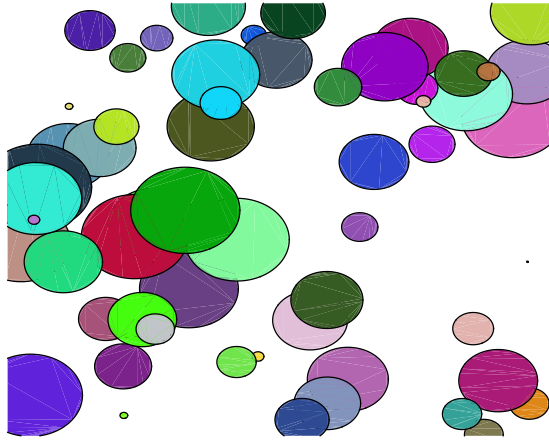


Figura 19.13. Animación de círculos de colores.

5. Trayectoria circular.

```
clf
```

```
theta = linspace(0,4*pi,1000);
```

```
x = cos(2*theta); % Se genera las coordenadas x e y de toda la trayectoria
```

```
y = sin(2*theta);
```

```
a = line(x(1),y(1),'marker','o','markersize',14,'erase','xor');
```

```
% Se describe la trayectoria desde la posición inicial
```

```
axis([-1 1 -1 1]); axis('square');
```

```
xlabel('x'),ylabel('y'), grid
```

```
title("Trayectoria circular")
```

```
for k = 2:length(theta) % Se recorre todas las posiciones
```



```

set(a,'xdata',x(k),'ydata',y(k));

drawnow

end

```

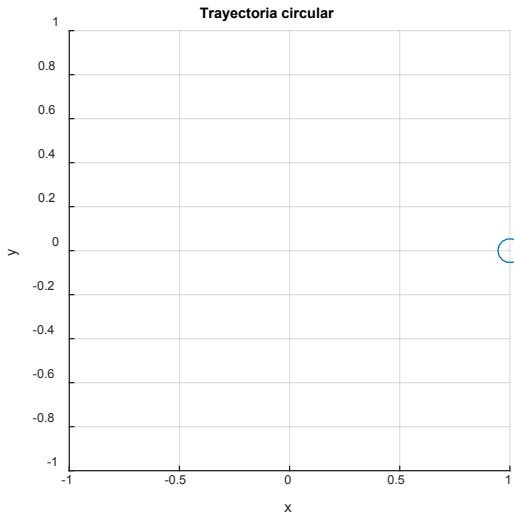


Figura 19.14. Simulación del movimiento de una partícula.

Si se desea que la circunferencia quede marcada con un punto rojo en el centro con el propósito de obtener un mejor seguimiento visual, se procede a realizar lo siguiente al código anterior:

```

clf

theta = linspace(0,4*pi,1000);

x = cos(2*theta);

y = sin(2*theta);

a = line(x(1),y(1),'marker','o','markersize',14,'erase','xor');

b = line(x(1),y(1),'marker','o','color','r','erase','none');

axis([-1 1 -1 1]); axis('square');

```

```

xlabel('x'),ylabel('y'), grid
title("Trayectoria circular")
for k = 2:length(theta)
    set(a,'xdata',x(k),'ydata',y(k));
    set(b,'xdata',x(k),'ydata',y(k));
    drawnow
end

```

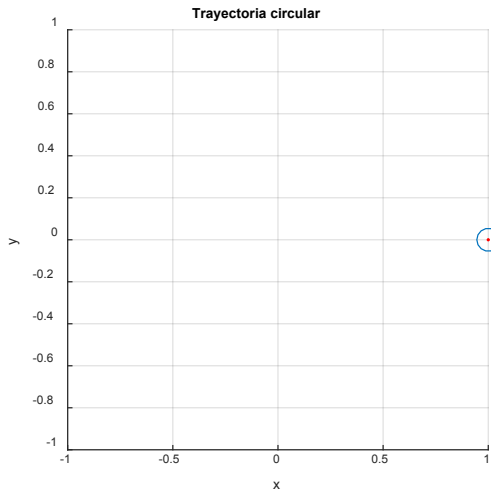


Figura 19.15. Simulación del movimiento de una partícula marcado para seguir mejor la posición.

6. Movimiento oscilatorio de planos.

% Fuente del código Holly Moore, 2007, adaptado por el autor.

```

clear,clc
x=-3*pi:pi/100:4*pi;
y=log(x.^2+10)./cos(2*x);

```

```

[X,Y]=meshgrid(x,y);
z=2*sqrt(X.^2+Y.^2);
h=surf(z)
axis tight
set(gca,'nextplot','Replacechildren');
%se indica al programa que sustituya la superficie cada vez más
no el eje, que es fijo
shading interp
colormap(jet(150))
for k=-2*pi/pi/100:4*pi;
    z=2*sqrt(X.^2+Y.^2)*cos(k);
    set(h,'Zdata',z);
    drawnow
end

```

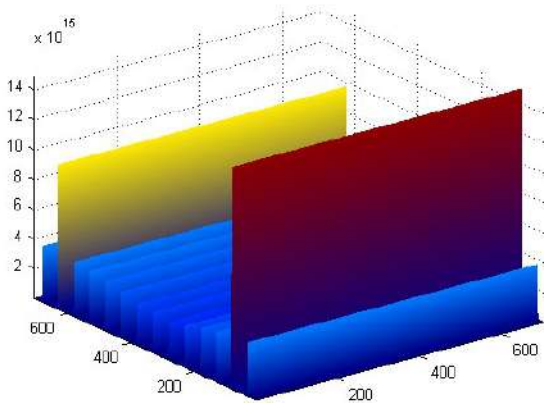


Figura 19.16. Simulación del movimiento de una partícula.

7. Realice un programa que muestre una película con los cambios que se le hacen a una superficie en 3D.

```
Z = peaks; surf(Z);
axis tight
set(gca,'nextplot','replacechildren');
% Graba la película
for j = 1:30
    surf(cos(2*pi*j/15)*Z,Z)
    F(j) = getframe;
end
% Reproduce la película en 200 frames
movie(F,200)
```

Al ejecutar el *script* se obtiene la gráfica de la Figura 19.17.

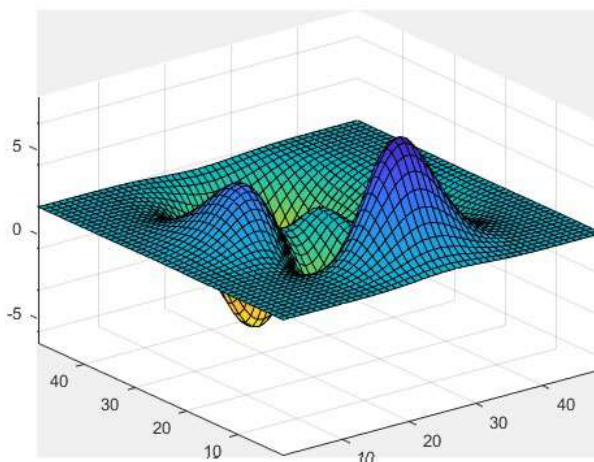


Figura 19.17. Animación sobre cambios que ocurren en una superficie.

8. Se puede crear capturas de *frames* o cuadros para minimizar un poco el consumo de recursos computacionales, máxime si no se dispone de ellos.

```
clear,clc

x=-3*pi:pi/100:4*pi;

y=log(x.^2+10)./cos(2*x);

[X,Y]=meshgrid(x,y);

z=2*sqrt(X.^2+Y.^2);

h=surf(z); axis tight

set(gca,'nextplot','replacechildren');

%se indica al programa que sustituya la superficie cada vez más
no el eje, que es fijo

shading interp

colormap(jet(150))

m=1;

for k=-2*pi:pi/100:4*pi;

    z=2*sqrt(X.^2+Y.^2)*cos(k);

    set(h,'Zdata',z);

M(m)=getframe; % Crea y guarda cada frame de la película

m=m+1;

movie (M,3) % Reproduce la película tres veces

end
```

9. Animación de una función armónica.

```
clear,clc  
  
x=-3*pi:pi/100:4*pi;  
y=sqrt(x.^2+1).*sin(2*x);  
[X,Y]=meshgrid(x,y);  
z=2*sin(X)+3*cos(Y);  
  
h=surf(z);  
  
axis tight  
  
set(gca,'nextplot','Replacechildren');  
  
shading interp  
  
colormap(jet(150))  
  
for k=-2*pi:pi/100:4*pi;  
    z=(2*sin(X)+3*cos(Y))*sin(k);  
  
    set(h,'Zdata',z);  
  
    drawnow  
  
end
```

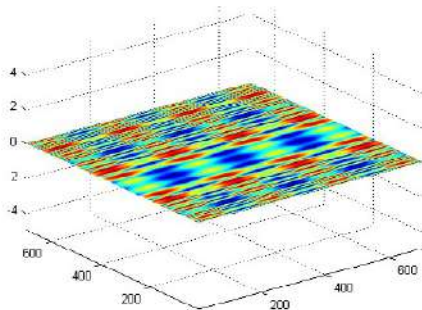


Figura 19.18. Animación de una función armónica.

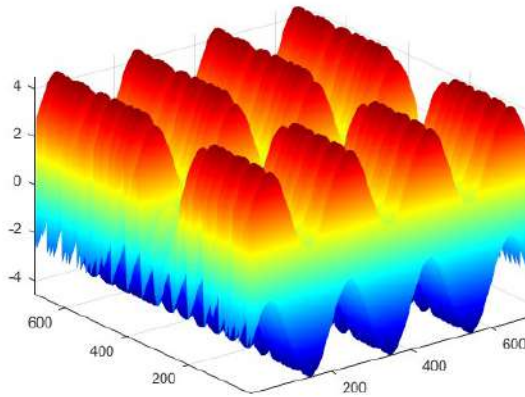


Figura 19.19. Animación de una función armónica.

10. *Movimiento browniano.* Se entiende como el movimiento aleatorio que se observa en algunas partículas microscópicas que se hallan en un medio fluido.

```
n=300; s=0.02; a=50;
```

```
x=rand(n,1)-0.5; y=rand(n,1)-0.5;
```

```
h=plot(x,y,')
```

```
set(h,'MarkerSize',18)
```

```
xlabel('x'),ylabel('y')
```

```
axis([-1 1 -1 1])
```

```
axis square, grid off
```

```
M=moviein(a);
```

```
for k=1:a
```

```
    x=x+s*randn(n,1);
```

```
    y=y+s*randn(n,1);
```

```

set(h,'XData',x,'YData',y)

M(:,k)=getframe;

end

movie(M,5)

```

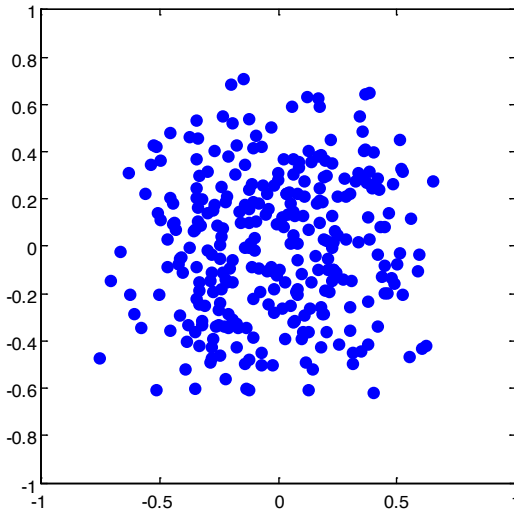


Figura 19.20. Animación de partículas microscópicas emulando el movimiento browniano.

Por defecto, la velocidad de la película es la de la captura. Si se quiere modificar la velocidad es necesario usar el tercer argumento.

En `movie(M,—2,50)` la velocidad son 50 fotogramas por segundo. Esto significa que una película con 50 fotogramas se verá en un segundo.

11. Simulación de la transformada rápida de Fourier.

```

for k=1:16

plot((fft(eye(k+16))))

```



```

axis equal
M(k)=getframe;
end
movie(M,30)
movie2avi(M,'movie.avi');

```

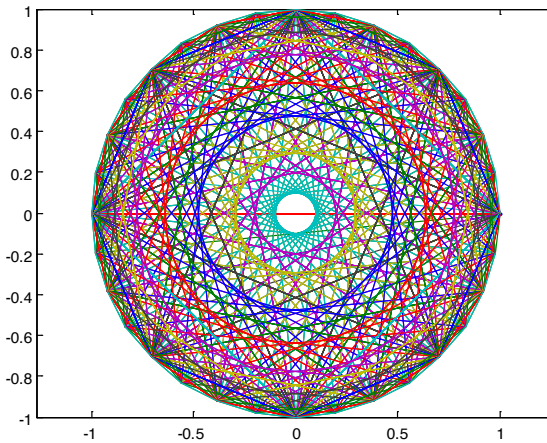


Figura 19.21. Simulación de la transformada rápida de Fourier.

12. Simulación de corrientes de aire a partir de un archivo base de Matlab.

```

load wind
[sx sy sz] =meshgrid(78,20:1:54,5);
A=stream3(x,y,z,u,v,w,sx,sy,sz);
B=streamline(A);
C=interpstreamspeed(x,y,z,u,v,w,A,0.025);

```

```

axis tight;

xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')

view (35,35); daspect([1 1 0.03]);

camproj perspective; camva(9)

set(gca,'DrawMode','fast')

box on

streamparticles(C,40,'animate',12,'ParticleAlignment','on')

```

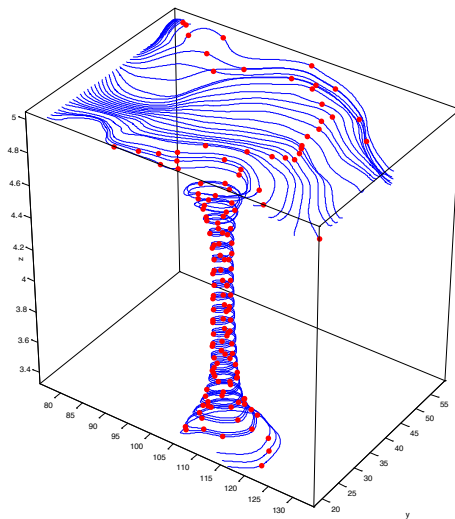


Figura 19.22. Simulación de la transformada rápida de Fourier

13. Cree una simulación para la función $f = e^{-\frac{t}{4}} \text{sen}(x^2 + y^2)$ en el intervalo $[-4,4]$, con particiones de 0,1. Para la variable t , el intervalo es de $[1,80]$. Personalice la presentación de la gráfica en cuanto a punto de observación.

```
for t=1:80;
```

```
[X,Y]=meshgrid([-4:0.1:4]);
```

```
surf(X,Y,exp(-t/4)*sin(t*(X.^2+Y.^2)), 'FaceColor','interp',...
      'Edgecolor','none','FaceLighting','phong')
daspect([5 5 1])
axis tight
view(-80+3*t,40) % es opcional, marque y desmarque para que
pueda apreciar la diferencia.
camlight left
mov(t)=getframe;
end
movie (mov,10)
pause (1)
```

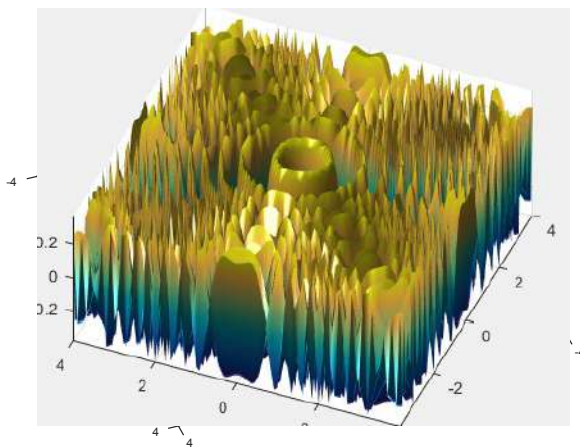


Figura 19.23. Simulación de la función $f = e^{-\frac{t}{4}} \text{sen}(x^2 + y^2)$

14. Emplee la función de Bessel para simular $z = (0, 0, 2(n-1) + \sqrt{x^2 + y^2})$, evaluada en el intervalo $[-12, 12]$, con particiones de 0,4. Restrinja el intervalo a fin de observar mejor la simulación.

```

[x,y] = meshgrid([-12:0.4:12]);
for n = 1:20
    z = besselj(0, 0.3*(n-1) + sqrt(x.^2 + y.^2));
    surf(x,y,z)
    axis([-11 11 -11 11 -.5 1])
    M(n) = getframe;
    xlabel('x'),ylabel('y'),zlabel('z')
end
a = [1:15 14:-1:1];
b = 6;
movie(M,[b a]);

```

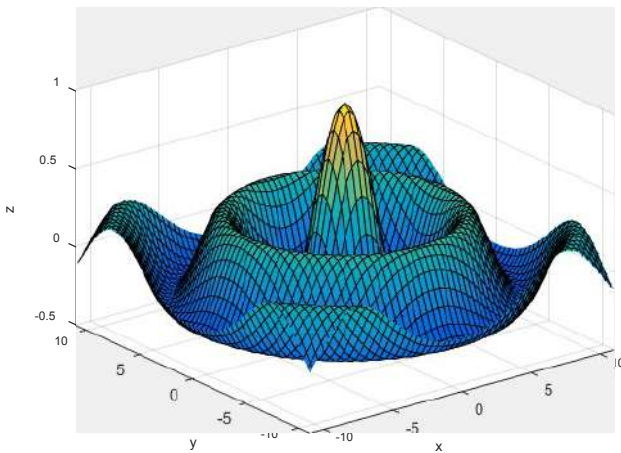


Figura 19.24. Simulación de la función z .

Práctica 1

1. Cree una simulación para la función $f = t \cos(x^2 + y^2)$ en el intervalo $[-4, 4]$, con particiones de 0,1. Para la variable t , el intervalo es de $[1, 90]$. Personalice la presentación de la gráfica en cuanto a punto de observación.
2. Simule la función armónica $y = x \cos\left(2x - \frac{n\pi}{8}\right)$, evaluada en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ con particiones de 0,1.
3. Simule la función armónica $y = 2 \operatorname{sen}(3x) + \cos(nx)$ evaluada en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ con particiones de 0,2.
4. Cree una simulación para la función $f = t^2 e^{-(x^2 + y^2)}$ en el intervalo $[-3, 3]$, con particiones de 0,4. Para la variable t el intervalo es de $[1, 90]$. Personalice la presentación de la gráfica en cuanto a punto de observación.
5. Realice un programa que muestre una película con 250 *frames* de la función $f = z \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{17}\right)$.
6. Cree una función en un *script* para la ecuación $y = 2x e^{-\operatorname{sen}(t)}$, evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$, con particiones de $\pi/40$. Tome 50 *frames*, donde t será la variable de animación. Personalice la ventana de la función.
7. Simule la función armónica $y = n \sqrt[3]{x-1}$, evaluada en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ con particiones de 0,1.
8. Cree una función en un *script* para la ecuación $y = e^{-\cos(t)} \operatorname{sen}(2x-1)$, evaluada en el intervalo $[0, 2\pi]$. Tome 900 puntos y 60 *frames*, donde t será la variable de animación. Personalice la ventana de la función.

Videos

Para crear videos se puede utilizar, por ejemplo, la función *avifile*. Las tramas van añadiéndose al video por medio de la función *addframe*. Finalmente, se cierra el video con *close*. El siguiente ejemplo muestra la creación de un fichero de video (de nombre *Browniano.avi*) basado en el movimiento browniano cuando se pone a correr el programa.

```
mov = avifile('Browniano.avi')

n=500; s=0.02;

x=rand(n,1)-0.5; y=rand(n,1)-0.5;

h=plot(x,y,''); set(h,'MarkerSize',18)

axis([-1 1 -1 1]),axis square,grid off

n_frames=50;

for k=1:n_frames

    x=x+s*randn(n,1);

    y=y+s*randn(n,1);

    set(h,'XData',x,'YData',y)

    F=getframe(gca);

    mov=addframe(mov,F);

end

mov=close(mov);
```

El resultado conforme corre el video es en este caso se muestra en la Figura 19.25.

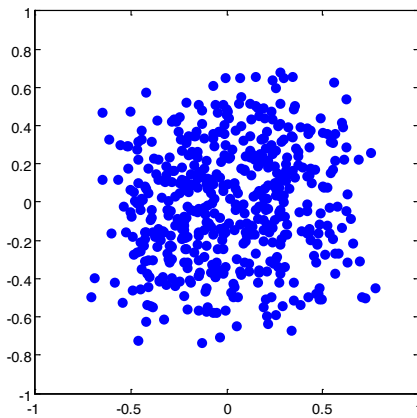


Figura 19.25. Simulación movimiento browniano.

El fichero de video creado puede insertarse luego en otras aplicaciones, como, por ejemplo, Power Point (Insertar → Películas y sonidos → Película de archivo). Esto resulta útil a la hora de presentar trabajos o proyectos de fin de carrera.

Imágenes animadas

Para observar imágenes animadas (ficheros multitrama, etc.) se puede usar la función *immovie*. A fin de ilustrarlo, observe el siguiente ejemplo que viene por defecto en uno de los ToolKit de Matlab:

```
load mri
```

```
mov = immovie(D,map);
```

```
implay(mov)
```

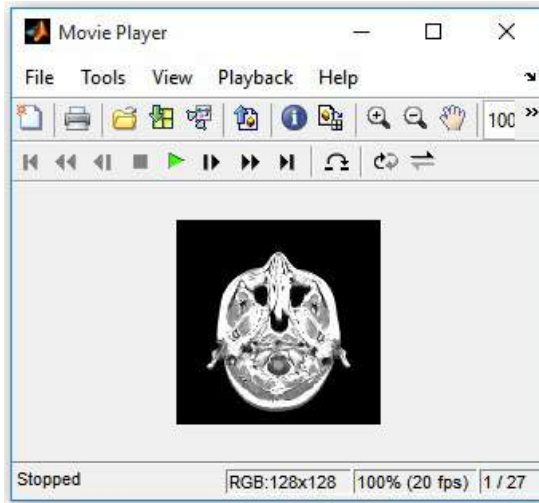


Figura 19.26. Animación de una imagen clínica que pertenece al toolkit de Matlab.

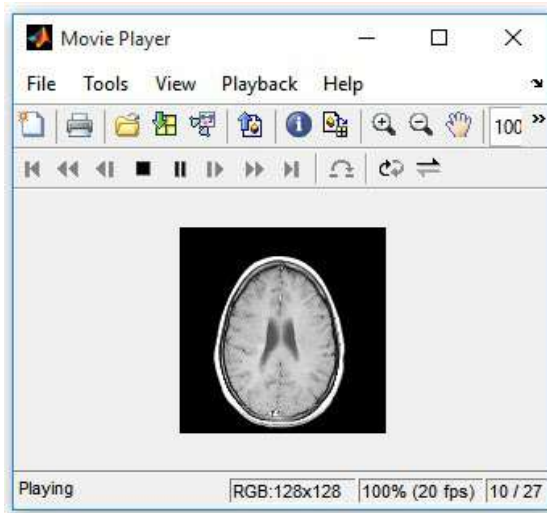


Figura 19.27. Animación de una imagen clínica que pertenece al toolkit de Matlab.

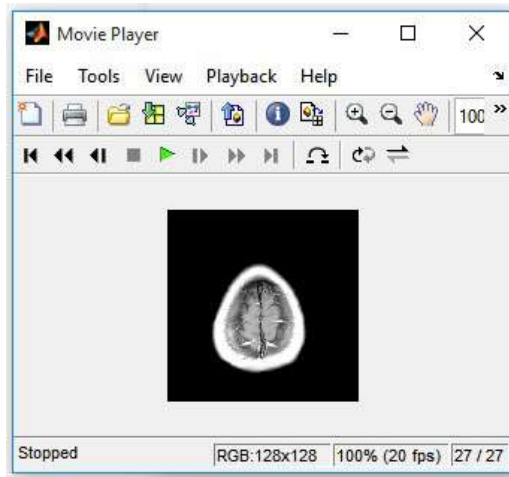


Figura 19.28. Animación de una imagen clínica que pertenece al *toolkit* de Matlab.

Es posible capturar los fotogramas de una imagen empleando el siguiente código:

```
[x,map]=imread('nombre_fichero.extensión',1:num:fotogramas);
```

```
[x,map]=imread('nombre_fichero.extensión','frames','all');
```

También es posible crear una imagen *multiframe* tomando los fotogramas por separado y juntándolos con ayuda de la función *cat*:

$$A = \text{cat}(4,A1,A2)$$

Donde $A1$ y $A2$ son las dos imágenes que forman la animación. El número 4 indica que es una variable de tipo *array* de cuatro dimensiones $m \times n \times 3 \times 2$, donde $m \times n$ son los píxeles de la imagen, el 3 corresponde a una imagen *true—color* (contiene una matriz de tres columnas correspondientes a RGB, y cada píxel va referido a uno de estos 256 colores) y el 2 es el número de fotogramas.

Adquisición de imagen mediante una cámara

Cuando se desea analizar una imagen que se captura a través de una cámara, bien sea una *webcam* o bien la cámara integrada del computador o de un dispositivo móvil, Matlab dispone de una herramienta para la adquisición de imágenes.

Antes de la captura de la imagen se debe tener instalado el controlador de la cámara, por lo cual el equipo detecta el dispositivo cada vez que se conecte. Es importante este aspecto, puesto que Matlab puede comprobar si el soporte para la cámara está disponible. Es así que Matlab tiene adaptadores integrados para acceder a estos dispositivos. Un adaptador es un *software* que Matlab emplea para comunicarse con un dispositivo de adquisición de imágenes.

La instrucción que devuelve la información sobre todos los adaptadores disponibles en el sistema es *imaqhwinfo*. La sintaxis general es:

- $s = \text{imaqhwinfo}$. Es una estructura que contiene información sobre los adaptadores de adquisición de imágenes disponibles en el sistema. El objetivo principal del adaptador es pasar información entre Matlab y un dispositivo de adquisición de imágenes a través de su controlador.
- $s = \text{imaqhwinfo}(\text{adaptorname})$. Devuelve una estructura que contiene información sobre el adaptador especificado por la cadena de texto *adaptorname*. La información devuelta incluye la versión del adaptador y el *hardware* disponible para este. A fin de obtener una lista de nombres de adaptadores válidos, utilice la sintaxis *imaqhwinfo*.

- $s = \text{imaqhwinfo}(\text{adaptorname}, \text{field})$. Devuelve el valor del campo especificado por la cadena de texto relacionada con el adaptador a través de *adaptorname*. El argumento puede ser una sola cadena o una matriz de celdas de cadenas. Si *field* es una matriz de celdas, *s* es una matriz de celdas de $1 \times n$, donde *n* es la longitud del campo. Para obtener una lista de nombres de campo válidos utilice la sintaxis *imaqhwinfo* (*'adaptorname'*).
- $s = \text{imaqhwinfo}(\text{adaptorname}, \text{deviceID})$. Devuelve una estructura que contiene información sobre el dispositivo especificado mediante un *ID* (*deviceID*). El *ID* puede ser un escalar o un vector. Si *deviceID* es un vector, *s* es una matriz de $1 \times n$, donde *n* es la longitud de *deviceID*.
- $s = \text{imaqhwinfo}(\text{obj})$. Devuelve una estructura que contiene información sobre el objeto de adquisición de imagen especificado (*obj*). La información devuelta incluye el nombre del adaptador, el nombre del dispositivo, la resolución de video, el tipo de datos nativo, el nombre y la versión del controlador de dispositivo. Si *obj* es una matriz de objetos de dispositivo, entonces *s* es una matriz de $1 \times n$, donde *n* es la longitud de *obj*.
- $s = \text{imaqhwinfo}(\text{obj}, \text{field})$. Devuelve información acerca del campo especificado por el objeto del dispositivo (*obj*). El campo puede ser un solo nombre o una matriz. *S* es una matriz de celdas $m \times n$, donde *m* es la longitud de *obj* y *n* es la longitud del campo. Puede devolver una lista de nombres de campos válidos con la sintaxis *imaqhwinfo*(*obj*).

Ejemplo

1. Digite por consola las siguientes instrucciones:

```
>> imaqhwinfo
```

```
ans =
```

```
    InstalledAdaptors: {'coreco"winvideo'}
```

```
    MATLABVersion: '8.5 (R2015a)'
```

```
    ToolboxName: 'Image Acquisition Toolbox'
```

```
    ToolboxVersion: '4.9 (R2015a)'
```

Esta instrucción devuelve información sobre todos los dispositivos accesibles a través de un adaptador en particular.

```
>> info=imaqhwinfo('winvideo');
```

```
info =
```

```
    AdaptorDllName: [1x73 char]
```

```
    AdaptorDllVersion: '8.5 (R2015a)'
```

```
    AdaptorName: 'winvideo'
```

```
    DeviceIDs: {[1]}
```

```
    DeviceInfo: [1x1 struct]
```

La siguiente instrucción devuelve información sobre un dispositivo específico accesible a través de un adaptador en particular. Identifica el dispositivo por su ID.

```
>> dev_info = imaqhwinfo('winvideo', 1)
```

```
dev_info =
```

DefaultFormat: 'RGB555_128x96'

DeviceFileSupported: 0

DeviceName: 'IBM PC Camera'

DeviceID: 1

VideoInputConstructor: 'videoinput('winvideo', 1)'

VideoDeviceConstructor: 'imaq.VideoDevice('winvideo', 1)'

SupportedFormats: {1x34 cell}

La siguiente instrucción obtiene información sobre el dispositivo asociado con un objeto de entrada de video en particular.

```
>>obj = videoinput('winvideo', 1);
```

```
>>obj_info = imaqhwinfo(obj)
```

```
obj_info =
```

AdaptorName: 'winvideo'

DeviceName: 'IBM PC Camera'

MaxHeight: 96

MaxWidth: 128

NativeDataType: 'uint8'

TotalSources: 1

VendorDriverDescription: 'Windows WDM Compatible Driver'

VendorDriverVersion: 'DirectX 12.0'

Finalmente, se devuelve el valor de un campo en particular, acerca de la información del dispositivo asociado con un objeto de entrada de video en particular.

```
>> field_info = imaqhwinfo(vid,'adaptorname')
```

```
field_info =
```

```
    winvideo
```

2. Cuando se tiene un video precargado en el *current folder*, este se puede llamar mediante un conjunto de instrucciones en el que se puede cambiar el tamaño de presentación si se lo desea. Se tiene un video con el nombre y extensión *Autopista.avi*.

```
v = vision.VideoFileReader('Autopista.avi');
```

```
vp = vision.VideoPlayer;
```

```
while ~isDone(v)
```

```
    videoFrame = step(v);
```

```
    step(vp, videoFrame);
```

```
end
```

```
release(vp);
```

```
release(v);
```



Figura 19.29. Imagen de video cargada en Matlab.

Captura y almacenamiento de imágenes

- *Captura de una imagen.* Para capturar una imagen del video se define el objeto *vid* mediante el comando de vista previa.

```
>> preview(vid)
```

La cámara puede admitir varios formatos de video. Para esto digite:

```
>> dev_info = imaqhwinfo('winvideo',1);
```

```
>> celldisp(dev_info.SupportedFormats);
```

A fin de iniciar la captura de *frames*, se emplea la instrucción:

```
>> start(vid);
```

```
>> im=getdata(vid,1);
```

```
>>figure,imshow(im);
```

- *Almacenamiento de la imagen.* Se puede almacenar la imagen capturada como un archivo *.jpg* o *.gif* utilizando la función *imwrite*.

```
>>imwrite(im,'prueba.gif');
```

- *Adquisición de imágenes.* Cada vez que se desea capturar una imagen instantánea se debe detener el video, por lo que es necesario iniciar de nuevo mediante la función *getdata* o *peekdata*. Para evitar estas acciones repetitivas, la caja de herramientas de adquisición de imágenes proporciona una opción que permite activar el objeto de video cuando sea necesario y capturar un fotograma instantáneo. Cree un archivo *.m* con la siguiente secuencia de comandos:

```
vid=videoinput('winvideo',1);
```

```
triggerconfig(vid,'manual');
```

```
set(vid,'FramesPerTrigger',1 );
```

```
set(vid,'TriggerRepeat', Inf);
```

```
start(vid);
```

```
for i=1:5
```

```
trigger(vid);
```

```
im= getdata(vid,1);
```

```
figure,imshow(im);
```

```
end
```

```
stop(vid),delete(vid),clear vid;
```


En el código anterior, el objeto *im* se sobrescribe durante la ejecución del bucle *for*. Para poder ver todas las cinco imágenes reemplace *im* con *im (:,:, i)*.

En este código las instrucciones 2—5 establecen las propiedades del objeto *vid*. *Triggerconfig* establece el objeto a disparo manual, ya que su activación por defecto es de tipo inmediato.

En el disparo inmediato, el video se captura tan pronto como se inicia el objeto *vid*. Las tramas capturadas se almacenan en la memoria. La función *GetData* se puede utilizar para acceder a estos marcos o *frames*. Sin embargo, en el disparo manual se obtendrá la imagen solo cuando dispare (*trigger*) el video.

Ahora bien, *FramesPerTrigger* decide el número de fotogramas que desea capturar cada vez que se ejecuta *trigger*.

Por su parte, *TriggerRepeat* tiene que ser igual al número de fotogramas que desea procesar el programa o puede ajustarse a *Inf*. Si está configurado en *Inf*, puede usar *trigger* tantas veces como se desee.

Si se establece en cualquier número entero positivo, se tendrá que “iniciar” la captura del video de nuevo después que se utilice el disparador para ese número muchas veces. Además, una vez que haya terminado con la adquisición de los *frames* y haya almacenado las imágenes, se puede detener la captura del video y borrar los marcos almacenados del búfer de memoria, usando los siguientes comandos:

```
>>stop(vid);
```

```
>>delete(vid);
```

```
>>clear vid;
```

Se debe tener en cuenta que con la instrucción *getsnapshot* devuelve un marco de imagen y es independiente de *FramesPerTrigger*. Por tanto, si se desea capturar de forma continua las imágenes, se puede escribir el siguiente *script*:

```
vid=videoinput('winvideo',1)

triggerconfig(vid,'manual');

set(vid,'FramesPerTrigger',1);

set(vid,'TriggerRepeat',Inf);

start(vid);

while(1)

{

trigger(vid);

im= getdata(vid,1);

% Digite el algoritmo de procesamiento de imágenes aquí

% Puede romper este bucle infinito si se cumple una cierta condición

}
```

20. Interfaz gráfica de usuario (GUI)



Estructura de una GUI

Para entrar al entorno de diseño de las GUI en Matlab se digita en el espacio de trabajo *guide*. Una vez hecho esto, se despliega la ventana GUIDE Quick Start, y luego se le da OK; acto seguido aparece la ventana que se muestra en la Figura 20.1.

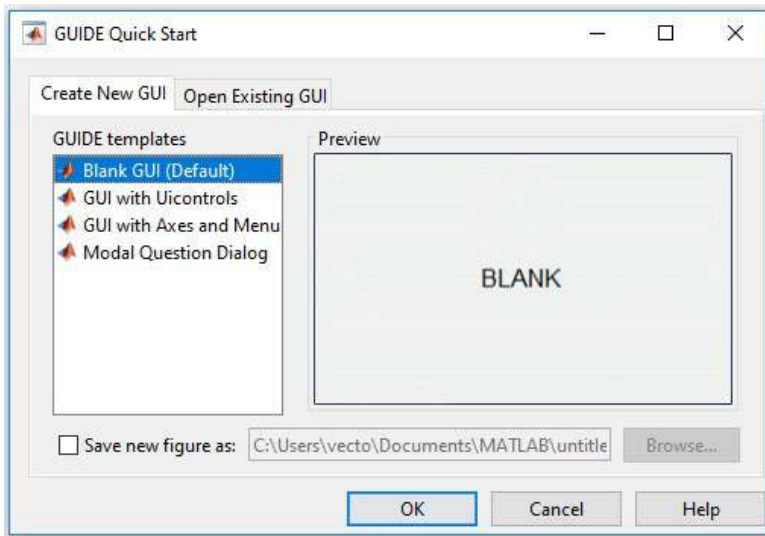


Figura 20.1. Ventana para crear una interfaz gráfica.

Como se observa en la Figura 20.2, en la parte izquierda de la ventana emergente aparece una paleta de componentes que son fundamentales para el diseño de la interfaz gráfica de usuario.

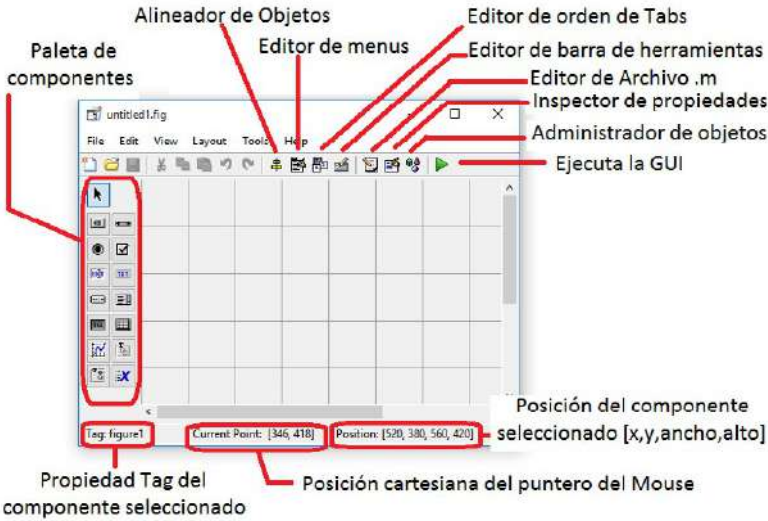


Figura 20.2. Elementos que componen la ventana de diseño de una GUI.

Los componentes básicos con los que debemos familiarizarnos al trabajar con una GUI son los que se muestran en la figura 20.2.

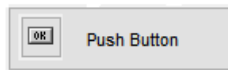


Figura 20.3. Permite ejecutar una actividad. Codifica como *función callback*.

- String
- Tag

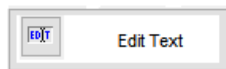


Figura 20.4. Permite establecer texto que sí puede ser modificado por el usuario.

- String
- Tag

- HorizontalAlignment

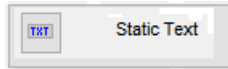


Figura 20.5. Permite establecer texto que no debe ser modificado por el usuario, pero sí por la aplicación.

- String
- Tag

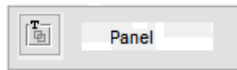


Figura 20.6. Es un contenedor de componentes que permite personalizar el fondo de la interfaz gráfica.

- Title
- Tag

Los elementos que se citan, String, Tag, Title y HorizontalAlignment, son los que normalmente deben modificarse asignando un nombre.

Para configurar el entorno de diseño se emplea el menú Preferences, el cual se encuentra en el botón File, tal como se indica en la Figura 20.7.

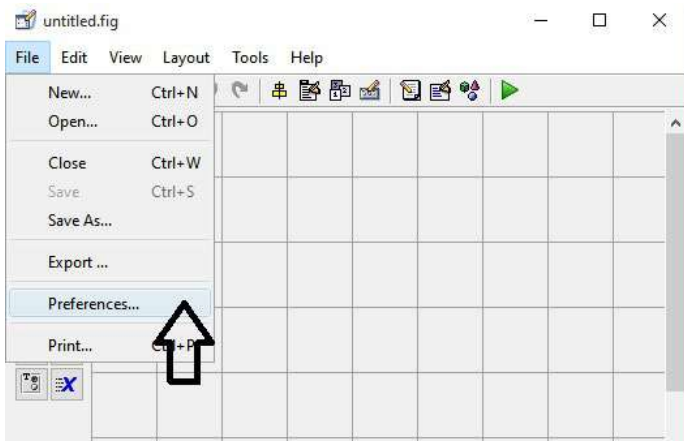


Figura 20.7. Ubicación de la pestaña Preferences.

En el cuadro de diálogo que se despliega se desmarca el campo Add comments for newlygenerated callback functions, luego se presiona Apply y OK (tal como se observa en la Figura 20.8). Este paso evita que en el entorno de programación de una GUI se generen comentarios de manera automática, lo cual, en la mayoría de casos, confunde y llena toda la pantalla.

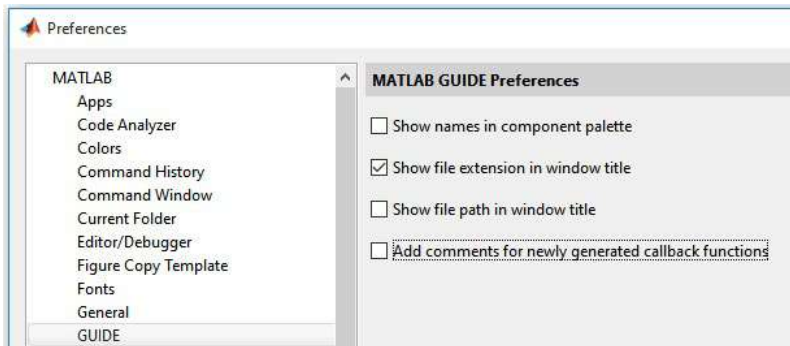


Figura 20.8. Desmarcado de la opción Add comments for newlygenerated callback functions.

Para crear la GUI es aconsejable realizar previamente un esquema general de lo que se desea operar y mostrar en la interfaz gráfica. Esto permite ahorrar tiempo y prever mejoras o eliminar procesos innecesarios.

Una vez hecha la tarea anterior, nos dirigimos a la ventana de la GUI que se encuentra hacia la izquierda, en la paleta de diseño, y se procede a escoger los botones o elementos que van a integrar la interfaz gráfica. Para esto se hace clic en el elemento y se arrastra a la plantilla. Una vez hecho esto se observará que el botón puede ser redimensionado y reubicado a conveniencia (véase la Figura 20.9).

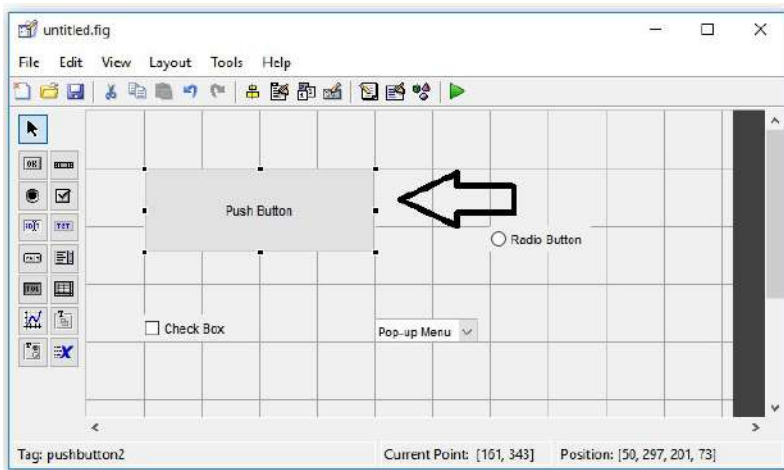


Figura 20.9. Redimensión de los botones que se crean en la GUI.

Para personalizar el componente se hace clic derecho sobre este, de modo que despliega un cuadro de diálogo y se selecciona el campo Property Inspector (véase la imagen de la Figura 20.10), el cual muestra un listado de propiedades del componente.

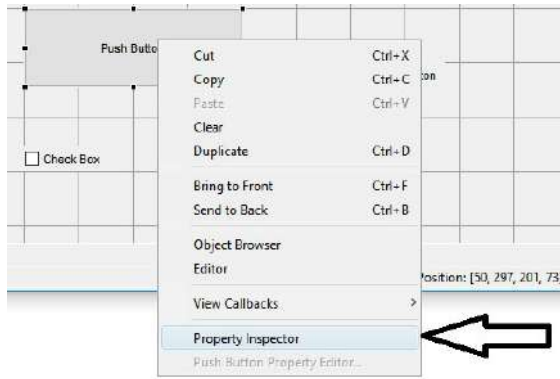


Figura 20.10. Ubicación del Property Inspector.

Otra opción más rápida es hacer doble clic sobre el componente y se despliega el Property Inspector. También se puede ir a la pestaña View y seleccionar el Property Inspector.

Este campo despliega un cuadro de diálogo relacionado con los componentes que permite personalizar todo lo que se desplace hacia la ventana, tanto el mensaje como el color, entre otros, tal como se observa en la Figura 20.11.

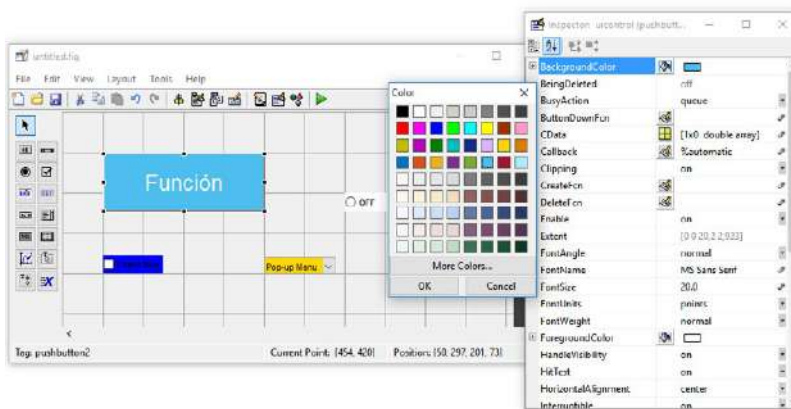


Figura 20.11. Personalización de color de los objetos creados en la GUI.

Ahora bien, a fin de cambiar el nombre se selecciona el campo String, para cambiar el color se selecciona BackgroundColor, para cambiar el tamaño del texto se utiliza el campo *FontSize*, y con el fin de referenciar al componente dentro del código fuente se emplea la propiedad Tag, la cual conforma una estructura llamada *handles*, la cual hace referencia al componente en el código fuente.

Opciones de GUIDE

Usar las demás opciones que brinda la GUIDE depende de las necesidades que tiene el programador en cuanto al diseño o la presentación de la interfaz gráfica. Así, por ejemplo, si requiere graficadores de diálogo, en el caso de la instrucción GUI with Uicontrols se despliega una interfaz gráfica predefinida, tal como se muestra en la Figura 20.12.

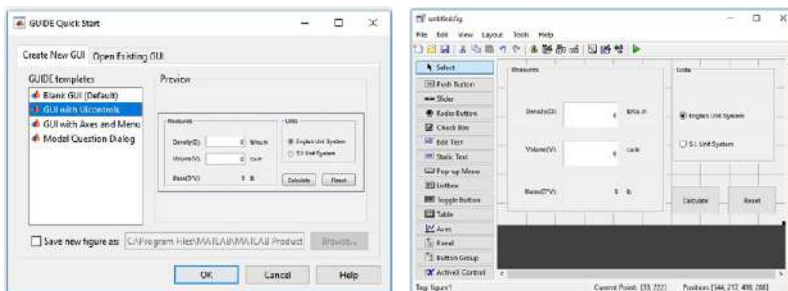


Figura 20.12. Opción GUI with Uicontrols.

Si se selecciona GUI with Axes and Menu se emplea para el caso en el que se requiere de una ventana para graficar una función, tal como se muestra en las figuras 20.13 a 20.17.

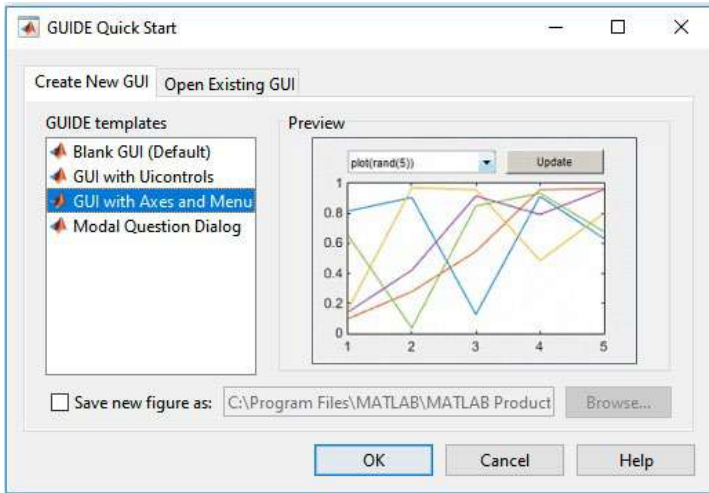


Figura 20.13. Opción GUI with Axes and Menu.

Como se aprecia, solo se requiere de adicionar otros botones según se requiera a fin de efectuar el trazado de un conjunto de gráficas.

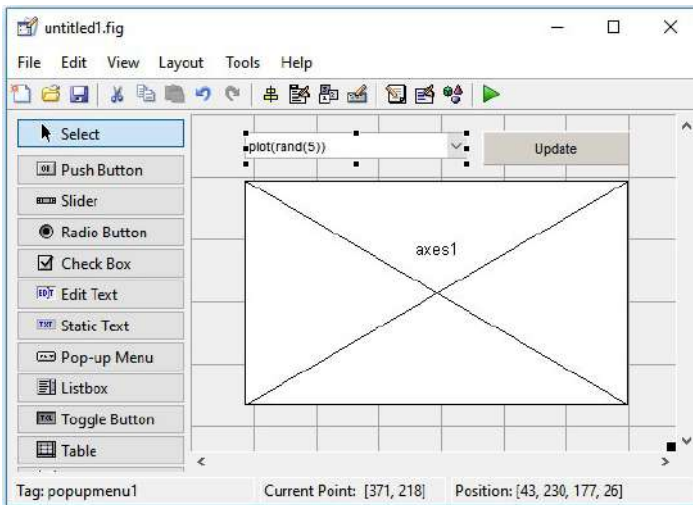


Figura 20.14 Ventana para diseño de una GUI que permita el trazado de una gráfica.

La opción Modal Question Dialog se emplea cuando en la GUI se requiere que aparezca un cuadro de diálogo. La creación es muy sencilla, por lo que solo es necesario el manejo del Callback String y digitar la oración que se necesite en forma de pregunta.

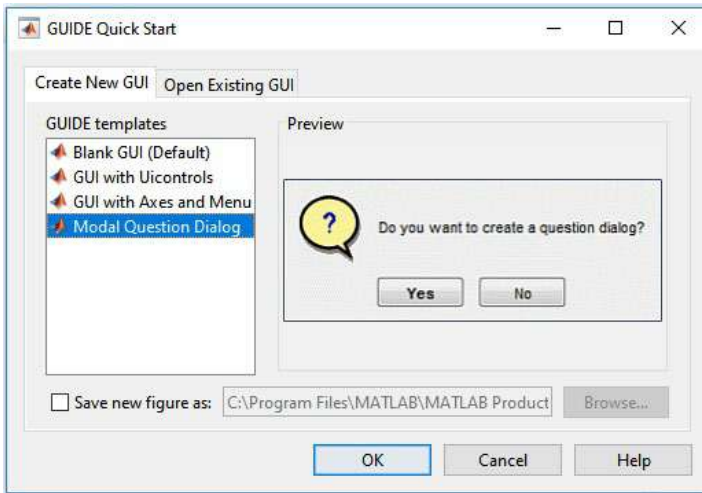


Figura 20.15. Opción Modal Question Dialog.

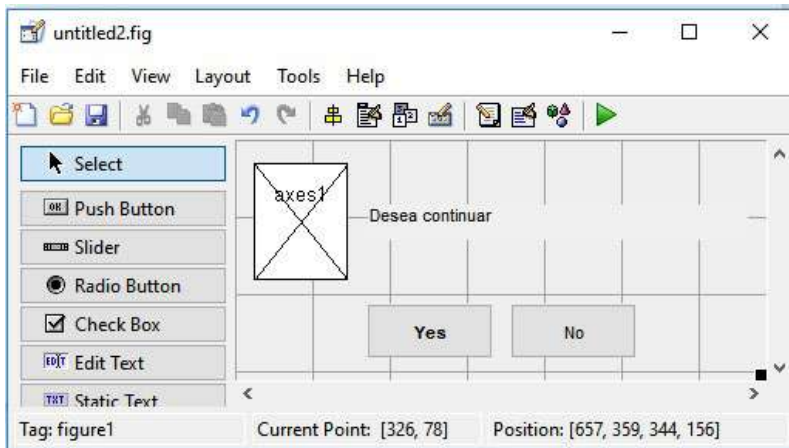


Figura 20.16. Personalización Callback String.



Figura 20.17. Resultado de la GUI, una vez realizadas las modificaciones del caso.

Entorno de programación

Una vez realizada la personalización del o de los componentes, se procede a guardar la aplicación con un nombre apropiado o acorde a la o las tareas que va a realizar con la GUI. Lo anterior con el propósito de no olvidar el nombre del programa, por estética y orden (en este caso en particular vamos a llamar el archivo PruebaGUI).

Una vez se realiza el paso anterior, se hace clic con el botón derecho del *mouse* sobre el componente que da acceso al campo View Callbacks, se selecciona Callbacks y, acto seguido, se muestra el entorno de programación correspondiente. El Callback es una subfunción de la función principal de la aplicación que se ejecuta como respuesta ante un evento desencadenado sobre un componente.

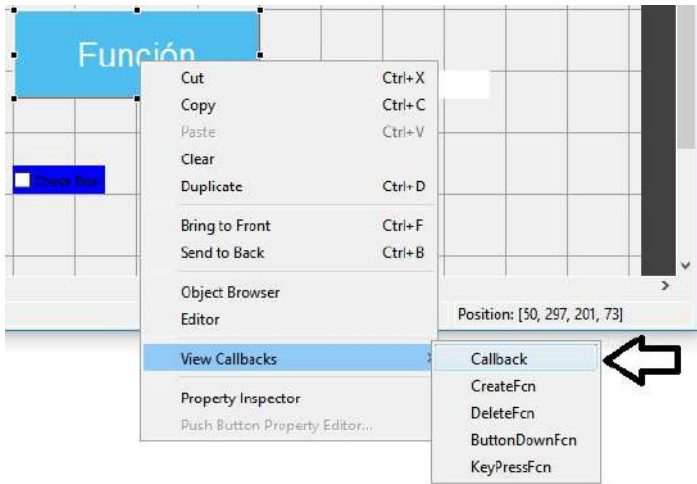


Figura 20.18. Ruta para ubicar el Callback.

Debajo de la línea resaltada se añade el código correspondiente, el cual está asociado a este componente.

```

59 - guidata(hObject, handles);
60
61 % UIWAIT makes PruebaGUI wait for user response (see UIRESUME)
62 % uiwait(handles.figure1);
63
64
65 % --- Outputs from this function are returned to the command line.
66 function varargout = PruebaGUI_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
67 % varargout cell array for returning output args (see VARARGOUT);
68 % hObject handle to figure
69 % eventdata reserved - to be defined in a future version of MATLAB
70 % handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
71
72 % Get default command line output from handles structure
73 varargout{1} = handles.output;
74
75
76 function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
77
78
79 function radiobutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
80
81
82 function checkbox1_Callback(hObject, eventdata, handles)
83
84
85 function popupmenu1_Callback(hObject, eventdata, handles)

```

Figura 20.19. Código que se genera una vez se ejecuta la GUI.

Un programa GUI tiene dos partes:

- Un archivo *.m* que contiene el código fuente y está relacionado con la función Callback para cada uno de los controles que se han creado en la interfaz gráfica. Por lo general, no se edita el código de inicialización de este archivo.
- Un archivo *.fig* que gestiona la parte gráfica de los controles creados en la interfaz. Para ejecutar el programa GUI se teclea en el espacio de trabajo el nombre del programa. Por ejemplo, dado que nuestro archivo ha sido guardado con el nombre de *PruebaGUI.fig*, se digita y se oprime Enter:

>> PruebaGUI

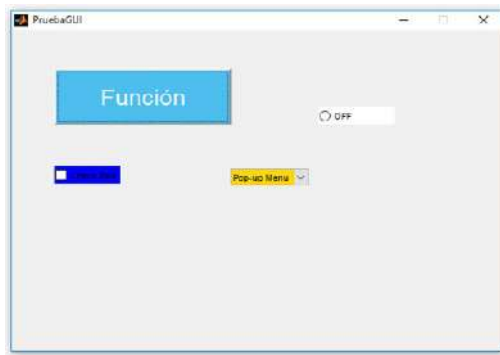


Figura 20.20. Ventana que se despliega una vez se ejecuta la GUI de diseño.

Intercambio de datos entre los elementos de la GUI y el código fuente

Tanto los valores de las propiedades de los elementos (color, valor, posición, etc.) como los de las variables transitorias del programa se almacenan en una estructura. Estos valores son accedidos mediante un único y mismo puntero para todos, es decir, mediante la siguiente instrucción:

```
handles.output = hObject;
```

Donde *handles* es el puntero a los datos de la aplicación. La definición del puntero se guarda bajo la instrucción:

```
guidata(hObject, handles);
```

Esta instrucción debe estar siempre al final de cualquier subrutina, ya que garantiza que cualquier cambio de propiedades y valores de las variables quede almacenado en el programa.

Resumiendo lo anterior con un ejemplo, si dentro de una subrutina una operación da como resultado una variable numeral, para utilizar esta variable desde el programa o desde otra subrutina, esta se debe guardar de la siguiente manera:

```
handles.numeral=numeral;
```

```
guidata(hObject,handles);
```

La primera línea añade la variable *numeral* a la estructura de datos de la aplicación apuntada por *handles* y la segunda línea guarda el valor de la variable.

Asignación y obtención de valores de los componentes

Este proceso se realiza mediante los comandos o sentencias *get* y *set*. Así, por ejemplo, si lo que se desea es que la variable *numero* recoja el valor de un *editText*, se digita lo siguiente:

```
numero=get(handles.input1_editText,'String');
```

Para asignar el valor de la variable *numero* al *statictext* llamado *text1*, se digita:

```
set(handles.text1,'String', número)
```

Lo anterior se resume en los siguientes ejemplos.

1. Cree una interfaz gráfica de usuario que permita realizar la operación de suma de dos variables *A* y *B*.

A fin de desarrollar este ejercicio se procede a crear la interfaz gráfica en la que se selecciona el botón panel y se ajusta al tamaño que se desee, tal como se indica en la Figura 20.21. Luego, se hace doble clic para desplegar el Inspector y en String se elimina la palabra *panel*.

Antes de iniciar es recomendable ir a File para reconfigurar la caja de ayuda de la interfaz gráfica, con el objetivo de mostrar los nombres completos de cada botón de ayuda. Con este propósito se selecciona Preferences, luego se marca Show names in component palette y, finalmente, Apply y OK.

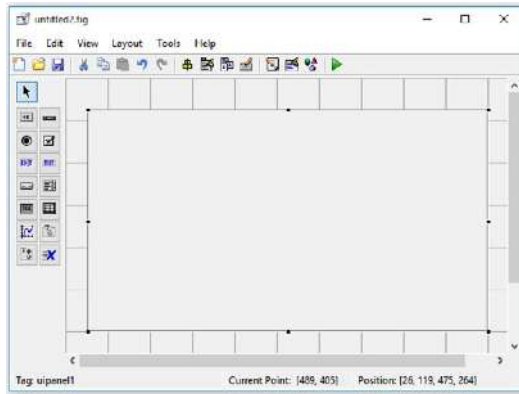


Figura 20.21. Interfaz gráfica en la que se selecciona el botón panel y se ajusta al tamaño.

Dado que la suma es de dos números, se requiere de tres cajas de texto: dos para datos de entrada y uno de salida, además un botón para activar la función *suma*.³

Se procede a crear un botón al que vamos a adicionar el símbolo de suma (+) con String. Cambiamos el tamaño con el campo Font-Size a 32. Luego, el nombre que le asignará al componente de Matlab en este caso es `cmdSuma`, mediante el campo Tag.

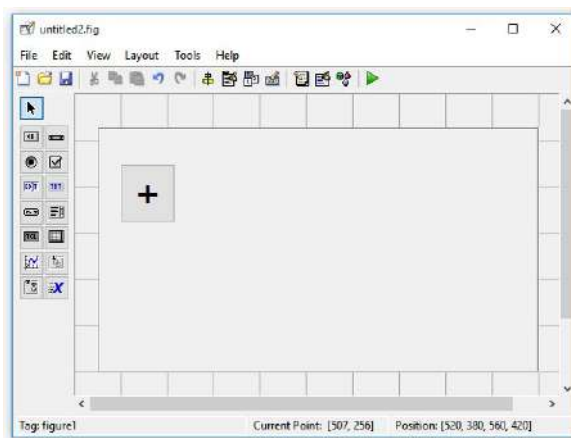


Figura 20.22. Creación del botón suma.

Ahora, se procede a crear tres Edit Text. Para que queden todos del mismo tamaño haga doble clic en el primer componente creado y oprima Duplicate. El nombre a cada espacio lo cambiamos por el número 0, tal como aparece en la imagen de la Figura 20.23 y el tamaño ajustado a 32, tal como se muestra también en imagen de la Figura 23.

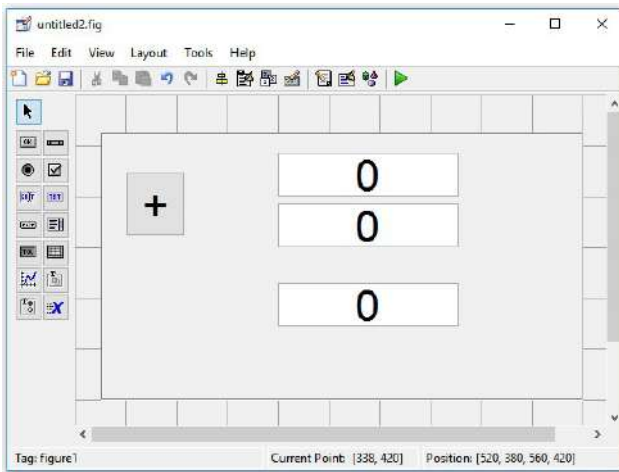


Figura 20.23. Creación de los tres Edit Text.

Para colocar la línea divisoria de la operación suma se emplea Static Text y, utilizando String, se traza la línea, luego hace clic en OK. De una vez se puede personalizar la casilla de la suma total, en este caso por el color rojo. Con este propósito, en el inspector se busca el campo Foreground Color. Asimismo, a fin de oscurecer un poco la casilla y distinguirla aún más de las otras nos dirigimos al campo BackgroundColor y le asignamos un color gris, tal como se muestra en la Figura 20. 24.

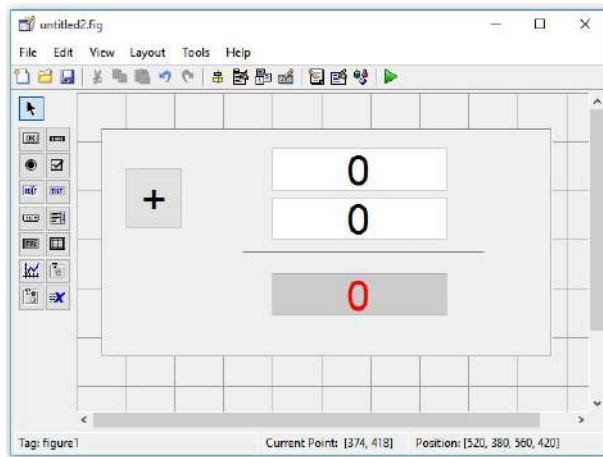


Figura 20.24. Organización de los objetos de la interfaz final.

Para trabajar mejor con Matlab es recomendable asignar nombres a los objetos (botones, cajas de texto, etc.) que se van a utilizar en la aplicación, por lo cual se recurre de nuevo a la propiedad Tag en el Inspector:

Se selecciona la primera caja de texto y se le asigna el nombre `textA`, para la segunda `textB` y para la tercera `textC`. Luego se procede a guardar la GUI, que en este caso lo llamaremos `suma`.

Recuerde que los cambios que se hacen en la GUI, de forma automática Matlab los guarda en el archivo `.m`. Al revisar este archivo se observará `textA_Callback` que corresponde a la caja de texto `textA`, y así sucesivamente.

El Callback indica que un evento está asociado a ese objeto y es ahí donde se debe digitar las operaciones. Para editar el Callback se hace clic derecho y en la opción `View Callback`.

Tenga en cuenta que se utiliza en este ejercicio el evento Callback del botón `cmdSumar` asociado a la operación suma, tal como se indica en la Figura 20.25.

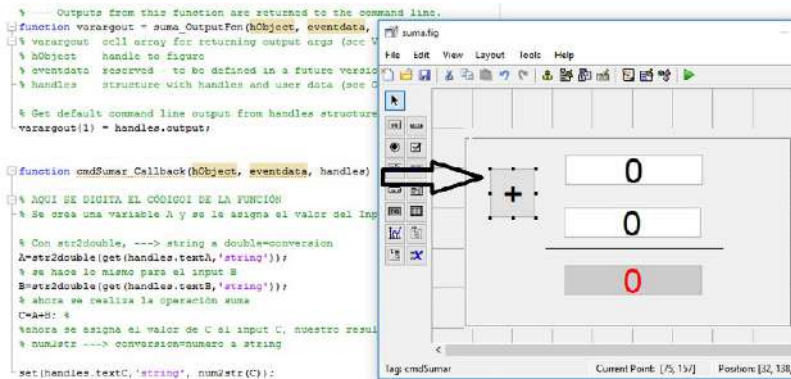


Figura 20.25. En la gráfica se muestra que a cada elemento creado en la interfaz gráfica le corresponde una función.

En el Callback se pueden borrar los comentarios.

Cada función tiene el parámetro denominado *handles*, el cual contiene todos los controles: *handles.PlotButton*, *handles.edit1*, etc. Por consiguiente, se pueden agregar variables a *handles* con la finalidad de hacerlas disponibles en todos los controles/funciones (por ejemplo, *handles.textA* y *handles.textB*).

Los *handles* están relacionados con los objetos de Matlab, expresos mediante identificadores únicos (*handle*), a los cuales se le denomina *handle* o *id*.

En el caso de los identificadores de la ventana activa, de ejes y objetos activos se pueden obtener, respectivamente, con los siguientes comandos:

- *gcf* (*get current figure*). Devuelve el identificador de la figura actual, que es el *handle* de la ventana activa.
- *gca* (*get current axes*). Devuelve el identificador a los ejes actuales de una figura. Si no existe un eje, entonces *gca* lo crea y devuelve su manejador. Devuelve el *handle* de los ejes activos.

- *gco (get current object)*. Devuelve el identificador del objeto actual o *handle* del objeto activo.
- *delete (handle)*. Borra el objeto correspondiente y todos aquellos que dependen de él.

En este espacio de la función se digitan las siguientes instrucciones:

```
function cmdSumar_Callback(hObject, eventdata, handles)

% Se crea una variable A y se le asigna el valor del Input llamado
textA

% Con str2double, ———> string a double=conversion
A=str2double(get(handles.textA,'string'));

% se hace lo mismo para el input B
B=str2double(get(handles.textB,'string'));

% ahora se realiza la operación suma
C=A+B; %

%ahora se asigna el valor de C al input C, nuestro resultado con
% num2str ———> conversion=numero a string
set(handles.textC,'string', num2str(C));
```

Una vez hecho esto, se guarda y nos dirigimos a la GUI; en el ícono Run figure (véase la Figura 20.26) corremos el programa, desplegando la interfaz gráfica final (véase la Figura 20.27).



Figura 20.26. Run figure.

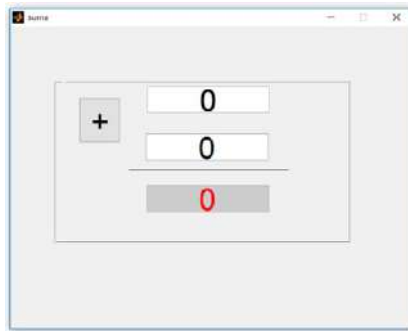


Figura 20.27. Interfaz gráfica de usuario terminada y funcional.

Para probar su funcionalidad solo basta ingresar los dos números en las cajas de texto y oprimir suma (véase la Figura 20.28).

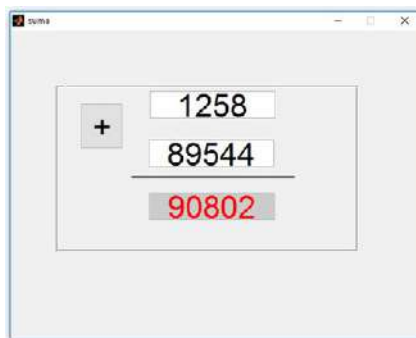


Figura 20.28. Ejemplo en el que la interfaz gráfica de usuario muestra la operación, previo ingreso de los números.

Es importante anotar que es posible obtener cualquier propiedad de un control con la función *get*. De manera similar, se puede cambiar el valor de cualquier propiedad con la función *set*.

2. Programa que permita evaluar la integral y derivada de una función $f(x)$.

Se procede a seleccionar el panel y personalizarlo con el campo Title, cuyo nombre será Función. Luego, seleccionamos Edit text,

vamos a String y borramos lo que esté escrito, de manera que se deje vacía la casilla; posteriormente, se selecciona el campo Tag y colocamos la palabra *función* pero sin la tilde.

De nuevo abrimos otro panel, vamos a Title y colocamos “Resultados”. Luego, seleccionamos dos Edit Text y dos Static text, vamos a String y en el primer Static text colocamos Derivada, y en el segundo Integral; podemos agrandar un poco el tamaño de letra en FontSize y asignar un valor de 12. El resultado hasta ahora se muestra en la Figura 20.29.

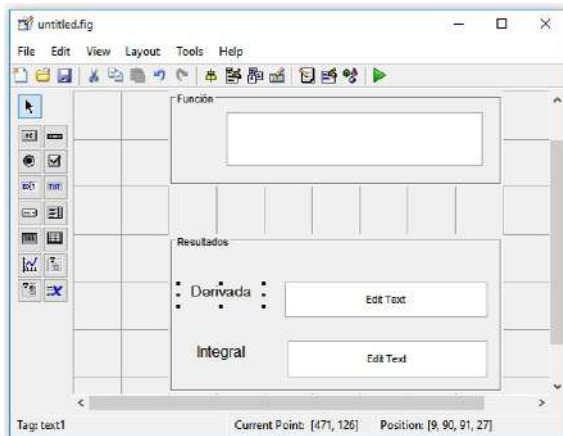


Figura 20.29. Diseño interfaz gráfica para realizar operaciones derivada e integral de una función.

Ahora vamos a personalizar los dos Edit Text. En primer lugar, en String lo dejamos vacío, y en Tag le asignamos el nombre de derivada e integral, respectivamente. Luego agregamos color a cada uno de ellos.

Una vez realizado este paso vamos a el espacio de Función e insertamos un Static Text, cuyo String lo llamaremos $F(x)$.

El siguiente paso es agregar dos botones: uno para calcular la derivada y el otro que permita calcular la integral. Con este pro-

pósito seleccionamos Push Button. El String para el primero será Calcular, y el Tag, Calcular. Para el segundo será Nuevo cálculo y el Tag, Borrar. Los personalizamos cambiando el color de letra y fondo, al igual que las demás cajas de texto, lo que debe dar como resultado la imagen que se muestra en la Figura 20.30.

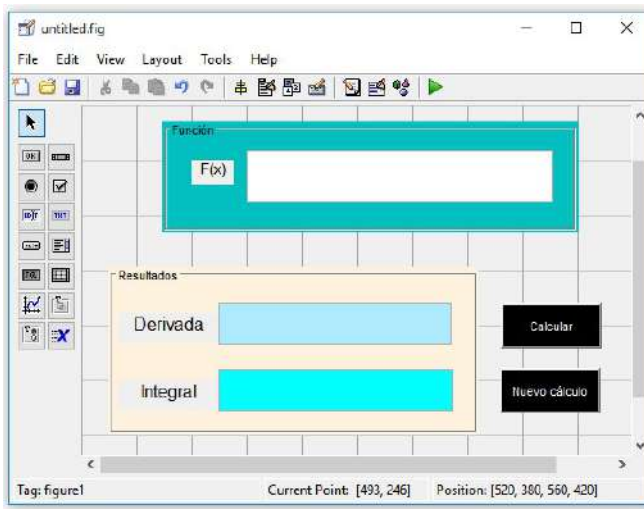


Figura 20.30. Personalización en cuanto a cambio de colores en la GUI.

El próximo paso es ir al Callback con el fin de generar el programa de la interfaz gráfica de usuario, para lo cual nos posicionamos en el botón Calcular. El nombre que le daremos será `derint`. Nótese que Matlab de forma automática indica dónde se debe ingresar el código de derivación e integración. En este caso es:

```
function calcular_Callback(hObject, eventdata, handles)
```

A esta función vamos a agregar las instrucciones sobre derivación e integración y guardamos:

```
function calcular_Callback(hObject, eventdata, handles)
```

```
f=get(handles.funcion,'String');
```

```
syms x;
der=diff(f,x); % Instrucción para derivar
inte=int(f,x); % Instrucción para integrar
set(handles.derivada,'string',char(der));
set(handles.integral,'string',char(inte));
```

Ahora vamos la siguiente línea de código:

```
function borrar_Callback(hObject, eventdata, handles)
```

Es importante saber que si hay muchos botones y queremos identificar la función que le corresponde a cada uno, es conveniente abrir de nuevo el Callback para que Matlab la indique.

Se procede a digitar las instrucciones relacionadas con la función de borrado:

```
function borrar_Callback(hObject, eventdata, handles)
set(handles.funcion,'string','');
set(handles.derivada,'string','');
set(handles.integral,'string','');
```

Una vez hecho esto se guarda, de modo que queda lista nuestra GUI.

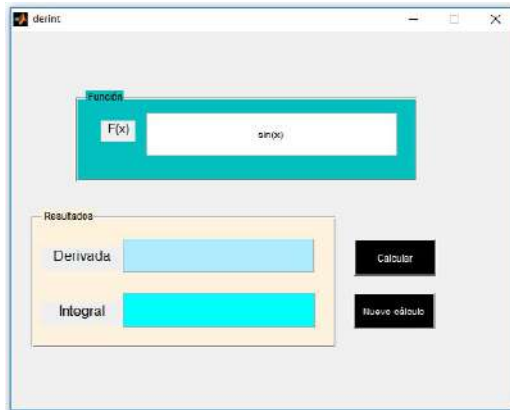


Figura 20.31. Interfaz gráfica terminada.

Para desarrollar este ejercicio se procede a crear la interfaz gráfica con dos Static Text, un Edit Text y dos Push Button. Se personalizan los componentes mediante el Property Inspector, con el fin de que quede tal como se muestra en la Figura 20.32.

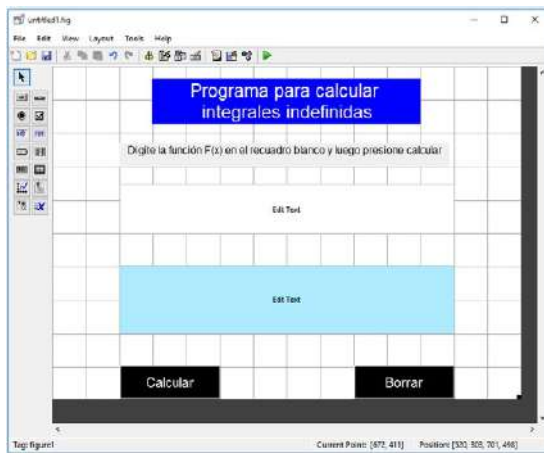


Figura 20.32. Property Inspector.

Luego se procede a ingresar al Callbacks para modificar el programa, lo que nos obliga a guardar nuestra GUI. En este caso se le ha dado el nombre de CálculoInt. Recuerde que se han generado dos archivos: uno *.m* y el otro *.fig*.

Ahora nos dirigimos al programa Cálculoint.m y se ejecuta, se crea una GUI para modelar una gráfica en 3D. Luego, cargamos la GUI, después vamos a File, Preferencias (véase la Figura 20.33), y luego GUIDE, tal como se muestra en la imagen de la Figura 20.33. Luego seleccione Show names in component palette y, finalmente, OK.

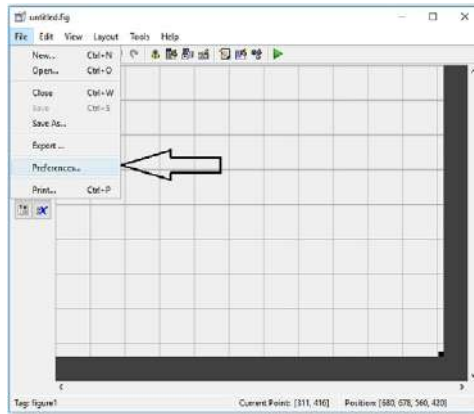


Figura 20.33. Ruta para cargar la instrucción Preferencias.

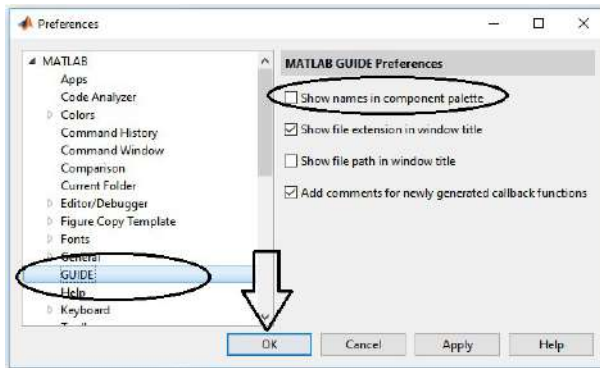


Figura 20.34. Ruta para activar Show names in component palette.

El siguiente paso es establecer el tamaño de la ventana de la GUI-DE. Para esto se cambia el tamaño del área de la cuadrícula en el Editor de diseño.

Se hace clic en la esquina inferior derecha y se arrastra hasta la esquina contraria, aproximadamente 3 pulgadas de alto y 4 pulgadas de ancho. Si es necesario, se puede hacer más grande.

El siguiente paso es crear los botones. Vaya a la parte izquierda de la ventana y seleccione el botón Push Button. Se selecciona y arrastra (véase la Figura 20.35). Para este caso son tres botones.

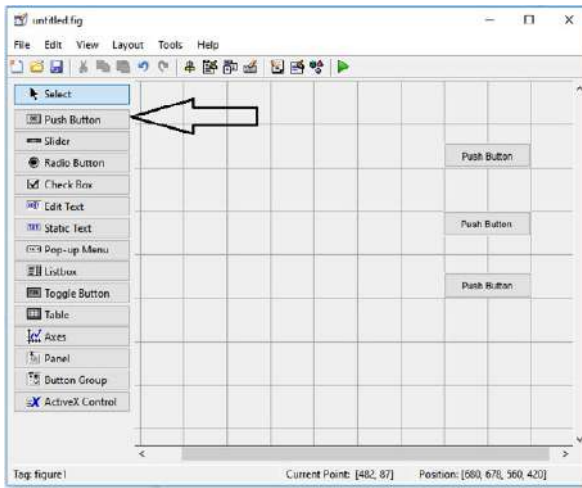


Figura 20.35. Crear botones en la GUIDE.

A fin de crear el espacio de trabajo en el que se va a cargar la imagen se selecciona el botón Static Text, luego se ubica el cursor en la esquina superior de la GUIDE y se arrastra hasta establecer cuál es el área ideal donde va aparecer la imagen una vez cargada. Luego, se selecciona el botón Pop—up Menu, el cual permite crear un menú emergente de opciones (véase la Figura 20.36).

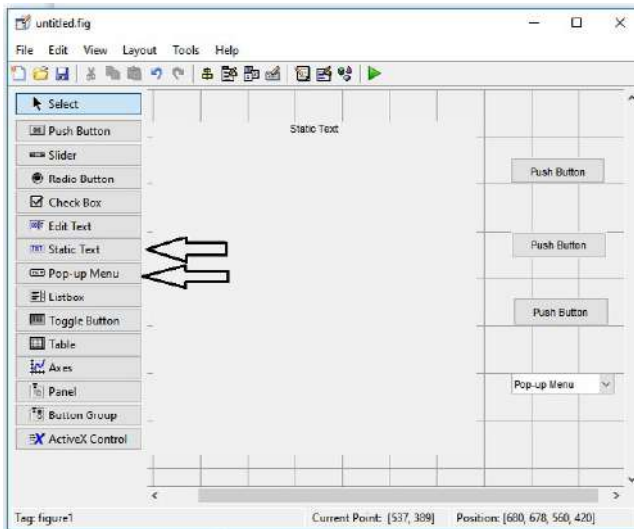


Figura 20.36. Localización de los botones Static Text y Pop—up Menu. Con el Pop—up. Menú se puede seleccionar de una lista de ítems. Uno de los más importantes es String, pues permite digitar múltiples líneas de información, comandos o funciones.

Alinear componentes

Para alinear los tres pulsadores se procede de la siguiente manera:

- Seleccione los tres botones pulsando Ctrl y luego hace clic en ellos, los cuales quedan activos, tal como se muestra en la Figura 20.37.
- Diríjase a Tool y seleccione Align Objects (“alinear objetos”).
- Realice los ajustes del caso. Se procede a seleccionar el recuadro que está en amarillo que más se ajuste a la presentación de la GUIDE.
- Por defecto, el espacio de separación entre los pulsadores en la dirección vertical es de 20 píxeles. En este caso se deja de este tamaño, tal como se muestra en la Figura 20.37.

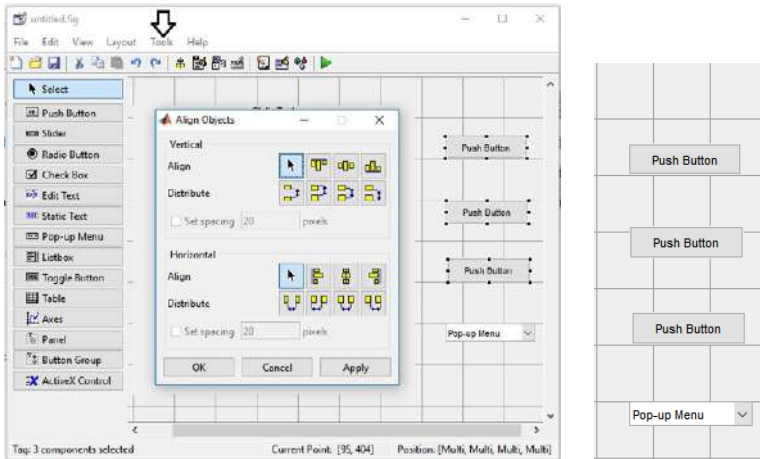


Figura 20.37. Alineación de componentes.

Etiquetado de los botones

Cada uno de los tres pulsadores especifica un tipo de trama: Surf, Mesh (“malla”) y Contour (“contorno”).

Seleccione el primer botón para que quede activo, luego vaya a View > Property Inspector (“inspector de propiedades”).

En el área de diseño haga clic en el espacio String y cambie el nombre Push botton por Surf, luego haga clic fuera del botón para desmarcar y seguir con los demás botones de manera equivalente, cambiándolos por sus respectivos nombres (véanse las figuras 20.38 y 20.39).

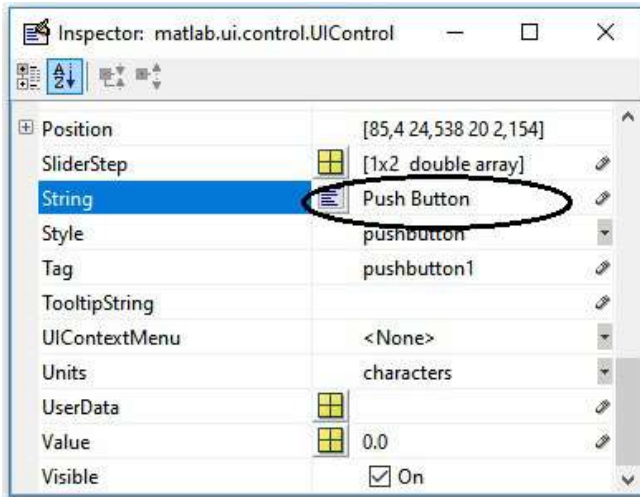


Figura 20.38. Ruta para ubicar la instrucción String y Push Button.

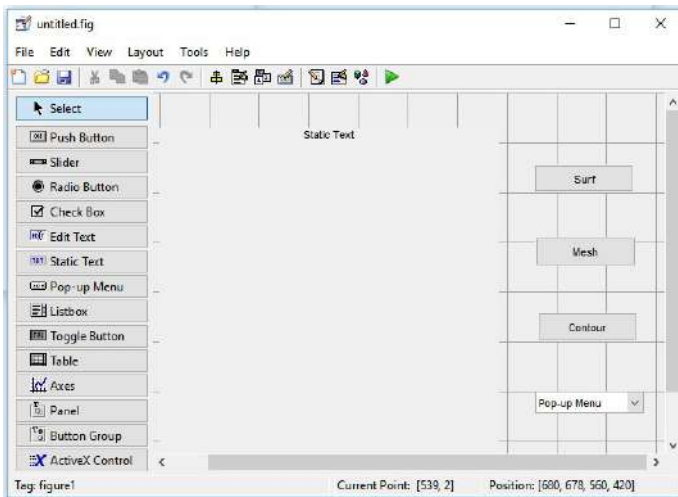


Figura 20.39. Interfaz con los nombres personalizados de los botones.

Aparecen otras opciones que puede emplearse para propósitos específicos, tales como Foreground Color (“color del texto”) y Background Color (“color del control”).

Lista de elementos del menú emergente

El menú emergente ofrece una selección de tres conjuntos de datos: *peaks* (picos), *membrane* (“membrana”) y *sinc*. Estos conjuntos de datos corresponden a las funciones de Matlab del mismo nombre, por lo que no pueden ser cambiados. En este contexto se muestra cómo enumerar esos conjuntos de datos como opciones en el menú emergente.

Se procede a hacer clic en el botón Pop—up Menu, luego en View > Property Inspector y se dirige a String (Cadena); allí hace clic en el botón que señala la flecha que se muestra en la Figura 20.40. Una vez realizado este paso, aparecerá el cuadro de diálogo de la cadena para digitar los tres datos que le permiten crear el menú emergente (véase la Figura 20.40), y, por último, hace clic en OK.

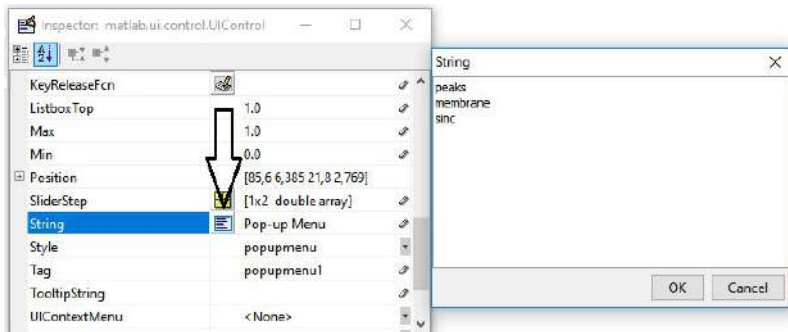


Figura 20.40. Ruta para cambiar el nombre de una variable.

Modificar el texto estático

En esta interfaz de usuario el texto estático sirve como etiqueta para el menú emergente. En el área de diseño haga clic en el texto estático, y en el Inspector de propiedades haga clic en el botón String. En el cuadro de diálogo que aparece reemplace el texto

existente por la frase Select data (“Seleccionar datos”), tal como aparece en la Figura 20.41.

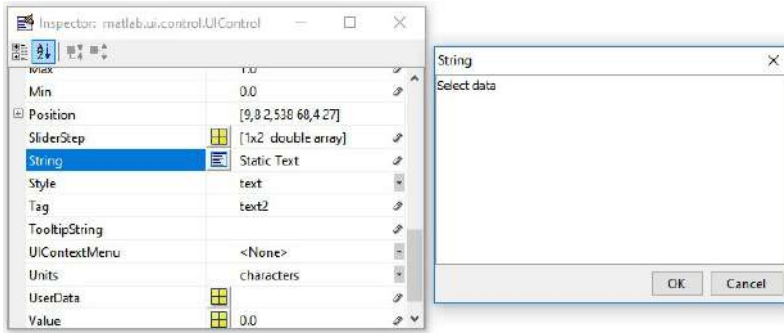


Figura 20.41. Ruta para cambiar el nombre de una variable.

Haga clic en Aceptar. La frase “Seleccionar datos” aparece en el componente de texto estático encima del menú emergente, tal como se observa en la Figura 20.42.

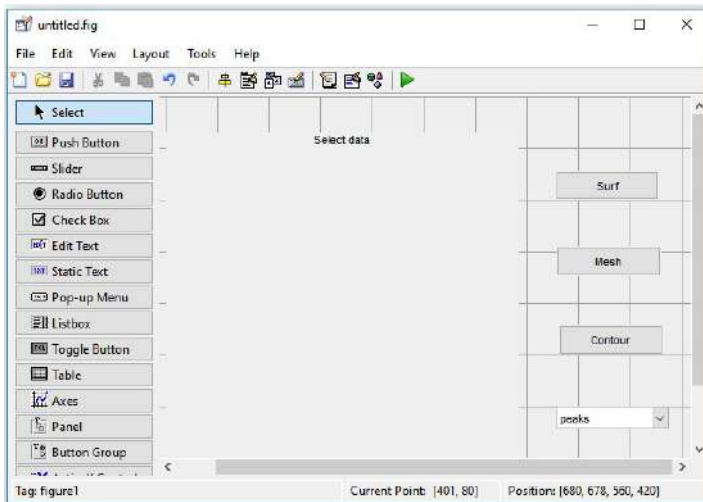


Figura 20.42. Cambios de nombre de las variables en la interfaz.

Guardar el diseño de la interfaz de usuario

Cuando se guarda un diseño, GUIDE crean dos archivos: un archivo *FIG* y un archivo de código *.m*. El archivo *FIG*, con extensión *.fig*, es un archivo binario que contiene una descripción del diseño. El archivo de código, con extensión *.m*, contiene funciones de Matlab que controlan el comportamiento de la interfaz gráfica de usuario.

- Guarde y ejecute el programa seleccionando dirigiéndose a Tool> Run (Ejecutar). GUIDE muestra un cuadro de diálogo: “La activación guarda los cambios en el archivo de figura y el código MATLAB. ¿Desea continuar?”.
- Haga clic en Sí.
- GUIDE abre un cuadro de diálogo Guardar y pide un nombre de archivo *FIG*.
- Busque cualquier carpeta para la que tenga privilegios de escritura y, a continuación, escriba el nombre de archivo *graficaprueba* para el archivo *FIG*. GUIDE guarda tanto el archivo *FIG* como el archivo de código usando este nombre.
- Si la carpeta en la que guarda los archivos no está en la ruta Matlab, GUIDE abre un cuadro de diálogo que permite cambiar la carpeta actual.
- GUIDE guarda los archivos *graficaprueba.fig* y *graficaprueba.m*, a continuación, ejecuta el programa. También abre el archivo de código en su editor predeterminado.
- La interfaz de usuario se abre en una nueva ventana. Observe que la interfaz de usuario carece de la barra de menús estándar y la barra de herramientas que muestra la ventana

de Matlab. Puede agregar sus propios menús y botones de barra de herramientas con GUIDE, pero de manera predefinida una GUIDE no incluye ninguno de estos componentes.

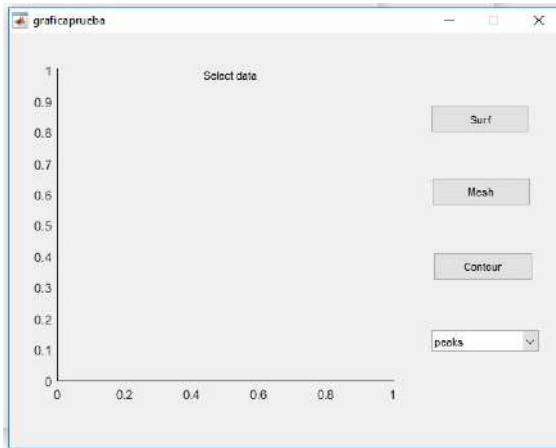


Figura 20.43. GUI lista para que se carguen los datos y mostrar la gráfica.

Cuando se ejecuta `graficaprueba` puede seleccionar un conjunto de datos en el menú emergente y hacer clic en los botones, pero no sucede nada. Esto se debe a que el archivo de código no contiene ninguna instrucción para dar servicio al menú emergente de los botones.

Es importante precisar que la escala que aparece en `Select data` se realiza a través del botón `Axes`, el cual puede configurarse en cualquier momento; solo se requiere seleccionarlo y luego ubicarse en el área deseada para demarcar arrastrando el cursor.

A fin de ejecutar un programa creado sin abrir la GUIDE, ejecute el archivo del código escribiendo su nombre: `graficaprueba`.

También se puede utilizar el comando `run` con el archivo de código, por ejemplo, `run graficaprueba`.

Nota 32. No intente ejecutar el programa abriendo el *FIG—file* fuera de la GUIDE. Si lo hace, la figura se abre y parece lista para usar, pero la interfaz de usuario no se inicializa y sus devoluciones de llamada no funcionan.

Codificación del comportamiento de la GUIDE

Se guardó la interfaz de usuario y se crearon dos archivos: *graficaprueba.fig*, que contiene el diseño de la interfaz de usuario, y un archivo *graficaprueba.m*, el cual contiene el código que controla cómo se comporta la interfaz de usuario.

El código consiste en un conjunto de funciones de Matlab (es decir, no es un *script*). La interfaz de usuario no respondió porque las funciones no contienen declaraciones que aún realizan acciones. El siguiente tema muestra cómo agregar código al archivo para que la interfaz de usuario funcione como se espera.

Generar datos para graficar

En este espacio se muestra cómo generar los datos que se deben trazar cuando el usuario hace clic en un botón. La función de apertura genera estos datos llamando a las funciones de Matlab. La función de apertura, que inicializa la interfaz de usuario al abrirse, es la primera devolución de llamada en cada archivo de código generado por la GUI.

En este ejemplo se agrega el código que crea tres conjuntos de datos a la función de apertura. El código utiliza las funciones de Matlab *peaks*, *membrane* y *sinc*.

1. Muestre la función de apertura en el Editor de Matlab. Si el archivo *graficaprueba.m* aún no está abierto en el Editor, abra desde el Editor de diseño seleccionando View> Editor.

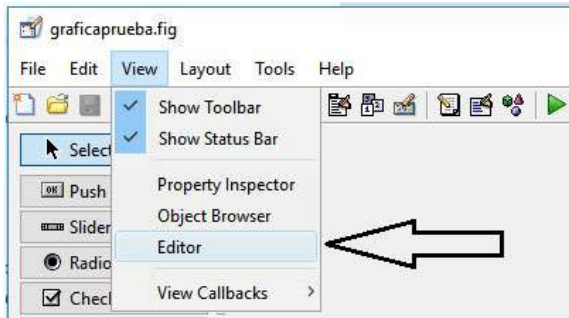


Figura 20.44. Ruta para activar el editor.

2. En el Editor, en la sección Navegar, haga clic en “Ir a” (Go to) y, a continuación, seleccione *graficaprueba_OpeningFcn*. El cursor se mueve a la función de apertura, que contiene este código:

```
% —— Executes just before graphicprueba is made visible.

function graphicprueba_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles,
varargin)

% This function has no output args, see OutputFcn.

% hObject handle to figure

% eventdata reserved — to be defined in a future version of MAT-
LAB

% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)

% varargin command line arguments to graphicprueba (see
VARARGIN)
```

% Choose default command line output for graficaprueba

handles.output = hObject;

% Update handles structure

guidata(hObject, handles);

% UIWAIT makes graficaprueba wait for user response (see UIRESUME)

% uiwait(handles.figure1);

Cree datos para trazar, agregando el siguiente código a la función de apertura inmediatamente después del comentario que inicia *% varargin...*

% Crea los datos con plot.

handles.peaks=peaks(35);

handles.membrane=membrane;

[x,y] = meshgrid(-8:.5:8);

*r = x.*sqrt(x.^2+y.^2) + eps;*

sinc = sin(r)./r;

handles.sinc = sinc;

% Se establece el valor de datos actual.

handles.current_data = handles.peaks;

surf(handles.current_data)

Las primeras seis líneas ejecutables crean los datos utilizando las funciones de Matlab *peaks*, *membrane* y *sync*. Las dos últimas líneas crean un valor de datos que se configura como *peaks*, y luego muestran el gráfico de *surf* para la instrucción *peaks*.

La Figura 20.45 muestra cómo se ve la interfaz de usuario cuando se presenta por primera vez.

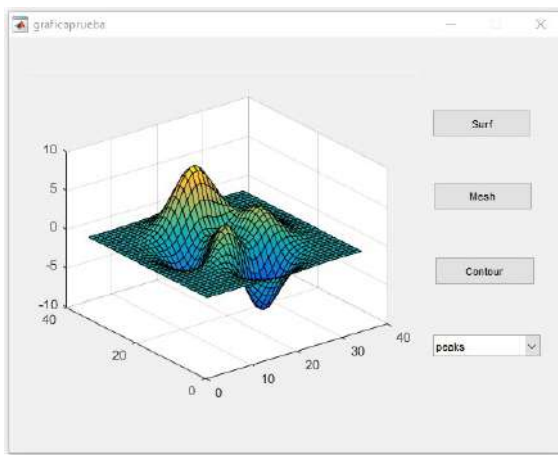


Figura 20.45. GUI 100 % operativa.

Ahora vamos al código del menú emergente. Este menú presenta opciones para mostrar los datos. Cuando el usuario selecciona una de las tres instrucciones, el *software* establece la propiedad Value del menú emergente en el índice de la cadena seleccionada.

La devolución de llamada del menú emergente lee la propiedad Value del menú emergente con el fin de determinar el elemento que el menú muestra actualmente y establece en consecuencia la instrucción *handles.current_data*.

En el GUIDE Layout Editor haga clic con el botón derecho en el componente del menú emergente y, a continuación, seleccione View Callbacks > Callback, tal como se muestra en la Figura 20.46.

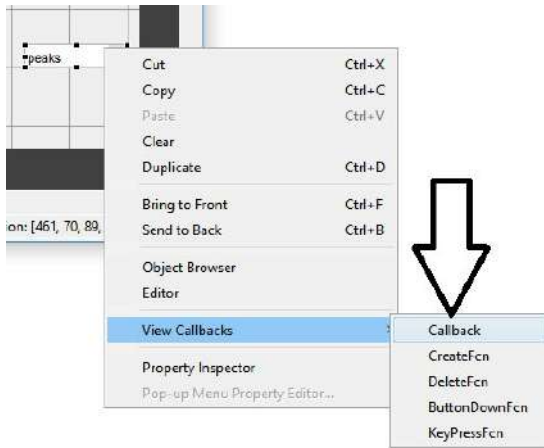


Figura 20.46. Ruta para ubicar la instrucción `Callback`.

El GUIDE muestra el código relacionado con la llamada del menú emergente, el cual es el siguiente:

```
% ----- Executes on selection change in popupmenu1.
function popupmenu1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject handle to popupmenu1 (see GCBO)
% eventdata reserved — to be defined in a future version of MATLAB
% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

El siguiente paso es agregar el siguiente código al `popupmenu1_Callback` después del comentario que inicia con `% handles...`

Este código recupera primero dos propiedades de menú emergente:

- *String*. Una matriz de celdas que contiene el contenido del menú.
- *Value*. Es el índice en el contenido del menú del conjunto de datos seleccionado.

A continuación, el código mostrado utiliza una instrucción *switch* para hacer que los datos seleccionados configuren los datos actuales. La última instrucción guarda los cambios en la estructura de los controladores.

```
% Determine the selected data set.  
  
str = get(hObject, 'String');  
  
val = get(hObject, 'Value');  
  
% Set current data to the selected data set.  
  
switch str{val};  
  
case 'peaks' % User selects peaks.  
  
    handles.current_data = handles.peaks;  
  
case 'membrane' % User selects membrane.  
  
    handles.current_data = handles.membrane;  
  
case 'sinc' % User selects sinc.  
  
    handles.current_data = handles.sinc;  
  
end  
  
% Save the handles structure.  
  
guidata(hObject, handles)
```

Código de los botones

Cada uno de los pulsadores (Surf, Mesh, Countour) crea un tipo diferente de gráfico, utilizando los datos especificados por la selección en el menú emergente.

Se procede a mostrar la llamada del pulsador en el editor de Matlab, en este caso Surf. En el editor de diseño, haga clic con el botón derecho y, a continuación, seleccione View Callbacks > Callback, tal como se muestra en la Figura 20.47.

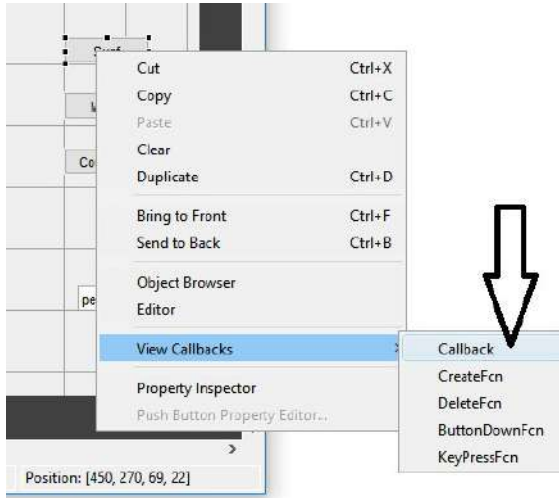


Figura 20.47. Ruta para activar el Callback.

El código de la interfaz de usuario, relacionado con el botón *Surf*, es:

```
% ----- Executes on button press in pushbutton1.

function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)

% hObject handle to pushbutton1 (see GCBO)

% eventdata reserved — to be defined in a future version of MATLAB

% handles structure with handles and user data (see GUIDATA)
```

Agregue el siguiente código a la devolución de llamada inmediatamente después del comentario que inicia con *% handles...*

% Display surf plot of the currently selected data.

```
surf(handles.current_data);
```

Repita los mismos pasos para agregar para las llamadas *mesh* y *contour*.

Agregue este código al botón Mesh en el Callback *pushbutton2_Callback*:

% Display mesh plot of the currently selected data.

```
mesh(handles.current_data);
```

Para el botón Contour, *pushbutton3_Callback*:

% Display contour plot of the currently selected data.

```
contour(handles.current_data);
```

Guardar el código seleccionando Archivo> save.

Tipos de uicontrol

Existen ocho tipos de controles que pueden ser utilizados en una interfaz gráfica en Matlab. El uso de cada uno depende de las características y la aplicación propia de cada GUI. Cada botón queda registrado como instrucción en el *script* de la GUI en forma de bloque de código.

Botones (*pushbuttons*)

Al crear un botón con *pushbuttons* se espera que, al hacer clic sobre él con el ratón, se produzca un evento que lanza una acción que deberá ser ejecutada por Matlab.

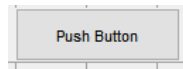


Figura 20.48. Push button.

Botones de selección (*check boxes*)

Los botones de selección o *check boxes* permiten al usuario seleccionar entre dos opciones, de modo que actúan como interruptores e indican así un estado On (botón activado) u Off (botón desactivado). El valor de estos estados está definido por las opciones Max y Min, respectivamente. Los botones de selección deben ser independientes unos de otros.

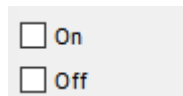


Figura 20.49. Botones on/off.

Botones de opción (*radio buttons*)

Los botones de opción permiten al usuario seleccionar entre varias posibilidades. La diferencia con respecto a los *check boxes* es que, en los botones de opción, las opciones son excluyentes, es decir, no puede haber más de uno activado, mientras que en los *check boxes* se permite tener una o más cajas activadas.

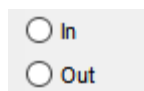


Figura 20.50. Botones in/out.

Barras de desplazamiento (*scrolling bars o sliders*)

Las barras de desplazamiento permiten introducir un valor entre un rango determinado para que el usuario escoja. Es decir, estas barras permiten cambiar el valor al hacer clic sobre la barra, bien sea sobre las flechas laterales o bien arrastrando directamente el elemento central con el *mouse*.



Figura 20.51. Barra de desplazamiento.

Cajas de selección desplegadas (*pop—up menus*)

Las cajas de selección desplegadas o *pop up menus* permiten elegir una opción entre varias mostradas en una lista. Al pasar el cursor sobre la lista, estas van aparecer resaltadas en un color más oscuro para diferenciarlas de las otras opciones.

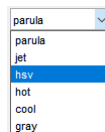


Figura 20.52. Ejemplo de caja de selección desplegable.

Cajas de texto (*static textboxes*)

Las cajas de texto son controles especiales que no permiten realizar ninguna operación con el *mouse*. Solo permiten escribir un texto en la pantalla. Este texto puede aparecer en cualquiera de los botones de la lista, solo con ir a la opción Style y seleccionar una de las que se despliega.

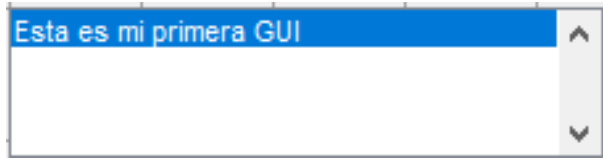


Figura 20.53. Ejemplo de caja de texto.

Cajas de texto editables (*editable textboxes*)

Las cajas de texto editables se utilizan para escribir o modificar cadenas de caracteres de una o más líneas. Estas cajas se ejecutan desde el Callback cuando se pulsen las teclas Control—Return o se dé clic por fuera del control.

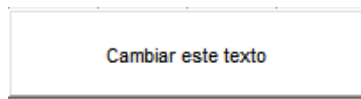


Figura 20.54. Ejemplo de caja de texto editable.

Marcos (*frames*)

Un marco o *frame* cumple la función de englobar una serie de opciones (botones, cajas de texto, etc.) con el fin de mostrar una estructura ordenada de controles en una interfaz gráfica.

Para crear un *frame* se utiliza la función *uicontrol* (pulsador, *push button*) para crear en la figura los pulsadores necesarios que devuelven el objeto *uicontrol*, *c*.

- *c = uicontrol*. Crea un pulsador en la figura actual y devuelve el objeto *uicontrol*, *c*. Si no hay ninguna figura disponible, entonces Matlab crea una nueva figura que sirva como soporte de la instrucción.

- $c = uicontrol(Name, Value, \dots)$. Crea un pulsador y especifica uno o más nombres de propiedades *uicontrol* y con sus correspondientes valores. Se emplea esta sintaxis para reemplazar las propiedades de *uicontrol* predeterminadas. El estilo de *uicontrol* predeterminado es pulsador.
- $c = uicontrol(parent)$. Crea un pulsador y designa un objeto padre específico. El argumento padre puede ser un objeto de la figura (*figure*), *uipanel*, *uibuttongroup* o *uitab*.
- $c = uicontrol(parent, Name, Value, \dots)$. Crea un control del pulsador con un padre específico y una o más propiedades de la instrucción *uicontrol*.
- $uicontrol(c)$. Da un enfoque a un objeto pulsador (*uicontrol*) específico, *c*.

Nota 33. MathWorks recomienda utilizar *uipanel* o *uibuttongroup* en lugar de *frames*. La GUIDE continúa soportando marcos en las interfaces de usuario que los contienen, pero el componente de marco no aparece en la paleta GUIDE Layout Editor.

Ejemplos

1. Dibuje un marco y dos botones, de manera que al pulsar el botón se imprima un mensaje en la ventana de Matlab.

```
fig(gcf; clf;
```

```
b1 = uicontrol(gcf,'Style','frame','Position',[30 30 120 85]);
```

```
inicio = uicontrol(gcf,'Style','push','Position',[40 40 100 25],...
```



```
'String','Start Plot','CallBack',['disp("Start Plot")']);
inicio = uicontrol(gcf,'Style','push','Position',[40 80 100 25],...
'String','Stop Plot','CallBack','disp("Stop Plot")');
```



Figura 20.55. Ejemplo de marco con dos botones.

Resultado al ejecutar el código.

2. Cree controles para permitir a los usuarios ajustar la apariencia de una *frame*. Por ejemplo, cree un archivo llamado *myui.m* que contiene el siguiente código:

```
function myui
```

%Fuente del código Matworks, traducido por el autor

% se crea la figura y los ejes

```
f = figure('Visible','off');
```

```
ax = axes('Units','pixels');
```

```
surf(peaks)
```

% Se crea el menú emergente

```
popup = uicontrol('Style','popup','String',...
    {'parula','jet','hsv','hot','cool','gray'},...
    'Position',[20 340 100 50],'Callback', @setmap);
```

% Se crean los pulsadores

```
btn = uicontrol('Style','pushbutton','String','Clear',...
    'Position',[20 20 50 20],'Callback','cla');
```

% Se crea el slider o control deslizante

```
sld = uicontrol('Style','slider','Min',1,'Max',50,'Value',41,...
    'Position',[400 20 120 20],'Callback', @surfzlim);
```

% Se adiciona un texto uicontrol para etiquetar el control deslizante o slider.

```
txt = uicontrol('Style','text',...
    'Position',[400 45 120 20],'String','Deslice la barra');
```

% Hacer visible la figura después de agregar todos los componentes

```
f.Visible = 'on';
```

% Este código utiliza la notación de puntos para establecer las propiedades.

```
function setmap(source,callbackdata)
```

```
    val = source.Value;
```

```

maps = source.String;
newmap = maps{val};
colormap(newmap);
end

function surfzlim(source,callbackdata)

val = 51 — source.Value;

zlim(ax,[—val val]);

end

end

```

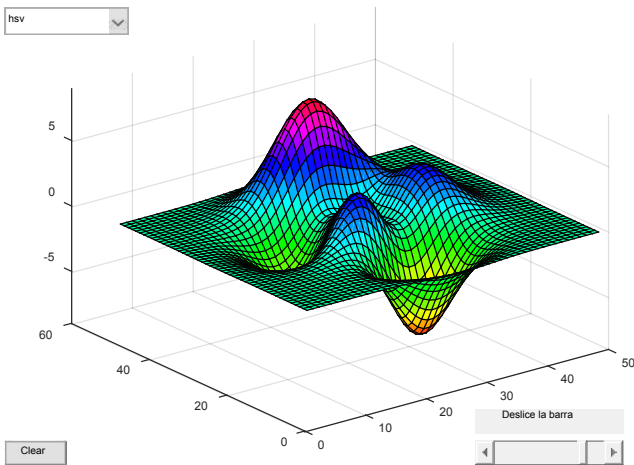


Figura 20.56. Ajuste de apariencia de una gráfica en 3D.

Crear menús

Para crear menús y elementos de un menú en ventanas de figuras se emplea la función *uimenu*. La sintaxis general es:

- $m = uimenu$. Crea un *uimenu* en la barra de menú de una figura existente y devuelve el objeto *uimenu*, m . Si no hay ninguna figura disponible, entonces Matlab crea una para servir como molde base.
- $m = uimenu(Name, Value, \dots)$. Crea un *uimenu* y especifica uno o más nombres de propiedad y los valores correspondientes.
- $m = uimenu(parent)$. Crea un *uimenu* y designa un objeto padre específico. El argumento padre puede ser una figura *uicontextmenu* u otro objeto *uimenu*. Configurar el padre en un *uicontextmenu* u otro *uimenu* hace a m un submenú del menú padre.
- $m = uimenu(parent, Name, Value, \dots)$. Crea un *uimenu* con un padre específico y una o más propiedades *uimenu*.

Ejemplos

1. Este ejemplo crea un menú con opciones para crear una nueva ventana de la figura, guardar variables de área de trabajo (Workspace) y salir de Matlab. Además, define una tecla aceleradora para la opción Quit.

```
f = uimenu('Label','Workspace');
```

```
uimenu(f,'Label','New Figure','Callback','disp("figure")');
```

```
uimenu(f,'Label','Save','Callback','disp("save")');
```

```
uimenu(f,'Label','Quit','Callback','disp("exit")',...
    'Separator','on','Accelerator','Q');
```



Figura 20.57. Ejemplo de menú de opciones.

2. Este ejemplo crea una nueva figura con una barra de menús que excluye los menús integrados. Crea un menú Buscar (Find) con las opciones Buscar y Reemplazar (Find and Replace) y Variable. Para la opción Variable, crea un submenú con opciones de Nombre y Valor.

```
f = figure('MenuBar','None');
mh = uimenu(f,'Label','Find');
frh = uimenu(mh,'Label','Find and Replace ...',...
    'Callback','disp("goto")');
frh = uimenu(mh,'Label','Variable');
uimenu(frh,'Label','Name...','Callback','disp("variable")');
uimenu(frh,'Label','Value...','Callback','disp("value")');
```

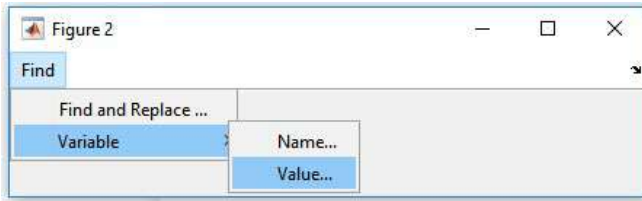


Figura 20.58. Ejemplo de barra de menús.

Este código crea un menú contextual en una figura con opciones de menú Helvética y Monospace. Cuando se ejecuta se puede hacer clic con el botón secundario en cualquier parte de la ventana de la figura, en la que aparecerá el menú contextual.

```
f = figure;

% Crea el menú contextual UICONTEXTMENU
cmenu = uicontextmenu;

% Crea el menú principal
fontmenu = uimenu(cmenu,'label','Font');

% Crea los submenús
font1 = uimenu(fontmenu,'label','Helvetica',...
    'Callback','disp("HelvFont)');
font2 = uimenu(fontmenu,'label',...
    'Monospace','Callback','disp("MonoFont)');

f.UIContextMenu = cmenu;
```

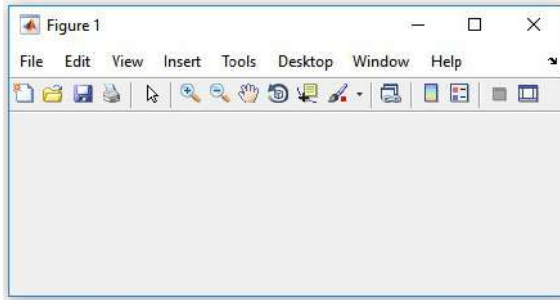


Figura 20.59. Caja con menú contextual.

Práctica 1

Cree una GUI según las condiciones dadas:

1. Interfaz que permita la entrada de dos dígitos para que realice las operaciones de suma, resta, multiplicación y división, mostrando sus respectivos resultados.
2. La fórmula que permite interpolar un par de puntos coordenados es:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)(x - x_1)}{x_2 - x_1}$$

Los parámetros de entrada son las dos coordenadas conocidas y el valor de x deseado para interpolar. Tenga en cuenta que con esta fórmula también se puede extrapolar una coordenada en la misma línea. Cree la GUI en la que se soliciten las variables de interpolación.

3. Interfaz que permita mostrar la solución a una ecuación cuadrática de cualquier función de entrada.
4. Dado un vector de tamaño n , diseñe la interfaz que permita mostrar como salida la imagen plotada y el área respectiva subploteadas.
5. Calcule la solución de un límite de cualquier función, en la que se solicite todos los parámetros necesarios a través de la interfaz.
6. La estimación del efecto del confinamiento de energía del espacio electrónico E_{gap} , relacionado con los puntos cuánticos QD , puede obtenerse utilizando la aproximación de masa efectiva:

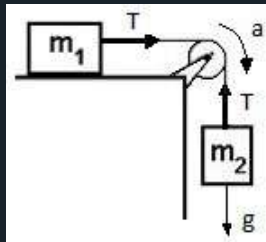
$$E_{gap} = E_{Si} + \frac{\hbar^2 \pi^2}{2} \left[\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2} \right] \left[\frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_h^*} \right]$$

Donde E_{Si} representa la brecha de energía en el silicio, cuyo valor de referencia es de 1,12 eV (electrónvoltios). L_x , L_y , L_z son las dimensiones de la nanopartícula, m_e^* y m_h^* son las masas efectivas de los electrones y los huecos en el silicio. En una primera aproximación, la masa de los huecos es esencialmente la mitad de la masa de electrones; la teoría predice que la banda de valencia debe desplazar dos veces el desplazamiento de la banda de conductancia.

Determine E_{gap} por medio de una GUI para un grupo de nanopartículas agrupadas en el espacio de dimensiones cuyos datos de entrada deben estar dados en nm (nanometros) y la masa efectiva en función de la masa del electrón. El valor de \hbar es de $1,05457 \cdot 10^{-34}$ Js.

7. Cree una interfaz que permita subplotear cuatro imágenes cualquiera y que, además, permita colocar los títulos a cada una. Estas imágenes deben solicitarse para ser cargadas a la GUI.

8. El sistema de cuerpos m_1 y m_2 , ligados por una cuerda tal como se muestra en la figura, cuya tensión es transmitida a lo largo de todos los puntos y es igual en los dos extremos, se mueve por la acción del peso del cuerpo 2, por lo cual la aceleración total del sistema y la tensión son, respectivamente:



Representación ejercicio 8

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}; T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

Tomando en cuenta la fricción, se tiene:

$$a = \frac{m_2 - \mu m_1}{m_1 + m_2} g; T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (1 + \mu) g$$

Cree la interfaz gráfica teniendo en cuenta estos dos casos, en la que el usuario digite el valor de las masas y el coeficiente. Tenga en cuenta que la gravedad es constante. Coloque una etiqueta en la GUI que alerte al usuario en la compatibilidad de las unidades.

9. Calcule la derivada parcial, en la que se solicite todos los parámetros necesarios a través de la interfaz. La solución debe mostrarse de forma simplificada.

10. Cree una interfaz que muestre la gráfica polar de una función radial en la que se digite el intervalo y la partición.

11. Dadas dos funciones $f(x)$ y $g(x)$ cualquiera, cree la interfaz que permita la digitación de las funciones y las grafique en la misma ventana, donde el usuario coloque en las respectivas curvas los nombres de $f(x)$ y $g(x)$. De igual manera, cree las condiciones para que se pida al usuario personalizar el color y presentación de las funciones.

12. Cree una interfaz que permita calcular los datos faltantes de cualquier triángulo, empleando el teorema del coseno o del seno.

13. Sean las variables a , b , c y d donde $a = -18,32$, $b = 7,52$, $c = a/b$ y $d = 0,58(cd+2a)$, cree una interfaz que solicite los datos de a y b con el objetivo de evaluar las siguientes expresiones:

$$A = d - \frac{a+b}{c} + \frac{(2a+3d)^2}{\sqrt{|abc|}}$$

$$B = \ln \left[\left(c - \frac{3}{5d} \right) (b - 2a) \right] + \frac{(3a + 2b + c + 7d)}{(3a - 2b - c - 7d)}$$

14. Sea la sucesión de funciones $\{f_n\}$, donde para cada $n \in \mathbb{N}$, $f_n : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ es la función definida para todo $x \in [0,1]$ por:

$$f_n(x) = nx(1-x)^n$$

Cree una GUI para cualquier valor de entrada de x y n que grafique un conjunto de funciones en la misma ventana. Tenga en cuenta las condiciones dadas en la definición.

15. Dado el siguiente código, cree una GUI que grafique un fractal para cualquier valor de c y Z .

```
n=200;
puntosx=linspace(-1.6,1.6,n);
puntosy=linspace(-1.6,1.7,n);
[X,Y]=meshgrid(puntosx,puntosy);
c=-0.5895;
Z=X+Y*i;
iteraciones=25;
```

```

for k=1:iteraciones
Z=exp(Z.^3)+c;
W=exp(-abs(Z));
end
pcolor(W); shading flat;

```

16. Cree la interfaz que permita mostrar tres funciones cualquiera en la configuración mostrada. Cada ventana debe estar etiquetada, así como debe permitir ubicar a través del comando *gtext* las respectivas funciones.

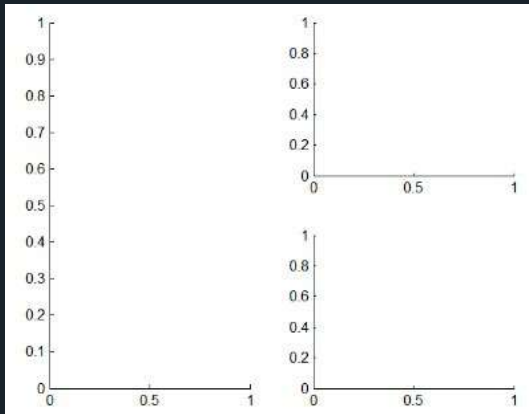


Figura 20.60. Distribución asimétrica subploteada.

17. Diseñe una interfaz que permita digitar una matriz mágica o aleatoria para cualquier tamaño y que se grafique en 3D.

18. Cree una interfaz que permita graficar la función:

$$x(t) = \text{sen}(t) \left(e^{\cos t} - 2\cos 4t - \text{sen}^5 \frac{t}{12} \right)$$

En la que se solicite el intervalo y la cantidad de puntos a graficar, el color de la curva y la opción de adicionar grilla.

19. Calcule la o las derivadas de cualquier función, en la o las que se soliciten todos los parámetros necesarios a través de la interfaz. La solución debe mostrarse de forma simplificada. De igual manera, que permita o permitan graficar la función original y la derivada en diferentes ventanas.

20. Sea la sucesión de funciones $\{f_n\}$, donde para cada $n \in \mathbb{N}$, $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es la función definida para todo $x \in \mathbb{R}$ por:

$$f_n(x) = \frac{x^{2n}}{1 + x^{2n}}$$

Cree una GUI para cualquier valor de entrada de x y n que grafique un conjunto de funciones en la misma ventana.

21. Los cojinetes de unos rodillos están expuestos a fatiga mecánica, causada por las cargas de contacto $F(x)$. El problema surge al encontrar la localización de la tensión máxima a lo largo del eje x , lo cual puede demostrarse al maximizar la función:

$$F(x) = \frac{0,412}{\sqrt{1 + x^2}} - \sqrt{1 + x^2} \left(1 - \frac{0,412}{1 + x^2} \right) + x$$

Cree una interfaz que permita graficar $F(x)$ y $F'(x)$, en la que se solicite el intervalo y la partición. Las gráficas deben estar etiquetadas. También cree una opción que permita el ingreso puntual de un valor x , con el fin de que permita calcular $F(x)$ o $F'(x)$.

22. Cree la interfaz que permita mostrar tres funciones cualquiera en la configuración mostrada. Cada ventana debe estar etiquetada, al igual debe permitir ubicar a través del comando *gtext* las respectivas funciones.

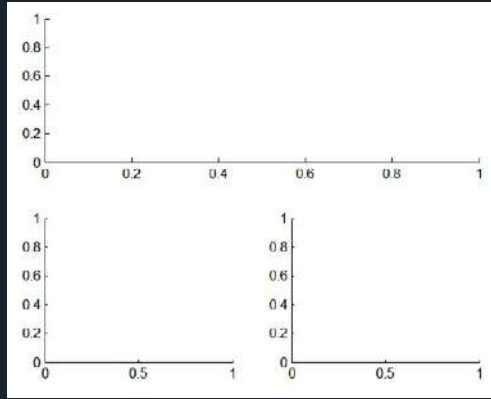


Figura 20.61. Distribución asimétrica subploteada.

23. El siguiente código permite calcular la divergencia y el rotacional de un campo vectorial en \mathbb{R}^3 . Cree una GUI donde la función de entrada es $F = [u,v,w]$.

```
function [div,rot]=operadores(F)

if nargin==0
    error('Esta función necesita un argumento de entrada')
else
    syms x y z

    u=F(1);
    v=F(2);
    w=F(3);

    div=simplify(diff(u,x)+diff(v,y)+diff(w,z));

    r1=diff(w,y)—diff(v,z); % primera componente del rotacional
    r2=diff(u,z)—diff(w,x); % segunda componente del rotacional
    r3=diff(v,x)—diff(u,y); % tercera componente del rotacional
```

```
rot=[r1,r2,r3];
```

```
end
```

24. El código mostrado permite calcular una integral, bien sea por el método rápido o bien por partes. Cree la interfaz gráfica en la que se muestre esta doble opción.

```
syms x;
```

```
f=input('Digite la función a integrar');
```

```
integral=int(f);
```

```
disp('*****');
```

```
fprintf('La integral es:');
```

```
s=simplify(integral);
```

```
pretty(s)
```

```
% Integral por partes
```

```
disp('*****');
```

```
u=input('Digite la parte u de la integral');
```

```
dv=input('Digite la parte dv de la integral');
```

```
du=diff(u);
```

```
v=int(dv);
```

```
ipp=u*v—int(v*du);
```

```
fprintf('La integral por partes ipp obtenida es');  
sp=simplify(ipp);  
pretty(sp)
```

25. Cree una interfaz que permita calcular integrales dobles y triples. Tenga en cuenta que debe crear los campos necesarios que permitan definir datos de entrada tales como la función o los límites laterales o no.

Crear un ejecutable en Matlab

Matlab permite crear programas con extensión `.exe` que pueden ejecutarse fuera del entorno propio de Matlab, lo que implica que no requiere de todo el paquete de este programa. Para esto es recomendable organizar previamente los archivos en una carpeta. Por ejemplo, se desea crear el ejecutable del programa *suma*. Entonces, antes que todo verifique que la ruta del archivo aparezca visible en el Current Folder.

Una vez hecha esta verificación, nos dirigimos a la pestaña Apps, luego al botón Application Compiler, tal como se indica en la figura.

Otra opción es digitar en la ventana de comandos, tal como se indica en las figuras 20.63 Y 20.64, `>> deploytool`.

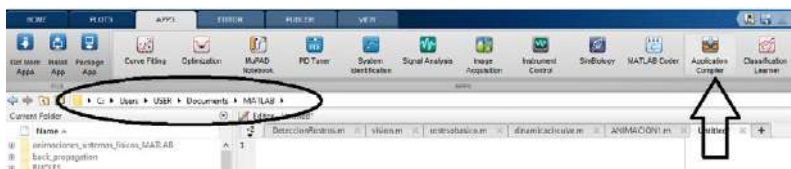


Figura 20.62. Ruta inicial para crear un ejecutable.

De manera que despliega el cuadro que se muestra en la Figura 20.64.

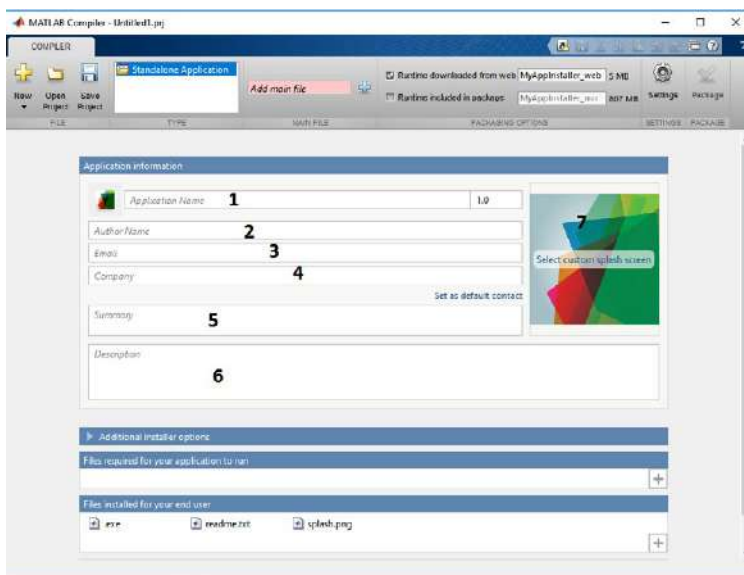


Figura 20.63 Partes que conforman el compilador de Matlab.

En la gráfica de la Figura 20.63 se destacan los siguientes ítems:

- *Nombre de la aplicación.* Cuando se carga el archivo, en esta pestaña va aparecer el nombre de este. No se puede modificar.
- *Autor de la aplicación.* Es opcional, aunque se recomienda colocar el nombre de quien o quienes desarrollaron la aplicación.
- Si el o los autores desean que sean contactados por los usuarios de la aplicación, se puede colocar la dirección electrónica de alguno de ellos (es opcional).
- Nombre de la empresa desarrolladora o para quien se desarrolla; esto queda a criterio del o los autores (es opcional).
- *Resumen de la aplicación.* En este espacio se realiza un resumen de lo que realiza y es la aplicación, de tal manera que el usuario, al consultarlo, se haga una idea de ello (es opcional).

- *Descripción.* En este espacio se procede a realizar una descripción de los componentes básicos y esenciales de la aplicación, lo cual le permita al usuario o administrador comprender su funcionalidad.
- Se selecciona la imagen que se desea como portada en la aplicación.

Como se observa en la figura, en la parte superior aparece en un recuadro en color ladrillo el mensaje Add main file que, al oprimir a su derecha el símbolo (+), va a mostrar el archivo principal a trabajar (.fig); se selecciona, se abre y luego se cargará a la ventana del Compiler de Matlab.

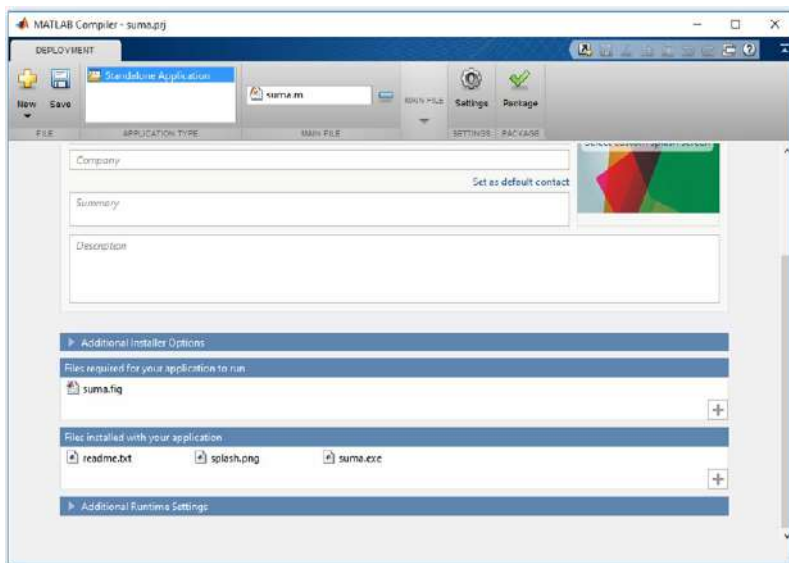


Figura 20.64. Resultado de la carga de archivos y ejecutable.

Como se observa, al cargar los archivos se crean otros, incluyendo el ejecutable .exe. Si dado el caso el archivo incorpora imágenes, sonido o video u otros archivos, en el espacio File required for your application to run se pueden adjuntar, seleccionando

el símbolo (+). Para nuestro caso se va a agregar el archivo *.m*, tal como se observa en la Figura 20.65.



Figura 20.65. Adición del archivo con extensión *.m*.

Para que el archivo se ejecute en cualquier sistema que no tenga instalado Matlab, se habilitan ambos espacios señalados con el óvalo, tal como se muestra en la imagen de la Figura 20.66.

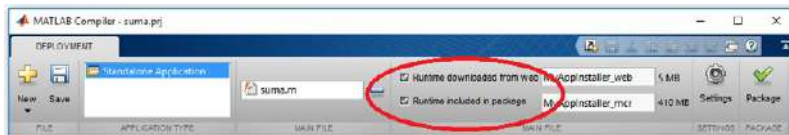


Figura 20.66. Habilitar los espacios señalados con el óvalo para que el programa se ejecute en cualquier sistema operativo.

Luego se acepta al hacer clic en Package y se espera a que se compilen todos los archivos.

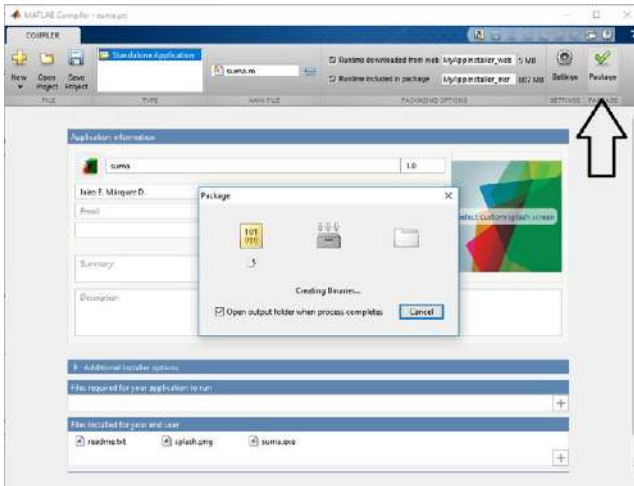


Figura 20.67. Proceso de carga de archivos mediante la instrucción Package.

El proceso puede demorar algún tiempo mientras que los archivos se empaquetan, tal como se observa en la imágenes de las Figura 20.68.

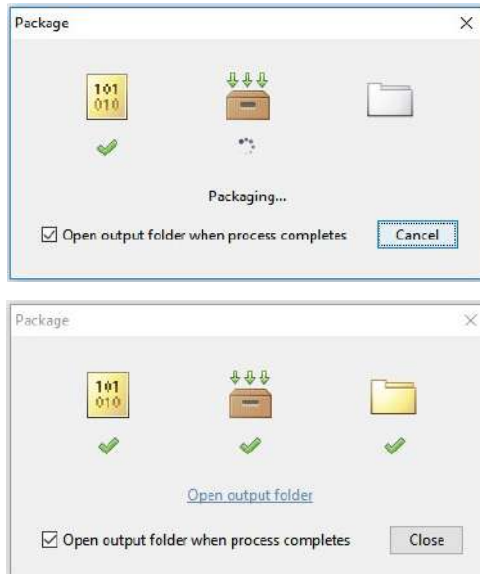


Figura 20.68. Ejemplo de carga de archivos como proceso final para crear el paquete ejecutable del programa creado.

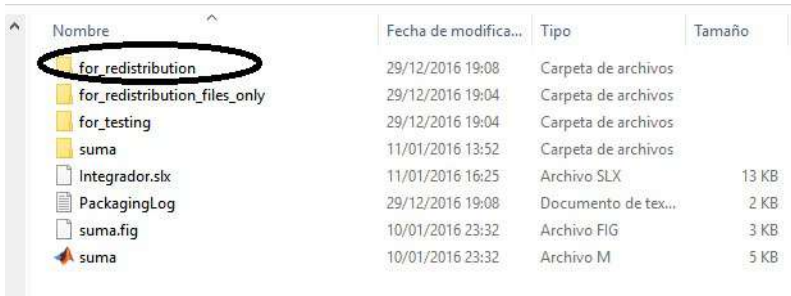


Figura 20.69. Archivos empaquetados.

A fin verificar los archivos creados, nos dirigimos a la carpeta en la que se encuentra el archivo original.



Figura 20.70 Verificación de los archivos creados.

Hacemos clic en el primer archivo, desplegándose la ventana del ejecutable que se muestra en la Figura 20.71.



Figura 20.71. Ventana ejecutable del programa creado.

Luego damos Next. En esta nueva ventana aparece la ruta de instalación por defecto en la que quedará la aplicación (se puede cambiar la ruta, dado el caso). Se puede seleccionar una vez que se cree un acceso directo, marcando el espacio, tal como lo indica la flecha en la Figura 20.72, luego se hace clic en Next.



Figura 20.72. Ventana que indica la ruta de instalación del programa.

Una vez hecho este paso aparece una subventana en la que solicita si desea crear la carpeta en la ruta dada por defecto, seleccionamos Sí.

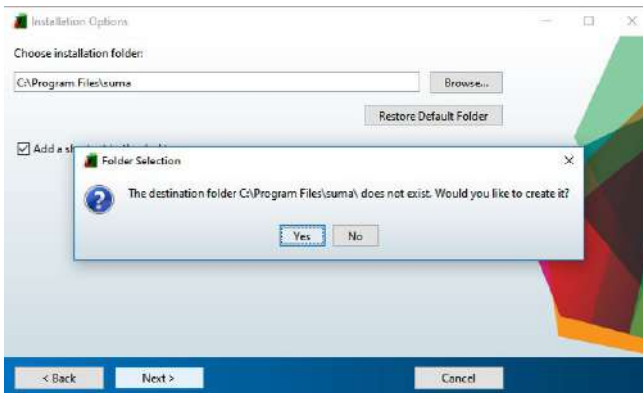


Figura 20.73. Subventana que solicita si desea crear la carpeta en la ruta dada por defecto.

Se despliega la siguiente ventana, a la cual damos Next, e inicia el proceso de instalación. Luego de instalado, se da finalizar y acto seguido nos dirigimos al escritorio del sistema operativo, en la que se encontrará creado el acceso directo. Hacemos clic para abrir la aplicación y con ello queda verificado que el proceso fue un éxito.



21.

Sentencias lógicas en Matlab



Comandos de control de flujo

Las estructuras de todo lenguaje de programación son los contadores y los condicionales. Las sentencias como *for* e *if* son las más comunes. La primera se relaciona con un bucle contador que permite ejecutar varias tareas idénticas de forma secuencial con la variación de diversos índices (se pueden encapsular con otros contadores y con otras sentencias). La segunda permite incluir variaciones en la ejecución del código según el cumplimiento de ciertas condiciones lógicas. Es importante tener en cuenta las siguientes instrucciones, resumidas en La Tabla 21.1.

Tabla 21.1 Instrucciones

Instrucción	Descripción
<i>break</i>	Termina la ejecución de un bucle.
<i>continue</i>	Termina una iteración dentro de un bucle.
<i>else</i>	Ejecución condicional de comandos.
<i>elseif</i>	Ejecución condicional de comandos.
<i>end</i>	Terminación de bucles y sentencias condicionales.
<i>for</i>	Repite la ejecución de un grupo de comandos.
<i>if</i>	Ejecución condicional de comandos.
<i>switch</i>	Escoge entre distintos casos o valores de una expresión.
<i>while</i>	Repite la ejecución de un grupo de comandos.

Fuente: elaboración propia.



Para mejorar la presentación del programa marque o seleccione el *script*, luego haga clic derecho y seleccione Smart indent, tal como se indica en la Figura 21.1; esto permite tabular todo lo que hay en el programa y organizar mejor su presentación, tal como se indica también en la Figura 21.1.

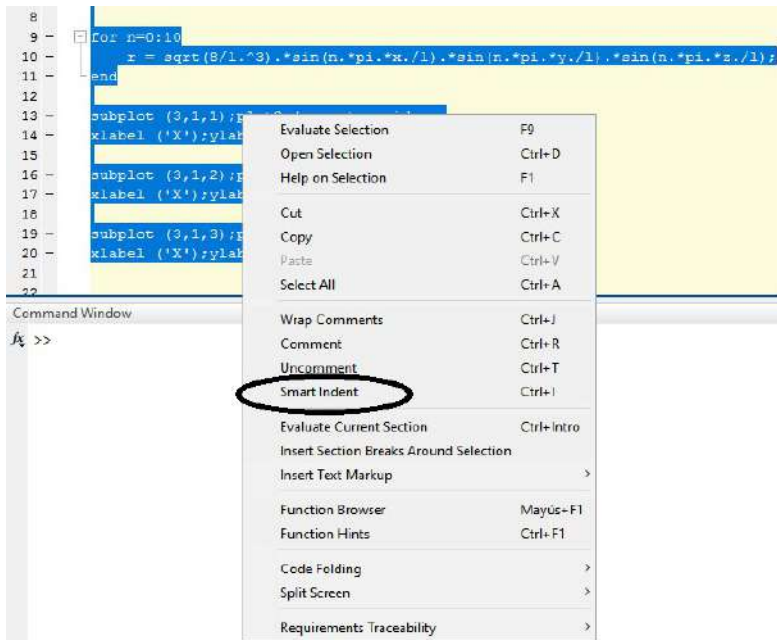


Figura 21.1. Instrucción gráfica para el acceso al Smart Indent.

En algunos *scripts* de este capítulo se omite esta instrucción por cuestión de espacio y presentación.

Es importante tomar en cuenta cinco propiedades que se aceptan como requisito para formular un algoritmo, planteado por el científico de computación Donald Knuth. Estos son:

- el algoritmo debe tener carácter finito, es decir, aunque un algoritmo disponga de n pasos, estos dependen de la precisión buscada;

- el algoritmo debe ser preciso y para ello debe estar bien definido, sin ambigüedades;
- todo algoritmo debe tener como mínimo una entrada;
- en razón a lo anterior, debe tener una salida o salidas;
- los algoritmos que se planteen deben ser eficaces.

Estructura de condicional *if*

Una condición es una expresión de valor lógico (*true* o *false*). Para definir el condicional *if* en Matlab se realiza de la siguiente forma:

if condicion

sentencia(s)

end

Por ejemplo:

A=1;

if A

... *disp('es A');*

... *end*

es A

En esta construcción solo existe una condición lógica, que, en el caso de no cumplirse, ignora toda la sentencia.

Es importante notar que cuando se tienen muchos contadores y condicionales encapsulados se precisa saber dónde termina cada

una de las sentencias. Por esta razón una organización y un orden en las líneas de código ayuda mucho en esta tarea.

Ejemplos

1. Realice el cálculo del total de una compra de llantas bajo las siguientes condiciones: el precio de cada llanta es de \$156 000 si se compran menos de tres llantas y de \$132 000 si se compran cuatro o más.

```
n=input('Cantidad de llantas ');
```

```
p=156000;
```

```
if n >= 3
```

```
    p = 132000;
```

```
end
```

```
t=n*p;
```

```
disp('Valor a pagar');
```

```
disp(t)
```

Al ingresar la información por consola se tiene:

```
Cantidad de llantas 3
```

```
Valor a pagar
```

```
396000
```

```
Cantidad de llantas 2
```

```
Valor a pagar
```

```
312000
```

Cantidad de llantas 4

Valor a pagar

528000

2. Calcule el valor de compra, dada la cantidad de artículos y el precio unitario. Si la cantidad comprada es mayor a seis, el precio unitario se reduce en un 10 %. El resultado debe incluir el 19 % de impuesto del IVA.

```
c = input('Ingrese la cantidad de artículos ');
```

```
p = input('Ingrese el precio unitario ');
```

```
if c > 6
```

```
    p = 0.9 * p;
```

```
end
```

```
t = 1.19 * c * p;
```

```
disp('Valor de la compra');
```

```
disp(t);
```

Al ingresar la información por consola se tiene:

Ingrese la cantidad de artículos 7

Ingrese el precio unitario 25000

Valor de la compra

187425

Ingrese la cantidad de artículos 4

Ingrese el precio unitario 25000

Valor de la compra

119000

Condicionales anidadas *if—else*

Las estructuras de control se caracterizan porque pueden contener dentro de sus bloques de instrucciones internos otras estructuras de control. Es común que dentro de un bucle existan condicionales, o que dentro del bloque de un condicional se encuentre un bucle. También es habitual que dentro del bloque de un condicional exista otro condicional. En términos generales se representa de la siguiente manera:

if (condición booleana)

Instrucciones

elseif (condición booleana)

Instrucciones

else

Instrucciones

end

En la siguiente sentencia se observa que, si no se cumple la condición 1, de forma inmediata se ejecuta la condición 2. Si se tiene más de una condición lógica sobre una misma variable se puede usar una condicional múltiple:

if (condición 1)

cuerpo 1

else (condición 2)

```
    cuerpo 2
...
else (condición n)
    cuerpo n
else
    cuerpo N
end
```

No sobra decir que la condición debe ser sobre la misma variable para cerrar la lógica del condicional.

Para el caso que se tengan condiciones lógicas sobre más de una variable es posible encapsular los *if* sin ningún problema. Recuerde que esta estructura se emplea cuando se quiere que se ejecuten determinadas sentencias, donde un condicional es falso. De este modo, cuando un condicional es verdadero se ejecutará el primer bloque, y si es falso el segundo, tal como se muestra en el siguiente esquema.

Para el caso de funciones se tiene:

```
function y=nombrefun(arg1,arg2,....)
....
....
if cond
    bloque1
else
```



```
bloque2
```

```
end
```

```
....
```

Es importante evitar estructuras lógicas demasiado complejas, ya que son difíciles de entender y de depurar, tanto para el programador como para el que quiere revisarlo.

Ejemplos

1. Calcule el total que se debe pagar a un almacén de repuestos para maquinaria pesada. El precio estándar de un repuesto es del orden de \$120 000 si se compran menos de tres y de \$100 000 si se compran tres o más.

```
n=input('Cantidad de repuestos ');
```

```
if n < 3
```

```
    t = 120000*n;
```

```
else
```

```
    t = 100000*n;
```

```
end
```

```
disp('Valor a pagar');
```

```
disp(t)
```

Al ingresar la información por consola se tiene:

```
Cantidad de repuestos 4
```

Valor a pagar

400000

Cantidad de repuestos 2

Valor a pagar

240000

2. Cuál es el pago semanal que va a recibir un trabajador según la siguiente información: horas trabajadas, tarifa por hora, descuentos. Existe una condición en la que se afirma que, si la cantidad de horas supera las 40 horas, la tarifa es mayor en un 50 %.

Sea H la cantidad de horas trabajadas en la semana, T la tarifa de pago por hora, D los descuentos en la semana y P el valor a pagar (valor ganado menos descuentos).

Las horas trabajadas son el exceso de las 40 horas semanales.

```
h=input('Horas trabajadas ');
```

```
t=input('Tarifa por hora ');
```

```
d=input('Descuentos ');
```

```
if h>40
```

```
    p=40*t+(h-40)*1.5*t-d;
```

```
else
```

```
    p=h*t-d;
```

```
end
```

```
disp('Valor a pagar');
```

```
disp(p)
```

Al ingresar la información por consola se tiene:

```
Horas trabajadas 46
```

```
Tarifa por hora 28000
```

```
Descuentos 85000
```

```
Valor a pagar
```

```
1287000
```

3. Cree un programa que, al digitar dos números, muestre un mensaje de cuál es el mayor.

```
A=input('Digite el primer número: ')
```

```
B=input('Digite el segundo número: ')
```

```
if A>B
```

```
    disp('A es Mayor que B')
```

```
else
```

```
    disp('B es Mayor que A')
```

```
end
```

Al ingresar la información por consola se tiene:

```
Digite el primer número: 5
```

```
A =
```

```
5
```

Digite el segundo número: 6

B =

6

B es Mayor que A

4. Devuelva el signo de una variable entera n . Si n es negativa el signo se toma como -1 , si $n = 0$, el signo será 0 , y si n es positiva el signo será 1 . Por tanto, se debe plantear tres posibilidades excluyentes.

```
function mayor=f_mayor1(a,b,c)
```

```
if a>b & a>c
```

```
    mayor=a;
```

```
end
```

```
if b>a & b>c
```

```
    mayor=b;
```

```
end
```

```
if c>a & c>b
```

```
    mayor=c;
```

```
end
```

Al ingresar la información por consola se tiene:

```
>> f_mayor1(2,6,9)
```

```
ans =
```

9

Una forma más compleja es:

```
if condicion—1
```

```
    sentencias—1
```

```
elseif condicion—2
```

```
    sentencias—2
```

```
elseif condicion—3
```

```
    sentencias—3
```

```
else
```

```
    sentencias—4
```

```
end
```

Para el caso de funciones:

```
function y=nombrefuncion(arg1,arg2,...)
```

```
....
```

```
....
```

```
if condicional
```

```
end
```

```
....
```

Ejemplos

1. Defina la función que devuelva el mayor de dos números x , y cualesquiera.

Se procede a definir dos estructuras *if*, la primera controlando el caso en el cual x es mayor que y , y la segunda cuando y es mayor que x .

```
function mayor=fmayor(x,y)
```

```
    if x>y
```

```
        mayor=x;
```

```
    end
```

```
    if y>x
```

```
        mayor=y;
```

```
    end
```

Al invocar por consola se procede a verificar la función, así:

```
>> fmayor(8, 15)
```

```
ans =
```

```
    15
```

2. Calcule el volumen de una esfera de radio 3 cuando $r > 0$, $r = 3$, $r = \sim 3$.

Con el operador mayor que:

```
r=3;
```

```
if r>0
```

```
    V=4/3*pi*r^3
```

```
end
```

Solución:

$V =$

113.0973

Con el operador igual que:

$r=3;$

$if r==0$

$V=4/3*pi*r^3$

end

Solución:

No arroja ningún dato porque no se cumple la condición $r = 3$.

Con el operador *diferente que*, se tiene:

$r=3;$

$if r~=2$

$V=4/3*pi*r^3$

end

Solución:

$V =$

113.0973

3. Ejercicio que devuelva el mayor de dos números a, b . Para esto se debe comprobar que el primero es mayor que el segundo y, si no es así, se toma el mayor como el segundo.

```
function mayor=falso(a,b)
if a>b
    mayor=a;
else
    mayor=b;
end
```

Se ingresa por consola:

```
falso(5,10)
ans =
    10
```

4. Cree un programa que indique si el día es par o impar empleando para ello la información que suministra el sistema operativo.

El programa es sencillo, solo se requiere emplear la instrucción `str2num`, la cual convierte una cadena 'str' a un número. La estructura general es:

```
x = str2num('str')
[x, status] = str2num('str')
```

El ejercicio se resuelve de la siguiente manera:

```
d=date;
dia=str2num(d(1:2));
if(floor(dia/2)*2)==dia
```



```

disp ('El día de hoy es par');
else
disp ('El día de hoy es impar');
end

```

La salida es:

El día de hoy es impar

5. Defina la ecuación cuadrática para cualquier valor de los parámetros de entrada:

```

function [x1,x2]=raices(a,b,c)
if nargin<3 % nargin es una función que cuenta cuantos elementos
a ingresado, por lo que le indica al programa que se debe ingresar
tres parámetros, de lo contrario mostrara error
error ('Faltan datos')
end

```

```

x1=(-b+sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);

```

```

x2=(-b-sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);

```

% Luego se detalla qué tipo de raíz se obtiene

```

if isreal(x1)

```

```

disp('Raices real')

```

```

else

```

```
disp('Raices imaginarias')  
  
end  
  
%los parámetros de entrada por el command window es por ejemplo  
  
[x1,x2]=raices(1,3,1)
```

Variante *elseif* en el condicional

Es una variante bastante útil que permite explorar una amplia opción de posibilidades de ejecución, y no solo el verdadero o falso referido a una determinada condición. La idea es que si una condición es cierta se ejecuten unas sentencias, pero si esta es falsa se compruebe una segunda condición, y si esta es cierta, se ejecute el correspondiente segundo grupo de sentencias; ahora bien, si la segunda condición es falsa, se pase a una tercera y así sucesivamente.

Finalmente, la orden terminará con una sentencia *else*, cuyo bloque de instrucciones posterior se ejecutará si ninguna de las condiciones ha resultado cierta. En términos generales se expresa así:

```
function y=nombrefun(arg1,arg2,...)  
  
....  
  
if cond1  
  
bloque 1  
  
elseif cond2  
  
bloque 2
```

```
elseif cond3
```

```
bloque 3
```

```
elseif.....
```

```
.....
```

```
else
```

```
bloque n
```

```
end
```

```
....
```

Si la condición 1, *cond1*, es cierta, se ejecutará el bloque 1 de sentencias, y luego se pasará de forma directa a finalizar las sentencias *end*. Si la condición 1 es falsa, se evalúa la condición 2, si esta es cierta, se ejecutará el bloque 2, pasando de forma directa a las sentencias posteriores a la sentencia *end*.

Si ninguna de las condiciones es cierta se pasa directamente a la ejecución del bloque *n*.

Ejemplos

1. Cree un programa que al digitar un número del 0 al 9 y un segundo usuario tenga que acertarlo.

```
n=input('Digite un número entre 0 y 9: ')
```

```
if n>9|n<10
```

```
    disp('Digite el número correcto')
```

```
    return
```

```
end
```

```
clc  
  
m=input('Intente adivinar: ')  
  
if m==n  
    disp('Correcto!!!!')  
  
else  
    disp('No acertó')  
  
end
```

2. Una entidad bancaria ofrece el 9 % de interés sobre saldos de menos de \$500 000, 12 % sobre los saldos de \$500 000 o más pero de menos de \$1 000 000, y el 15 % para saldos de \$1 000 000 o más. Cree un programa que permita calcular el punto de equilibrio después de un año de acuerdo con el esquema planteado.

```
bal = 1500000 * rand;  
  
if bal < 500000  
    rate = 0.09;  
  
elseif bal < 1000000  
    rate = 0.12;  
  
else  
    rate = 0.15;  
  
end  
  
nuevoval = bal + rate * bal;  
  
format bank
```

```
disp('El nuevo balance es:')
```

```
disp(nuevoval)
```

3. Cree una estructura condicional que permita desarrollar la ecuación cuadrática hallando sus raíces mientras distingue los datos reales de los imaginarios. Grafique los datos en coordenadas cartesianas.

```
format compact;
```

```
disp('*****')
```

```
disp('Este programa devuelve las raíces de la ecuación cuadrática')
```

```
disp('De la forma  $f(x)=ax^2+bx+c$ ')
```

```
a = input('Digite el valor del coeficiente a=');
```

```
b = input('Digite el valor del coeficiente b=');
```

```
c = input('Digite el valor del coeficiente c=');
```

```
disp('*****')
```

```
p = [a b c];
```

```
r = roots(p);
```

```
d = b^2-4*a*c;
```

```
if d<0
```

```
    disp('Las raíces x1 y x2 Son conjugadas complejas')
```

```
    elseif d==0.0
```

```
    disp('Las raices x1 y x2 son números reales iguales')
```

```
    else disp('Las raíces x1 y x2 son reales diferentes')
```

```

end

disp ('Las raíces de x1 y x2 son ='); disp(r)

disp ('*****')

num =1;

subplot(2,1,1)

zplane (num,p)

title('Gráfica de las raíces de la ecuación cuadrática:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ')

grid on

subplot(2,1,2)

pzmap (num,p)

title('Gráfica de las raíces de la ecuación cuadrática:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ')

set(gcf,'color','w')

grid on

*****

Este programa devuelve las raíces de la ecuación cuadrática

De la forma  $f(x)=ax^2+bx+c$ 

Digite el valor del coeficiente  $a=5$ 

Digite el valor del coeficiente  $b=9$ 

Digite el valor del coeficiente  $c=-4$ 

*****

```

Las raíces x_1 y x_2 son reales diferentes

Las raíces de x_1 y x_2 son =

-2.1689

0.3689

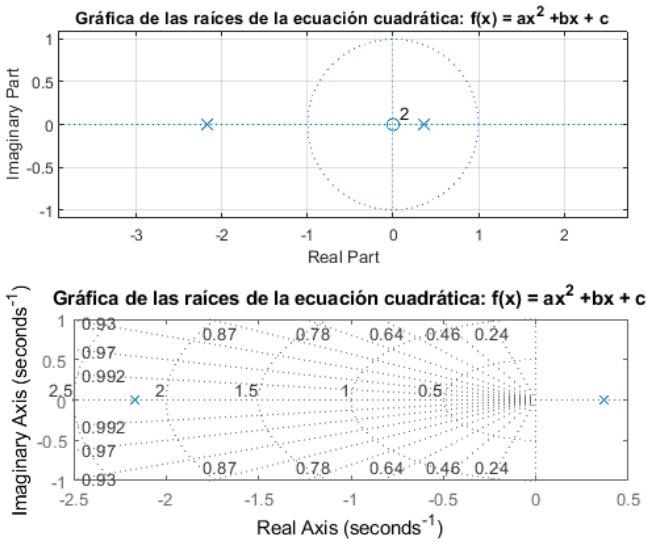


Figura 21.2. Gráficas de las raíces de una ecuación cuadrática.

4. *Variables contador y sumador.* En el siguiente ejemplo se aplica esta idea a fin de encontrar la suma de los positivos entre cuatro números a, b, c y d .

function suma=fsumapos(a,b,c,d)

suma = 0;

if a > 0

suma=suma+a;

end

```

if b>0
    suma=suma+b;
end
if c>0
    suma=suma+c;
end
if d>0
    suma=suma+d;
end

```

5. Cree un *script* que devuelva como salida uno de los siguientes mensajes: Adolescente, Adulto y Mayor. Pruebe como datos de entrada las edades de 34, 15 y 69. Analice la lógica del programa, observe y verifique cada respuesta.

```
edad = input('Digite la edad de la persona a evaluar: ');
```

```

if edad<=18
    disp('*****')
    disp('***** Adolescente*****')
    disp('*****')
elseif edad<=62
    disp('*****')
    disp('***** Adulto*****')
    disp('*****')

```



```

else

    disp('*****')

    disp('**** Mayor *****')

    disp('*****')

end

```

Digite la edad de la persona a evaluar: 34

edad =

34

***** *Adulto* *****

6. Dadas las condiciones:

- a. $a > 80$, la condición de falla.
- b. $a > 75$, la condición de falla.
- c. $a > 70$, pasa a la condición.
- d. $a > 60$, la condición de falla.
- e. $a > 50$, la condición falla.

Desarrolle el ejercicio cuando $a = 72$, en la que devuelva un mensaje que indique la condición aprobar o reprobado. Siga la lógica del ejercicio y verifique la respuesta.

```

a =73;

if a>80

    disp('*** a>80, la condición falla ***')

elseif a>75

    disp('*** a>75, la condición falla ***')

elseif a>70

    disp('*** a>70, la condición falla ***')

elseif a>60

    disp('*** a>60, la condición falla ***')

elseif a>50

    disp('*** a>50, la condición falla ***')

end

*** a>70, la condición falla ***

```

7. Suavice una señal promediando el k —ésimo valor, es decir, $(k+1)$ —ésimo y $(k-1)$ —ésimo. Para esto, tome 50 muestras y un vector aleatorio que relacione las muestra y una matriz nula. Grafique los datos para la señal original y aquella que ha sido filtrada en la misma ventana.

```

close all;    % cierra todas las ventanas

clear all;   % Borra todas las variables

N=50;

v=randn(1,N);

```

```

% Se crea un vector aleatorio de 10 muestras independientes
% distribuidas normalmente (media nula y varianza unitaria)
u=zeros(1,N);

% Se inializa el vector donde se va a guardar los resultados

for k=1:N,      % Para k variando en el rango 1..N
    if((k>1) & (k<10)), % restricciones
        u(k)=1/3*(v(k-1)+v(k)+v(k+1)); % promedio
        elseif (k==1), % Si se está en el primer elemento
            u(k)=1/2*(v(k)+v(k+1));
                % promedio con el siguiente solamente
        else % Si se está en el último (no queda otra)
            u(k)=1/2*(v(k-1)+v(k));
                % promedio con el anterior solamente
        end
    end
end

figure(1); % se abre una ventana gráfica con el número (1)
plot(v,'b'); % Grafica el vector v en azul

hold on % Se retiene el dibujo para que no se sobrescriba
plot(u,'r'); % Grafica el vector u en rojo en la misma ventana

```

```

gtext('Señal original');
gtext('Señal filtrada'); grid
xlabel('x'),ylabel('y')
title ('Comparación de señales')

```

% azul señal original, rojo la filtrada

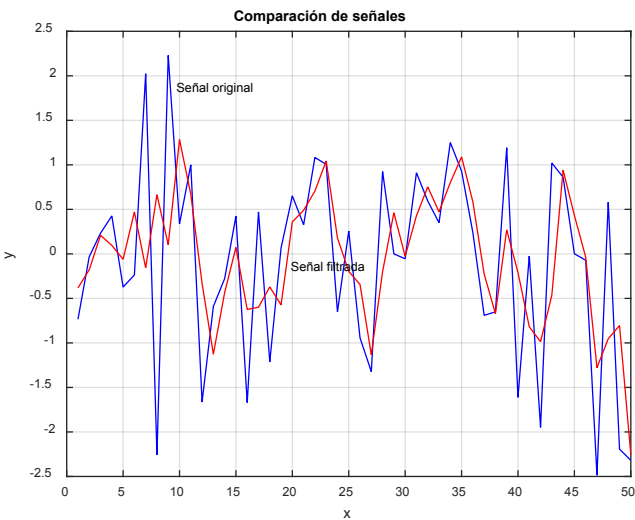


Figura 21.3. Comparación de señales.

Bucles

Un bucle es una sentencia que se realiza repetidas veces.

Sentencia *while—end*

La instrucción *while* permite controlar un bucle mediante una condición lógica, mientras que la condición tome el valor *true* (verdadero), o mientras que la condición sea distinta de cero.

Es importante tener en cuenta que usar *while* en un programa puede ser más crítico que usar un *for*, debido a que al trabajar con una condición lógica que controla el bucle debe aplicarse sobre una variable interna de este. Por consiguiente, es probable que, si se programa mal, la variable usada como control nunca cumpla con la condición para su ejecución. La sintaxis general es la siguiente:

```
while (condición booleana),  
  
instrucciones,  
  
end
```

Ejemplos

1. Cree un programa que muestre por pantalla tres veces “Si Practico Aprendo”.

```
i=4;  
  
while gt(i,1)  
  
i=i—1;  
  
disp(“Si Practico Aprendo”)  
  
end  
  
“Si Practico Aprendo”  
  
“Si Practico Aprendo”  
  
“Si Practico Aprendo”
```

2. Escriba un código que muestre por pantalla las salidas de los números 0, 1, 2 y 3:

```
x=0;  
while x<4  
disp(x)  
x=x+1;  
end
```

La salida por pantalla es:

A distinto de 0 y 1

0

1

2

3

3. Calcule la factorial de 10 empleando la instrucción *while*.

```
i=1;  
factorial=1;  
while(i<10)  
i=i+1;  
factorial=factorial*i;  
end  
factorial
```

4. ¿Cuál es primer entero n para el cual $n!$ es un número de cuatro dígitos?

```
n = 1;
```

```
while prod(1:n)<1.e4,n=n+1
```

```
end
```

5. Dada una función $f(t) = 2\text{sen}(t)e^{\left|\frac{t}{100}\right|}$, cree un programa que grafique la función hasta que $f(t) = 50$ con incrementos de tiempo de 0,01.

```
t=0;
```

```
f=2.*sin(t).*exp(abs(t./100));
```

```
while f<50
```

```
    t=t+0.01;
```

```
    f=2.*sin(t).*exp(abs(t./100));
```

```
end
```

```
disp(t)
```

```
x=0.01:t;
```

```
y=2.*sin(x).*exp(abs(x./100));
```

```
plot(x,y), xlabel('x'),ylabel('y')
```

La salida es:

```
321.9800
```

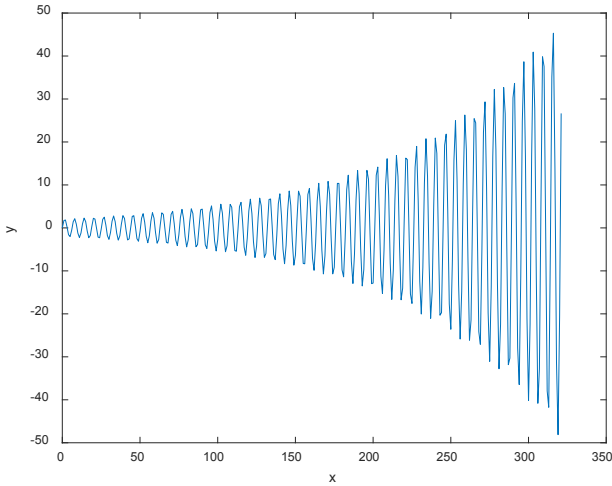


Figura 21.4. Gráfica de la función $f(t) = 2\text{sen}(t)e^{\left|\frac{t}{100}\right|}$.

Nota 34. Entre los comandos más útiles de Matlab, similares a *disp*, se encuentran *sprintf* y *fprintf*. Estos permiten la impresión de datos con formatos más complejos.

Retomando el ejercicio anterior, se tiene:

```
t=0;
f=2.*sin(t).*exp(abs(t./100));
while f<50
    t=t+0.01;
    f=2.*sin(t).*exp(abs(t./100));
    xlabel('x'),ylabel('y')
```



```

end

sprintf('para t=%g la función equivale %g',t,f)

x=0.01:t;

y=2.*sin(x).*exp(abs(x./100));

plot(x,y)

```

Al ejecutar la salida es (más la gráfica):

```
321.9800
```

```
ans =
```

```
para t=321.98 la función equivale 50.0186
```

6. Programa que forme una matriz mágica impar. Utilizce el algoritmo de Loubere.

```
% Fuente Dante, (2010)
```

```
clc;
```

```
n=input('Digite el número impar, del tamaño de la matriz: ');
```

```
n = floor(real(double(n(1))));
```

```
if mod(n,2)==0
```

```
disp('EL NUMERO Digitado NO ES IMPAR');
```

```
else
```

```
M=rand(n)*0;c=1;l=n;j=ceil(n/2);M(l,j)=c;
```

```
while c<n^2,
```

```
c=c+1;l=l+1;j=j-1;
```

```
if I>n && J<1
    I=I-2;J=J+1;
end
if I>n && J>0
    I=1;
end
if I<=n && J==0
    J=n;
end
if M(I,J)~=0
    I=I-2;J=J+1;
end
M(I,J)=c;
end
disp(sprintf('La matriz mágica de tamaño %g, es:',n));
disp(M);
end
```

La salida al ejecutar es:

Digite el número impar, del tamaño de la matriz: 3

La matriz mágica de tamaño 3, es:

2 9 4

7 5 3

6 1 8

7. Escriba un número natural en una base dada (menor que diez).

```
n=input('Digite el número que quiere cambiar de base ');
```

```
base=input('¿En qué base quiere expresarlo? ');
```

```
i=1;
```

```
while n>0
```

```
    c(i)=rem(n,base);
```

```
    n=fix(n/base); % Parte entera de n/base
```

```
    i=i+1;
```

```
end
```

```
disp('La expresión en la base dada es:')
```

```
i=i-1;
```

```
disp(c(i:-1:1))
```

La salida por pantalla es:

Digite el número que quiere cambiar de base 10

¿En qué base quiere expresarlo? 2

La expresión en la base dada es:

1 0 1 0

8. Escriba un número natural en una base dada (menor que diez).

```
n=input('Digite el número que quiere cambiar de base ');
```

```

base=input('¿En qué base quiere expresarlo? ');
i=1;
while n>0
    c(i)=rem(n,base);
    n=fix(n/base); % Parte entera de n/base
    i=i+1;
end
disp('La expresión en la base dada es:')
i=i-1;
disp(c(i:-1:1))

```

La información por consola es:

Digite el número que quiere cambiar de base 20

¿En qué base quiere expresarlo? 2

La expresión en la base dada es:

1 0 1 0 0

9. En aritmética de coma flotante se llama ϵ de la máquina (ϵ —mach) al menor valor de un sistema de cómputo que cumple la condición $1+\epsilon$ —mach >1 . Épsilon es el número decimal más pequeño que, sumado a 1, la computadora arroja con un valor diferente de 1, es decir, que no es redondeado.

```

x=1;
while 1+x>1

```

```

x=x/2;

end

x=2*x;

disp('El épsilon de la máquina es')

disp(x)

disp('El valor de 2(-52) es') % Comprobación

disp(2(-52))

La salida es:

El épsilon de la máquina es

2.2204e-16

```

El valor de 2⁽⁻⁵²⁾ es

2.2204e-16

10. Programa que dibuja un gráfico con puntos especificados por el usuario. Cuando el dibujo termina, el programa espera que el usuario haga clic en la figura antes de borrarlo.

```

n=figure; % nueva ventana grafica;

disp('Para dibujar una polígono en la figura presione el botón izquierdo para empezar.');
```

disp('Para parar el proceso, presione el botón derecho');

```

[x,y,t]=ginput(1);

plot(x,y,'o')

```

```
xx=x;yy=y;

hold; axis([0 1 0 1]); % superponer el gráfico y se establecen los
ejes

while t~=3

    [x,y,t]=ginput(1);

    plot(x,y,'o')

    xx=[xx x];

    yy=[yy y];

end

clf; line(xx,yy);

disp('Oprima en la figura cuando esté terminado')

waitforbuttonpress

delete(n);
```

La salida por pantalla es:

Para dibujar un polígono en la figura presione el botón izquierdo para empezar.

Para parar el proceso, presione el botón derecho

Current plot held

Oprima en la figura cuando esté terminado

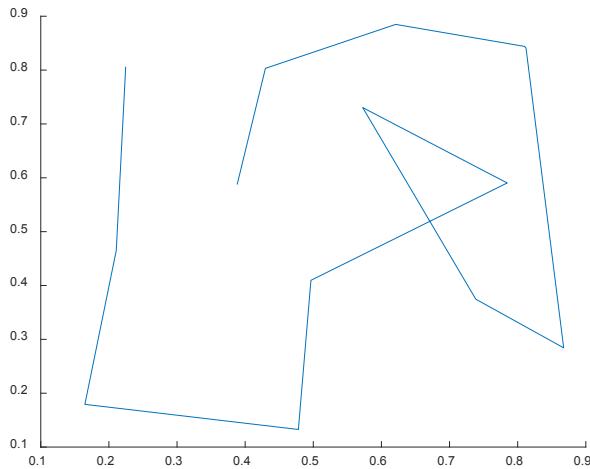


Figura 21.5. Trazado de un polígono en un plano cartesiano.

11. El conjunto de elementos que se quieren sumar en este caso son los naturales de 1 a n .

% Suma de todos los naturales entre 1 y n

```
function suma=ud2_fsuma(n)
```

```
suma=0;
```

```
i=1;
```

```
while i<=n
```

```
    suma=suma+i;
```

```
    i=i+1;
```

```
end
```

12. Construya un vector con los términos de la sucesión de Fibonacci.

Se procede a definir una función $fibonacci(x1,x2,n)$ que devuelve los n primeros términos de la sucesión de Fibonacci:

$$x_1=x1, x_2=x2, x_n=x_{(n-1)}+x_{(n-2)}$$

En este caso se define una función que devuelve un vector, y se construye de la siguiente manera:

```
function v=fibonacci(x1,x2,n)
```

```
v(1)=x1;
```

```
v(2)=x2;
```

```
i=3;
```

```
while i<=n
```

```
end
```

```
v(i)=v(i-1)+v(i-2);
```

```
i=i+1;
```

13. Cree una función que, mediante el algoritmo de Euclides, calcule el máximo común divisor de dos números naturales.

```
function m=euclides(a,b)
```

```
% Máximo común divisor de dos números naturales
```

```
if a<b
```

```
    c=b;
```

```
    b=a;
```

```
    a=c;
```

```
end
```

```
while b>0
```

```
    c=rem(a,b);
```



```

    a=b;
    b=c;
end
m=a;

```

Para probar el *script* puede digitar la siguiente instrucción:

```
m=euclides(27,951)
```

```

m =
    3

```

Es importante recordar que las variables de una función son siempre locales. Por consiguiente, aunque en el interior de la función se modifiquen los argumentos de entrada, el valor de las variables correspondientes queda inalterado. Así, por ejemplo, en la función *euclides.m*, si se modifica el valor de los argumentos de entrada se puede evaluar el MCD (máximo común divisor):

```

x=33;
m=euclides(x,121);
m=euclides(x,121)
m =
    11

```

Bucle *for*

Para las instrucciones *for—end* repite un conjunto de sentencias en un número predeterminado de veces. La sintaxis es:

```

for índice = valores en sentido creciente
    declaraciones o sentencias del programa,
end

```

El contador puede ser $i=1:\text{length}(x)$ o bien $i=0:0.1:8$; o bien $i=7:—1:0$, etc.

Ejemplos

1. Cree un ciclo *for* que muestre por pantalla cinco veces Matlab de forma exclamativa.

```

for i=1:5
    disp('¡Matlab!')
end

```

¡Matlab!

¡Matlab!

¡Matlab!

¡Matlab!

¡Matlab!

2. Muestre los números desde el 1 hasta 0 en orden descendente, cada 0,2.

```

for n = 1:—0.2:0
    disp(n)
end

```

end

3. Dado el intervalo [1,3], calcule el valor de la variable incrementada en uno:

```
for x = 1:3
```

```
x = x + 1
```

end

4. Escriba los primeros ocho términos de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+2}$.

```
for n=1:8;
```

```
n/(n+2)
```

end

5. Cree un vector de 5 hasta 125, con incrementos de 5, que muestre por pantalla los resultados y aparezca el enunciado “es múltiplo de 5”.

```
for i=5:5:125
```

```
disp(i)
```

```
disp('es multiplo de 5')
```

end

6. Imprima en la Command Window las potencias al cubo de los primeros cuatro números naturales.

Se define la variable *x* que representa el vector del primero al cuarto componente, que luego será elevado cada uno al cubo.

```
for x=1:4
```

```
x^3
```

end

Realice el ejercicio anterior con saltos de 1,5.

```
for x=1:1.5:4
```

```
    x^3
```

end

7. Realice un conteo de 1 a 7 en el que se calcule el cuadrado de los números y se muestre el arreglo.

```
v=[];
```

```
for n=1:1:7
```

```
    v=[v n^2]
```

end

8. Programe la función factorial de n .

```
n=input('Digite un número: ')
```

```
factorial=1;
```

```
for i=1:1:n;
```

```
    factorial=factorial.*i;
```

end;

```
disp(factorial)
```

9. *Permutaciones y combinaciones*. La permutación es la variación del orden o la disposición de los elementos de un conjunto. Las combinaciones establecen el orden o las agrupaciones de un determinado número de elementos.

Cree un programa que calcule el número de permutaciones y combinaciones de N elementos.

```
clear; clc

n = input('Digite el número total de elementos: ');
d = input('Digite el tamaño del subgrupo de elementos: ');

%Se calcula las permutaciones según las ecuaciones dadas
p = 1;
for i = n — d + 1 : n
    p = p*i;
end
str1 = [num2str(p) ' permutations'];
disp(str1)

%Se calcula la combinatoria según la ecuación dada
str2 = [num2str(p/factorial(d)) ' combinations'];
disp(str2)
```

10. *Ecuación de Manning*. La ecuación que permite calcular la pérdida de carga debida a rozamientos en tubos de hormigón armado sin presión es:

$$V = \frac{\sqrt[3]{R_h^2} \sqrt{I}}{n}$$

Donde V representa la velocidad media en m/s, I la pendiente de la conducción en m/m, R_h el radio hidráulico en m (superficie mojada/perímetro mojado); y n el coeficiente de Manning (en laboratorio $0,009 \leq n \leq 0,011$).

Determine la velocidad media para un radio hidráulico de 20 cm con una pendiente de conducción de 3 según el intervalo dado de n , con particiones de 0,001.

```
for n=0.009:0.001:0.011
    Rh=0.2;
    I=3;
    V=(Rh.^2).^^(1/3)*sqrt(I)/n
end
```

La respuesta por consola es:

```
V =
    65.8170
```

```
V =
    59.2353
```

```
V =
    53.8503
```

11. Calcule la suma de los cubos de los 100 primeros números naturales.

```
suma=0;
for k=1:100;
    suma=suma+k^3;
end
suma
```

12. Grafique la función seno para el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$, tomando 300 puntos. Etiquete debidamente la ventana.

```
x=linspace(-2*pi,2*pi,300);
for i=1:300
    y(i)=sin(x(i));
end
plot(x,[y;sin(x)]), xlabel('x'),ylabel('y'), title ('sen(x)')
```

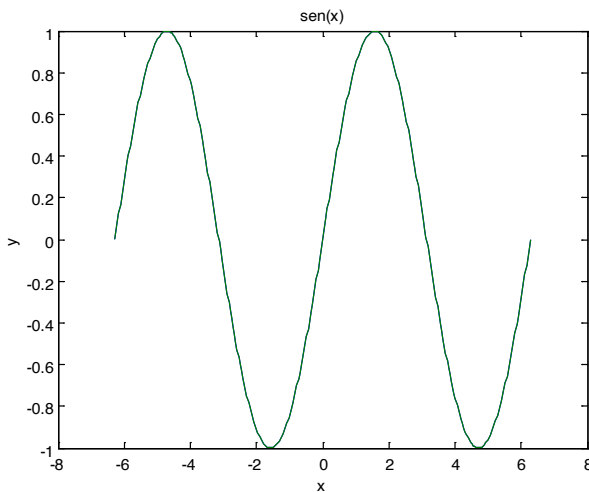


Figura 21.6. Gráfica de la función.

13. Calcule la suma de 10 000 términos de la serie de $\ln(2)$.

```
suma=0;
for k=1:10000
    suma=suma+(-1)^(k-1)/k;
end
```

```
suma
```

```
vreal=log(2)
```

```
difa=abs(suma—vreal)
```

14. Calcule la suma de los n primeros términos de la sucesión 1, $2x$, $3x^2$, $4x^3$, ...

```
n=input('¿Cuántos términos desea sumar? ');
```

```
x=input('Cuál es el valor del número x ');
```

```
suma=1;
```

```
for i=2:n
```

```
    suma=suma+i*x^(i—1);
```

```
end
```

```
disp('El valor pedido es')
```

```
disp(suma)
```

Respuesta por consola:

¿Cuántos términos desea sumar? 2

Cuál es el valor del número x 3

El valor pedido es

7

15. Calcule las normas 1, infinito y Fröbenius de una matriz cuadrada.

```
A=input('Digite la matriz \n');
```



```

n=size(A,1);
for i=1:n
    n1(i)=sum(abs(A(:,i)));
    ninf(i)=sum(abs(A(i,:)));
    nf(i)=sum(abs(A(:,i)).^2);
end
norm1=max(n1);
norminf=max(ninf);
normf=sqrt(sum(nf));
disp(' ')
disp(' Norma Valor calculado Valor con MATLAB')
fprintf(' Norma 1 %3.3f %3.3f \n',norm1,norm(A,1));
fprintf(' Norma inf %3.3f %3.3f \n',norminf,norm(A,inf));
fprintf(' Fröbenius %3.3f %3.3f \n',normf,norm(A,'fro'));

```

Los datos de entrada y salida, respectivamente, son:

Digite la matriz

[1,2;5,6]

Norma Valor calculado Valor con MATLAB

Norma 1 8.000 8.000

Norma inf 11.000 11.000

Fröbenius 8.124 8.124

16. Subplotee la función $y = \frac{|x|}{1+x^3}$ para el intervalo $[-3,3]$. Redefina los ejes teniendo en cuenta 10, 40, 70 y 100 puntos.

k=0;

for n=1:3:10

*n10=10*n;*

x=linspace(-3,3,n10);

y=abs(x)./(1+x.^3);

k=k+1;

subplot(2,2,k)

plot(x,y,'k')

title(sprintf('Gráfico %g. Trazado con n = %g puntos;',k,n10))

xlabel('x'), ylabel('y')

axis([-3,3,-.8,.8])

grid

pause(3);

end

Al ejecutar el *script* se tiene la gráfica de la Figura 21.7.

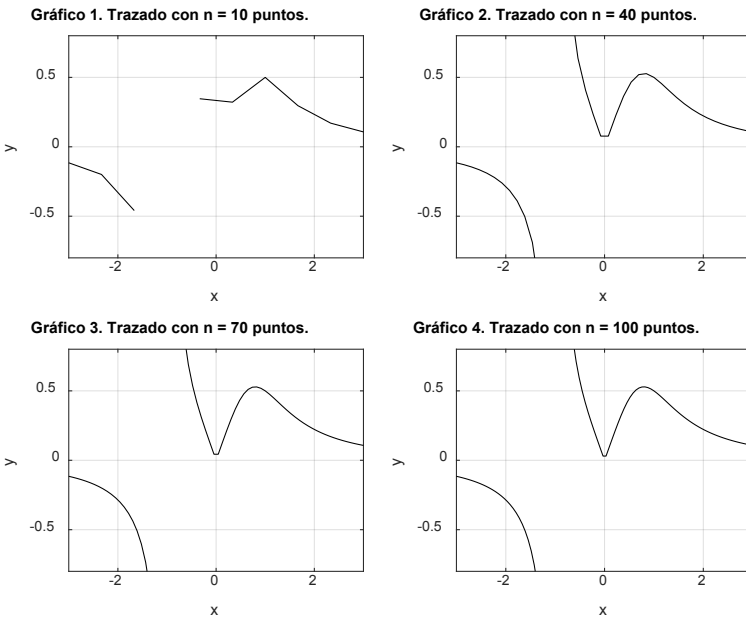


Figura 21.7. Gráficas de la función $y = \frac{|x|}{1+x^3}$

17. Evalúe el producto de una matriz triangular superior por un vector.

```
disp('Producto de una matriz triangular superior por un vector.');
```

```
n=input('¿Cuál es el tamaño de la matriz? ');
```

```
A=zeros(n);
```

```
c=zeros(n,1);
```

```
for i=1:n
```

```
    s=sprintf('Digite la fila %dª de A (sólo los elementos a la derecha del diagonal) ');
```

```
    A(i,i:n)=input(s);
```

```

end

v=input('Digite el vector v (como fila) ');
v=v';

A,v

for i=1:n
    c(i)=A(i,i:n)*v(i:n);
end

disp('El producto de A por v es')

disp(' ')

disp(c)

```

Los datos de entrada y salida, respectivamente, son:

Producto de una matriz triangular superior por un vector.

¿Cuál es el tamaño de la matriz? 3

Digite la fila 1ª de A (sólo los elementos a la derecha del diagonal)
[1,2,3]

Digite la fila 2ª de A (sólo los elementos a la derecha del diagonal)
[2,5]

Digite la fila 3ª de A (sólo los elementos a la derecha del diagonal)
[-5]

Digite el vector v (como fila) [-5,5,6]

A =

$$1 \ 2 \ 3$$

$$0 \ 2 \ 5$$

$$0 \ 0 \ -5$$

$$v =$$

$$-5$$

$$5$$

$$6$$

El producto de A por v es

$$23$$

$$40$$

$$-30$$

18. Se desea graficar un patrón repetitivo de circunferencias, tomando como referente las funciones $x = \cos(i) + \sin(t)$ y $y = \sin(i) + \cos(t)$ en un intervalo $[0, 2\pi]$ tomando 800 puntos.

```
p=linspace(0,2*pi,800);
```

```
hold on
```

```
for i = p
```

```
    t=linspace(0,2*pi,800);
```

```
    x = cos(i)+sin(t);
```

```
y = sin(i)+cos(t);  
set(gca,'ColorOrder', (rand(1,3)+1)./2);  
plot(x,y)  
end  
axis off
```

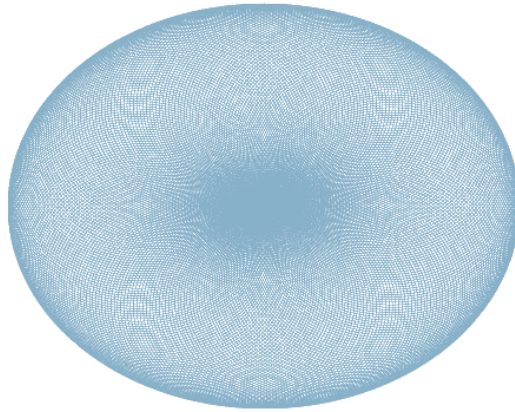


Figura 21.8. Patrón repetitivo de circunferencias.

19. *Movimiento browniano (proceso de Wiener)*. Es un tipo de proceso estocástico con tiempo continuo, llamado así en honor de Norbert Wiener, quien lo estudió. Este tipo de procesos se denomina movimiento browniano estándar.

Los procesos de Wiener desempeñan un papel importante tanto en matemática pura como en matemática aplicada. Para este último caso, se aplica con el fin de representar la integral de un ruido blanco definido como proceso gaussiano, así como para modelizar el ruido de interferencia en ingeniería electrónica, los errores instrumentales en teoría de filtros y a fin de modelizar fuerzas aleatorias en teoría del control.

En la siguiente simulación aleatoria se toma una muestra de 15 elementos con 400 iteraciones.

```
n = 400;

m = 15;

v=0.001;

x = zeros(m,n+1);

y = zeros(m,n+1);

for i = 1:n

    x(:,i+1) = x(:,i) + sqrt(v)*randn(m,1);

    y(:,i+1) = y(:,i) + sqrt(v)*randn(m,1);

end

hold on

for i=1:m

    set(gca, 'ColorOrder', rand(1,3));

    plot(x(i,:),y(i,:))

end

hold off

xlabel('x'),ylabel('y'), title('Movimiento Browniano')
```

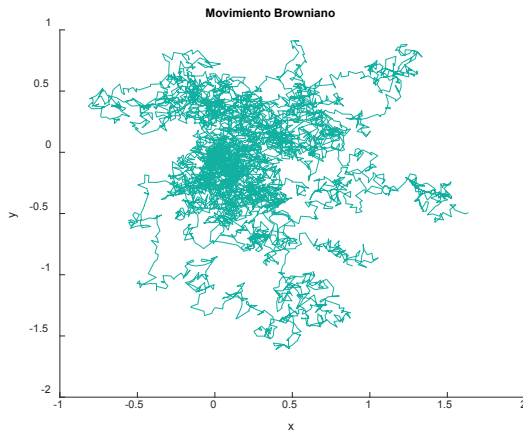


Figura 21.9. Gráfica dinámica del movimiento browniano de una partícula.

Es importante tener en cuenta que, en este tipo de bucle, a veces es necesario el uso de dos instrucciones que permiten verificar ciertos resultados: *pause* y *keyboard*.

Ejemplo

```
n=0;

for i=1:100

    n=n+log(i)

    pause

end

n
```

Este código al ejecutarse (quitar “;” en la tercera línea) va ir mostrando conforme se vaya dando Enter los resultados que se desea analizar.

```
n=0;
```



```
for i=1:100
    n=n+log(i)
    keyboard
end
n
```

Con *keyboard*, cuando se ejecuta, da permiso para leer y actuar sobre las variables que están en ese momento iterándose en memoria. Esto lo indica mediante el *prompt* con una *K* antes del símbolo (*K>>*), mostrando un mensaje en la parte izquierda inferior de la interfaz de Matlab (*Waiting for input*) que indica que está activo.

La instrucción *pause* es útil en bucles y *keyboard* en funciones.

Sentencia Switch

Es análoga a un conjunto de *if*, *elseif* concatenados. Su función es evaluar una expresión con base en la elección de casos. Su sintaxis general es:

```
switch (variable_switch)
    case (variable1)
        comandos
    case (variable2)
        ...
    otherwise
        comandos adicionales
end
```

Para usar esta instrucción la variable debe ser de tipo real o numerable. La instrucción *otherwise* es opcional y se ejecuta cuando no se realiza ninguno de los casos incluidos en la instrucción *switch*.

Ejercicios resueltos

1. Ejercicio que permita establecer qué número de entrada es y arroje un enunciado por línea de comandos.

```
x = 'dos';
```

```
switch (x)
```

```
    case ('uno')
```

```
        disp('ha escogido el número 1')
```

```
    case ('dos')
```

```
        disp('ha escogido el número 2')
```

```
    otherwise
```

```
        disp('no se sabe qué número ha escogido')
```

```
end
```

Al ejecutar el código, la salida es:

```
ha escogido el número 2
```

2. *Función que devuelve un vector.* Crear un contador vectorial que se incrementa conforme se va iterando. Para ello, se recibe un vector *v* y devuelve otro *v1* con las componentes positivas de *v*. Esto implica que la primera función que recibe un vector *va* construyendo otro de dimensión distinta a la del original:

```
A=-10;
```

```
switch A
```

```
    case 0
```

```
        disp('A es 0')
```

% en el caso que a sea igual a 0 ejecuta el primer case, y no evalúa las otras condiciones, y así sucesivamente

```
    case 1
```

```
        disp('A es 1')
```

```
    otherwise
```

disp('A distinto de 0 y 1') % si no cumple ningún case entonces sale la última sentencia

```
end
```

Al ejecutar el código la salida es la siguiente:

A distinto de 0 y 1

3. El valor de un plato especial depende de su tamaño:

Tamaño	Precio
1	\$6000
2	\$9000
3	\$15000

Cada ingrediente adicional cuesta \$2000. Lea el tamaño del plato y el número de ingredientes y muestre el valor que debe pagar el usuario.

```
t=input('Tamaño del plato especial: ');
n=input('Número de ingredientes: ');
switch t
    case 1
        p=6000+2000*n;
    case 2
        p=9000+2000*n;
    case 3
        p=15000+2000*n;
    otherwise
        p=0;
end
disp('Valor a pagar ');
disp(p);
```

Al ejecutar el código, la salida es:

Tamaño del plato especial: 3

Número de ingredientes: 2

Valor a pagar

19000

4. Dado un número entero entre 1 y 7 muestre el día de la semana.

Para este ejercicio se muestran dos opciones; analice el código y la respuesta.

```
d=input('Numero del dia: ');
```

```
switch d
```

```
    case 1, disp('Lunes');
```

```
    case 2, disp('Martes');
```

```
    case 3, disp('Miercoles');
```

```
    case 4, disp('Jueves');
```

```
    case 5, disp('Viernes');
```

```
    case 6, disp('Sábado');
```

```
    case 7, disp('Domingo');
```

```
end
```

```
%%
```

```
d=input('Numero del dia ');
```

```
switch d
```

```
    case 1, disp('Lunes');
```

```
    case 2, disp('Martes');
```

```
    case 3, disp('Miercoles');
```

```
    case 4, disp('Jueves');
```

```
    case 5, disp('Viernes');
```

```
case 6, disp('Sábado');  
case 7, disp('Domingo');  
otherwise, disp('Error');  
  
end
```

5. Diseñe un programa que realice las operaciones matemáticas básicas con dos números reales según la opción elegida.

```
disp('Operaciones matemáticas básicas')  
a=input('Digite el primer Número: ');  
b=input('Digite el segundo Número: ');  
disp('1 Suma')  
disp('2 Resta')  
disp('3 Multiplicación')  
disp('4 División')  
operac=input('Elija un opción')  
disp('Resultado: ')  
switch operac  
case 1  
    disp(a+b);  
case 2  
    disp(a-b);  
case 3
```

```
disp(a*b);
```

```
case 4
```

```
disp(a/b);
```

```
otherwise
```

```
disp('No ha elegido las operaciones correctamente')
```

```
end
```

6. Programa que calcula las variables faltantes de un triángulo cuando se dan tres datos de entrada, donde al menos uno de ellos es la longitud de un lado. Se muestran en el código cuatro posibilidades de entrada de datos:

- ángulo, lado, ángulo
- lado, ángulo, lado
- ángulo, ángulo, lado
- lado, lado, lado

Los datos deben ingresarse en el orden en que aparece en un triángulo, bien sea hacia la derecha o bien hacia la izquierda. A fin de iniciar con la codificación en Matlab se desarrolla un menú sencillo para las opciones:

```
opt = menu('Partes de un triángulo', ...
```

```
  'Ángulo Lado Ángulo',...
```

```
  'Lado Ángulo Lado',...
```

```
  'Ángulo Ángulo Lado',...
```

```
  'Lado Lado Lado');
```

Este código despliega una ventana del menú con cuatro botones, tal como se observa en la Figura 21.10; uno para cada opción de acuerdo con el problema planteado. El valor de la opción (en este caso un número entero de 1 a 4) se mantiene en la variable *opt*.

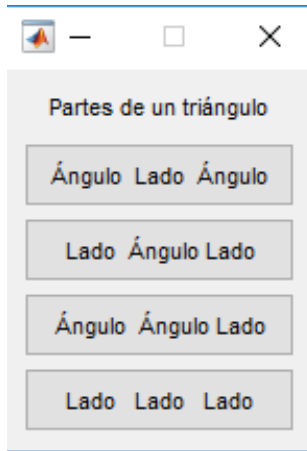


Figura 21.10. Ejemplo de ventana de menú.

Se procede ahora a definir algunas constantes que serán útiles en el programa:

```
c = pi/180; % Permite convertir radianes a grados
```

```
ea = 'Digite el Ángulo (en grados): ';
```

```
es = 'Digite un Lado: ';
```

Una vez hecho esto, se usa la sentencia *switch* para desarrollar todas las opciones que permitan resolver este problema de trigonometría, caso por caso.

```
% Desarrollo de todos los diferentes casos
```

```
switch opt
```

```
    % Se pregunta por 'Ángulo Lado Ángulo'
```


case 1

$a(1) = \text{input}(ea) * c;$

$s(3) = \text{input}(es);$

$a(2) = \text{input}(ea) * c;$

$a(3) = \pi - a(1) - a(2);$

$s(1) = s(3) * \sin(a(1)) / \sin(a(3));$

$s(2) = s(3) * \sin(a(2)) / \sin(a(3));$

...

Si el usuario elige el botón 1 en el menú, el código le pide digitar tres datos desde el teclado, según la secuencia mostrada, y así sucesivamente, por lo que se infiere que este proceso es en realidad un código interactivo.

A continuación, el código resuelve el problema de acuerdo con las reglas trigonométricas establecidas; se salta todos los demás casos y va a la final del programa, donde se muestran los resultados:

if min(a) < 0

error('Los ángulos no pueden ser menores que cero ...')

end

% Muestra los resultados

disp('')

disp('Lados...')

s

```
disp('Ángulos opuestos...')
```

```
a = a/c
```

El código completo, incluyendo los cuatro casos, es:

```
clc; clear; format bank
```

```
% Ventana de visualización del menú
```

```
opt = menu('Partes de un triángulo', ...
```

```
    'Ángulo Lado Ángulo',...
```

```
    'Lado Ángulo Lado',...
```

```
    'Ángulo Ángulo Lado',...
```

```
    'Lado Lado Lado');
```

```
% Definición de las constantes
```

```
c = pi/180;
```

```
ea = 'Digite el Ángulo (en grados): ';
```

```
es = 'Digite un Lado: ';
```

```
% Desarrollo de todos los diferentes casos
```

```
switch opt
```

```
    % Se pregunta por 'Ángulo Lado Ángulo'
```

```
    case 1
```

```
        a(1) = input(ea) * c;
```

```

s(3) = input(es);
a(2) = input(ea) * c;
a(3) = pi — a(1) — a(2);
s(1) = s(3) * sin(a(1)) / sin(a(3));
s(2) = s(3) * sin(a(2)) / sin(a(3));

```

% Se pregunta por 'Lado Ángulo Lado'

case 2

```

s(3) = input(es);
a(1) = input(ea) * c;
s(2) = input(es);
s(1) = sqrt(s(3)^2+s(2)^2—2*s(3)*s(2)*cos(a(1)));
a(2) = sin(a(1)) * s(2) / s(1);
a(2) = asin(a(2));
a(3) = pi — a(1) — a(2);

```

% Se pregunta por 'Ángulo Ángulo Lado'

case 3

```

a(3) = input(ea) * c;
a(2) = input(ea) * c;
s(3) = input(es);
a(1) = pi — a(2) — a(3);

```

```

s(1) = s(3) * sin(a(1)) / sin(a(3));
s(2) = s(3) * sin(a(2)) / sin(a(3));

% Se pregunta por 'Lado Lado Lado'
case 4
    s(1) = input(es);
    s(2) = input(es);
    s(3) = input(es);
    a(1) = (s(2)^2 + s(3)^2 - s(1)^2)/(2 * s(2) * s(3));
    a(1) = acos(a(1));
    a(2) = sin(a(1)) * s(2)/s(1);
    a(2) = asin(a(2));
    a(3) = pi - a(1) - a(2);
end
if min(a) < 0
    error('Los ángulos no pueden ser menores que cero ...')
end
% Muestra los resultados
disp(' ')
disp('Lados...')
s

```

disp('Ángulos opuestos...')

a = a/c

Los datos de entrada por consola son:

Digite el Ángulo (en grados): 25.7

Digite un Lado: 12

Digite el Ángulo (en grados): 38.45

Lados...

s =

5.78 8.29 12.00

Ángulos opuestos...

a =

25.70 38.45 115.85

Tenga en cuenta que existe una opción que falta en el menú: “Ángulo Lado Lado» no se incluye en el código. Trate de desarrollarlo por sí mismo.

7. *Combinación for y switch.* Para una esfera de radio a y un elipsoide con su eje mayor en la dirección x igual a $2a$, eje menor en la dirección y igual a $2b$, y un eje menor en la dirección z igual a $2c$, la proporción del volumen de un elipsoide con relación al volumen de una esfera es:

$$V = \frac{V_{\text{Elipse}}}{V_{\text{esfera}}} = \left(\frac{b}{a}\right) \left(\frac{c}{a}\right)$$

Se crea el siguiente programa con el fin de mejorar la comprensión de un gráfico de V como función de b/a para varios valores de c/a .

```
% Fuente Corcuera, P (s/f)
```

```
b = [0.5, 1]; c = b;
```

```
for k = 1:2
```

```
    plot(b, b*c(k), 'k—')
```

```
    text(0.75, (b(1)*c(k)+b(2)*c(k))/2—0.02,['c/a = ' num2str(c(k))])
```

```
    hold on
```

```
end
```

```
xlabel('b/a')
```

```
ylabel('V')
```

```
for k = 1:4
```

```
    switch k
```

```
        case 1
```

```
            axes('position', [0.12, 0.2, 0.2, 0.2])
```

```
            [xs, ys, zs] = ellipsoid(0, 0, 0, 1, b(1), c(1), 20);
```

```
            mesh(xs, ys, zs)
```

```
            text(0, 0, 1, ['b/a = ' num2str(b(1)) ' c/a = ' num2str(c(1))])
```

case 2

axes ('position', [0.1, 0.5, 0.2, 0.2])

[xs, ys, zs] = ellipsoid(0, 0, 0, 1, b(1), c(2), 20);

mesh (xs, ys, zs)

text (0, 0, 1.5, ['b/a = ' num2str(b(1))' c/a = ' num2str(c(2))])

case 3

axes ('position', [0.7, 0.65, 0.2, 0.2])

[xs, ys, zs] = ellipsoid(0, 0, 0, 1, b(2), c(2), 20);

mesh (xs, ys, zs)

text (-1.5, 0, 2, ['b/a = ' num2str(b(2))' c/a = ' num2str(c(2))])

case 4

axes ('position', [0.7, 0.38, 0.2, 0.2])

[xs, ys, zs] = ellipsoid(0, 0, 0, 1, b(2), c(1), 20);

mesh (xs, ys, zs)

[xs, ys, zs] = ellipsoid(0, 0, 0, 1, b(2), c(1), 20);

text (-1.5, 0, 1.5, ['b/a = ' num2str(b(2))' c/a = ' num2str(c(1))])

end

colormap([0 0 0])

axis equal off

end

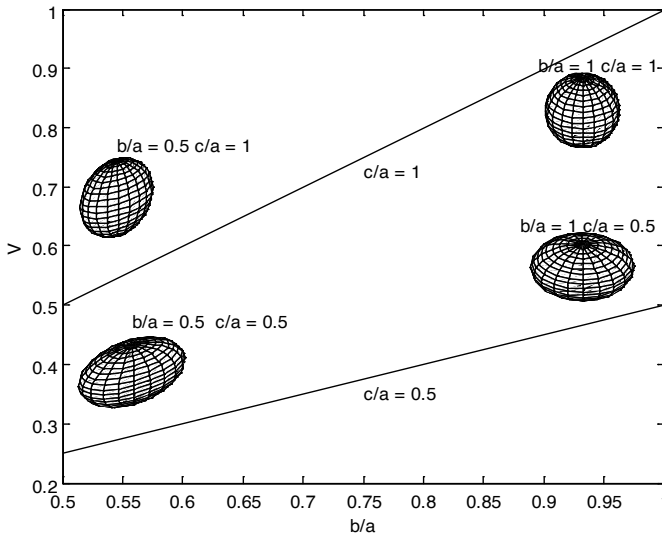


Figura 21.11. Gráfica de una esfera de radio a y un elipsoide en una misma ventana.

8. Cree un programa que permita establecer si la función $f(x)$ tiene un mínimo local. Pruebe para $f(x)=2x^3+5x^2-3x-9$.

```
function f=minimos(x)
```

```
n1=input('Dígite el valor mínimo del intervalo: ')
n2=input('Dígite el valor máximo del intervalo: ')
x=n1:0.1:n2;
```

```
f=2.*x.^3+5.*x.^2-3*x-9;
```

```
[v,n]=min(f);
```

```
switch n
```

```
case 1
```

```
disp('El valor mínimo está en el extremo inferior')
```



```
case 100
```

```
    disp('El valor máximo está en el extremo superior')
```

```
otherwise
```

```
incremento=(n2—n1)/9;
```

```
x=n1+incremento;
```

```
fprintf('El mínimo local es x=%g,y=%g')
```

```
end
```

Digite $f=\text{minimos}(x)$ y pruebe para diversos intervalos.

Sentencias *break* y *continue*

La sentencia *break* termina la ejecución de un bucle *for* o *while*, por lo que las sentencias que le preceden no serán ejecutadas. En una sentencia *break* dentro de un bucle quita el hilo de este con el fin de seguir ejecutando el programa o un bucle externo.

Para el caso de la sentencia *continue*, en vez de sacarnos del bucle, hace que se salte uno de los pasos de este para ir al siguiente estado del contador.

Ejemplo

Programa que muestre cuando un número natural es primo.

```
n=input('Número natural que desea saber si es primo ');
```

```
i=2;
```

```
primo=1;
while i<=sqrt(n)
    if rem(n,i)==0 % Resto de dividir n entre i
        primo=0;
        break
    end
    i=i+1;
end

if primo
    disp('El número dado es primo.')
else
    disp('El número dado no es primo.')
    disp('De hecho, es divisible por:')
    disp(i)
end
```

Bucles anidados

Se pueden encontrar unos condicionales anidados dentro de otros; esto mismo ocurre con los bucles.



Ejemplos

1. Programa que devuelve cuantos números primos se encuentran en un número n .

```
function p=fnprimos(n)

i=2;

p=0;

while i<=n

j=2;

primo=1;

    while j<=sqrt(i)

        if mod(i,j)==0

            primo=0; % Si no es primo

            break;

        end

        j=j+1;

    end

    if primo==1

        p=p+1;

    end

    i=i+1;

end
```

La salida es:

```
>> p=fnprimos(12)
```

```
p =
```

```
5
```

```
>> p=fnprimos(28)
```

```
p =
```

```
9
```

2. Programa que devuelve un valor 1 ó 0 en el caso en que un número que se introduce como argumento sea o no primo.

```
function primo=fprimo(num)
```

```
primo=1;
```

```
i=2;
```

```
while i<=sqrt(num)
```

```
if mod(num,i)==0
```

```
primo=0;
```

```
break;
```

```
end
```

```
i=i+1;
```

```
end
```

La salida es:

```
primo=fprimo(20)
```

```
primo =
```

```
0
```

```
primo=fprimo(7)
```

```
primo =
```

```
1
```

3. Combinación *if—end* con un *for* anidado. Desarrolle un programa que dibuje líneas entrecruzadas en una circunferencia.

```
% Fuente Dante Pinto Jeria
```

```
alpha=input('Digite un número entre 3 y 30: ');
```

```
if alpha<3 || alpha>30
```

```
    alpha=15;
```

```
end
```

```
alpha=360/alpha;
```

```
for i=0:alpha:360
```

```
    for j=i:alpha:360
```

```
        x1=cosd(i);
```

```
        y1=sind(i);
```

```
        x2=cosd(j);
```

```
        y2=sind(j);
```

```

    line([x1 x2],[y1 y2],'Color',[1,0,0]);
end
end
axis equal;axis off;set(gcf,'Color',[1,1,1]);

```

Al ejecutar el *script* se tiene:

Digite un número entre 3 y 30: 20

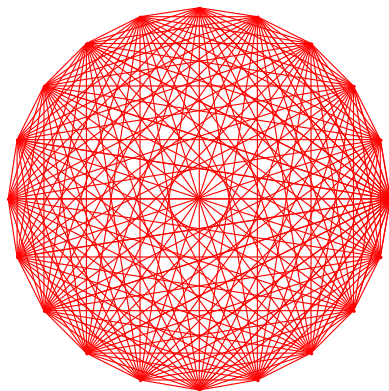


Figura 21.12. Mosaico bidimensional.

4. Grafique la matriz A :

$$A = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\operatorname{sen}\theta \\ \operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

Tome el intervalo $[-1,1]$ con 20 puntos, donde el ángulo $\theta=0,02\pi$

$N = 20$;

$x = \operatorname{linspace}(-1,1,N)$;

```
n = 200; % Número de iteraciones  
theta = 0.02*pi;  
A = [cos(theta) -sin(theta); sin(theta) cos(theta)];  
y = x;  
clf  
hold on  
for i=1:n  
    for j=1:N  
        v = [x(j);y(j)];  
        vn = A*v;  
        x(j) = vn(1);  
        y(j) = vn(2);  
    end  
    set(gca, 'ColorOrder', rand(1,3));  
    plot(x+10,y+10)  
end  
hold off  
axis off % dejarlo si se desea suprimir los ejes coordenados
```

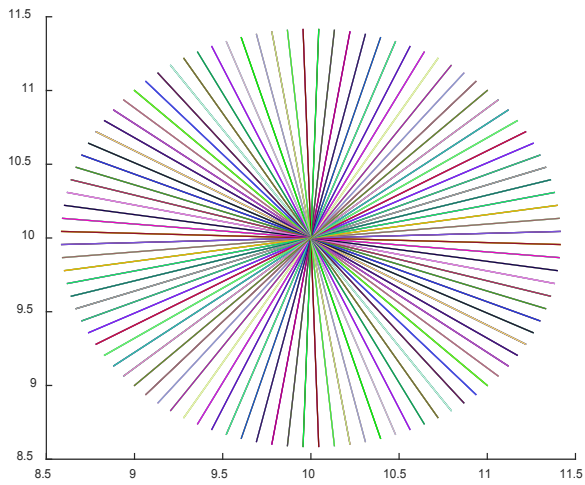


Figura 21.13. Grafique la matriz A .

Donde esta definida la función $y = x$, al reemplazar por $y=x^4$, $y=-\tanh(x)$.

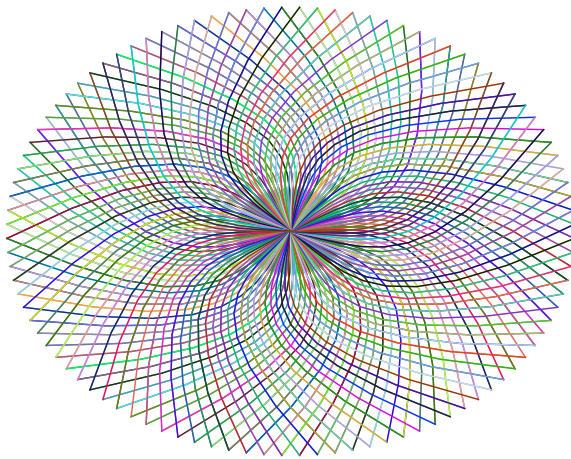


Figura 21.14. Variación del patrón original.

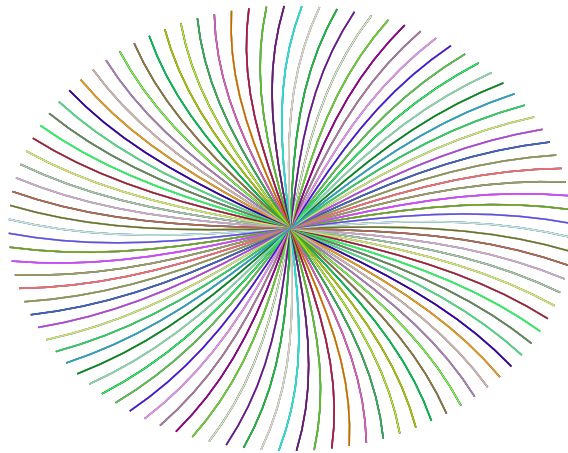


Figura 21.15. Variación del patrón original.

Pruebe para $y=|x-0,3|$, $y=e^{-0,2x}$

5. Producto de dos matrices triangulares superiores.

```
disp('Producto de dos matrices triangulares superiores.');
```

```
n=input('¿Cuál es el tamaño de las matrices? ');
```

```
A=zeros(n);
```

```
B=A;
```

```
for i=1:n
```

```
    s=sprintf('Digite la fila %dª de A (sólo los elementos a la derecha del diagonal) ');
```

```
    A(i,i:n)=input(s);
```

```
end
```

```
for i=1:n
```

```
s=sprintf('Digite la fila %dª de B (sólo los elementos a la derecha del diagonal) ');
```

```
B(i,i:n)=input(s);
```

```
end
```

```
A,B
```

```
for i=1:n
```

```
  for j=i:n
```

```
    C(i,j)=A(i,i:j)*B(i,j,j);
```

```
  end
```

```
end
```

```
disp('El producto de A por B es')
```

```
disp(' ')
```

```
disp(C)
```

Los datos de entrada y salida son, respectivamente:

Producto de dos matrices triangulares superiores.

¿Cuál es el tamaño de las matrices? 2

Digite la fila 1ª de A (sólo los elementos a la derecha del diagonal)
[5,6]

Digite la fila 2ª de A (sólo los elementos a la derecha del diagonal)
[1]

Digite la fila 1ª de B (sólo los elementos a la derecha del diagonal)
[—6,7]

Digite la fila 2ª de B (sólo los elementos a la derecha del diagonal)
[8]

A =

5 6

1

B =

—6 7

0 8

El producto de A por B es

—30 83

0 8

6. *Análisis de imágenes.* Cambie el color de contorno de una imagen. Para esto, se procede a cargar la imagen en formato *jpg* en la carpeta de Matlab.

```
im=imread('Ferrari—F80.jpg'); %imagen original
```

```
figure,imshow(im);
```

```
s=size(im);
```

```
temp=im;
```

```
ton=128; %cambio en la tonalidad de color de la imagen
```

```
for i=1:s(1,1)
```

```
for j=1:s(1,2)
```

```
if temp(i,j)<ton
```

```
temp(i,j)=0;  
else  
temp(i,j)=255;  
end  
end  
end  
figure,imshow(temp);
```



Figura 21.16. Imagen original y con cambio de color.

7. Adivine un número con cinco oportunidades para acertar.

```
n=input('Digite un número: ')
```

```
clc
```

```
for i=1:5  
    m= input('Intente adivinar el número: ')  
    if n==m  
        disp('Acerrtó!!')  
    else  
        disp('Falló!')  
    end  
end  
end
```

Práctica 1

1. Escriba los primeros diez términos de la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$.
2. Programa que calcule el área de una esfera de radio 5 cuando $r > 0$, $r = 5$, $r = \sim 5$.
3. Programa que calcule el volumen de un dodecaedro bajo la condición que el radio sea mayor o igual a 10.
4. Programa que calcule el área y el volumen de un prisma, bajo la condición de que las variables de entrada deben ser mayores a cero, caso contrario que muestre el mensaje *Error*.
5. Dado un número entero entre 0 y 11, muestre el mes del año.
6. Muestre números desde el 1 hasta 0 en orden ascendente, cada 0,1.
7. Cree un programa que imprima los números del 1 al 100.
8. Cree un programa que pregunte un número al usuario y se detenga cuando ese número sea mayor que 100.
9. *Sucesión inestable*. Dado el código, digite en un *script*, analice su estructura y respuesta.

format long

format compact

x=1;

disp('Iteración número')

disp(1)

disp(' Calculado Potencias de 1/7')

```

disp([1/7 1/7])

disp(' ')

y=1/7;

pot=y;

for i=2:100

    aux=y;

    y=(22/7)*y—(3/7)*x;

    x=aux;

    pot=pot/7;

    disp('Iteración número')

    disp(i)

    disp('Calculado Potencias de 1/7')

    disp([y pot])

    disp(' ')

end

format

```

10. Dada la función que resuelva el sistema $Av=b$ donde A es una matriz triangular inferior. Analice el *script* y la respuesta.

```

function v=trinfn(A,b)

n=size(A,1);

v(1)=b(1)/A(1,1);

```

```

for i=2:n
    v(i)=(b(i)-A(i,1:i-1)*v(1:i-1)')/A(i,i);
end

```

11. Programa que calcule:

- El área y volumen de un casquete y zona.
- El área y volumen de la zona esférica.

Donde la condición es que $r > 0$, $R > 0$ y $h > 1$.

12. Dada la función que resuelve el sistema $Av = b$, donde A es una matriz triangular superior, analice el *script* y la respuesta.

```

function v=trsup(A,b)
n=size(A,1);
v(n)=b(n)/A(n,n);
for i=n-1:-1:1
    v(i)=(b(i)-A(i,i+1:n)*v(i+1:n)')/A(i,i);
end

```

13. El índice de masa corporal de una persona de masa en kg y estatura en m está expresado por la ecuación:

$$IMC = \frac{\text{masa}}{\text{Estatura}^2}$$

Determine el nivel de sobrepeso de una persona de 25 a 34 años.

IMC

Nivel

Menos de 18,5	Bajo peso
18,5 a 25,5	Peso Normal
25.5 a 30.5	Sobrepeso grado 1
30,5 a 35,5	Sobrepeso grado 2
35,5 a 40,5	Obesidad grado 3
Más de 40,5	Obesidad grado 4

14. Analice el ejercicio en el que se calcula el factorial cuando $n = 10$.

```
n=10;
```

```
factorial=1;
```

```
for i=1:n
```

```
    factorial=factorial*i;
```

```
end
```

```
factorial
```

15. Programa que calcule:

- El área y el volumen de un octaedro.
- El área y el volumen del icosaedro.

Donde la condición es que $a > 0$, cree una función en un *script* en la que se pida el o los datos para hallar el área y el volumen de las figuras geométricas dadas.

16. Operaciones básicas con valores constantes y variables de entrada n y x .

```
n=input('Digite el valor de n: ');
```

```
x=input('Digite el valor de x: ');
```

```
P=1; F=2; S=1;
```

```
for i=1:n-1
```

```
  P=P*x;
```

```
  F=F*i;
```

```
  S=S+P/F;
```

```
end
```

```
disp(S)
```

Bucles y condicionales

Cuente los divisores de un número natural n . En este ejercicio se combina un bucle con un condicional, es decir, se busca recorrer todos los potenciales candidatos a divisor que van desde 1 a n , y entre ellos observar los que realmente cumplen la condición de ser divisores de n . En caso de verificarse, la variable de conteo de divisores se incrementa en una unidad y en el caso opuesto no se altera.

% cuenta los divisores de n

function num=ud2_fcuentadiv(n)

num=0;

i=1;

while i<=n

if mod(n,i)==0

num=num+1;

end

i=i+1;

end

Bucles con incremento variable

El segundo ejemplo es una variante del caso anterior en el cual se desea que tan solo se sumen los números pares. La primera diferencia estriba en que el primer valor que debe tomar el índice

i debe ser 2, y la segunda es que el incremento del índice sea de dos unidades en vez de una.

```
% ud2_fsumapares
```

```
% Suma todos los números pares entre 1 y n
```

```
function suma=ud2_fsumapares(n)
```

```
suma=0;
```

```
i=2;
```

```
while i<=n
```

```
suma=suma+i;
```

```
i=i+2;
```

```
end
```

Sentencia try

Los bloques de estructura *try* son de la forma:

```
try
```

```
  cuerpo
```

```
catch
```

```
  alternativa
```

```
end
```

Ejemplo

```
x=rand(5,5);
```

```
y=rand(4,4);
```

```
try
```

```
a*b
```

```
catch
```

```
disp('Dimensiones incompatibles')
```

```
end
```

Respuesta por consola:

```
Dimensiones incompatibles
```

Esta estructura es muy parecida al *if—else*, pero con la particularidad de que la condición lógica es si se produce o no un error. Se usa cuando no se conoce si algo puede ejecutarse bien o no, y no se quiere que el error afecte al resto de la ejecución del programa.

Sentencia Break

Detiene la ecuación de un bucle *for* o *while*. Si hay bucles anidados, se detiene la ejecución del bloque lógico más interno.

Ejemplo

1. *Factores primos*. Programa que muestra los factores primos (FP) de un número entero positivo. Un FP son los números primos que dividen un número entero exactamente, sin dejar un residuo. El proceso de encontrar estos números se denomina factorización de enteros, o descomposición en factores primos.

```
% Se limpian variables
```

```
clear; clc
```

```
z = input('Digite un número positivo: ');
```

% Se programan los bucles para poner a prueba todos los números enteros como los Factores Primos

for i = 2 : z

s = 0;

% Es z/i un entero? Es el resto 0?

while z/i == floor(z/i)

z = z/i;

s = s + 1;

end

% Un PF se encuentra y muestra

if s > 0

str = [num2str(i) '^' num2str(s)];

disp(str)

% Si z = 1, no son necesarias más divisiones,

% por lo tanto, se sale del bucle.

if z == 1

break

end

end

end

Comando *echo*

El comando *echo* hace que se impriman los comandos que se encuentran en un *script* a medida que se ejecutan. Este comando tiene varias formas de representación y uso:

- *echo on* activa el *echo* en todos los ficheros *script*.
- *echo off* desactiva el *echo*.
- *echo file on* donde *file* es el nombre de un fichero de función, activa el *echo* en esa función.
- *echo file off* desactiva el *echo* en la función *echo file*; pasa de *on* a *off* y viceversa.
- *echo on all* activa el *echo* en todas las funciones.
- *echo off all* desactiva el *echo* de todas las funciones.

Escribe (*on*) o no escribe (*off*) los comandos de un fichero a medida que se van ejecutando.

echo on

```
rad=atan(1);
```

```
disp(rad*180/pi)
```

echo off

```
disp('=====')
```

```
disp('Ejecución sin echo')
```

```
rad= atan(1);
```

```
disp(rad*180/pi)
```

45.00

=====

Ejecución sin echo

45.00

22.

Introducción a los métodos numéricos



El análisis numérico en las ciencias y las ingenierías desempeña un papel fundamental en el momento de hallar soluciones de ecuaciones no lineales, en las que se emplean reglas matemáticas que permiten obtener soluciones y simular procesos matemáticos de baja, mediana y alta complejidad.

Cuando se desea solucionar una ecuación no lineal se debe partir del hecho de que se van a cometer errores, por ende, es primordial definir el error admisible con el fin de estabilizar los algoritmos a emplear en dicha solución, conforme se realizan las iteraciones requeridas o necesarias.

Para la resolución numérica de ecuaciones no lineales se emplean diversos métodos; entre los más conocidos se encuentran: bisección, secante y falsa posición. En el caso en el que la función es derivable y su derivada se conoce, se emplea el método de Newton Raphson, que es de iteración de punto fijo. Otra técnica comúnmente utilizada es la linealización para resolver ecuaciones no lineales.



En cuanto a las ecuaciones algebraicas polinomiales existen diversos métodos numéricos, como los siguientes:

- Lobachevsky—Dandelin—Gräeffe (o del cuadrado de las raíces)
- Laguerre
- Lin—Bairstow
- Bernoulli
- Horner
- Householder
- Modificado de Richmond
- Newton—Horner
- Richomnd—Horner
- Birge—Biète
- Jenkins—Traub

En cuanto a los métodos especializados para polinomios se tiene:

- Newton—Raphson
- Richmond

En este capítulo se abordan los métodos, por lo general, más usados en el entorno de la ingeniería.

Antes de entrar en materia, es importante para el lector saber que en el momento de decidir cuál de los algoritmos es más apropiado para resolver un problema inciden varios factores que se deben considerar, tales como la velocidad de convergencia del al-

goritmo y su implementación, su estabilidad y precisión, y, finalmente, la cantidad de memoria requerida para los cálculos. Dicho esto, la decisión de cuál método es el ideal, en última instancia, quedará a criterio del investigador (por ejemplo, si el cálculo requiere un nivel de exactitud muy alto). También puede obedecer a la capacidad de memoria del computador, pues si esta es limitada puede que el programa no funcione como se espera, o peor, se bloquee el computador. Recuerde que Matlab usa bastantes recursos computacionales para sus cálculos, y si el algoritmo desarrollado presenta una alta complejidad de programación es factible que se presenten los inconvenientes citados.

Otro aspecto a tener en cuenta es el tiempo de máquina. Se puede afirmar que es un factor determinante a la hora de diseñar el algoritmo. Recuerde que Matlab tiene un recurso para medir este tiempo, como lo es, por ejemplo, Run and Time.

Manejo de errores

Cuando se efectúan cálculos numéricos, por lo general, aparecen errores que deben minimizarse, porque de lo contrario los resultados pueden ser desastrosos, máxime cuando se requiere de valores exactos o cuasiexactos.

Los errores pueden aparecer cuando se efectúa una aproximación o una serie de aproximaciones sin uso de ningún procedimiento matemático exacto. Este tipo de error recibe el nombre de error de truncamiento.

Existe otro tipo de error que obedece más a factores de índole computacional, en el cual un número infinito de cifras significativas no puede almacenarse y, por tanto, la cifra es redondeada.

Este tipo de error se denomina error de redondeo.

En los métodos numéricos los diversos tipos de errores se evalúan como se describe a continuación.

Error verdadero

Se define como el valor absoluto de la diferencia entre el valor exacto X y el valor aproximado de una variable X_a :

$$e_v = |X - X_a|$$

Error relativo

Se define como el valor absoluto de la diferencia entre el valor exacto X y el valor aproximado de una variable X_a , dividido entre el valor exacto:

$$e_r = \left| \frac{X - X_a}{X} \right| = \left| \frac{e_v}{X} \right|$$

También se puede definir como la relación entre el error verdadero y el error exacto.

Error relativo porcentual

Se define $e_{rp} = \left| \frac{X - X_a}{X} \right| * 100\% = \left| \frac{e_v}{X} \right| * 100\%$ ‰:

Ejemplos

1. En una medición física el valor exacto es 7,5 cm y valor aproximado es de 7,325487 cm. Determine el error relativo porcentual.

$x=7.5;$

$xa=7.325487;$

$erp=abs((x-xa)/x)*100$

$erp =$

2.3268

El error es del 2,3268 %.

En Matlab existe una función de error definida como $erf(x)$, la cual devuelve un dato de error aproximado de cada elemento de un valor x , tal como se muestra a continuación.

2. Encuentre la función de error de:

Un valor 0,854

$>> erf(0.854)$

$ans =$

0.7729

De los elementos de un vector:

$V = [-0,5 \ 2 \ 1 \ 3,72];$

$erf(V)$

$ans =$

$0 \ 1.0000 \ 0.9953 \ 0.8427 \ 1.0000 \ 1.0000$

De los elementos de una matriz:

$$M = [0.571 \quad -0.21; 5.1 \quad -2.9];$$

$$\text{erf}(M)$$

$$\text{ans} =$$

$$0.5806 \quad -0.2335$$

$$-1.0000$$

3. El crecimiento de ventas anuales de un producto está dado por la ecuación:

$$S(t) = \frac{3500t^2}{7,5 + t^2}$$

Donde t es el tiempo en años, $0 \leq t \leq 3$

Determine los valores de S y el error aproximado.

$$t=[0:3];$$

$$s=3500*t.^2./(7.5+t.^2)$$

$$\text{error}=\text{erf}(s)$$

$$s =$$

$$1.0\text{e}+03 *$$

$$0 \quad 0.4118 \quad 1.2174 \quad 1.9091$$

$$\text{error} =$$

$$0 \quad 1 \quad 1 \quad 1$$

Práctica 1

Halle el error según las condiciones dadas.

1. Matriz aleatoria de 2×3 .
2. π .
3. Constante de estructura fina $\alpha = 7,297352568 \times 10^{-3}$.
4. Número áureo.
5. Función $z(x, y) = 12 - \sqrt{|xy|}$ para $z(-2,5)$ y $z(3,-2,5)$.
6. Matriz: $A = \begin{bmatrix} 0,25 & 0,897 & -1,51 \\ 0,11 & 0,120 & 2,844 \end{bmatrix}$.
7. Vector $v = [-0,25, 0,587, -0,145, 2,4]$.
8. Número de Avogadro $N = 6,02214199 \times 10^{23}$.
9. Función $z(x) = e^{-x}$ para $x = 0,75$ y $x = 1,25$.
10. Constante de masa atómica $m_{\mu} = 1,66053886 \times 10^{-27}$.
11. Función $z(x, y) = \frac{-x}{10+x^2+y^2}$ para $z(1, 2, 1,7)$ y $z(-2,14, 3)$.
12. Constante de Hartree $E_h = 4,35974417 \times 10^{-18}$.
13. Calcule el error relativo porcentual de una medición es del 3 % de un valor aproximado de 25,1247895. Determine los errores relativo y verdadero.
14. Determine el umbral de error con la instrucción de Matlab de la respuesta del punto anterior.
15. Determine el error aproximado de ecuación para el intervalo $[0,5]$.

$$r = \frac{2}{4 - 3\operatorname{sen}\theta}$$

16. Dados los vectores $u = -4i+5j+7k$ y $v = 3i-9j-k$, halle el error aproximado de:

a. $u \times v$.

b. $u + v$.

c. $\|v \times u\|$ (norma del producto cruz).

d. Ángulo entre los dos vectores $\cos\theta = \frac{u \cdot v}{\|u\|\|v\|}$.

17. La trayectoria de un cuerpo se describe mediante la ecuación rectangular:

$$y(x) = -15 \ln \left(\frac{15 - \sqrt{225 - x^2}}{x} \right) - \sqrt{225 - x^2}$$

f. Grafique $y(x)$ para el intervalo $[0,15]$.

g. Error aproximado para $y(5), y(10)$.

h. Error aproximado para $y'(5), y'(10)$.

18. La longitud de arco (en pulgadas) para determinar la longitud total de un objeto circular es:

$$s = \frac{1}{2200\pi} \int_{1000\pi}^{3500\pi} \sqrt{\theta^2 + 1} d\theta$$

Determine el valor de s y el error aproximado.

19. La ecuación polar general de una órbita está dada por:

$$r = \frac{(1 - e^2)a}{1 - e\cos\theta}$$

Determine el error aproximado de órbita para los siguientes planetas, con $\theta = 45$:

a. Tierra $a = 1,496 \times 10^8$ km; $e = 0,0167$.

b. Neptuno $a = 4,498 \times 10^9$ km; $e = 0,0086$.

20. El área de una superficie de revolución está dada por la integral:

$$s = 6\pi \int_0^{\pi/3} 5\text{sen}(t) dt$$

Determine el valor de s y el error aproximado.

Método de Newton—Raphson

Es un algoritmo que permite hallar por aproximaciones los ceros o raíces de una función real. De igual manera, este método permite hallar los valores máximo o mínimo de una función $f(x)$, encontrando los ceros de su primera derivada.

Sea la función $f(x):[a,b] \rightarrow R$ derivable, definida en el intervalo $[a,b]$. El método toma un valor inicial x_1 y se define para cada número natural i , así:

$$g(x_i) = x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Donde $f'(x_i)$ denota la derivada de $f(x_i)$.

La convergencia de este método es por lo menos cuadrática. La función en Matlab para evaluar este método es:

```
function x = mnewton(f,f1,x0,n)
% Resuelve f(x) = 0 haciendo n pasos del método de Newton comenzando en x0.
% Entradas: f — la función original
% f1 — es la derivada de f(x)
% X0 — Punto de inicio de la conjetura
% n — es el número de pasos a realizar
% Salida: x — la solución aproximada
format long % Imprime más dígitos
format compact % hace que la salida sea más compacta
```

```

x = x0; %Conjunto x igual a la conjetura inicial x0
for i = 1:n
x = x - f(x)/f1(x)
end

```

En la Command Window se define la función a evaluar. Por ejemplo, halle los valores de convergencia para las funciones dadas:

1. $f(x)=2x^3-5x+1$, para $x_0 = 0,1$ con seis pasos.

```
>> f=@(x) 2*x^3 -5*x+1;
```

```
>> f1=@(x) 6*x^2-5;
```

```
>> x = mnewton(f,f1,0.1,6)
```

```
x =
```

```
0.201619433198381
```

```
x =
```

```
0.203363437253934
```

```
x =
```

```
0.203364213796750
```

```
x =
```

```
0.203364213796905
```

$x =$

0.203364213796905

$x =$

0.203364213796905

$x =$

0.203364213796905

2. $f(x) = \cos(x) - x^3$, para $x_0 = 0,5$ con cinco pasos.

$\gg f=@(x) \cos(x)-x^3;$

$\gg f1=@(x) -\sin(x)-3*x^2;$

$\gg x = mnewton(f,f1,0.5,5)$

$x =$

1.112141637097273

$x =$

0.909672693736807

$x =$

0.867263818208816



$x =$

0.865477135298265

$x =$

0.865474033110957

$x =$

0.865474033110957

Para el caso en el que se desea calcular las raíces con un error estimado se tiene la siguiente opción:

xo=input('Digite el valor inicial de x: ');

tol=input('Digite el porcentaje de error: ');

f=input('Digite la función: ');

i=1;

fx(i)=xo;

syms x;

f1=subs(f,x,fx(i));

z=diff(f);

d=subs(z,x,fx(i));

ea(1)=100;

```

while abs(ea(i))>=tol;

    fx(i+1)=fx(i)—f1/d; f1=subs(f,x,fx(i+1)); d=subs(z,x,fx(i+1));

    ea(i+1)=abs((fx(i+1)—fx(i))/fx(i+1)*100);

    i=i+1;

end

fprintf(' i   fx(i)   Error aprox (i) \n');

for j=1:i;

    fprintf('%2d \t %11.7f \t %7.3f \n',j—1,fx(j),ea(j));

end

```

La salida es la siguiente:

Digite el valor de xi: 0.5

Digite el porcentaje de error: 0.001

Digite la función: $\cos(x) - x^3$

<i>i</i>	<i>fx(i)</i>	<i>Error aprox (i)</i>
0	0.5000000	100.000
1	1.1121416	55.042
2	0.9096727	22.257
3	0.8672638	4.890
4	0.8654771	0.206
5	0.8654740	0.000

Práctica 2

1. Halle los valores de aproximación de convergencia para las funciones dadas. Tome un factor de error de 0,0001.

$$f(x) = x^5 - 7, \text{ para } x_0 = 1,5 \text{ con } n = 5.$$

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + x, \text{ para } x_0 = 0,6 \text{ con } n = 6.$$

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2, \text{ para } x_0 = 2 \text{ con } n = 7.$$

$$g(x) = x + \text{sen}(x), \text{ para } x_0 = -1 \text{ con } n = 5.$$

$$h(x) = x + \ln(x), \text{ para } x_0 = 0,5 \text{ con } n = 4.$$

$$f(x) = 2\sqrt{x-1} - x, \text{ para } x_0 = 1,9 \text{ con } n = 6.$$

$$f(x) = 2\text{sen}(x) + \cos(2x), \text{ para } x_0 = 3\pi/2.$$

2. La concentración C de un compuesto químico en un flujo sanguíneo t horas después de la inyección está representado por la ecuación:

$$C(t) = \frac{2,897t^2 + t}{51,2 + t^3}$$

¿Cuánto es más grande la concentración?

3. Dadas las funciones de presión de vapor del agua P_s y la temperatura T de un sistema físico, determine el punto de ebullición del agua a una presión de 75 000 Pa. La ecuación de la presión en función de la temperatura (en grados Celsius) es:

$$F(T) = P_s - e^{54,1191 - \frac{6547,101}{T-273,16} - 4,23 \ln(T+273,16)}$$

$$T = \frac{6547,10}{54,1191 - 4,23 \ln(T + 273,16) - \ln(75000)} - 273,16$$

Halle los valores de las raíces aproximados, tomando como parámetro inicial $T = 50$ °C para ambas ecuaciones.

4. La ganancia $G(x)$ en dólares, por venta de un producto en una empresa, se estima por medio de la fórmula:

$$G(x) = -78x^3 + 4952,1x^2 - 328000, \quad 0 \leq x \leq 62$$

Donde x representa el gasto de publicidad en 10 000 dólares. Determine la más pequeña de dos cantidades de publicidad que van a producir una ganancia de 2,8 millones de dólares.

Método de bisección

Es un algoritmo de búsqueda de raíces que trabaja al dividir el intervalo $[a,b]$ a la mitad $(a+b)/2$, seleccionar el subintervalo que tiene la raíz donde la función $f(x)$ se evalúa. Este método es menos eficiente que el método anterior, con el atenuante de que es más seguro en cuanto a garantizar la convergencia de $f(x)$.

Para aplicar este método la función debe cumplir una serie de requisitos:

1. La función $f(x)$ debe ser continua en el intervalo $[a,b]$.
2. Se debe verificar la condición que $f(a) f(b) < 0$.

Con estas dos condiciones se garantiza la convergencia a la raíz de $f(x)$.

3. Se calcula el punto medio p del intervalo $[a,b]$, y luego se evalúa $f(p)$. Si la función es igual a cero, se ha encontrado la raíz buscada.

4. Para el caso en que $f(p)$ sea diferente de cero, se verifica que esta función tenga signo opuesto con $f(a)$ o con $f(b)$. Con esta condición, se garantiza la convergencia si $f(a)$ y $f(b)$ tienen diferente signo.

5. El siguiente paso consiste en redefinir el intervalo original $[a,b]$ como $[a,i]$ ó $[p,b]$, conforme se haya determinado en cuál de estos intervalos se presenta el cambio de signo.

6. Con el nuevo intervalo se procede a repetir de forma sucesiva el proceso, encerrando la solución en un nuevo intervalo que cada vez tiende a hacerse más pequeño, hasta que se alcance la precisión deseada.

Este método converge linealmente, por lo que es un poco lento. Además, si existe más de una raíz en el intervalo $[a,b]$, el método aún es convergente, pero las iteraciones serán muchas más.

La función para evaluar este método en Matlab es la siguiente:

```
function [x e] = mbisect(f,a,b,n)

% Entradas: f — que es la función original
% a y b — son los valores del intervalo
% n indica el número de iteraciones para la función f
% Salidas: x — la solución estimada de  $f(x) = 0$ 
% e — un límite superior del error

format long

% evaluate at the ends and make sure there is a sign change
c = f(a); d = f(b);

if c*d > 0.0

error('La función tiene el mismo signo en ambos extremos. ')

end

disp('      x      y')

for i = 1:n

% Encontrar el centro y evaluar allí

x = (a + b)/2;

y = f(x);
```

```

disp([ x y])
if y == 0.0 % Resuelve exactamente la ecuación
e = 0;
break % Salta del bucle for
end

% se decide el modo en que los signos en los extremos del intervalo
difieran
if c*y < 0
b=x;
else
a=x;
end
end

% Se establece la mejor estimación para x y el límite de error
x = (a + b)/2;
e = (b-a)/2;

```

Ejemplos

En la Command Window se define la función a evaluar. Por ejemplo, halle los valores de convergencia para las funciones dadas:

1. $f(x) = \cos(x) - x$, es continua en el intervalo $[0, \pi/2]$ con $n = 3$.

```
>> f=@(x) cos(x)-x;
```

```

>> [x e] = mbisect(f,0,pi/2,3)

      x      y
0.785398163397448 -0.078291382210901
0.392699081698724 0.531180450812563
0.589048622548086 0.242420989754459

x =
0.687223392972767

e =
0.098174770424681

```

2. Otra opción es emplear de forma directa la instrucción de bisección que por definición viene en las librerías de Matlab. Estas es:

$f(x)=4+\text{sen}(2x+1)$, para el intervalo $[1, 1,5]$ con un $n = 5$.

Si se aplica la función anterior va a generar error a la hora de aproximar, así que he aquí otra opción para su desarrollo, en la que se muestra el valor de la raíz con su respectivo cálculo y el error.

```

clear all

format short;

a=input('Digite el valor de a: ');

b=input('Digite el valor de b: ');

cont=input('Digite el número n de iteraciones: ');

```

```

fun=input('Digite la funcion f(x)=','s');
f=inline(fun);
for k=1:cont
    c=(a+b)/2;
    e=abs((b-a)/2);
    A(k,:)= [k a b c f(c) e];
    if f(a)*f(c)<0
        b=c;
    else
        a=c;
    end
end
fprintf('\n  |tk  |ta  |tb  |tc  |tf(c)  |terror\n')
disp(A)
fprintf('Solución:\n c=%8.5f\n',c)
fprintf('f(c)=%8.5f\n',f(c))
fprintf('error=%8.5f\n',e)

```

Al correr el *script* se tiene:

Digite el valor de a: 1

Digite el valor de b: 1.5

Digite el número n de iteraciones: 5

Digite la función $f(x)=4+\sin(2*x+1)$

k	a	b	c	$f(c)$	$error$
1.0000	1.0000	1.5000	1.2500	3.6492	0.2500
2.0000	1.2500	1.5000	1.3750	3.4284	0.1250
3.0000	1.3750	1.5000	1.4375	3.3306	0.0625
4.0000	1.4375	1.5000	1.4688	3.2855	0.0313
5.0000	1.4688	1.5000	1.4844	3.2640	0.0156

Solución:

$$c = 1.48438$$

$$f(c) = 3.26399$$

$$error = 0.01563$$



Práctica 3

Halle los valores de aproximación de convergencia para las funciones dadas. Tome un factor de error de 0,001.

1. $f(x) = x \operatorname{sen}(x) - 1$, para el intervalo $[0, 2]$ con $n = 9$.

2. $f(x) = x^3 - 10x - 6$, para el intervalo $[0, 1, 0, 5]$ con $n = 7$.

3. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 15x - 5,15$, para el intervalo $[1, 3, 2]$ con $n = 5$.

4. $g(x) = e^{-x} - \ln(x)$, para el intervalo $[1, 1, 5]$ con $n = 6$.

5. $g(x) = \tan^{-1}(x) + x - 1$, para el intervalo $[0, 1]$ con $n = 8$.

6. $f(x) = xe^{-x} - \pi$, para el intervalo $[0, 2]$ con $n = 8$.

Método de la secante

Es un algoritmo de búsqueda de raíces que permite encontrar los ceros de una función de manera iterativa. Este método requiere de dos aproximaciones iniciales x_0 y x_1 , preferiblemente que ambos estén razonablemente cerca de la solución x . De x_0 y x_1 se puede determinar que los puntos $(x_0, y_0 = f(x_0))$ y $(x_1, y_1 = f(x_0))$ se encuentran en la gráfica de la función f . Al conectar estos puntos se obtiene la línea (secante):

$$y - y_1 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} (x_1 - x)$$

Puesto que lo que se quiere es que $f(x) = 0$, entonces el método se define mediante una relación de recurrencia de la siguiente manera:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})} f(x_n)$$

Con $y_i = f(x_i)$.

La función en Matlab para evaluar este método es:

```
function y=fsecante(f,a,b,tol)
```

```
u=subs (f,a);
```

```
v=subs (f,b);
```

```
c=2; % Número de iteraciones
```

```
x0=a;
```

```
x1=b;
```

```

while abs (u)>tol
    y=x0—u*(x1—x0)/(v—u);
    x0=y;
    x1=b;
    u=subs(f,x0);
    v=subs(f,x1);
    c=c+1
end
c
y

```

Ejemplos

Halle la convergencia de las funciones dadas:

1. $f(x)=x^2-4x-1$, para el intervalo [1,5], con una tolerancia de 0,0001.

```
>> f = @(x)(x.^2—4*x—1);
```

```
>> x = fsecante(f, 1,5, 0.0001);
```

```
c =
```

```
3
```

$c =$

4

 $c =$

5

 $c =$

6

 $c =$

7

 $c =$

8

 $c =$

9

 $c =$

9

$y =$

987/233

2. Una forma alternativa de solucionar la ecuación anterior es empleando el siguiente *script*:

```
clc
```

```
y(1)=input('Digite xo: ');
```

```
y(2)=input('Digite x1: ');
```

```
tol=input('Ingrese el valor de tolerancia: ');
```

```
syms x;
```

```
f=input('Digite la función: ');
```

```
f1=subs(f,x,y(1));
```

```
f2=subs(f,x,y(2));
```

```
ea(1)=100;
```

```
i=1;
```

```
j=2;
```

```
while abs(ea(i))>=tol
```

```
    y(j+1)=(y(j-1)*f2-y(j)*f1)/(f2-f1); f1=f2; f2=subs(f,x,y(j+1));
```

```
    ea(i+1)=(y(j+1)-y(j))/y(j+1)*100;
```

```
    j=j+1;
```

```

    i=i+1;
end
fprintf(' i    xf(i)    Error aprox (i) \n');
for k=2:j;
    fprintf('%2d\t%11.7f\t%7.3f\n',k-1,y(k),ea(k-1));
end

```

Al correr el *script* se tiene:

Digite xo: 1

Digite x1: 5

Ingrese el valor de tolerancia: 0.0001

*Digite la función: $x^2-4*x-1$*

<i>i</i>	<i>xf(i)</i>	<i>Error aprox (i)</i>
1	5.0000000	100.000
2	3.0000000	-66.667
3	4.0000000	25.000
4	4.3333333	7.692
5	4.2307692	-2.424
6	4.2359551	0.122
7	4.2360681	0.003
	4.2360680	-0.000

Práctica 4

1. Halle los valores de aproximación de convergencia para las funciones dadas. Tome errores de 0,0001.

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{\frac{x}{2}} \cos(\pi x), \text{ para el intervalo } [-5,6].$$

$$f(x) = 2x^3 - 7x - 5, \text{ para el intervalo } [1,3]$$

$$f(x) = e^{-x^2} - x, \text{ para el intervalo } [0,1].$$

$$g(x) = \tan^{-1}(x) - 2x + 1, \text{ para el intervalo } [0,1].$$

$$g(x) = \ln(x) + 3x - 15, \text{ para el intervalo } [1,5, 3].$$

$$f(x) = \text{sen}^{-1}(x) - e^{-2x}, \text{ para el intervalo } [0, 0,5].$$

2. El control de tráfico en una autopista congestionada se puede medir a través de la tasa de flujo vehicular F , así:

$$F(v) = \frac{v}{22 + 0,02v^2}$$

Donde v representa la velocidad del tráfico medido en millas por hora.

Determine la convergencia de $F(v)$ para el intervalo $[0,6]$, con una tolerancia de 10^{-4} .

3. Un objeto cae desde una altura de 50 pies, donde la posición está dada por la función:

$$s(t) = -16t^2 + 16t + 50$$

Determine la convergencia de $s(t)$ para el intervalo $[-1,2]$, con una tolerancia de 10^{-3} .

Método Regula Falsi

Es una combinación del método de la secante y el método de bisección. Como en el método de la bisección, se tiene que comenzar con dos aproximaciones a y b , para las cuales $f(a)$ y $f(b)$ tienen signos diferentes. Como en el método de la secante, se sigue la línea secante a fin de obtener una nueva aproximación, lo cual da una fórmula similar:

$$x = x_a - \frac{x_b - x_a}{f(x_b) - f(x_a)} f(x_a)$$

Así, entonces, como en el método de la bisección, se comprueba el signo de $f(x)$; si es igual al signo de $f(a)$, entonces x se convierte en el nuevo a y, de otra manera, x se convierte en el nuevo b . Se debe observar que, en general, $a \rightarrow x$ o $b \rightarrow x$, pero no ambos, así que $b - a$ no tiende a cero. Este hecho se convierte en un inconveniente de este método porque, en general, el ancho del intervalo que contiene a la raíz no tiende a cero. Esto se debe a que las funciones poseen concavidades o convexidades cercanas a la raíz, por lo cual, mientras un extremo queda fijo, el otro avanza cada vez más lentamente hacia la raíz.

La función en Matlab para evaluar el método de posición falsa consiste en crear una función que devuelve una aproximación del único cero de la función f entre el intervalo a y b . La condición es que la función debe ser continua y tener signos distintos en el intervalo.

```
function [x] = RegulaFalsi(f,a,b,eps,tol)
```

```
%
```

```
% Argumentos:
```



```

% f: Se define un handle a la función
% a,b : extremos de un intervalo con un cero de f
% eps : se detiene el algoritmo si |f(x)| < epsi
% tol : se detiene el algoritmo si |x—sol_exacta| < tol
%
fa = fun(a);
fb = fun(b);
if ( fa*fb > 0 )
    error('La funcion debe cambiar de signo en el intervalo');
end
x = (fb*a—fa*b)/(fb—fa);
while (abs(b—a) > tol )
    fx = fun(x);
    if ( abs(fx) <eps)
        return
    end
    if ( fa*fx > 0 )
        a = x;
    else
        b = x;
    end
end

```



```
fb = fx;
```

```
end
```

```
x = (fb*a—fa*b)/(fb—fa);
```

```
end
```

Ejemplo

Halle la raíz para la función $f(x)=e^{-x}-\ln(x)$ en el intervalo $[1,2]$, con un valor de ϵ del 1% y tolerancia de 0,0001.

```
>> fun=@(x) exp(-x)—log(x);
```

```
>> [x] = RegulaFalsi(fun, 1,2,0.001,0.0001)
```

```
x =
```

```
1.3100
```

Práctica 5

Halle los valores de aproximación de convergencia para las funciones dadas con un valor de ϵ de 1 %. Tome errores de 0,001.

1. $f(x)=e^{-x}-x$, para el intervalo $[0,1]$.

2. $f(x)=\arctan(x)+x+1$ para el intervalo $[-1,1]$.

3. $f(x)=x^6-1$, para el intervalo $[0, 1,5]$.

4. $f(x)=x^3+x+16$, para el intervalo $[-3,-2]$.

5. $g(x)=\sqrt{x}-\cos(x)$, para el intervalo $[0,3]$.

6. $g(x)=(x-1)e^x$, para el intervalo $[0,3]$.

23.

Herramienta de simulación de Matlab



Simulink Onramp

Simulink Onramp es un programa de Matlab que se emplea con el fin de programar, a través de módulos, sistemas dinámicos compuestos por ecuaciones diferenciales —tanto lineales como no lineales— en tiempo continuo, muestreados e híbridos, así como sistemas multifrecuencia. Estos módulos están compuestos por bibliotecas de bloques de construcción o multidominio que se conectan unos con otros por medio de líneas, las cuales transmiten la información. Una ventaja de este tipo de programación por bloques es la disponibilidad de plantillas de construcción que evitan la necesidad de escribir código, muy útil para personas neófitas en este tema.

Ahora Bien, Simulink permite el diseño y la simulación a nivel de sistema, la generación automática de código, así como la prueba y la verificación continua de los sistemas embebidos.

Las características principales de esta herramienta son:

- editor gráfico para crear y gestionar diagramas de bloques jerárquicos;
- bibliotecas de bloques predefinidos que permiten modelar sistemas continuos y discretos;
- motor de simulación con *solvers* de ecuaciones diferenciales ordinarias de paso fijo y paso variable;
- *scopes* y *data displays* para ver los resultados de la simulación;
- herramientas de gestión de proyectos y datos que permiten administrar los archivos y los datos del modelo;



- herramientas de análisis de modelos para perfeccionar la arquitectura del modelo y aumentar la velocidad de simulación;
- bloque Matlab Function para importar algoritmos de Matlab en modelos;
- Legacy Code Tool para importar código C y C++ a los modelos;

A fin de entrar al entorno de Simulink se pueden realizar por dos medios:

- en la pestaña Home, busque el ícono Simulink;
- digite en la ventana de comandos de Matlab: `>>simulink`.

Una vez ejecutada la instrucción, aparece la ventana que se muestra en la Figura 23.1.

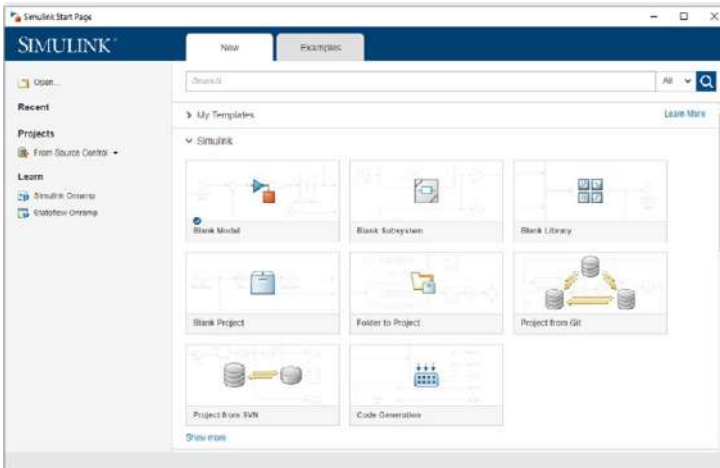


Figura 23.1. Interfaz gráfica de Simulink.

Como se observa, Simulink está compuesto por varias herramientas que ejecutan un sinnúmero de tareas a nivel de ciencias e ingeniería, por lo que es importante familiarizarse con algunas de ellas.

Simulink Library Brower (SLB)

En la nueva interfaz de Simulink vamos a empezar por abrir un nuevo archivo mediante un clic en Blank Model, de modo que se va a desplegar un ventana de trabajo sobre la cual se va a ubicar el botón Simulink Library Brower (SLB), el cual se señala con una flecha según se observa en la Figura 23.2; esta ventana permite visualizar las bibliotecas o librerías de bloques disponibles en Matlab según previa, los cuales se encuentran organizados en grupos, y estos a la vez pueden contener subgrupos.

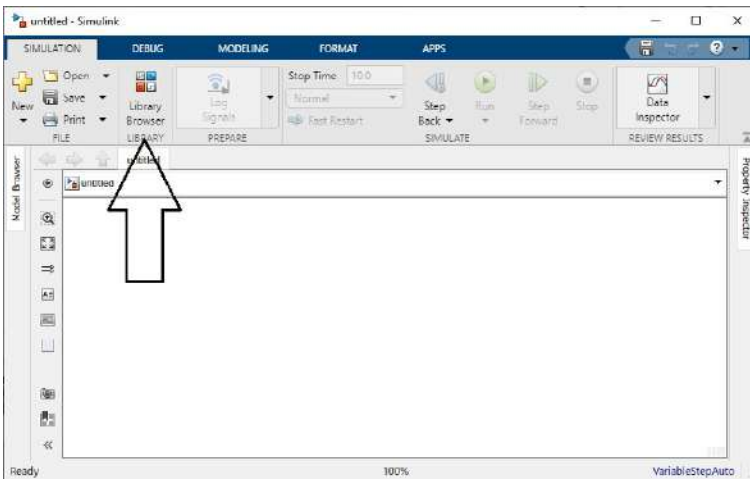


Figura 23.2. Botón Simulink Library Brower.

El SLB contiene las herramientas que se describen a continuación.

En la biblioteca de bloques de uso común, Commonly used blocks, se concentran los bloques que más se emplean en Simulink. Puede entenderse como un repositorio temporal de los bloques que más se usan, lo que facilita al usuario su uso y así no tener que buscar en otras bibliotecas.

La biblioteca Continuous contiene los bloques básicos para el tratamiento de señales por medio de funciones de transferencia: sus polos, ceros y ganancias, al igual que sus ecuaciones en el espacio de estado.

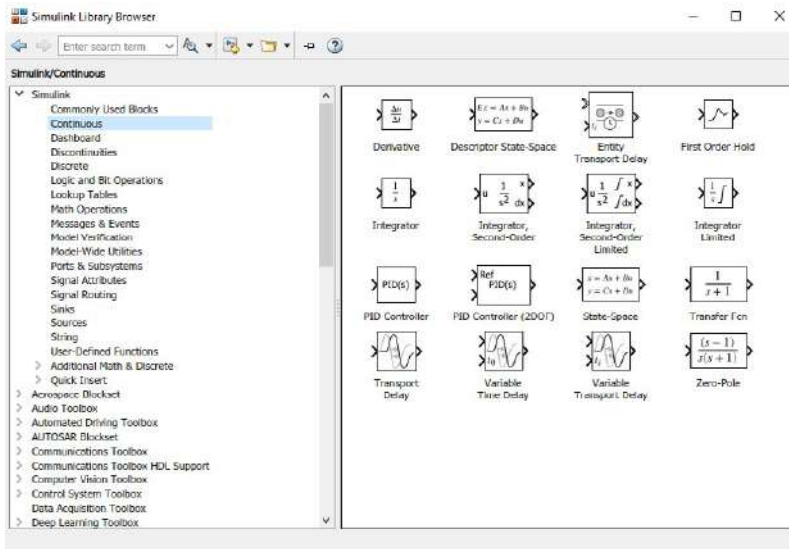


Figura 23.3. Biblioteca de bloques de uso común Simulink.

La biblioteca Discrete contiene bloques relacionados con sistemas discretos expresos a través de funciones de transferencia; sus polos, ceros y ganancias, al igual que sus ecuaciones en el espacio de estado.

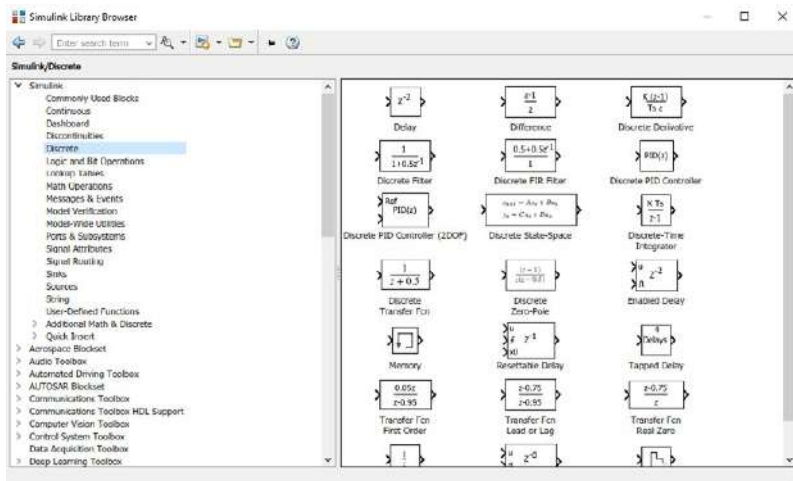


Figura 23.4. Biblioteca Discrete.

La biblioteca Sources contiene los bloques para la producción de diferentes señales (funciones) (véase la Figura 23.5).

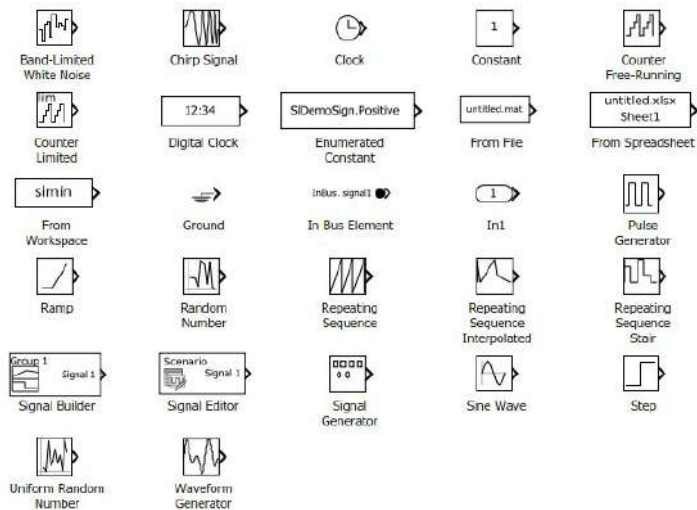


Figura 23.5. Biblioteca Sources.

La biblioteca Math Operations, por su parte, contiene un conjunto de bloques de operaciones matemáticas entre señales.

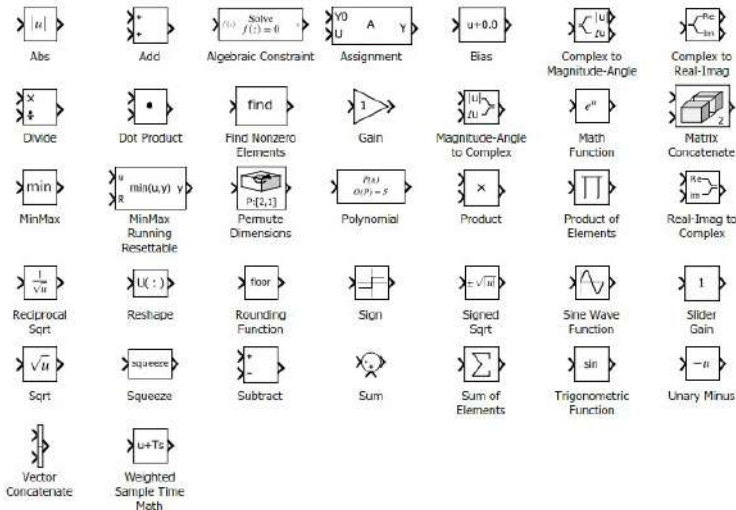


Figura 23.6. Biblioteca Math Operations.

Por último, la biblioteca Sinks contiene bloques que muestran los datos simulados en pantalla o los guarda en ficheros.

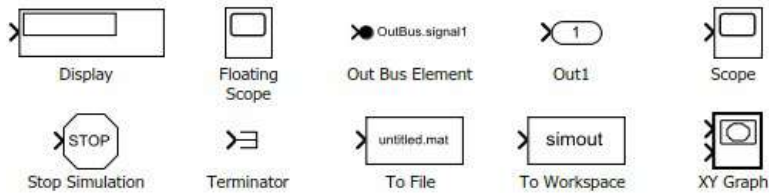
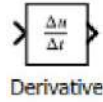


Figura 23.7. Biblioteca Sinks.

Existen unos bloques en particular que son clave en el uso de Simulink y se encuentran agrupados en librerías, tal como se describe a continuación.

Librería de sistemas lineales en tiempo continuo (Continuous)



Representación 1

Derivative permite realizar una aproximación de la derivada de entrada, considerando los valores de salida igual a 0. El grado de exactitud de la simulación depende del tamaño del periodo de muestreo.

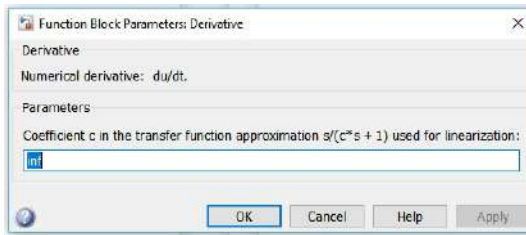
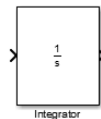


Figura 23.8. Function Block Parameters Derivative.



Representación 2

El bloque Integrator integra la entrada de la función a simular, que es la derivada en el tiempo del estado. Para esto debe hacerse doble clic, de manera que se despliega una ventana que permite digitar los valores relacionados con el método de integración que aparece en el menú.

Por su parte, Parameters también provee una opción que permite configurar el estado inicial, al igual que especificar los límites

inferiores y superiores para la integración. Con el fin de determinar estos límites se debe seleccionar la opción Limit output y asignar valores en los campos Upper saturation limit y Lower saturation limit, tal como se observa en la Figura 23.9.

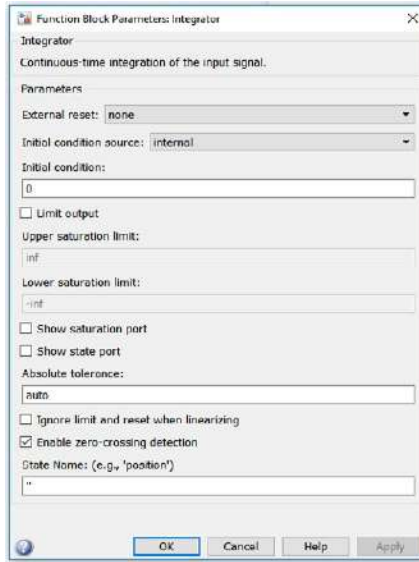
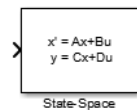


Figura 23.9. Configuración de parámetros del bloque integrador.



Representación 3

Este bloque implementa un sistema de ecuaciones en un espacio de estados:

$$\dot{x} = Ax + Bu; y = Cx + Du$$

Donde x y u son vectores columna, A es una matriz cuadrada $n \times n$, con n que representa el número de estados del sistema, B es una matriz B de dimensión $n \times m$, con m siendo el número de

entradas, C la matriz de dimensión rxn , y donde r representa el número de salidas y D la matriz de dimensión rxm .

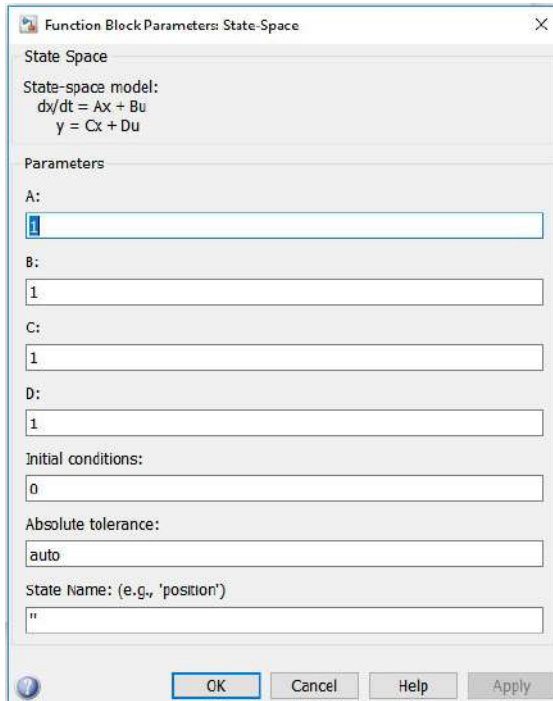
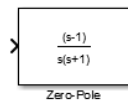


Figura 23.10. Configuración de parámetros.



Representación 4

Zero Pole bloque representa la función de transferencia a simular bajo determinados parámetros que el usuario debe especificar en el dominio de s , bien sea como una expresión escalar o un vector. Las entradas son ceros, polos, ganancia y tolerancia absoluta (véase la Figura 23.11).

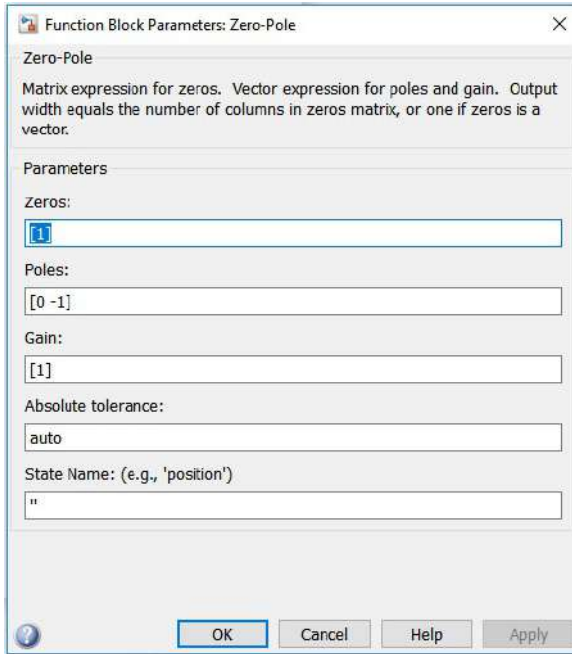


Figura 23.11. Configuración de parámetros del bloque Zero Pole.

Transfer Fcn



Representación 5

Transfer Fcn se encarga de implementar una función de transferencia, cuya entrada es $U(s)$ y una salida $Y(s)$:

$$G(s) = \frac{U(s)}{Y(s)}$$

Este bloque se programa ingresando los datos como escalar o como un vector dado el caso.

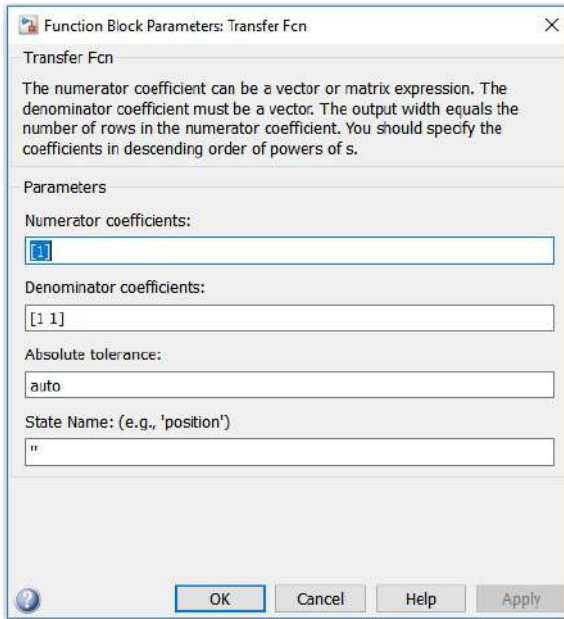
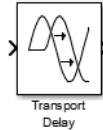


Figura 23.12. Configuración de parámetros del bloque Fcn.



Representación 6

La función de Transport Delay es retrasar la entrada del bloque por un determinado periodo de tiempo. Para esto se procede a hacer doble clic en el bloque para desplegar la ventana de configuración, luego, seleccione Initial output, que se mantendrá constante hasta que el tiempo de la simulación exceda el valor del retraso Time delay, el cual no puede ser negativo, ya que este debe ser mayor que el tiempo de muestreo, tal como se observa en la Figura 23.13.

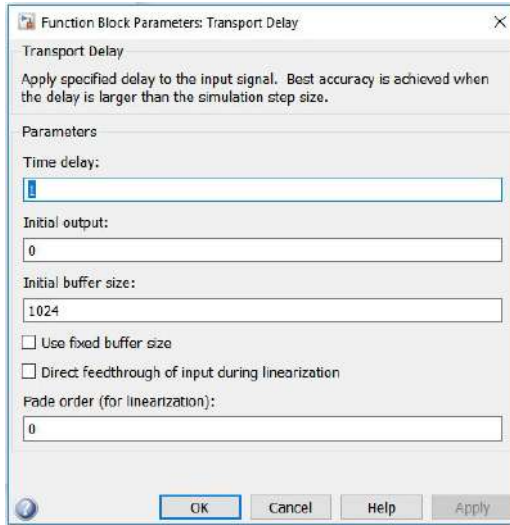
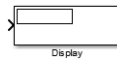


Figura 23.13. Configuración de parámetros del bloque Transport Delay.

Librería Sinks



Representación 7

Display muestra por pantalla el valor de su entrada. El parámetro Decimation (véase la Figura 23.14) habilita la visualización de los datos con la n —ésima muestra, donde n es el factor de conversión al sistema decimal.

El parámetro Sample time permite especificar el intervalo de muestreo que será visualizado. Se puede modificar la presentación tanto vertical como horizontal. Si aparece un triángulo negro indica que el bloque no está mostrando todos los elementos por pantalla.

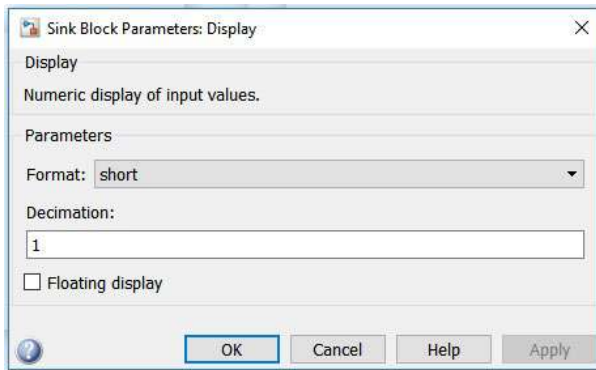


Figura 23.14. Configuración de parámetros del bloque Display.



Floating Scope

Representación 8



Out1

Representación 9

Out1 suministra un puerto a la salida para un subsistema o modelo.



Stop Simulation

Representación 10

Stop Simulation permite simular una señal cuando la entrada es diferente de cero.



Terminator

Representación 11

Bloque que se emplea para terminar señales a la salida.



Representación 12

Representa gráficamente la o las señales con respecto al tiempo de simulación. Este bloque permite realizar ajustes del tiempo y el rango de los valores de entrada, antes o después de la simulación. Si se trabaja con n variables, el sistema asigna colores a cada elemento de la señal para diferenciarlas.

En la gráfica obtenida (véase la Figura 23.15) se pueden ajustar los límites de los ejes al hacer clic derecho sobre la gráfica y seleccionando la opción Axis Properties, tal como se muestra a continuación.

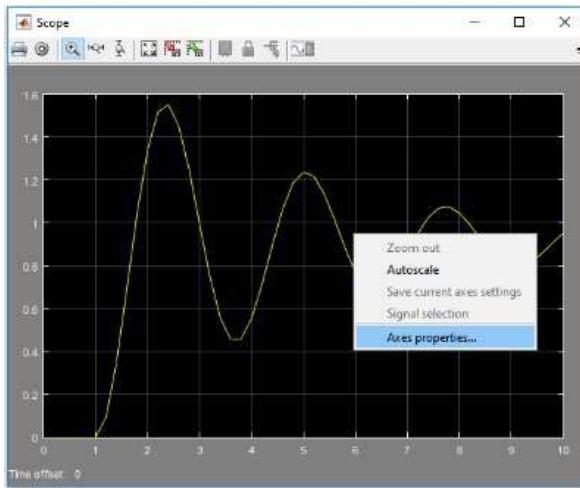


Figura 23.15. Ejemplo de simulación de una señal.

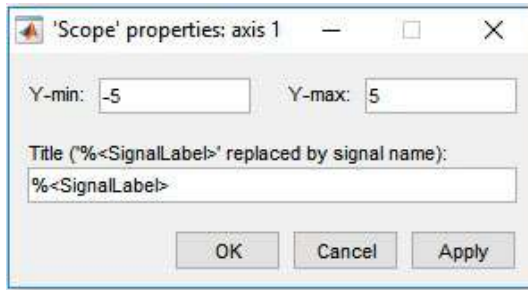


Figura 23.16. Ventana de configuración de una señal.

En la barra de herramientas de la ventana del bloque Scope se dispone de varios íconos. Uno de ellos permite realizar *zoom* en la gráfica, limitar los datos presentados o guardarlos.

Existe otro ícono de gran utilidad denominado Parameters. Al pulsar este botón despliega una ventana que muestra los parámetros generales (véase la Figura 23.17).

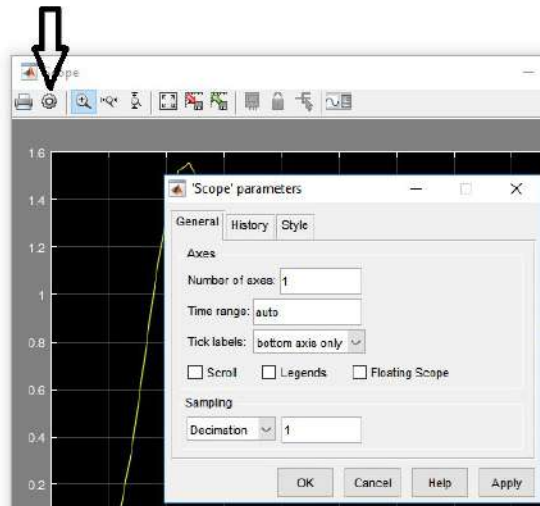


Figura 23.17. Configuración de parámetros de la señal de salida.

Number of axes permite seleccionar el número de ejes que se desean representar en la gráfica del bloque Scope.

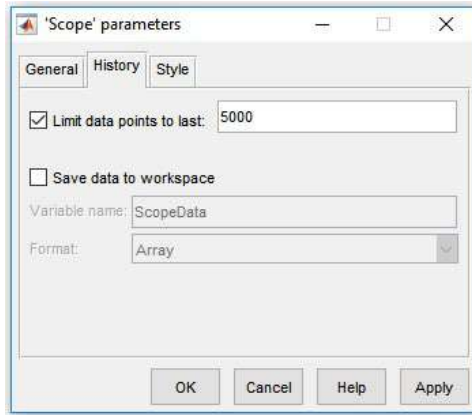
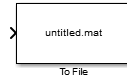


Figura 23.18. Selección del número de ejes que se desea representar en una gráfica.

La pestaña Data history contiene el parámetro Limit data points to last, el cual permite especificar cuántos puntos serán representados durante la simulación (por defecto toma 5000). Es aconsejable que si la simulación posee un periodo de muestreo muy pequeño se debe asignar un número grande a fin de visualizar toda la simulación de forma correcta.

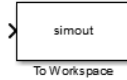
En el caso de guardar los datos de las variables representadas en el espacio de trabajo se selecciona Save data to workspace, el cual activa la opción Variable name, la cual define el nombre de la variable y Format, que configura el formato con el que se guardan los datos: Structure with time, Structure y Array.

Así, por ejemplo, si se selecciona Array, los datos se guardan en una matriz en la que, en la primera columna, se almacenan el vector del tiempo de simulación, y en la segunda columna el vector de la señal de entrada del bloque.



Representación 13

El bloque To File escribe datos en una matriz en el espacio de trabajo.



Representación 14

To Workspace envía los valores de la entrada a una variable (Variable name). La opción Save format determina el formato de la variable de salida.

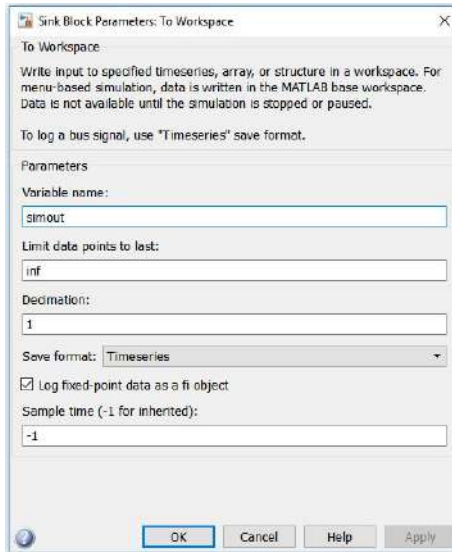
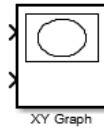


Figura 23.19. Configuración de parámetros del bloque To Workspace.



Representación 15

Este bloque visualiza la gráfica X—Y de las señales en la ventana de figuras de Matlab.

Librería de funciones definidas por el usuario (User Defined Functions)



Representación 16

El bloque Fcn cumple la función de ejecutar una ecuación que depende de la entrada del bloque, denominada u . Si u es un vector, $u(i)$ representa el i —ésimo elemento del vector (a modo de ejemplo véase la Figura 23.20). La ecuación puede incluir constantes, operadores aritméticos, relacionales y lógicos, al igual que funciones matemáticas en general.

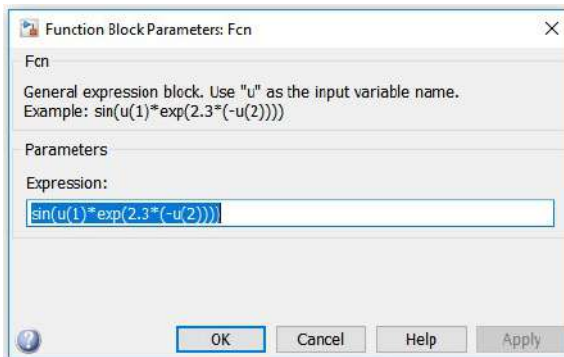
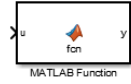


Figura 23.20. Configuración de parámetros del bloque Fcn.



Representación 17

Matlab *Fcn* ejecuta una función o expresión. Es muy parecido al bloque anterior, su diferencia está en que este llama a la función para cada paso de integración, la cual ha sido previamente creada en el editor como un *script* (véase la Figura 23.21), es decir, el bloque llama al nombre del script *function ejemplo (u)*.

 A screenshot of the MATLAB Function editor window. The title bar says 'Edit'. The main window shows a script with the following code:


```

1 function y = fcn(u)
2 %#codegen
3
4 y = u;
```

Figura 23.21. Ejemplo de script que llama la función *fcn*.

Librería de fuentes (*sources*)



Representación 18

El bloque Clock visualiza y proporciona el tiempo de simulación de una señal.



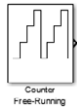
Representación 19

Band Limited White Noise introduce ruido blanco en un sistema continuo.



Representación 20

Chirp Signal genera una onda senoidal de frecuencia creciente.



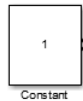
Representación 21

Counter Free—Running muestra una salida que, normalmente, es un número entero no asignado con el número de bits especificado.



Representación 22

Digital clock genera un tiempo de simulación en un intervalo de muestreo especificado.



Representación 23

Este bloque se usa para definir el valor de una constante real o compleja, la cual puede ser escalar, vectorial o matricial. Este parámetro se ingresa en el Constant value y en la opción Interpret vector parameters as 1—D, la cual, por defecto, esta activa (véan-

se las figuras 23.22 y 23.23). Al desmarcarla, permite configurar otros parámetros según las características de la constante.

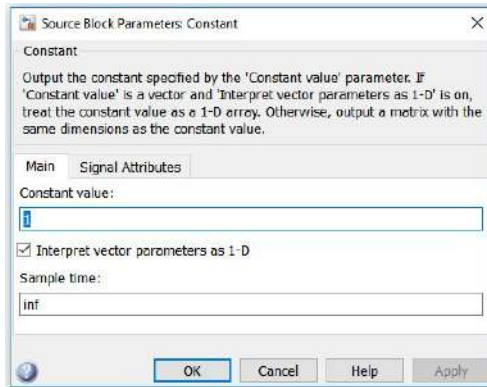


Figura 23.22. Configuración de parámetros del bloque Constant.

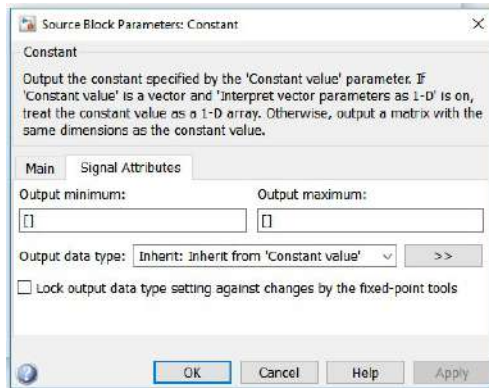


Figura 23.23. Configuración de parámetros de salida del bloque Constant.

La pestaña Signal Attributes permite configurar los patrones de salida de la señal.



Representación 24

Este bloque lee los datos del espacio de trabajo o Workspace. Los datos se especifican mediante el parámetro Data a través de una matriz de dos dimensiones $[t, u]$.

Existen otros parámetros de configuración de la señal para casos específicos de interpolación, extrapolación, etc. Véase la Figura 23.24.

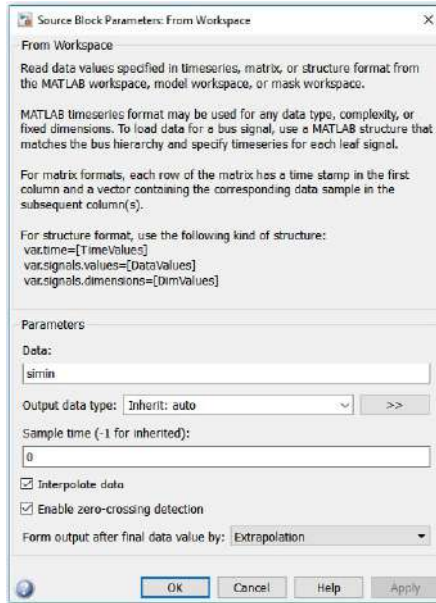


Figura 23.24. Configuración de parámetros del bloque From Workspace.



Representación 25

From File permite leer los valores del tiempo y la salida de la primera matriz en un archivo *.m* especificado.



Representación 26

From Workspace permite leer datos de una matriz definida en el espacio de trabajo.



Representación 27

El bloque Ground se usa para modelar las señales de entrada.



Representación 28

In1 suministra un puerto de entrada para un subsistema.



Representación 29

Pulse Generator genera pulsos de onda a intervalos regulares.



Representación 30

El bloque Ramp genera una señal que evoluciona con una pendiente determinada en el bloque que varía en el tiempo. Las características de la señal se configuran mediante las siguientes opciones: pendiente (Slope), tiempo de inicio (Start Time) y la condición inicial de la salida (Initial Output). Véase la Figura 23.25.

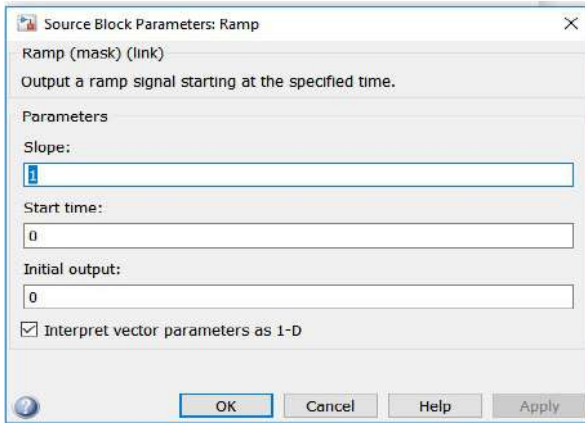
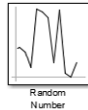
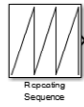


Figura 23.25. Configuración de parámetros del bloque Ramp.



Representación 31



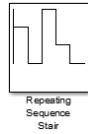
Representación 32

Este bloque genera señales periódicas que se forman de manera arbitraria.



Representación 33

Este bloque genera una salida de secuencia de tiempo discreto y repite puntos interpolados entre los datos.



Representación 34

Este bloque genera una salida y secuencia repetida de tiempo discreto. Los valores son de carácter vectorial y el tiempo de muestreo por defecto es negativo, por lo cual se debe configurar, tal como se muestra en las figuras 23.26 y 23.27.

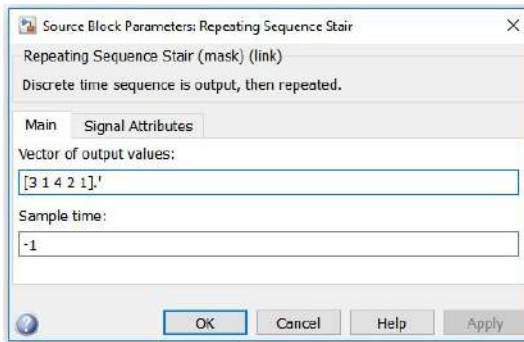


Figura 23.26. Configuración de parámetros del bloque Repeating Sequence Stair.

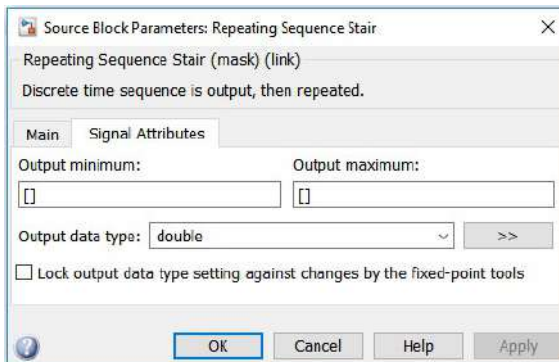
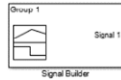


Figura 23.27. Configuración de parámetros del bloque de salida Repeating Sequence Stair.

De igual manera, en la pestaña Signal Attributes es posible configurar las salidas, así como escoger el tipo de datos de salida (Output data type). En ella se despliega una serie de opciones, tales como booleana, signo entero de 8, 16 y 32 bits, entre otros.



Representación 35

Este bloque crea y genera grupos de señales intercambiables cuyas formas de ondas son trazos lineales. Al hacer clic en este bloque aparece la gráfica de la Figura 23.28 que, por defecto, muestra una señal.

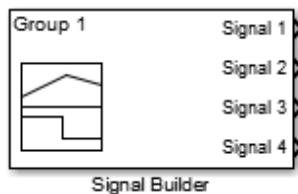
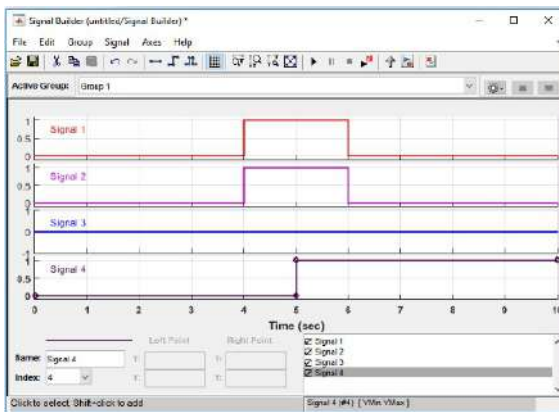


Figura 23.28. Configuración de parámetros del bloque Signal builder.

Es posible cargar más señales en la figura, la cual se va a ver reflejada en el bloque, tal como se observa en la parte derecha de la Figura 23.28.



Representación 36

Este bloque permite generar cuatro tipos diferentes de onda: seno, cuadrada, diente de sierra y aleatoria. La frecuencia de las señales puede expresarse en unidades de radianes/segundo o Hertz (véase la Figura 23.29).

De igual forma, es posible variar la amplitud de las señales tanto positiva como negativamente.

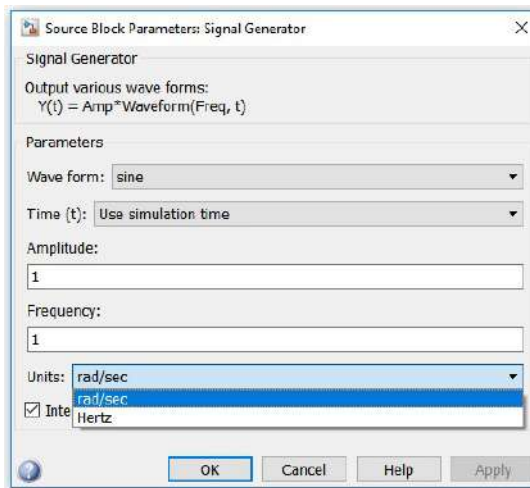


Figura 23.29. Configuración de parámetros del bloque Signal Generator.



Representación 37

Por defecto Sine Wave genera una onda seno. A fin de generar una onda coseno se va al parámetro Phase con el valor $\pi/2$. Este bloque se puede definir de dos maneras: por medio del parámetro Sine type como modo basado en tiempo o como modo basado en muestras.

El modo basado en tiempo posee dos submodos: continuo o discreto. Para esto se emplea el parámetro Sample time con el propósito de especificar el submodo; si es continuo el valor es 0 y si es discreto se especifica un valor mayor que cero.

En el modo basado en muestras requiere de un tiempo discreto finito. Cuando el valor del parámetro Sample time es mayor que cero provoca que el bloque se comporte como si estuviera siendo modificado por un mantenedor de orden cero Zero Order Holder.

La ventana de diálogo de configuración de parámetros de este bloque se describe en los siguientes puntos:

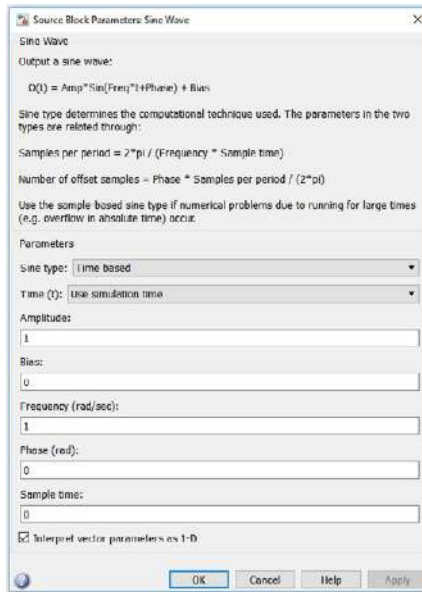
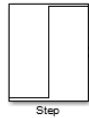


Figura 23.30. Configuración de parámetros del bloque Sine Wave.

- *Amplitud*. Puede ser representada por cualquier valor real.
- *Bias*. Valor (DC) constante agregado a la función seno para producir una salida con *offset* en el eje *y*.
- *Frequency*. Se trabaja con unidades en radianes/segundo (este parámetro aparece solo para el modo basado en tiempo).
- *Phase*. Desfase en radianes (este parámetro aparece para el modo basado en tiempo).
- *Sample time*. Periodo de muestreo. El valor patrón es cero, pero si el tipo de la función seno es basado en muestras se debe definir el periodo de muestreo mayor que cero.



Representación 38

El bloque Step genera una señal de tipo escalón entre dos niveles definidos en un espacio de tiempo especificado, Initial value y Final value.

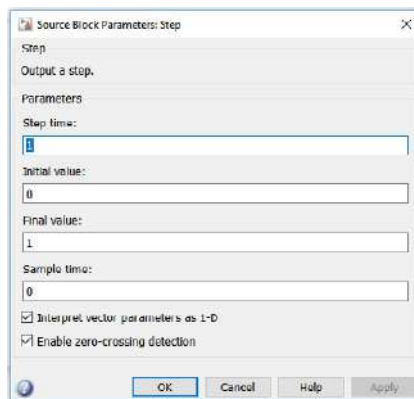


Figura 23.31. Configuración de parámetros del bloque Step.



Representación 39

Este bloque genera una salida de una señal al azar uniformemente distribuida.

Librería de operaciones matemáticas (*Math Operations*)



Representación 40

Sum realiza operaciones de suma o resta de sus entradas, de modo que son este de tipo escalar, vectorial o matricial. El bloque permite sumar los elementos de un único vector entrada.

Las operaciones del bloque se definen en el parámetro List of Signs: más (+), menos (—) y separador (|).

Por defecto, este bloque tiene dos entradas, pero puede configurarse para más, de manera que el número de operaciones debe ser igual al número de entradas. Por ejemplo, “+—” requiere tres entradas y se configura el bloque a fin de restar la segunda entrada a la primera, y luego sumar la tercera.

La pestaña Signal Attributes permite configurar los patrones de salida de la señal.

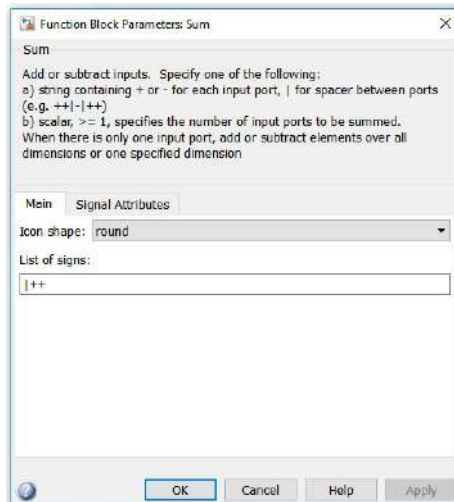


Figura 23.32. Configuración de parámetros del bloque Sum.

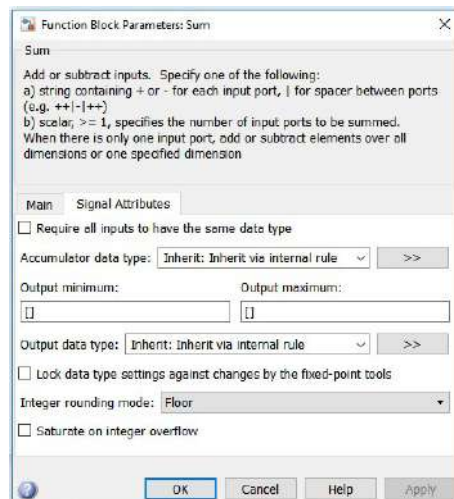
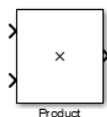


Figura 23.33. Configuración de parámetros de salida del bloque Sum.



Representación 39



El bloque Product realiza la multiplicación o división de sus entradas. La multiplicación se lleva a cabo elemento a elemento o matricialmente, dependiendo del valor del parámetro Multiplication. El número de operaciones se configura con el parámetro Number of inputs.

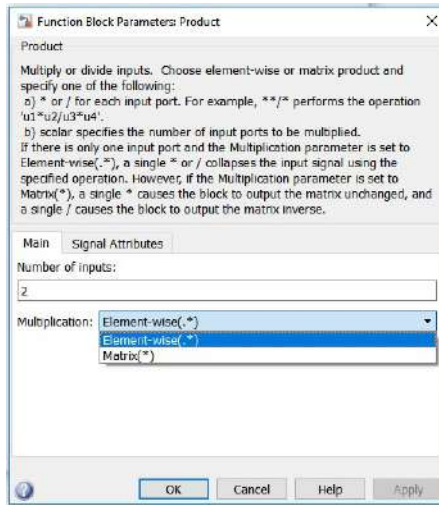


Figura 23.34. Configuración de parámetros del bloque Product.

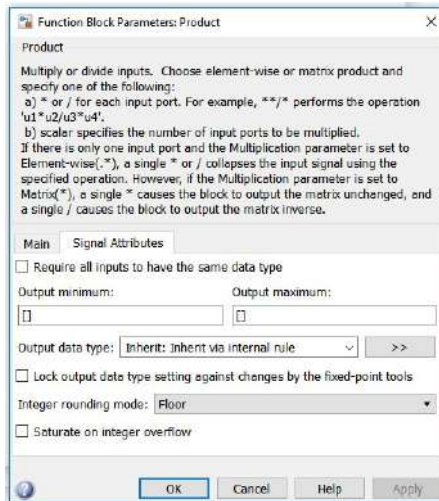


Figura 23.35. Configuración de parámetros de salida del bloque Product.

En la pestaña Signal Attributes es posible configurar los patrones de salida de la señal, bien sea está como valor constante, vectorial o bien matricial, al igual que el tipo de datos y el modo de redondeo entero que se desea.



Representación 40

Este bloque multiplica la entrada por un valor constante o ganancia. La entrada y la ganancia pueden ser un escalar, un vector o una matriz. El parámetro Multiplication permite configurar si esta operación es matricial o elemento a elemento.

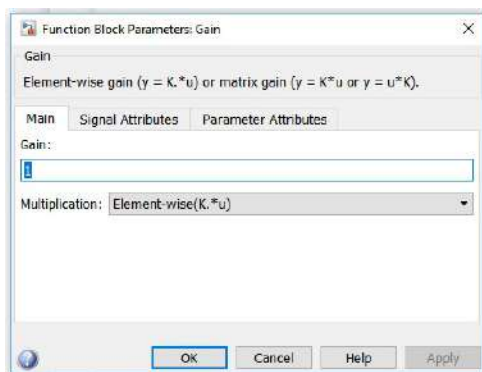
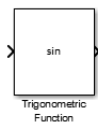


Figura 23.36. Configuración de parámetros del bloque Signal Attributes.



Representación 41

Trigonometric Function permite trabajar las funciones trigonométricas (Function) seno, coseno y tangente con sus respec-

tivas inversas, al igual que sus funciones hiperbólicas e inversas. El bloque presenta tres entradas (Output signal type). La primera se asigna por defecto, la segunda asigna la parte real y la tercera la parte compleja según los datos de entrada (véase la Figura 23.37).

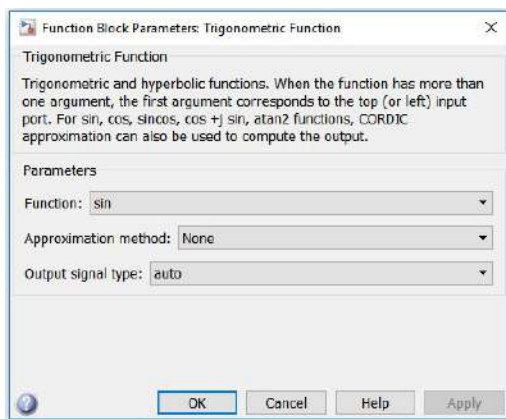
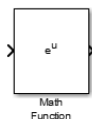


Figura 23.37. Configuración de parámetros del bloque Trigonometric Function.



Representación 42

Math Function implementa las siguientes funciones matemáticas (en *function*): *exp*, *log*, 10^u , *log10*, *magnitude²*, *squae*, *sqrt*, *pow*, *conj*, *reciprocal*, *hypot*, *rem* (resto de la división), *mod* (entero de la división), *transpose* (traspuesta) y *hermitian* (véase la Figura 23.37).

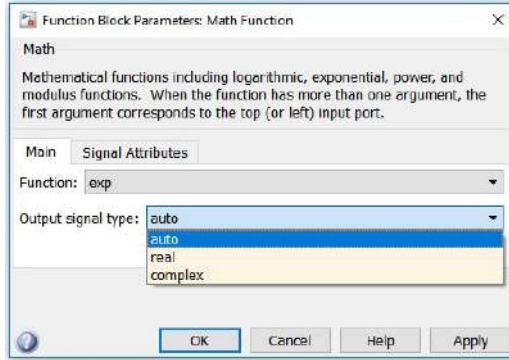
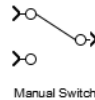


Figura 23.37. Configuración de parámetros del bloque Math Function.

La salida del bloque es el resultado de la operación de la función sobre la entrada. El nombre de la función aparece sobre el bloque. Se emplea el bloque Math Function en el caso en que se desee una salida vectorial o matricial. En la pestaña Signal Attributes se configuran las salidas, si son escalares, vectoriales o matriciales.

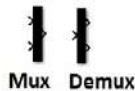
Librería de ruta de señales (*Signal Routing*)



Manual Switch

presentación 43

Este bloque conmuta las entradas pasando solo una de ellas. No hay ventana de diálogo para este bloque. Al hacer doble clic se cambia la configuración de conmutación.



Mux Demux

Representación 44

El bloque Mux combina las entradas en una única salida. Las señales de entrada pueden ser de carácter escalar, vectorial o matricial. El parámetro Number of Inputs permite especificar el número de señales de entrada y su dimensión (véase la Figura 23.38). Para el caso en el que el valor es -1 , significa que el puerto correspondiente puede aceptar señales de cualquier dimensión.

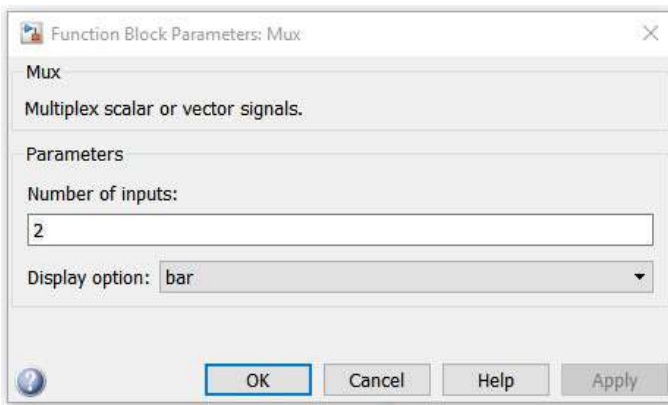


Figura 23.38. Configuración de parámetros del bloque Mux.

En Display option despliega unas opciones en cuanto al tipo de representación de la señal de salida que se desea.

El bloque Demux extrae las componentes de una señal de entrada separándola. El bloque trabaja con señales vectoriales y buses de señales. Para el caso del parámetro Number of outputs (véase la Figura 23.39), si no se configura la dimensión de las salidas el bloque lo determina de forma automática.

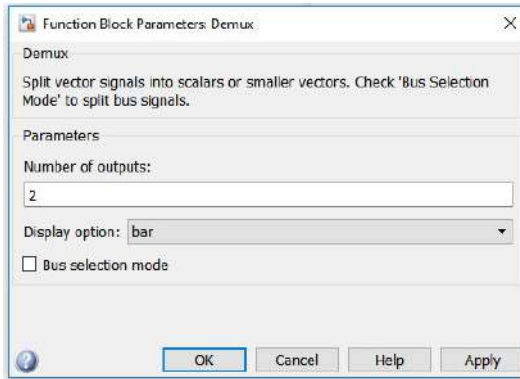


Figura 23.39. Configuración de parámetros del bloque Mux sobre el número de salidas.

Para abrir un nuevo archivo se va al ícono New Model, tal como se indica en la Figura 23.40.

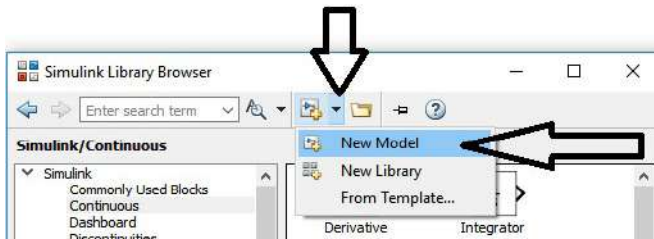


Figura 23.40. Ruta para abrir un nuevo modelo.

Luego, se despliega la ventana de diseño (véase la Figura 23.41).

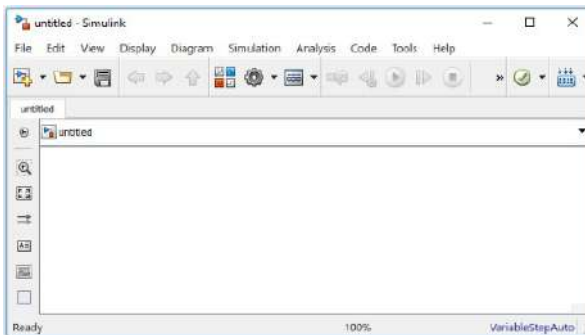


Figura 23.41. Ventana de diseño de Simulink.

En esta ventana se arrastran los íconos desde el catálogo de la biblioteca de Simulink.

Ejercicios resueltos

1. Represente la función seno y su correspondiente integral al mismo tiempo.

La función seno está representada por el bloque Sine Wave, el cual se encuentra en Sources, y la función integrador (Integrator) se encuentra en Continuos; luego un Mux (conector) y un Osciloscopio, que se encuentran en Commonly Used Blocks. Se debe seleccionar cada uno de ellos y arrastrarlos a la ventana de diseño, colocándolos de manera estética, tal como se muestra en la Figura 23.42.

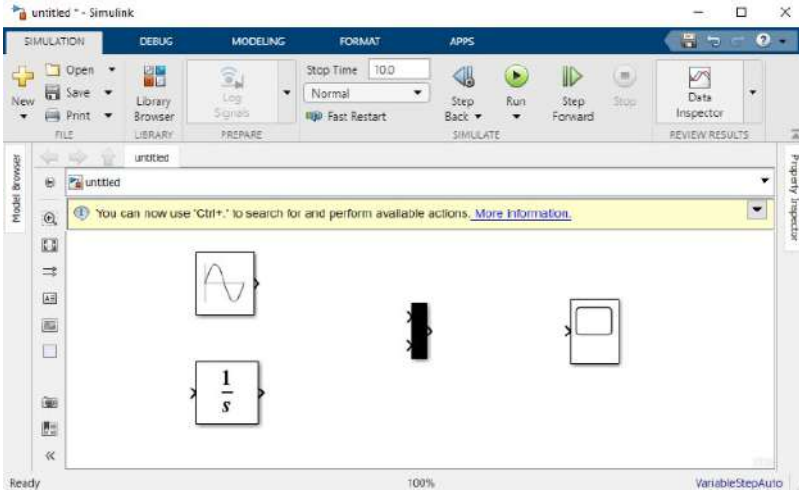


Figura 23.42. Proceso para simulación de la función seno en Simulink.

El bloque Sine Wave genera una onda senoidal. Si se desea generar una onda cosenoidal, se procede a configurar el parámetro fase (Phase) con el valor de $\pi/2$.

El bloque Scope representa de manera gráfica la función de entrada con respecto al tiempo. Este tiempo puede ser ajustado, al igual que el rango de los valores de entrada.

El bloque Integrator integra la entrada de la función de estudio, la cual se toma como la derivada en el tiempo de un estado de un sistema dinámico. Este bloque permite modificarse al hacer doble clic sobre él.

El siguiente paso es conectar los bloques con líneas. Para este proceso Matlab indica la manera de hacerlo. Luego se guarda con algún nombre, en este caso Integrador. Véase la Figura 23.43.

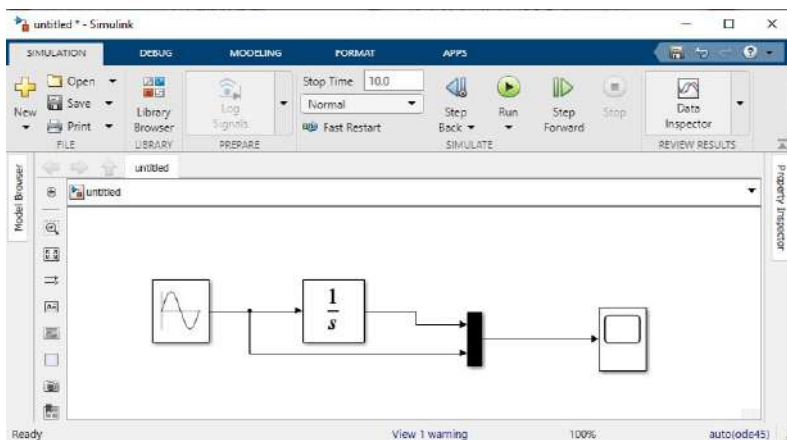


Figura 23.43. Conexión de bloques en Simulink.

A fin de correr la simulación se hace clic en el botón verde RUN, de la ventana de diseño, o doble clic en el ícono del osciloscopio (Scope). El resultado es la gráfica que se muestra en la Figura 23.44.

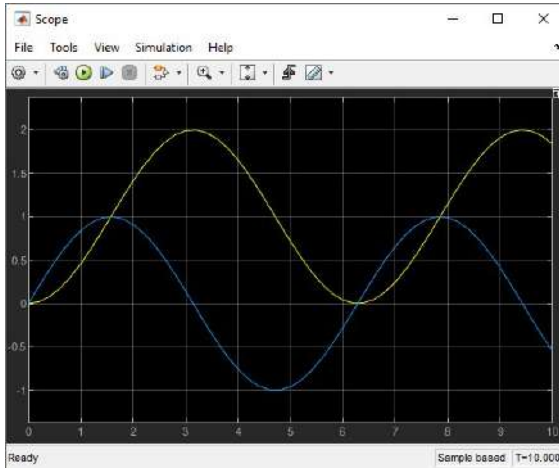


Figura 23.44. Señal resultante.

Se puede realizar ajustes a las funciones, tales como la amplitud, la frecuencia, la fase, el tiempo y el umbral. Solo basta con ubicar el cursor sobre el bloque Sine Wave y hacer doble clic, de modo que se despliega una ventana en la que es posible cambiar las variables mencionadas, tal como se muestra en la Figura 23.45.

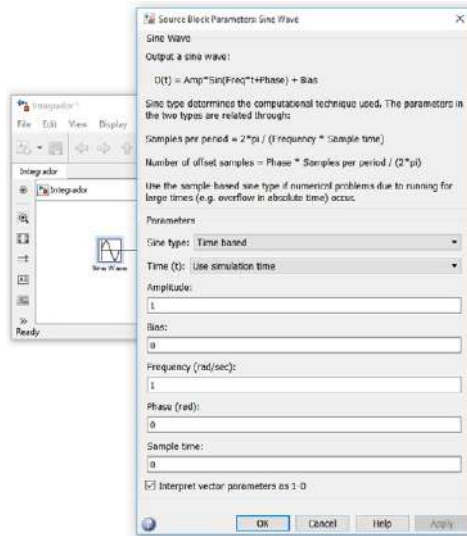


Figura 23.45. Configuración del bloque Sine wave.

Igual ocurre para el integrador, en el cual puede modificarse la integral de propia a impropia o viceversa, o también cambiar el campo Initial condition de cero a -1 ; esto con el fin de desplazar hacia abajo el resultado. Luego se presiona Apply y OK, se guarda la o las modificaciones y se corre de nuevo, tal como aparece en la Figura 23.46.

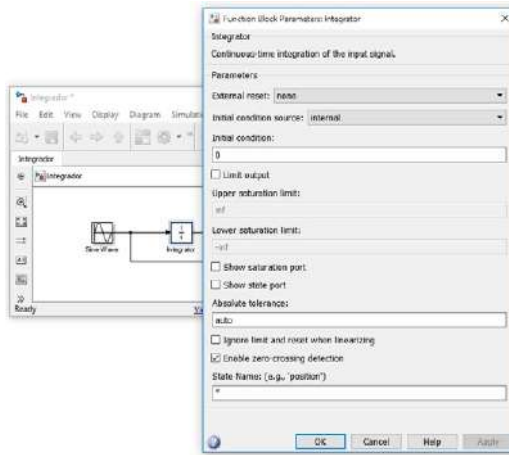


Figura 23.46. Configuración del bloque Integrator.

Al correr de nuevo el simulador y presionar la autoescala de nuevo, se obtiene la gráfica de la Figura 23.47.

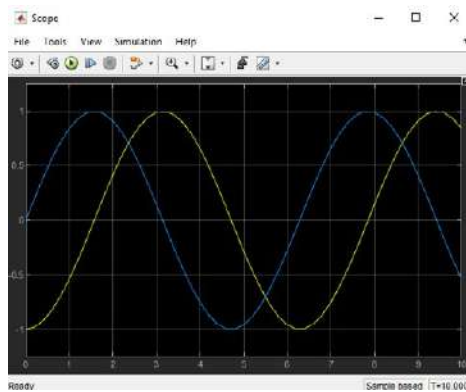


Figura 23.47. Señal resultante.

Cuando se emplean bloques de manera periódica es posible consultar en Simulink el Commonly Uded Blocks, tal como se señala con el ovalo en la Figura 23.48.

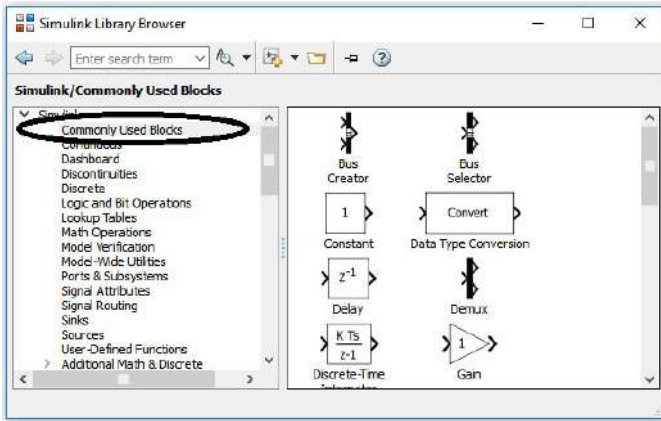


Figura 23.48. Ubicación del Commonly Uded Blocks.

2. Simular la función seno con una amplitud de 1:3, una frecuencia de 3 rad/s y una fase de π . La ganancia que se de 3, tal como se observa en la Figura 23.49.

Se empieza con la configuración de datos del bloque Sine Wave.

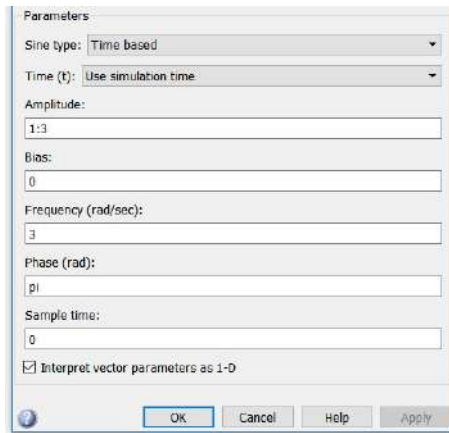


Figura 23.49. Configuración de datos del bloque Sine Wave.

Luego la ganancia y finalmente Scope. Los resultados se observan en las figuras 23.50 y 23.51.

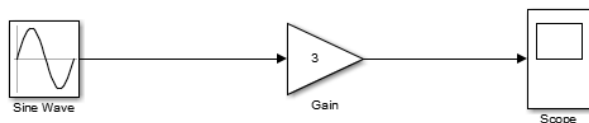


Figura 23.50. Unión de bloques para simular una señal.

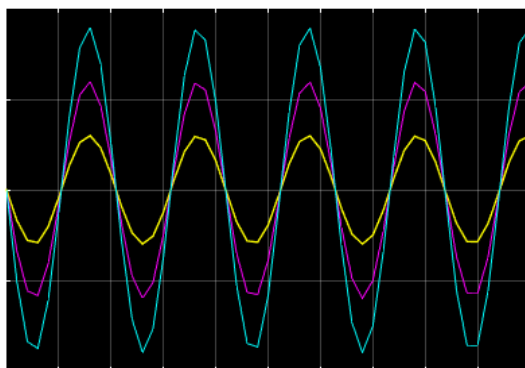


Figura 23.51. Señal resultante.

3. Simule la función de transferencia para $m = 2$, $b = 1$ y $k = 1$. Grafique con la función escalón. Tome como parámetro de ganancia 10.

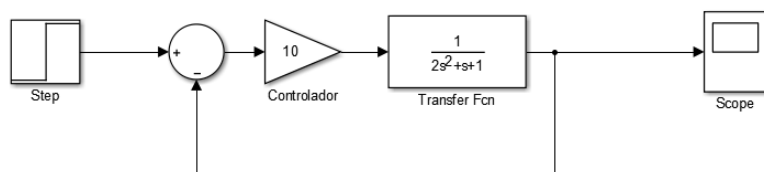


Figura 23.52. Modelo de bloques para simular una función de transferencia.

El bloque Sum permite realizar las operaciones de suma o resta de las entradas; estas pueden ser de carácter escalar, vectorial o matricial. Para modificar las entradas debe hacer doble clic sobre

el bloque; allí se encontrará la opción para configurar las operaciones que se quieren realizar, tal como se observa en la Figura 23.53.

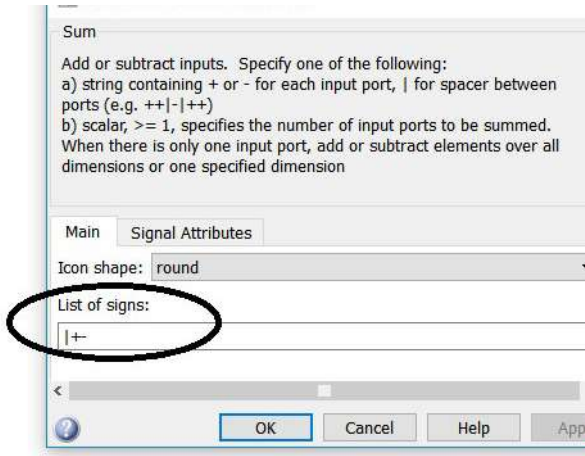


Figura 23.53. Configuración de parámetros de operación.

La señal de salida es la que se observa en la Figura 23.54.

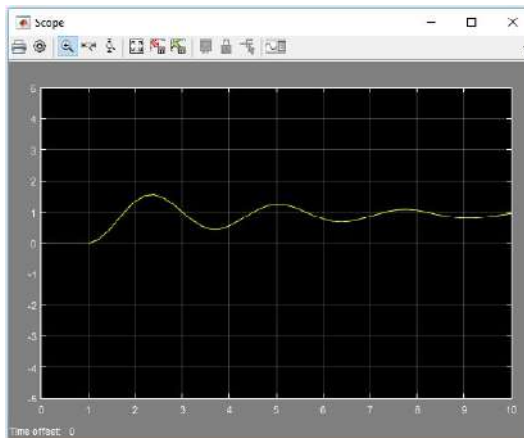


Figura 23.54. Señal resultante.

Al aplicar el autoescalado (véase la flecha de la Figura 23.55) para observar mejor las curvas de la función se obtiene la gráfica de la misma Figura 23.55.

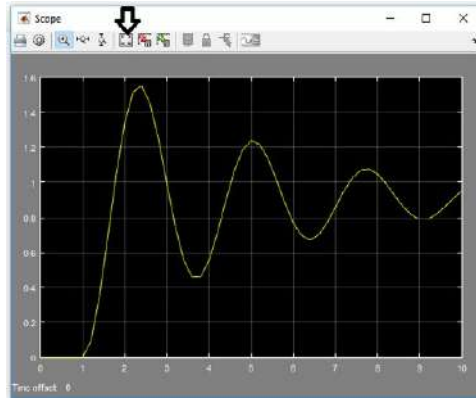


Figura 23.55. Señal resultante.

Empleando una función de transferencia de grado dos, observe las figuras para armar la configuración de la función (véase la Figura 23.56).

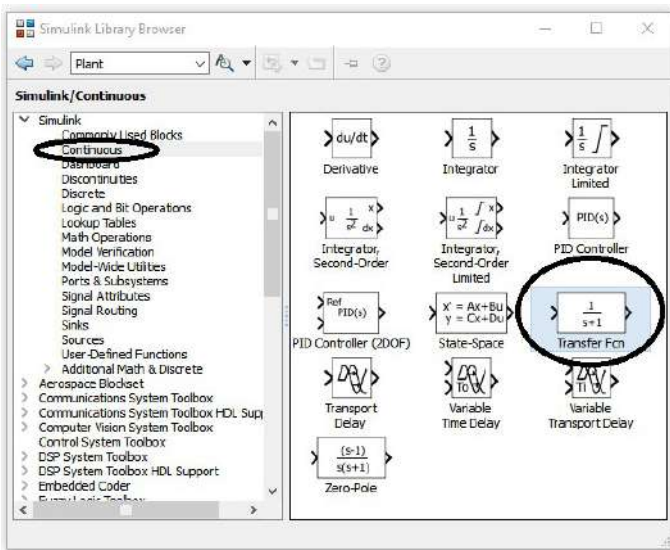


Figura 23.56. Opciones disponibles del Simulink Library Browser.

El bloque *Transfer Fcn* implementa una función de transferencia con una entrada $U(s)$ y salida $Y(s)$, tal como se observa en la Figura 23.57.



Figura 23.57. En el numerador y denominador se ingresan los datos según la función de transferencia dada. Tenga en cuenta que si el polinomio está incompleto, se llena con ceros.

La gráfica que se obtiene es la que se muestra en la Figura 23.58.

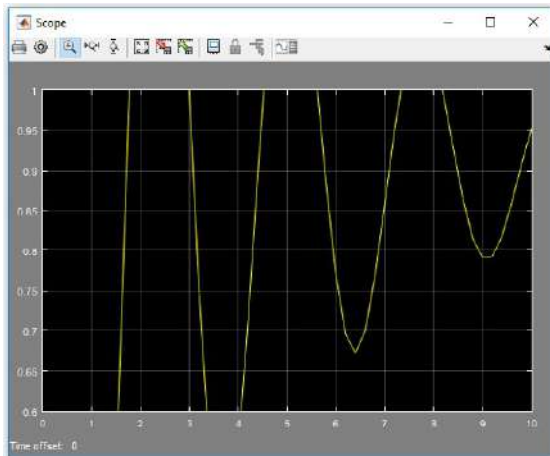


Figura 23.58. Señal resultante.

4. Simular la función de transferencia para $m = 3$, $b = 4$ y $k = 2$.

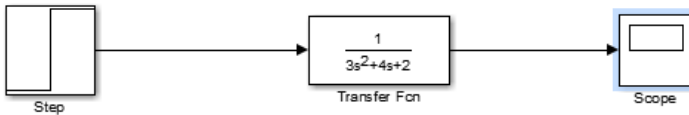


Figura 23.59. Modelo de bloques para simular una función de transferencia.

En el bloque *Transfer Fcn* se deben ingresar los datos de las variables de la función de transferencia, tal como se observa en la Figura 23.60.

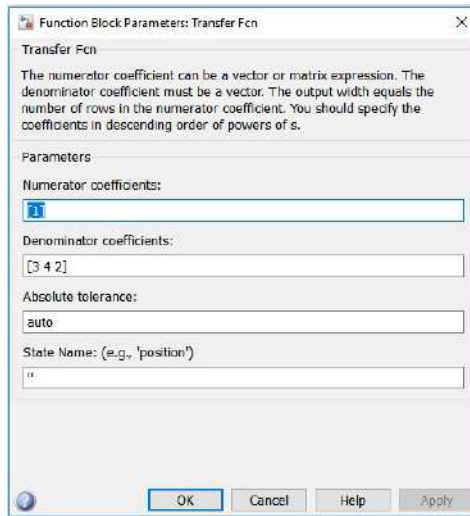


Figura 23.60. Configuración de variables de la función de transferencia.

Se corre el simulador y, con la finalidad de mejorar la presentación o el comportamiento de la curva, se oprime Autoscale.

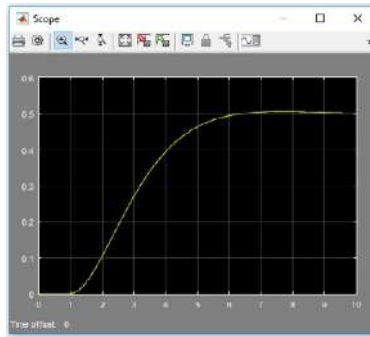


Figura 23.61 Señal resultante.

5. Grafique la función seno y coseno con amplitud de 2, en cuyo primer caso se conecten de forma directa al osciloscopio, y en el segundo las señales sean multiplexadas.

Al organizar en Simulink los bloques y correr el programa se tienen los resultados de la Figura 23.62.

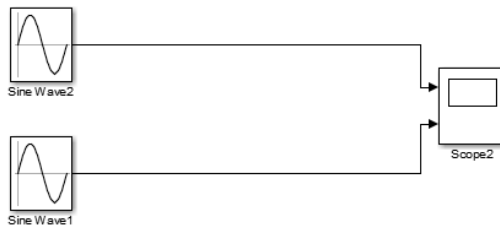


Figura 23.62. Señales separadas.

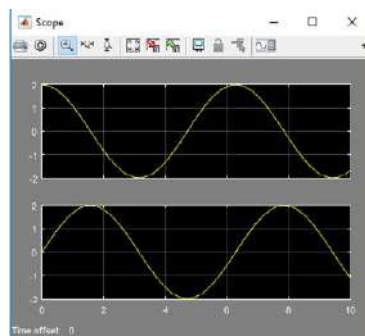


Figura 23.63. Señales resultantes.

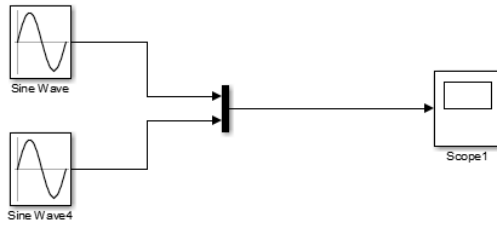


Figura 23.64. Señales combinadas.

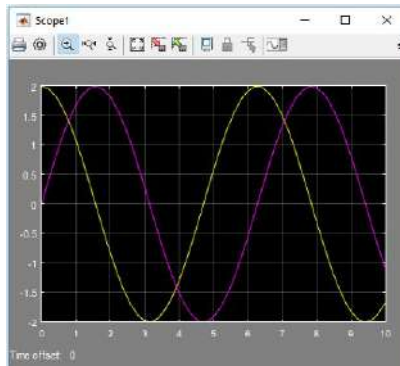


Figura 23.65. Señal resultante.

6. Cree un modelo simulado con el bloque Coulomb & Viscous Friction en el que los Parámetros del Bloque Funcional son los valores por defecto, la ganancia es 2 y la entrada es la función Step.

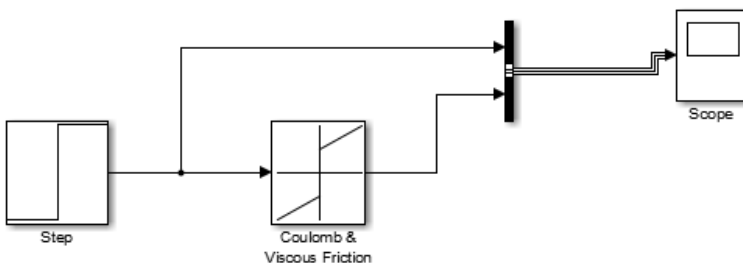


Figura 23.66. Estructura de los bloques de Simulink.

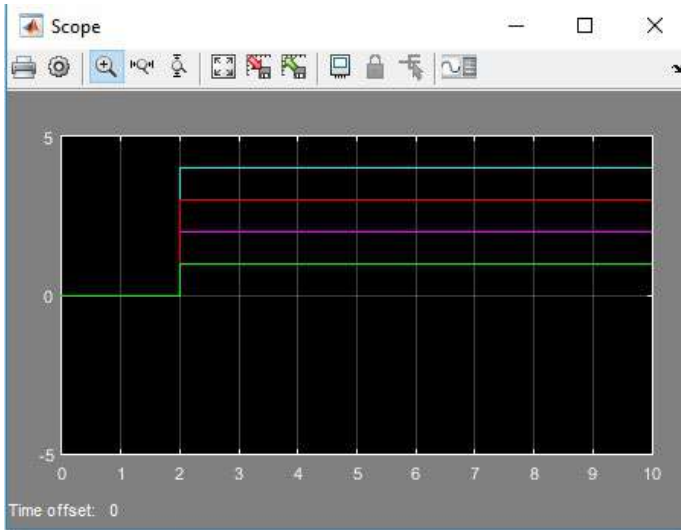


Figura 23.67. Señal resultante.

7. Se la función de transferencia en tiempo discreto $y_k = 0,6y_{k-1} + 0,4u_{k-1}$.

Esta ecuación indica que para obtener el valor actual de la salida y_k se utiliza el 60 % del valor pasado y el 40 % el valor indicado por la entrada u .

$$G(z^{-1}) = \frac{0,4z^{-1}}{1 - 0,6z^{-1}}$$

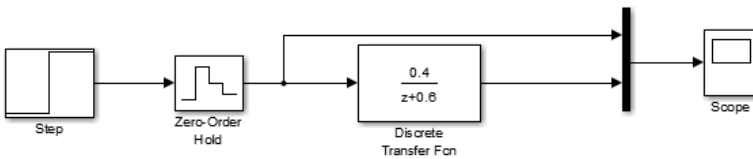


Figura 23.68. Modelo de bloques para simular una función de transferencia en tiempo discreto.

Al correr Simulink y hacer doble clic en Scope se obtiene la función simulada.

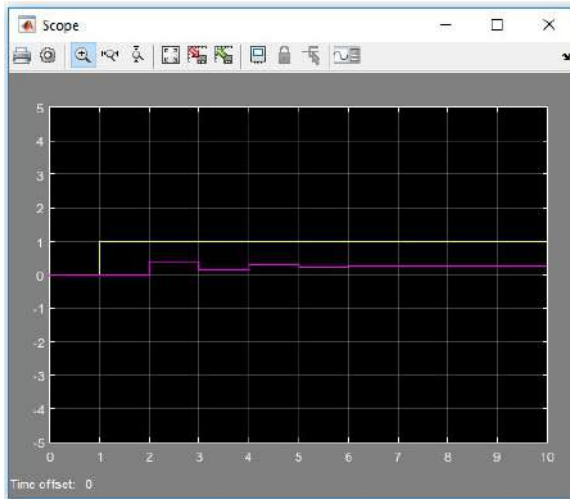


Figura 23.69. Señal resultante.

8. Dada la ecuación diferencial que representa un sistema físico, simule el comportamiento de la función.

$$\ddot{x} = -\frac{c}{m}\dot{x} + \frac{F}{m}$$

Donde m es la masa del cuerpo (1 kg), c es el coeficiente de fricción y F la fuerza aplicada (N). La velocidad inicial es de -1 m/s, la fuerza es de 0,25 N y el coeficiente $c = 0,58$.

Para ingresar estos datos haga doble clic en Gain e ingrese las condiciones, luego aplique y OK.

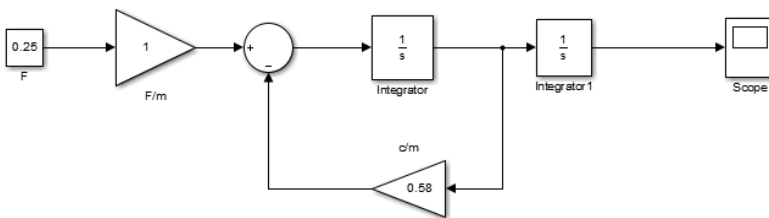


Figura 23.70. Modelo de bloques para simular la ecuación diferencial.

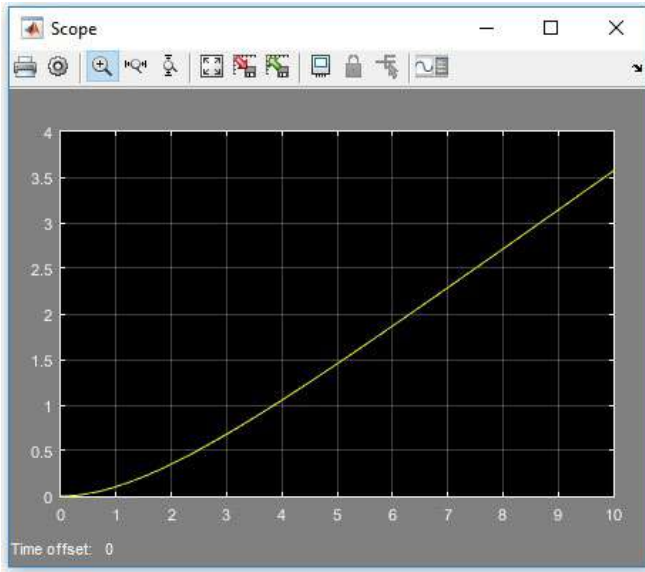


Figura 23.71. Señal resultante.

9. Ejemplo en la que se agrupan señales mediante el bloque multiplexor. Para esto emplee la función de onda cuadrada, con una amplitud de 2,5 y una frecuencia de 5 rad/s y luego de 10 Hertz.

Es importante tener en cuenta que las señales simuladas no solo se pueden crear desde Matlab, sino de fuentes externas, es decir, realizar mediciones con equipos conectados vía puerto paralelo o serial a una terminal, o en su defecto desde un circuito o dispositivo móvil.

En primer lugar, empleamos el bloque Signal Generator, el cual permite establecer las condiciones de entrada de la señal, tal como se indica en la Figura 23.72.

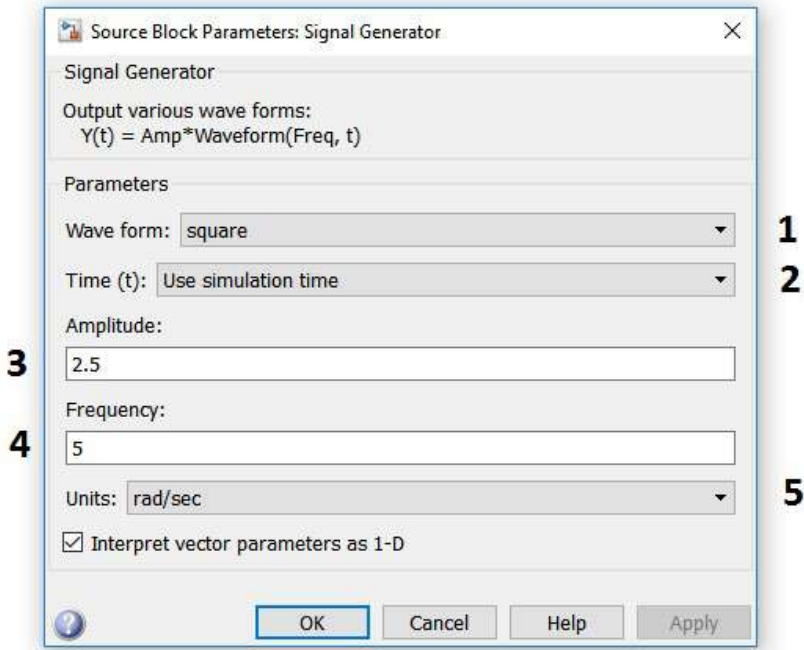


Figura 23.72. Configuración de los parámetros de la señal.

Como se observa en (1) aparece un menú desplegable, en el cual se escoge el tipo de onda, que para este caso es cuadrada. En el recuadro *time* (2), dado que la señal es simulada y no de un sistema externo, se deja por defecto Use simulation time. En el punto (3) asignamos el valor del parámetro de la amplitud, que es de 2,5; luego, la frecuencia (4), que es de 5 y, finalmente, seleccionamos el tipo de unidad con la que se trabajará (5), aplicamos y OK.

El siguiente paso es emplear el bloque integrador sobre el cual se dejarán los parámetros establecidos por defecto. Acto seguido, se emplea el bloque multiplexor y, finalmente, el bloque Scope.

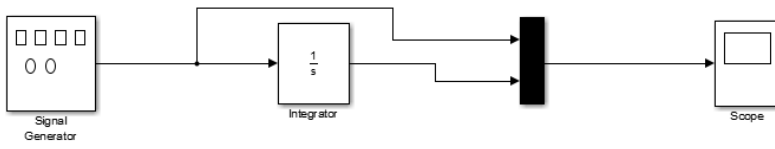


Figura 23.73. Modelo de bloques para simular una función, empleando un generador de señal y un multiplexor.

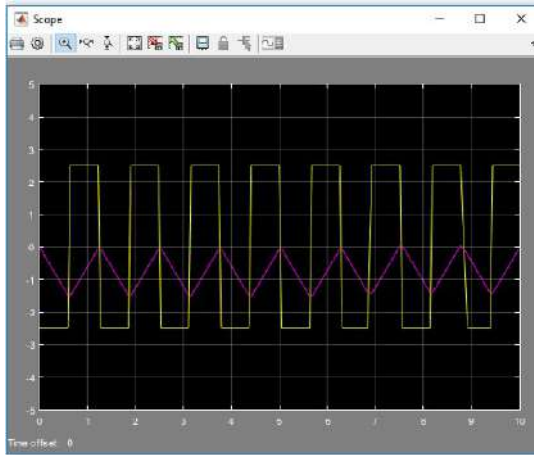


Figura 23.74. Señal resultante.

Para el caso en el que la frecuencia es de 3,5 Hz, la gráfica respectiva se muestra en la Figura 23.75.

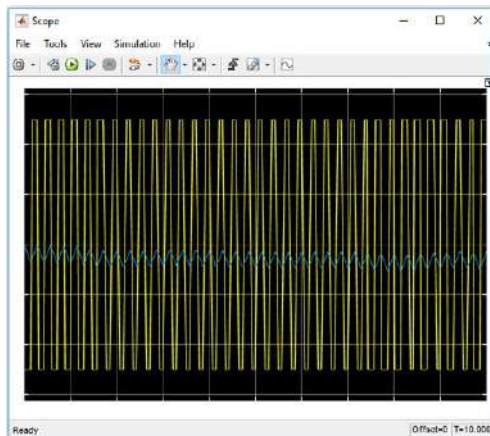


Figura 23.75. Señal resultante.

Como se aprecia, se puede personalizar la gráfica. Explore estas opciones.

10. Simule una señal empleando el bloque Matlab Function para las operaciones de suma y multiplicación.

Se inicia armando los bloques, luego en el bloque Matlab Function hace clic con el fin de crear la función en un *script*.

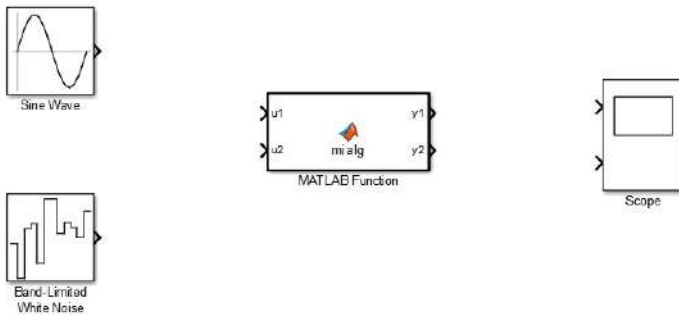


Figura 23.76. Configuración de bloques para el ejercicio planteado.

Recuerde que el nombre de la función queda almacenado en el bloque, tal como se observa en la Figura 23.77.

```
function [y1, y2] = mialg(u1, u2)
%#codegen
y1 = u1+u2;
y2 = u1*u2;
```

Figura 23.77. Creación de un *script*.

Se guarda la función y realizamos la conexión entre los bloques (véase la Figura 23.77).

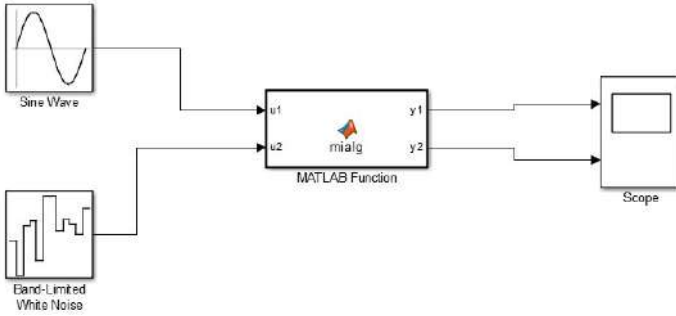


Figura 23.77. Conexión lógica de los bloques.

Para configurar las dos salidas de la señal en dos gráficas diferentes, haga clic en Parameters, que despliega una ventana en la cual se cambia el valor a dos entradas en Number of axes, tal como se muestra en las gráficas de la Figuras 23.78.

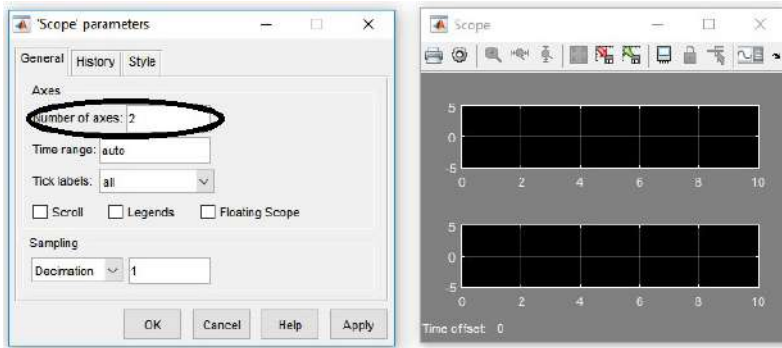


Figura 23.78. Configuración de las dos salidas de la señal en ventana independiente.

Se corre la simulación y se obtienen las señales de la Figura 23.79.

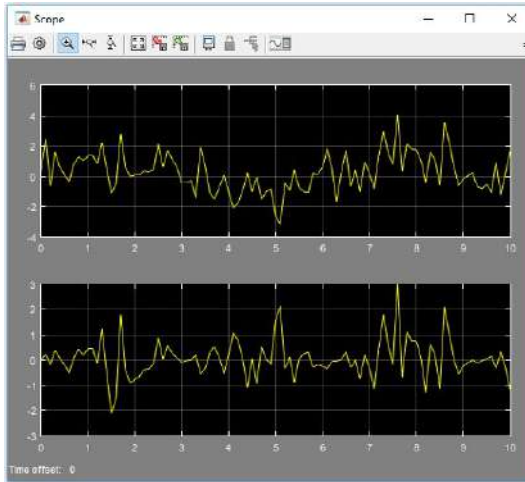


Figura 23.79. Señal resultante.

11. Simule una señal cuya amplitud es de 2 y una frecuencia de 3 rad/s, con una ganancia de 2. Emplee el bloque que permite cargar la data al Workspace.

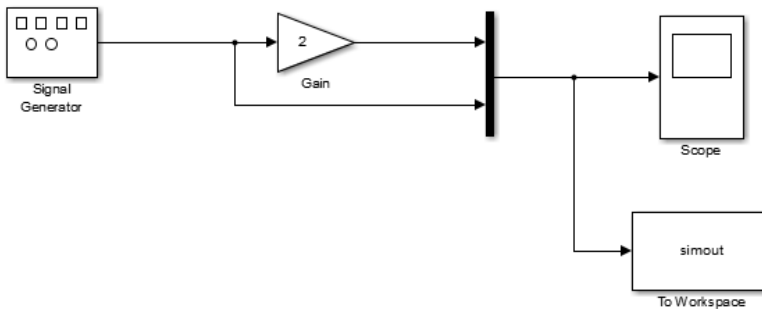


Figura 23.80. Modelo de bloques para simular una señal en la que se integra el bloque Workspace.

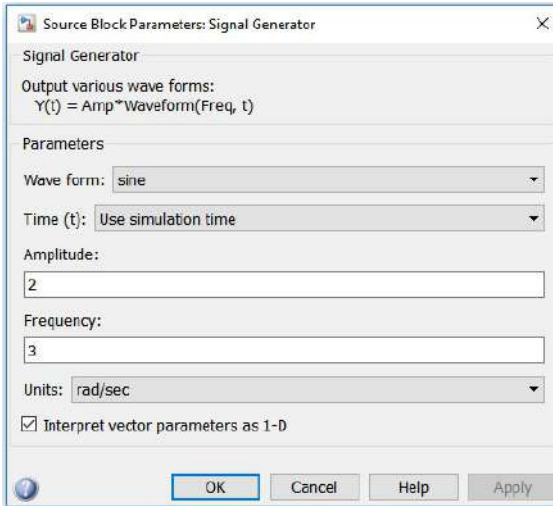


Figura 23.81. Configuración del generador de señal.

Al hacer clic en el bloque Signal Generator se configura la ventana según los datos suministrados en el ejercicio. Lo mismo ocurre en el bloque Gain (ganancia). Al correr Simulink se obtienen las señales respectivas, y en el Workspace se cargan los datos en tablas (véase la Figura 23.83), en la que se observan los tiempos y los datos registrados conforme se corre el programa (Figura 23.82).

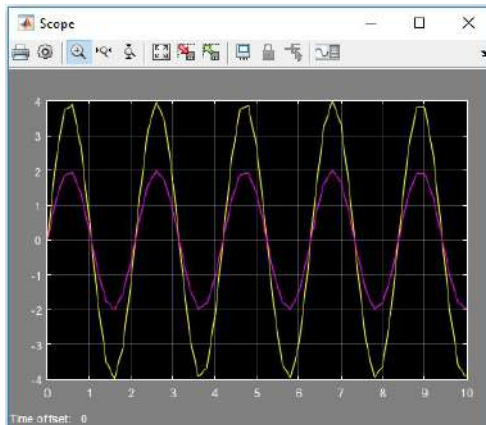


Figura 23.82. Señal resultante.

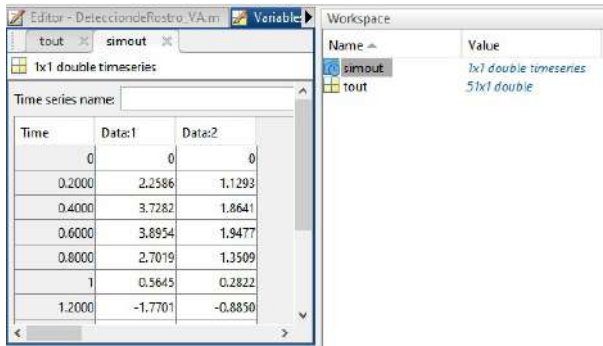


Figura 23.83. Tiempos y datos registrados conforme se corre Simulink.

Es importante esta información recopilada para un posterior análisis, puesto que se puede asociar con otras funciones, incluso migrar a otros programas como, por ejemplo, Excel.

12. El modelo mostrado en la figura muestra una forma de onda senoidal, una forma de onda cuadrada, una forma de onda de diente de sierra y una forma de onda de señal aleatoria en un solo bloque con cuatro entradas.

Los bloques generadores de señal se configuran con el fin de producir y mostrar las cuatro formas de onda diferentes. Cada uno se especificó a 0,5 Hz de frecuencia, y los demás parámetros se dejaron en sus estados por defecto.

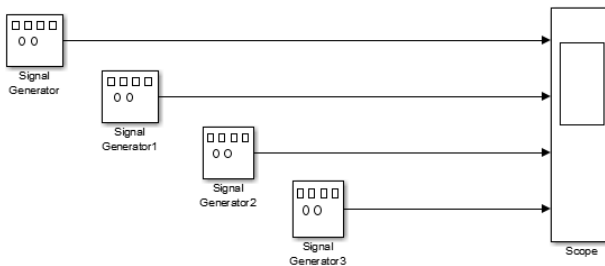


Figura 23.84. Configuración de bloques generadores de señal.

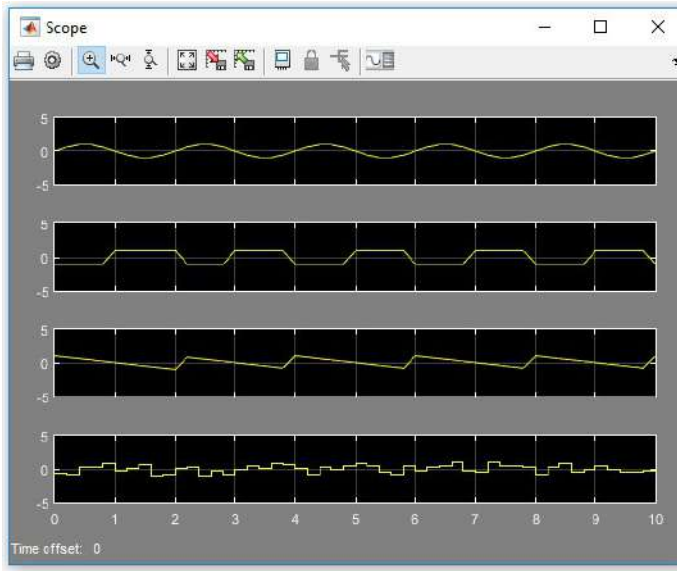


Figura 23.85. Señal resultante.

12. La función de transferencia $G(s)$ de un sistema físico masa—resorte esta representado por la siguiente ecuación:

$$G(s) = \frac{15}{s^4 + 12s^3 + 38s^2 + 60s + 40}$$

Modele la señal de entrada y salida del sistema:

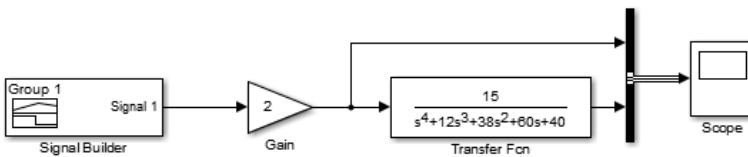


Figura 23.86. Configuración de bloques para simular la función de transferencia $G(s)$.

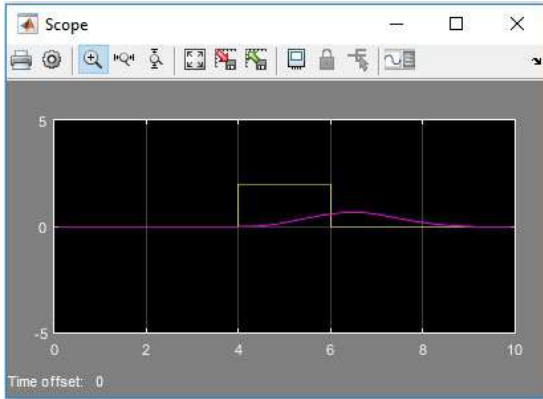


Figura 23.87. Señal resultante.

13. Empleando el bloque de número aleatorio tome un tiempo de muestreo de 0,25 y el resto déjelo por defecto; grafique la forma de la señal y tiempo en un *display*.

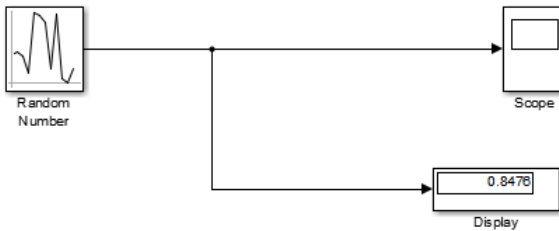


Figura 23.88. Configuración de bloques para generar señales aleatorias acopladas a un osciloscopio y display.

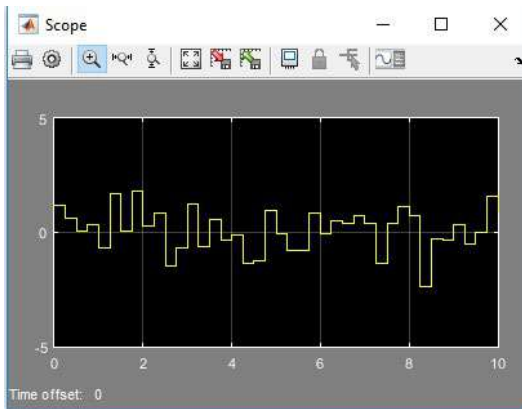


Figura 23.89. Señal resultante.

24. Lista de referencias



- Alcyone Software (2020). *Cepheids of the δ -Cephei-type*. Alcyone. Recuperado de http://www.alcyone.de/brightest_stars.html
- Aufmann, R. N. y Lockwood, J. S. (2012). *Algebra intermedia* (8ª. ed.). México. D. F.: Cengage Learning Editores.
- Beléndez, V. A., Méndez, D. I., Álvarez M. L. y Pascual, C. (2009). Approximate analytical solutions for the relativistic oscillator using a linearized harmonic balance method. *International Journal of Modern Physics B*, 23(4), 551-536.
- Corcuera, P. (s. f.). *Gráficos 3D en Matlab* [presentación de diapositivas]. Universidad de Cantabria. Recuperado de https://personales.unican.es/corcuerp/matlab_simulink/slides/matlab_graficos3d.pdf
- Dante, P. J. (2010). *Curso de manejo y programación de Matlab*. Potosí, Bolivia.
- Hanada, M., Hyakutake, Y., Ishiki, G. y Nishimura, J. (2014). Holographic description of a quantum black hole on a computer. *Science*, 344(6), 882-855. doi: 10.1126/science.1250122
- Ideam (Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales). (s. f.). *Estudio de la caracterización climática de Bogotá y cuenca alta del Río Tunjuelo*. Recuperado de <http://www.ideam.gov.co/documents/21021/21135/CARACTERIZACION+CLIMATICA+BOGOTA.pdf/d7e42ed8-a6ef-4a62-b38f-f36f58db29aa>
- Knight, A. (2000). *A basic of Matlab and beyond*. Washington D. C.: Chapman & Hall/CRC.



- Lanza, N. J. (2012). *Texto de ejercicios resueltos de hidráulica 2*. Nelame. Recuperado de <https://es.scribd.com/doc/131632251/Texto-Ejercicios-Resueltos-de-Hidraulica-2-Nelame-120912>
- Lauwerier, H. (1991). *Fractals: endlessly repeated geometrical figures*. EE .JU.: Princeton University Press.
- Lipsman, R. y Rosenberg, J. (2017). *Multivariable calculus with Matlab®. With applications to geometry and physics*. Suiza: Springer International Publishing.
- Mahajan, S. (2014). *The art of insight in science and engineering. Mastering complexity*. Cambridge, MA, Londres: The MIT Press,
- Moore, H. (2007). *Matlab® para ingenieros*. México: Pearson Education.
- Palm III, W. J. (2008). *Concise introduction to Matlab*. Nueva York: McGraw-Hill, Higher Education.
- Prado, D. (s. f.) *Cálculo de la socavación. Capítulo III*. Universidad del Cauca. Recuperado de: https://www.academia.edu/36993179/CAPITULO_3_C%C3%81LCULO_DE_LA_SOCAVACI%C3%93N_EN_PUENTES
- Stewart James. (2012). *Cálculo de una variable trascendentes tempranas* (7ª ed.). México D. F.: Cengage Learning Editores.
- Swokowski, E. W. y Cole, J. A. (2009). *Algebra y trigonometría con geometría analítica* (12ª ed.). México. D. F.: Cengage Learning.

25. Índice analítico



A

adquisición 107, 112, 138, 1946, 1947, 1952, 1953

ajuste de ejes 1121

área de un polígono 380, 508, 591

atractor de Lorentz 77, 1739, 1741, 1742, 1743, 1745

ayuda 11, 54, 55, 60, 61, 98, 119, 122, 142, 143, 144, 149,
174, 175, 352, 353, 471, 583, 905, 911, 930, 947, 1147,
1166, 1911, 1945, 1969, 2029

B

bar 25, 711, 823, 958, 999, 1000, 1001, 1002, 1003, 1061,
1065, 1066, 1071, 1111, 1112, 1117, 1118

barras de desplazamiento 145, 1998

binario a decimal 233, 1522, 1573

binario a hexadecimal 233

botones 39, 84, 86, 87, 124, 126, 145, 565, 566, 1960, 1963,
1972, 1976, 1978, 1981, 1982, 1983, 1984, 1988,
1994, 1997, 1998, 1999, 2000, 2001, 2088

botones de opción 1997

botones de selección 1997

bucle for 1402, 1953, 2097, 2117, 2140



bucles 685, 2026, 2081, 2098, 2117, 2118

bucles anidados 2117

C

cadena de formato 566

caja de diálogo 582

cajas de selección desplegables 1998

cajas de texto 1970, 1972, 1975, 1977, 1998, 1999

cajas de texto editables 1999

calendario 157, 1183

campos vectoriales 80, 460, 538, 545, 1360, 1370, 1866,
1867

captura de coordenadas 61, 936

cell arrays 842

código gris 237

color en una gráfica 934

colormap 602, 603, 726, 799, 1278, 1281, 1284, 1354,
1355, 1653, 1654, 1655, 1656, 1716, 1717, 1718,
1719, 1799, 1809, 1810, 1812, 1813, 1814, 1816,
1821, 1825, 1840, 1841, 1843, 1854, 1868, 1869,
1873, 1877, 1884, 1891, 1899, 1902, 1904, 1905,
1931, 1933, 1934, 2003, 2095

comando echo 2119

comentarios 168, 179, 296, 1006, 1009, 1959, 1973

comet 27, 1188, 1189, 1190, 1192, 1193, 1194, 1214, 1217,
1657, 1661

comet3 1190, 1191, 1193, 1652, 1657, 1658, 1659, 1660

command window 1105, 1883, 2042

computador 54, 117, 118, 150, 151, 174, 269, 287, 710,
1946, 2124

contour 78, 549, 1350, 1352, 1354, 1355, 1356, 1510, 1511,
1514, 1515, 1516, 1652, 1698, 1722, 1735, 1736,
1761, 1771, 1772, 1778, 1780, 1784, 1785, 1788,
1798, 1799, 1800, 1801, 1802, 1804, 1817, 1834,
1899, 1996

contour3 78, 1510, 1516, 1652, 1771, 1773, 1779, 1782,
1783, 1787, 1788, 1798, 1808, 1816

contourslice 1819

coordenadas cartesianas a esféricas 1263

coordenadas polares a cartesianas 513, 1224, 1260

cosenos directores 492, 493, 494, 1340

crear menús 2004

cuadrado de una matriz 747

current folder 1950

cylinder 1694, 1789, 1790, 1849, 1868, 1869, 1870, 1871,
1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1885, 1907, 1908

D

date 160, 161, 2040

decimal a octal 236

demos 144

descomposición de valor singular 883

determinantes 852, 893, 895

dir 12, 162, 163, 176

disp 18, 239, 241, 354, 355, 409, 560, 561, 562, 563, 564,
568, 570, 572, 573, 574, 575, 577, 609, 611, 612, 619,
663, 740, 741, 742, 743, 791, 792, 1142, 1178, 1207,
1208, 1257, 1258, 1283, 1430, 1432, 1433, 1505,
1654, 1815, 1816, 1817, 2001, 2004, 2005, 2006,
2015, 2028, 2029, 2030, 2033, 2035, 2041, 2042,
2043, 2044, 2045, 2046, 2048, 2049, 2050, 2053,
2054, 2055, 2056, 2057, 2058, 2059, 2060, 2061,
2062, 2066, 2067, 2068, 2069, 2072, 2073, 2075,
2076, 2082, 2083, 2084, 2085, 2086, 2087, 2089,
2090, 2092, 2093, 2096, 2097, 2098, 2105, 2106,
2109, 2110, 2111, 2114, 2117, 2118, 2119, 2139,
2140, 2142

división 103, 287, 416, 485, 499, 621, 730, 739, 750, 851,
857, 875, 1503, 2008, 2187, 2189

doc 143, 144, 2219

E

ecuación algebraica 323, 343, 1449, 1490, 1491, 1492, 1493

ecuaciones algebraicas 101, 1398, 2123

ecuaciones diferenciales 30, 66, 107, 139, 540, 541, 641, 1272, 1222, 1271, 1372, 1373, 1379, 1385, 1386, 1394, 1397, 1398, 1399, 1401, 1406, 1409, 1410, 1445, 1580, 1607, 1739, 2156

ecuaciones simultáneas 850

ecuación paramétrica 1154

editor 52, 54, 86, 126, 127, 144, 164, 176, 177, 178, 575, 585, 969, 1987, 1990, 1995, 2156, 2174

elipsoide 81, 89, 392, 1652, 1891, 1892, 2093, 2096

error relativo 65, 1313, 1314, 1402, 1405, 1407, 1408, 1418, 2125, 2128

error relativo porcentual 2125, 2128

error verdadero 2125

escape 19, 184, 587

ezcontour 1651, 1671, 1672, 1673, 1689, 1690, 1697, 1710, 1712

ezmesh 1651, 1665, 1666, 1667, 1669, 1670, 1674, 1678, 1680, 1689, 1690, 1697, 1710, 1712

ezmeshc 1674, 1675, 1680, 1689, 1690, 1697, 1710, 1712

ezplot3 1157, 1651, 1662

ezsurf 1651, 1678, 1679, 1680, 1681, 1682, 1683, 1684,
1689, 1690, 1712

ezsurfsc 1680, 1687, 1689, 1690, 1712

F

factorial 16, 409, 410, 411, 414, 422, 1582, 1586, 1598,
1600, 1601, 1621, 2054, 2068, 2069, 2113

figure 26, 85, 551, 552, 726, 958, 1061, 1078, 1079, 1080,
1081, 1086, 1090, 1097, 1101, 1114, 1142, 1281,
1282, 1283, 1409, 1508, 1509, 1510, 1528, 1531,
1541, 1542, 1543, 1546, 1601, 1602, 1644, 1659,
1696, 1712, 1718, 1719, 1743, 1770, 1774, 1812,
1814, 1816, 1828, 1829, 1831, 1832, 1837, 1855,
1899, 1922, 1927, 1952, 1973, 1974, 1990, 2000,
2001, 2004, 2005, 2006, 2051, 2061, 2107, 2108

fill 17, 499, 500, 501, 502, 511, 519, 521, 990, 991, 1007,
1009, 1010, 1095, 1906, 1907, 1927

fill3 58, 77, 616, 617, 769, 787, 1754, 1755, 1756, 1757,
1758

fminbnd 20, 48, 57, 670, 671, 672, 673, 674, 677

fplot 27, 351, 1175, 1176, 1177, 1178, 1179, 1180, 1181,
1182, 1183, 1194, 1292, 1326, 1327, 1586

fprintf 19, 560, 566, 567, 589, 590, 897, 898, 899, 1430,
1431, 2015, 2016, 2056, 2073, 2097, 2135, 2142, 2149

función anónima 460, 641, 645, 646, 651, 653, 657, 658,
659, 660, 1465, 1469, 1478, 1479

función (cat) 765

función compass 512, 1248, 1249

funciones de redondeo 46, 250, 251

funciones en Matlab 560, 712, 996

funciones exponenciales y logarítmicas 419

funciones implícitas y paramétricas 1147

funciones locales 100, 669

funciones logarítmicas 25, 995

funciones simbólicas 26, 1132, 1133, 1134, 1145, 1146,
1151, 1152, 1153, 1159, 1160, 1161, 1162, 1163,
1164, 1171, 1172, 1173, 1174, 1175, 1183, 1184,
1185, 1186, 1187, 1193, 1194, 1195, 1196, 1197,
1378, 1456

funciones trigonométricas 369, 644, 751, 1100, 1721, 2188

G

gráfica interactiva 954

gráficas en pseudocolor 1778

gráficas polares 101

guide 146, 1956

H

help 53, 142, 143, 149, 153, 176, 352, 1286, 859, 885, 903,
1107, 1121, 1285, 1286, 1537, 1716, 1768, 1792

herramientas de desarrollo 116, 117

humps 30, 67, 1424, 1425, 1426, 1427

I

identidad 372, 402, 519, 696, 730, 732, 745, 771, 781, 833,
854

impulse 25, 1049, 1050

inline 20, 25, 649, 650, 669, 670, 678, 1011, 1012, 1013,
1025, 1038, 1446, 1468, 1469, 1481, 2142

inline functions 20, 669

input 19, 275, 412, 560, 567, 568, 570, 572, 573, 574, 577,
583, 584, 606, 607, 608, 609, 611, 612, 619, 741, 742,
743, 897, 898, 936, 952, 1257, 1258, 1327, 1430,
1469, 1481, 1789, 1815, 1974, 2015, 2029, 2030,
2033, 2034, 2035, 2043, 2044, 2045, 2048, 2057,
2059, 2060, 2068, 2069, 2072, 2075, 2076, 2081,
2084, 2085, 2086, 2089, 2090, 2091, 2092, 2096,
2097, 2101, 2105, 2106, 2108, 2109, 2114, 2117,
2134, 2141, 2142, 2148

integración por partes 1430

integral definida 1298, 1435, 1445, 1460

integrales 129, 426, 653, 1298, 1428, 1435, 1448, 1449,
1452, 1453, 1456, 1457, 1460, 1463, 1465, 1467,
1469, 1472, 1478, 1481, 1482, 1483, 1485, 1488, 2016

integrales dobles y triples 2016

integrales triples 1478, 1481

integral impropia 1460

interfaz gráfica de usuario 53, 100, 102, 147, 1956, 1969,
1975, 1977, 1987

inversa 34, 72, 267, 350, 702, 730, 732, 738, 741, 752, 753,
781, 784, 850, 1130, 1519, 1600, 1609, 1610, 1611,
1612, 1613, 1614, 1619, 1620, 1630

L

latex 993, 995

licencia 153

líneas de corriente 540, 541, 542, 543, 544, 1831

linewidth 461, 913, 915, 929, 977, 1006, 1008, 1562, 1563,
1724, 1741, 1742, 1743

linspace 23, 24, 449, 455, 600, 601, 643, 645, 771, 846, 887,
902, 975, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985,
986, 987, 988, 989, 990, 991, 994, 997, 1000, 1002,
1004, 1005, 1006, 1009, 1015, 1016, 1017, 1018,
1019, 1020, 1021, 1026, 1027, 1054, 1056, 1057,
1069, 1087, 1093, 1095, 1099, 1100, 1113, 1188,
1190, 1199, 1204, 1210, 1212, 1220, 1256, 1273,

1274, 1275, 1276, 1283, 1284, 1313, 1316, 1424,
1425, 1426, 1505, 1520, 1530, 1531, 1538, 1546,
1548, 1552, 1556, 1601, 1643, 1681, 1694, 1700,
1705, 1719, 1724, 1729, 1730, 1747, 1749, 1766,
1773, 1781, 1786, 1789, 1797, 1802, 1819, 1823,
1835, 1849, 1851, 1852, 1861, 1862, 1863, 1875,
1876, 1877, 1878, 1892, 1893, 1894, 1895, 1897,
1898, 1901, 1902, 1903, 1925, 1927, 1928, 1929,
2011, 2071, 2074, 2077, 2102

logspace 23, 449, 456, 470, 771, 887, 977

M

marcos 1953, 2000

matrices 6, 21, 22, 23, 47, 58, 101, 106, 107, 116, 136, 150,
166, 172, 269, 272, 327, 362, 419, 445, 446, 481, 482,
486, 489, 515, 517, 546, 550, 598, 681, 684, 694, 699,
705, 726, 733, 735, 736, 740, 741, 742, 743, 744, 758,
759, 760, 761, 762, 765, 766, 769, 771, 773, 780, 783,
786, 787, 788, 798, 804, 813, 815, 816, 826, 827, 832,
834, 836, 837, 840, 844, 845, 846, 849, 850, 853, 863,
864, 885, 887, 890, 891, 892, 901, 1244, 1262, 1263,
1500, 1507, 1509, 1567, 1618, 1622, 1628, 1680,
1736, 1754, 1761, 1763, 1778, 1820, 1886, 2105, 2106

matrices sparse 891

matriz aleatoria 704, 705, 721, 726, 730, 731, 732, 790, 888,
1219, 1706

matriz lógica 688

matriz mágica 421, 730, 732, 833, 875, 886, 890, 1573,
2012, 2057, 2058

matriz polinomial 1573, 1574

matriz simbólica 751, 1134, 1138, 1145, 1615, 1619

máximo común divisor 2064, 2065

mensaje de error 584

meshgrid 23, 78, 538, 540, 542, 545, 546, 547, 548, 551,
552, 555, 605, 887, 888, 1065, 1067, 1271, 1273,
1274, 1275, 1280, 1283, 1284, 1350, 1351, 1352,
1353, 1354, 1355, 1356, 1361, 1471, 1507, 1508,
1509, 1510, 1511, 1512, 1513, 1514, 1515, 1516,
1557, 1558, 1559, 1652, 1681, 1697, 1698, 1699,
1700, 1702, 1703, 1705, 1707, 1708, 1713, 1716,
1719, 1722, 1733, 1735, 1736, 1737, 1749, 1761,
1762, 1763, 1764, 1765, 1766, 1767, 1768, 1770,
1773, 1774, 1781, 1782, 1783, 1784, 1785, 1786,
1787, 1789, 1792, 1794, 1796, 1799, 1805, 1806,
1808, 1810, 1811, 1816, 1817, 1819, 1820, 1821,
1823, 1825, 1831, 1832, 1834, 1835, 1840, 1844,
1846, 1847, 1848, 1850, 1851, 1852, 1854, 1866,
1892, 1893, 1894, 1895, 1896, 1897, 1898, 1899,
1901, 1902, 1903, 1904, 1905, 1908, 1917, 1919,
1931, 1933, 1934, 1937, 1938, 1940, 1991, 2011

método de bisección 2151

método de la secante 2151



módulo de un vector 483

multiplicación 305, 621, 730, 806, 875, 880, 1063, 1499,
1572, 2008, 2187, 2210

N

now 161, 165, 166

números complejos 27, 28, 48, 101, 286, 538, 539, 736, 737,
740, 1198, 1214, 1215, 1216, 1217, 1218, 1222, 1223,
1225, 1230, 1236, 1237, 1238, 1239, 1240, 1265,
1266, 1267, 1268, 1273

O

octal a binario 235

operaciones aritméticas 194

operadores lógicos 13, 116, 224, 225, 479

operadores relacionales 45, 219, 1467

optimset 20, 670, 671, 673, 674, 675, 676, 677, 678

P

patch 18, 500, 502, 503, 504, 505, 506, 521, 522, 523, 770,
787, 1825, 1826, 1827, 1829

pause 19, 564, 566, 769, 898, 899, 1755, 1835, 1899, 1912,
1913, 1927, 1939, 2074, 2080, 2081

películas 186, 1922

periodogram 713, 714, 715, 716, 717

pestañas contextuales 126, 128

plot 23, 56, 58, 172, 368, 413, 471, 472, 474, 496, 500, 508, 509, 510, 521, 541, 543, 605, 613, 643, 645, 711, 715, 716, 719, 720, 726, 727, 787, 801, 815, 816, 818, 832, 848, 889, 901, 903, 904, 905, 907, 911, 912, 913, 915, 917, 918, 922, 924, 925, 928, 929, 930, 933, 934, 935, 936, 937, 938, 939, 940, 941, 943, 944, 945, 947, 948, 949, 950, 951, 952, 958, 975, 977, 978, 979, 980, 981, 982, 983, 984, 985, 987, 988, 989, 990, 991, 992, 994, 996, 997, 1003, 1004, 1005, 1006, 1007, 1011, 1012, 1013, 1042, 1052, 1053, 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1062, 1063, 1064, 1066, 1069, 1078, 1080, 1081, 1086, 1087, 1089, 1090, 1097, 1099, 1100, 1101, 1102, 1103, 1104, 1105, 1106, 1111, 1113, 1121, 1122, 1124, 1125, 1126, 1134, 1165, 1194, 1199, 1201, 1211, 1214, 1230, 1231, 1235, 1240, 1241, 1245, 1246, 1247, 1248, 1257, 1267, 1268, 1300, 1304, 1309, 1311, 1313, 1316, 1375, 1391, 1400, 1401, 1405, 1409, 1412, 1413, 1414, 1415, 1416, 1424, 1426, 1506, 1518, 1520, 1527, 1528, 1529, 1531, 1534, 1538, 1541, 1542, 1543, 1546, 1548, 1549, 1551, 1552, 1553, 1556, 1561, 1562, 1563, 1586, 1601, 1637, 1638, 1640, 1641, 1642, 1643, 1644, 1646, 1647, 1694, 1699, 1718, 1743, 1803, 1870, 1871, 1873, 1885, 1911, 1912, 1914, 1924, 1925, 1926, 1935, 1936, 1942, 1991, 1996, 2051, 2055, 2057, 2061, 2062, 2071, 2074, 2078,

2079, 2094, 2103

plot3 615, 617, 1105, 1272, 1273, 1507, 1651, 1652, 1723,
1724, 1725, 1726, 1727, 1728, 1729, 1730, 1731,
1732, 1733, 1735, 1736, 1738, 1741, 1742, 1744,
1747, 1756, 1781, 1850, 1889

ploty 25, 1041, 1042, 1044

polinomios 32, 33, 51, 71, 102, 116, 335, 1222, 1489, 1495,
1498, 1499, 1500, 1501, 1502, 1503, 1504, 1505,
1506, 1507, 1517, 1525, 1530, 1553, 1560, 1562,
1564, 1565, 1568, 1572, 1573, 1574, 1575, 1576,
1577, 1578, 1579, 1580, 1581, 1583, 1584, 1585,
1586, 1587, 2123

potencia 20, 58, 103, 112, 194, 200, 203, 205, 244, 259,
310, 311, 351, 420, 430, 435, 521, 597, 621, 623, 656,
712, 713, 718, 719, 720, 721, 732, 744, 750, 870, 871,
885, 901, 966, 967, 971, 1117, 1172, 1173, 1562,
1641, 1643

prefijos 197, 198

producto cruz 450, 486, 487, 488, 489, 528, 2129

producto escalar 450, 481, 517, 1036

pwelch 713, 718, 719, 720, 732

Q

quiver 18, 460, 461, 512, 538, 539, 541, 543, 545, 546, 547,
548, 549, 551, 1350, 1351, 1352, 1354, 1355, 1356,
1817, 1867

quiver3 18, 460, 461, 512, 538, 539, 541, 543, 545, 546,
547, 548, 549, 551, 1350, 1351, 1352, 1354, 1355,
1356, 1817, 1867

R

rand 20, 48, 490, 517, 613, 620, 621, 703, 704, 709, 710,
723, 728, 730, 731, 749, 759, 769, 771, 786, 789, 790,
844, 888, 889, 890, 1015, 1018, 1019, 1220, 1527,
1654, 1702, 1707, 1718, 1738, 1780, 1807, 1825,
1862, 1908, 1927, 1935, 1942, 2044, 2057, 2078,
2079, 2103, 2116

randi 48, 489, 490, 721, 722, 723, 724, 725, 726, 728

regresión polinomial 1562

relación de recurrencia 1580, 1583, 2145

reloj 167, 508, 1248, 1262

residue 33, 1432, 1500, 1504, 1505, 1568, 1569, 1570

resta 248, 450, 621, 730, 875, 1499, 1572, 2008, 2185, 2198

rlocus 25, 1050, 1051

rose 28, 538, 539, 546, 547, 1249, 1250, 1251, 1252, 1266

rotacional o rotor 1366

S

salir 168, 175, 184, 2004

- scatter 25, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1020, 1021, 1024
- scatter3 25, 1013, 1014, 1015, 1016, 1017, 1018, 1019, 1020, 1021, 1024
- scripts 100, 119, 122, 123, 125, 165, 176, 178, 669, 2027
- sentencia break 2097
- sentencia switch 2088
- series 71, 72, 101, 130, 131, 134, 138, 535, 1589, 1596, 1599, 1603, 1604, 1605
- shading 36, 68, 76, 849, 1274, 1275, 1276, 1362, 1514, 1693, 1713, 1714, 1716, 1749, 1750, 1770, 1778, 1816, 1822, 1825, 1840, 1841, 1849, 1867, 1876, 1877, 1884, 1899, 1901, 1905, 1931, 1933, 1934, 2012
- sistema de ecuaciones 323, 326, 327, 328, 329, 338, 344, 540, 541, 851, 856, 857, 860, 870, 874, 875, 876, 877, 890, 893, 895, 1373, 1385, 1409, 1414, 1418, 2163
- slice 1819, 1820, 1821, 1822, 1823, 1825
- sphere 1652, 1843, 1849, 1857, 1858, 1868, 1887, 1888, 1889, 1890, 1915
- stem 26, 1062, 1065, 1066, 1071, 1086, 1087, 1089, 1090, 1091, 1092, 1097
- step 25, 1046, 1047, 1048, 1744, 1950
- subfunciones o funciones anidadas 667

subplot 26, 157, 471, 472, 546, 547, 602, 1020, 1052, 1053,
 1054, 1055, 1056, 1057, 1058, 1061, 1062, 1063,
 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069, 1071, 1090,
 1091, 1092, 1097, 1098, 1099, 1100, 1101, 1102,
 1103, 1105, 1106, 1107, 1111, 1112, 1113, 1114,
 1124, 1125, 1126, 1128, 1313, 1354, 1361, 1362,
 1506, 1514, 1516, 1558, 1656, 1657, 1693, 1694,
 1695, 1696, 1697, 1698, 1699, 1702, 1703, 1713,
 1727, 1732, 1736, 1770, 1778, 1784, 1785, 1837,
 1840, 1850, 1863, 1870, 1871, 1873, 1874, 1884,
 1885, 1886, 1887, 1894, 2046, 2074

suma 69, 85, 99, 101, 151, 195, 248, 313, 350, 376, 412,
 450, 484, 527, 530, 572, 573, 585, 621, 655, 662, 695,
 730, 806, 875, 885, 950, 972, 1073, 1222, 1454, 1499,
 1504, 1529, 1530, 1535, 1572, 1599, 1605, 1706,
 1969, 1970, 1971, 1972, 1974, 1975, 2008, 2017,
 2047, 2048, 2063, 2070, 2071, 2072, 2116, 2185,
 2198, 2210

surf 75, 76, 553, 600, 766, 787, 818, 849, 1064, 1065, 1067,
 1068, 1075, 1077, 1126, 1508, 1557, 1652, 1680,
 1681, 1694, 1695, 1696, 1701, 1702, 1703, 1704,
 1705, 1706, 1707, 1708, 1711, 1712, 1713, 1714,
 1716, 1719, 1720, 1734, 1735, 1736, 1748, 1749,
 1750, 1768, 1769, 1773, 1781, 1788, 1804, 1805,
 1807, 1809, 1810, 1812, 1814, 1835, 1838, 1839,
 1840, 1841, 1843, 1844, 1845, 1846, 1847, 1848,
 1849, 1850, 1851, 1852, 1854, 1855, 1870, 1871,
 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880,
 1881, 1884, 1885, 1886, 1887, 1890, 1892, 1893,
 1895, 1896, 1897, 1898, 1901, 1902, 1904, 1917,

1919, 1931, 1932, 1933, 1934, 1939, 1940, 1991,
1992, 1996, 2001

surfc 37, 77, 1064, 1065, 1077, 1508, 1652, 1736, 1761,
1767, 1788, 1790, 1809, 1811, 1816, 1838, 1839,
1841, 1842, 1854, 1855, 1899

surfl 37, 1064, 1065, 1077, 1652, 1809, 1838, 1839, 1840,
1841, 1842, 1884, 1886, 1905

T

toroide 80, 600, 601, 602, 1882, 1883, 1885

transformación de coordenadas 137, 1286

transformada de Fourier 1130, 1623, 1624, 1636, 1641

transformada de Laplace 1046, 1607, 1608, 1614

transformada inversa de Fourier 1130, 1630

transformada rápida de Fourier 72, 1092, 1636, 1637, 1707,
1936, 1937, 1938

transpuesta 197, 701, 730, 741, 781, 807, 856, 880

triplot 18, 507

V

variables 20, 29, 55, 56, 57, 86, 94, 100, 107, 121, 122, 125,
153, 156, 157, 164, 169, 179, 269, 270, 273, 277, 278,
279, 283, 284, 286, 287, 296, 299, 323, 326, 327, 328,

329, 337, 339, 343, 347, 360, 384, 416, 436, 511, 519,
560, 566, 567, 578, 583, 585, 586, 591, 593, 598, 621,
628, 633, 641, 645, 646, 647, 661, 667, 689, 710, 733,
751, 834, 840, 851, 858, 859, 893, 925, 926, 954, 1014,
1030, 1032, 1075, 1133, 1271, 1288, 1293, 1298,
1345, 1350, 1373, 1374, 1411, 1430, 1434, 1435,
1438, 1467, 1473, 1490, 1495, 1499, 1507, 1522,
1523, 1589, 1592, 1594, 1622, 1624, 1665, 1669,
1815, 1820, 1968, 1969, 1973, 1986, 2004, 2008,
2011, 2050, 2065, 2081, 2087, 2110, 2114, 2117,
2169, 2171, 2195, 2202

variables predefinidas 286

vectores 6, 16, 17, 21, 22, 47, 55, 56, 60, 100, 113, 116, 166,
172, 228, 230, 343, 380, 445, 446, 450, 453, 461, 462,
471, 472, 473, 474, 475, 476, 477, 479, 480, 481, 482,
486, 487, 488, 490, 491, 494, 495, 496, 497, 500, 503,
505, 509, 511, 512, 513, 515, 517, 518, 519, 521, 522,
523, 525, 526, 527, 528, 539, 545, 549, 550, 551, 597,
598, 680, 681, 699, 701, 705, 725, 730, 733, 735, 762,
770, 773, 848, 849, 850, 853, 855, 880, 887, 901, 905,
977, 1013, 1018, 1027, 1244, 1271, 1443, 1503, 1505,
1506, 1509, 1535, 1551, 1558, 1562, 1568, 1572,
1636, 1723, 1733, 1735, 1739, 1754, 1758, 1760,
1781, 1801, 1820, 1822, 1856, 1859, 2129, 2163

vector unitario 485, 486, 529, 865, 881

ver 162, 569, 905, 1640, 1795, 1840, 1879, 1953, 2156,
2182

versión 108, 121, 124, 150, 162, 781, 1946, 1947

videos 1942



W

weekday 158, 159, 160, 166

what 163

who 156, 164, 165, 286

workspace 1653, 1911, 2171

Z

zeros 27, 605, 615, 616, 619, 697, 709, 758, 768, 771, 784,
844, 845, 848, 1165, 1270, 1280, 1284, 1390, 1402,
1407, 1409, 1414, 1756, 2051, 2075, 2079, 2105